

Podstawy MES

Badanie właściwości termicznych materiałów na przykładzie pieczenia brownie

Spis treści

1	Wstęp teoretyczny	2
2	Instrukcja stworzenia modelu	4
2.1	Podstawowy model	4
2.2	Model z zaokrąglonym brzegiem	11
2.3	Model ze ścianką pod kątem 135°	12
3	Wyniki	13
3.1	Okrągła blaszka	13
3.2	Okrągła blaszka z zaokrąglonym brzegiem	18
3.3	Okrągła blaszka ze ścianką pod kątem 135°	23
4	Podsumowanie	28
4.1	Obserwacje oraz wnioski	28
	Bibliografia	28

1 Wstęp teoretyczny

Metoda elementów skończonych pozwala na rozwiązywanie różnych równań różniczkowych, które mogą nie być rozwiązywalne analitycznie, z dość dobrą dokładnością (w porównaniu do innych znanych metod). Znajduje szerokie zastosowanie szczególnie w modelowaniu wszelakich procesów fizycznych. Program ABAQUS, wykorzystując tę metodę, pozwala na symulacje wielu zdarzeń fizycznych – także tych codziennych, jak np. pieczenie ciasta w formie w nagrzanym piekarniku. Problem na pierwszy rzut oka może wydawać się mało oczywisty, jednak polega on na analizie termodynamicznej materiału, z którego wykonana jest taka forma oraz ciasto.

Do wykonania form przeznaczonych do pieczenia stosuje się różne materiały – przede wszystkim takie, które mają odpowiednie właściwości, np. wytrzymałość na wysokie temperatury czy nie reagowanie z ciastem. Pod względem samej symulacji koniecznym jest jednak wprowadzenie kilku innych cech, bowiem występują one w równaniu różniczkowym cząstkowym opisującym to zagadnienie:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial T^2}{\partial x^2} \quad (1.1)$$

oraz w zmodyfikowanym równaniu prawa Stefana-Boltzmanna, które opisujące przepływ ciepła przez powierzchnię [1, p. 53]:

$$q = \sigma \cdot \varepsilon \cdot [(T - T^Z)^4 - (T^O - T^Z)^4], \quad (1.2)$$

gdzie:

- ρ – gęstość (ang. *density*) – pozwala na wyliczenie masy w zależności od (np. zdefiniowanej przez użytkownika) geometrii
- c – ciepło właściwe (ang. *specific heat*) – określa „sklonność” ciała do zmiany temperatury pod wpływem dostarczanej energii
- k – przewodność cieplna (ang. *thermal conductivity*) – określa przekazywanie energii cieplnej w danej substancji
- q – przepływ ciepła przez powierzchnię (ang. *heat flux across the surface*) – wypadkowa szybkość wymiany ciepła przez promieniowanie podzielona przez powierzchnię
- ε – emisyjność powierzchni (ang. *emissivity of the surface*)
- $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{J}{s \cdot m^2 \cdot K^4}$ – stała Stefana-Boltzmanna
- T^O – temperatura otoczenia (ang. *ambient temperature*)
- T^Z – temperatura zera absolutnego (Uwaga: w symulacji przyjęta zostanie dla stopni Celsjusza ($-273.15^\circ C$), jednak we wzorach zauważać można Kelwiny – wynika to z faktu, że $1^\circ C = 1K$).

Pozostałe zmienne we wzorach to:

- T – temperatura (ang. *temperature*)
- t – czas (ang. *time*)
- x – położenie (ang. *place*).

Część z tych wartości zostanie przybliżona w kolejnych rozdziałach.

Najważniejsze właściwości wybranych do symulacji materiałów przedstawiono w tabeli 1.

Materiał	Brownie ¹	Stal ¹	Silikon ¹	Żelazo ²	Borokrzemian ³
Gęstość $\left[\frac{kg}{m^3} \right]$	500	7832	1700	7860	2230
Ciepło właściwe $\left[\frac{J}{kg \cdot K} \right]$	2550	434	1175	450	800
Przewodność cieplna $\left[\frac{W}{m \cdot K} \right]$	0.15	59	1.375	52	1.14

Tabela 1: Wybrane właściwości fizyczne badanych materiałów.

Ciasta tego typu piecze się około 30 minut, dlatego też czas symulacji zostanie ustawiony na 1800 sekund.

Wyniki zostaną porównane z tymi ze strony, która była inspiracją dla niniejszej pracy – [2].

¹ Źródło: https://info.simuleon.com/blog/using-abaqus-for-thermal-analysis-steel-vs-silicone-for-baking-brownies?fbclid=IwAR0ynRFqI480DLawdy0JRt3_vkUPyQrjBSnQ1xzc0nWLQo6N54WIVamIrRs, data dostępu: 19 maja 2021

² Źródła: <https://ch301.cm.utexas.edu/data/section2.php?target=heat-capacities.php>; https://www.engineeringtoolbox.com/thermal-conductivity-metals-d_858.html, data dostępów: 19 maja 2021

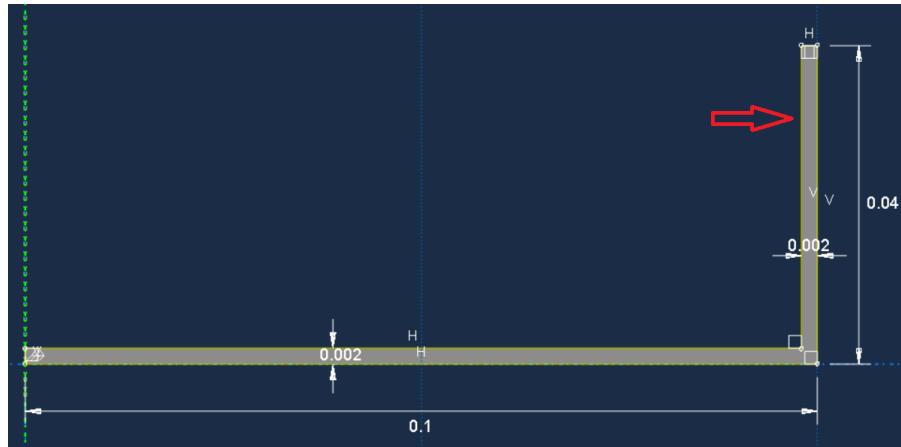
³ Źródła: <https://www.koppglass.com/blog/glass-thermal-properties-and-their-role-product-design>; <https://www.azom.com/article.aspx?ArticleID=4765>, data dostępów: 24 maja 2021

2 Instrukcja stworzenia modelu

2.1 Podstawowy model

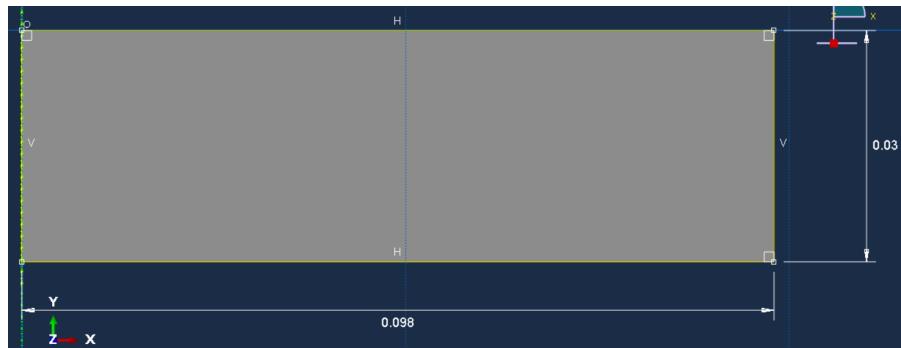
1. Tworzymy geometrie w module Part, każda z wykorzystaniem elementu o właściwościach: **Assimetric**, **Deformable**, **Shell***:

- okrągłej formy o wymiarach jak na rys. 1



Rysunek 1: Zrzut ekranu z ABAQUSA – geometria blaszki.

- ciasta o wymiarach jak na rys. 2



Rysunek 2: Zrzut ekranu z ABAQUSA – geometria brownie.

2. Tworzymy dodatkowy punkt na brzegu oznaczonym strzałką (rys. 1), który będzie potrzebny przy zaznaczaniu powierzchni, która ma stały bezpośredni kontakt z nagrzanym piekarnikiem, np. poprzez **Partition edge: Enter Parameter** i jako „punkt” podziału wpisujemy:

$$div_pt = \frac{|\text{wysokość ciasta}|}{|\text{długość brzegu oznaczonego strzałką}|} = \frac{0.03}{0.04 - 0.002} \approx 0.79$$

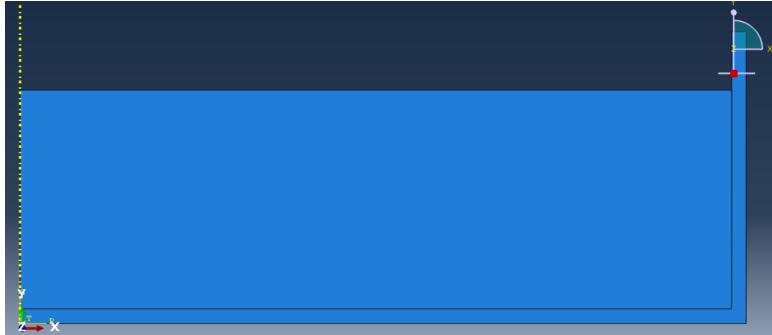
(bądź $1 - div_pt \approx 0.21$ – w zależności od kolejności końców brzegu).

3. W module **Property** definiujemy 5 materiałów (**Create Material**), których właściwości są przedstawione w tabeli 1.

*Zapewnia to, że badamy wycinek, który zostanie obrócony dookoła względem osi (zaznaczona w programie żółtą przerywaną linią) zamiast tworzyć całą kołową geometrię

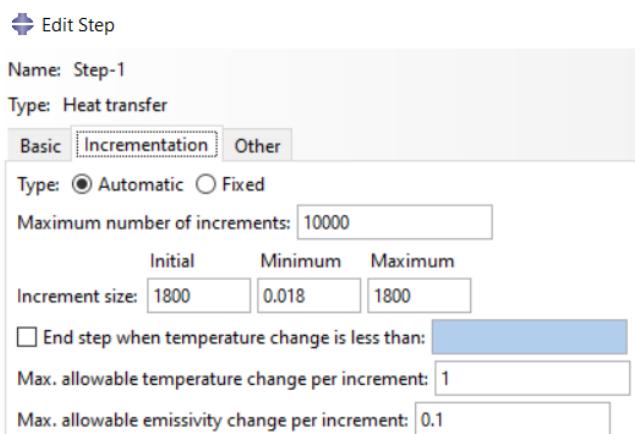
4. Pozostając w **Property**, tworzymy nowe sekcje (**Create Section**) dla blaszki oraz ciasta.
5. Przypisujemy materiał oraz geometrię do sekcji (**Assign section**, domyślne parametry):
 - dla blaszki będziemy przypisywać różne materiały, począwszy od *stali* (za każdym razem, gdy będziemy chcieli zmienić materiał, wystarczy wybrać z listy zdefiniowany w poprzednim punkcie materiał – bez konieczności tworzenia całego modelu od nowa)
 - dla ciasta przypiszemy tylko i wyłącznie materiał *brownie*.

6. W module **Assembly** składamy części razem (może istnieć konieczność translacji jednego elementu tak, aby ciasto „leżało” na blaszce - rys. 3).



Rysunek 3: Zrzut ekranu z ABAQUSA – złożenie części.

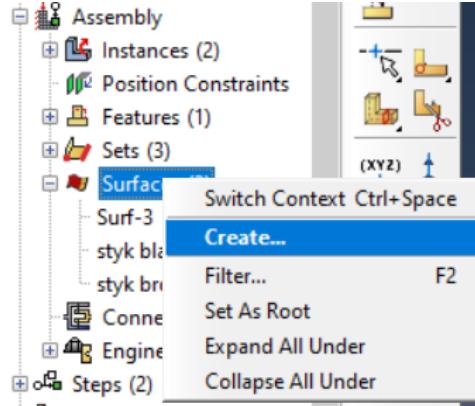
7. W module **Step** tworzymy krok (**Create Step**) typu **Heat transfer** zgodnie z rys. 4



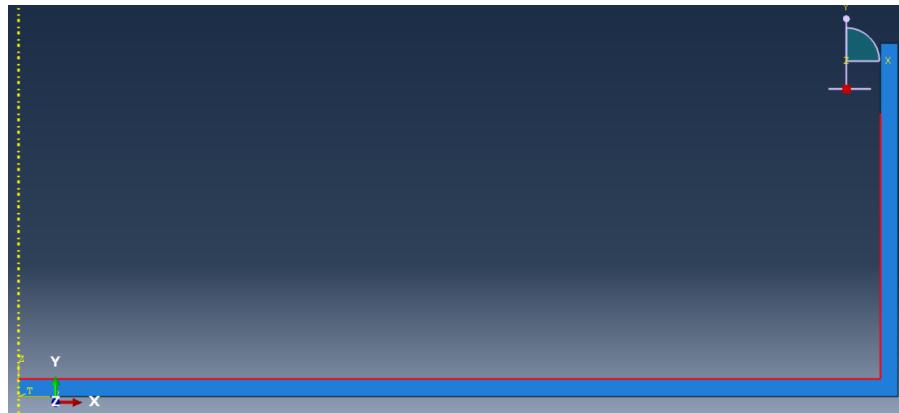
Rysunek 4: Zrzut ekranu z ABAQUSA – właściwości kroku.

8. Przed przejściem do następnego punktu warto stworzyć wcześniej zbiór powierzchni (ang. *surfaces*), które będą brać udział w bezpośrednim kontakcie blaszki z ciastem. Aby to zrobić, należy rozwinąć drzewko modelu po lewej stronie, i utworzyć (**Create**) nową powierzchnię w **Assembly** (jak na rys. 5) i zaznaczyć interesujące nas brzegi (rys. 6 i 7). Czynność ta pomoże później w definiowaniu kontaktu pomiędzy powierzchnią blaszki oraz ciasta.

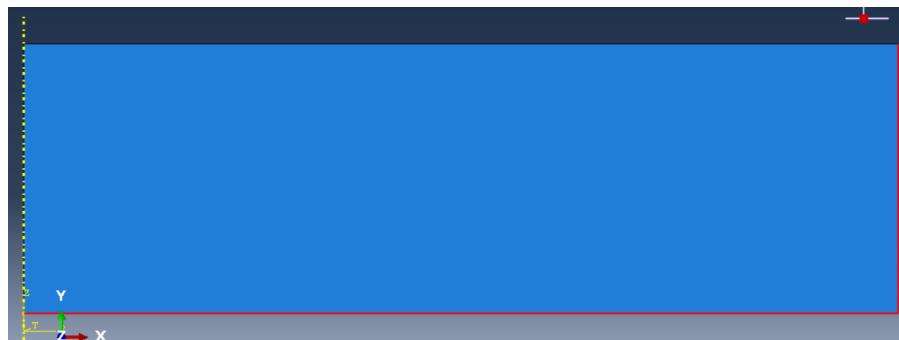
Wskazówka: Aby ukryć tymczasowo daną część wystarczy w module **Assembly** wejść w górny pasek: **View > Assembly Display Options... > Instance**, a następnie wybrać instancję, którą ABAQUS ma wyświetlać.



Rysunek 5: Zrzut ekranu z ABAQUSA – tworzenie nowej powierzchni.



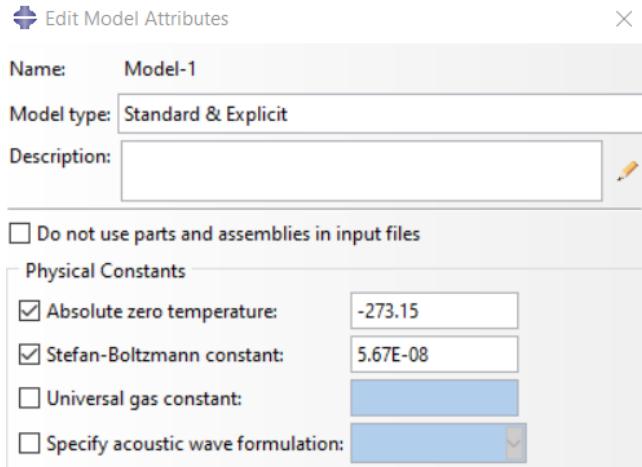
Rysunek 6: Zrzut ekranu z ABAQUSA – powierzchnia styku blaszki z ciastem.



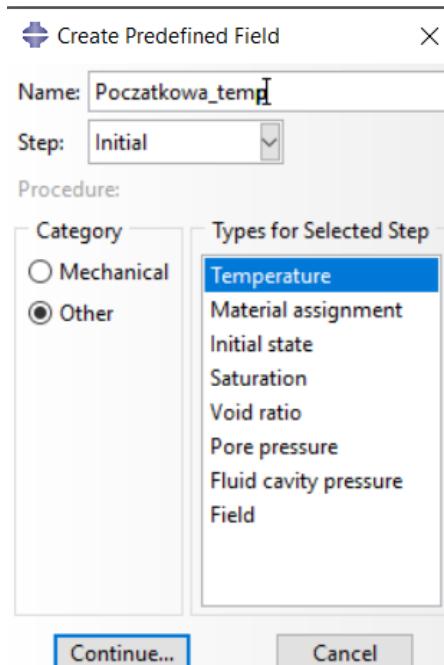
Rysunek 7: Zrzut ekranu z ABAQUSA – powierzchnia styku ciasta z blaszką.

9. Z uwagi na posługiwanie się stopniami Celsjusza (temperatura) oraz m.in. stałą Boltzmanową, należy zdefiniować te stałe dla modelu w ABAQUSie (rys. 8). Aby to zrobić, należy kliknąć PPM* na Model na drzewku modelu, a następnie wybrać opcję Edit Attributes i ustawić następujące wartości: zero bezwzględne oraz wyżej wymienioną stałą (ze wzoru (1.2)).
10. W module Load w kroku *Initial* ustalimy temperaturę początkową ciasta oraz blaszki na temperaturę pokojową – Create Predefined Field – rys. 9, zaznaczamy wszystkie części, a następnie w polu Magnitude wpisujemy: 21°C .

*Prawy Przycisk Myszy



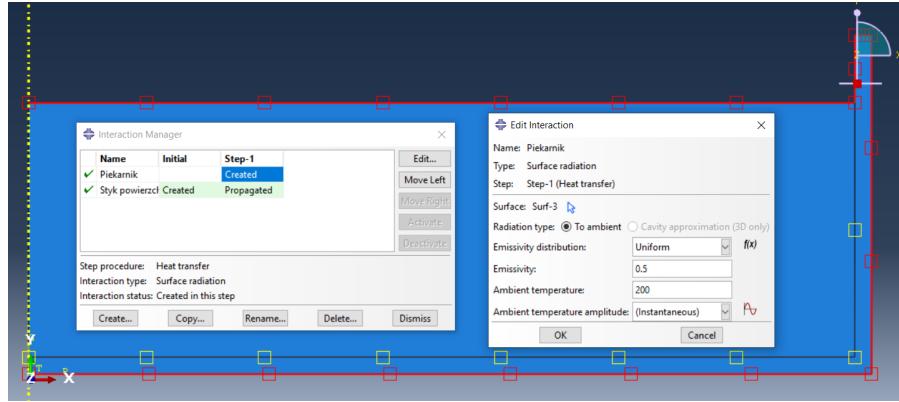
Rysunek 8: Zrzut ekranu z ABAQUSa – powierzchnia styku ciasta z blaszką.



Rysunek 9: Zrzut ekranu z ABAQUSa – ustalenie początkowej temperatury.

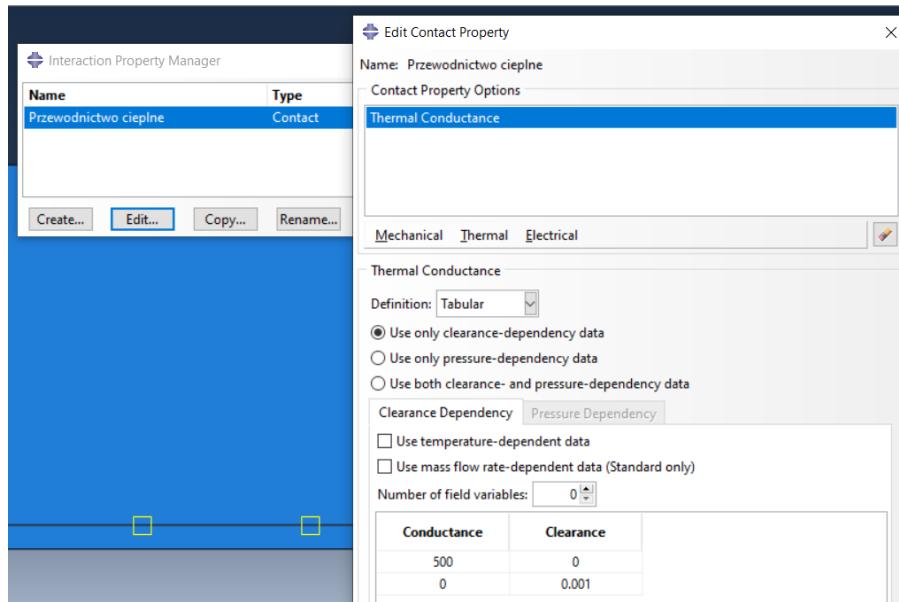
11. W module **Interaction** zdefiniujemy dwie interakcje [2]:

- wpływ piekarnika (na powierzchniach styku z nagrzanym powietrzem):
 - (a) tworzymy nową interakcję (**Create Interaction**) i w kroku *Step-1* (patrz: punkt 7) wybieramy typ **Surface radiation** – na powierzchnie stykające się bezpośrednio z powietrzem będzie oddziaływać promieniowanie cieplne – zaznaczamy powierzchnie i podajemy emisyjność (rys. 10)
- stykanie się powierzchni ciasta oraz blaszki:
 - (a) klikamy **Create Interaction Property** i wybieramy typ **Contact**
 - (b) ustawiamy własności tak jak na rys. 11 (potrzebne do zdefiniowania owego kontaktu)
 - (c) tworzymy nową interakcję (**Create Interaction**) i w kroku *Initial* tworzymy kontakt pomiędzy dwoma powierzchniami – **Surface-to-surface contact (Standard)**

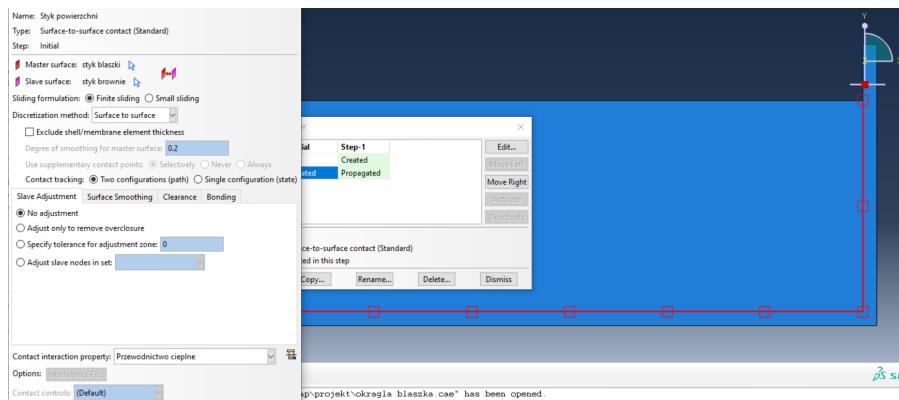


Rysunek 10: Zrzut ekranu z ABAQUSA – piekarnik.

- (d) jako powierzchnię „nadrzędna” – **master surface** – wybieramy (z listy powierzchni na dole okna) powierzchnię blaszki utworzoną w punkcie 8, natomiast jako „podrzędna” – **slave surface** – wybieramy powierzchnię ciasta i jako własność kontaktu wybieramy tę przed chwilą utworzoną, tak jak na rys. 12



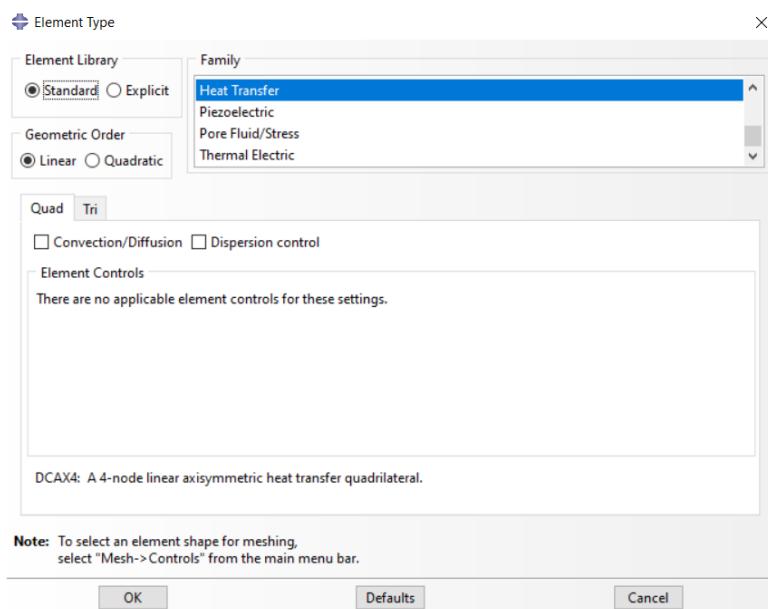
Rysunek 11: Zrzut ekranu z ABAQUSA – przewodnictwo.



Rysunek 12: Zrzut ekranu z ABAQUSA – styk powierzchni.

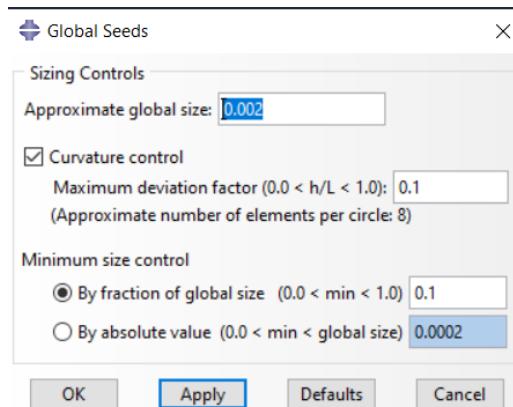
12. W module **Mesh** dokonujemy podziału na elementy skończone (UWAGA: Każdy z elementów musi zostać „zmeshowany” osobno):

- (a) Klikamy w górnym menu **Mesh > Element Type** i upewniamy się, że typ jest ustalony jako **Heat transfer** – zgodnie z rys. 13:



Rysunek 13: Zrzut ekranu z ABAQUSA — typ elementów.

- (b) Każdą siatkę ustawiamy (**Seed Part**) zgodnie z ustawieniami z rys. 14:



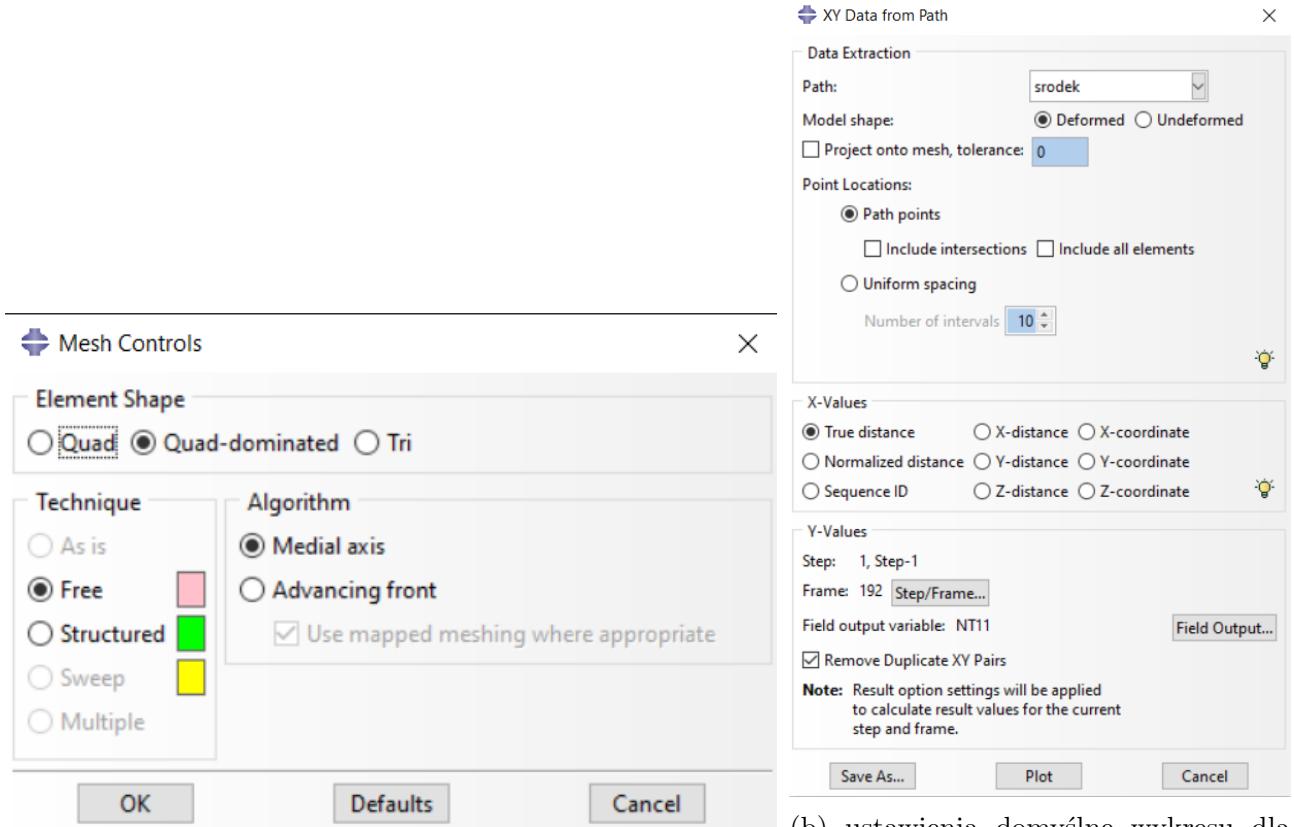
Rysunek 14: Zrzut ekranu z ABAQUSA – global seeds.

- (c) Upewniamy się, że elementy sterujące siatką (**Assign Mesh Controls**) są ustawione jak na rys. 15a

- (d) Dokonujemy podziału na siatkę elementów skończonych – **Mesh Part**.

13. W sekcji **Job** tworzymy nowego „joba” według domyślnych ustawień i możemy przesłać go do Solvera. Po zakończonych obliczeniach przechodzimy do sekcji wyników, np. poprzez kliknięcie PPM na stworzonego „joba” na drzewku projektu, a następnie wybraniu **Results**.

14. W sekcji wyników po lewej stronie (drzewko **Results**) klikamy PPM na **Paths** a następnie **Create...;** jako typ wybieramy **Node list**, a z opcji **Viewport selections** zaznaczamy

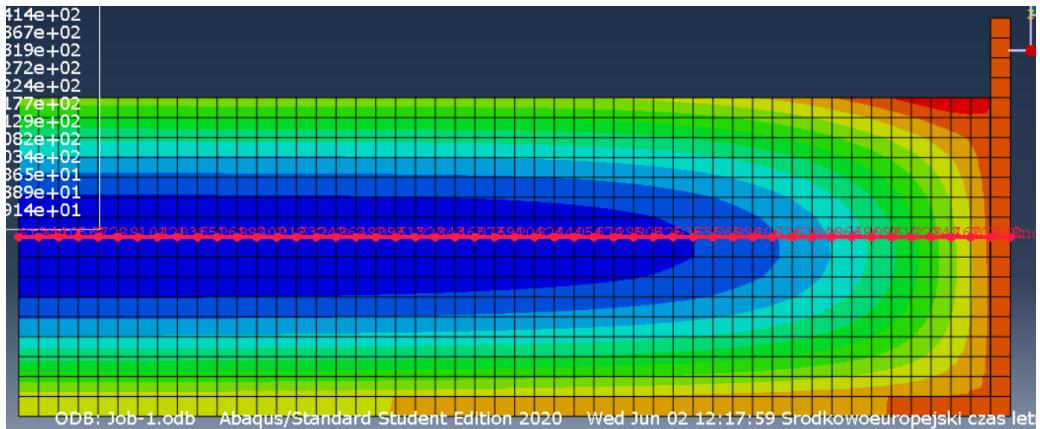


(a) elementy sterujące siatką

(b) ustawienia domyślne wykresu dla ścieżki

Rysunek 15: Zrzuty ekranu z ABAQUSA.

Add After... i tworzymy nową ścieżkę poprzez zaznaczenie średkowych węzłów (wzdłuż ciasta – rys. 16), a na koniec klikamy Done.

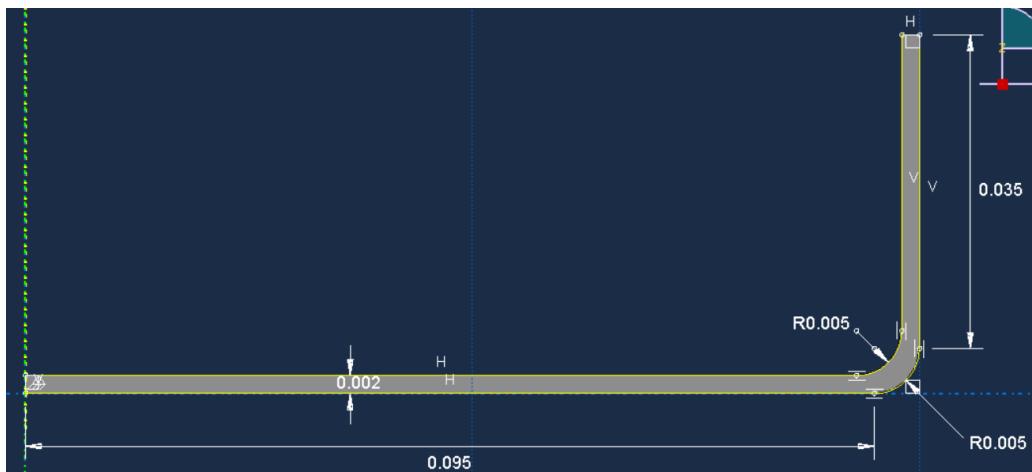


Rysunek 16: Zrzut ekranu z ABAQUSA – ścieżka po średkowych węzłach.

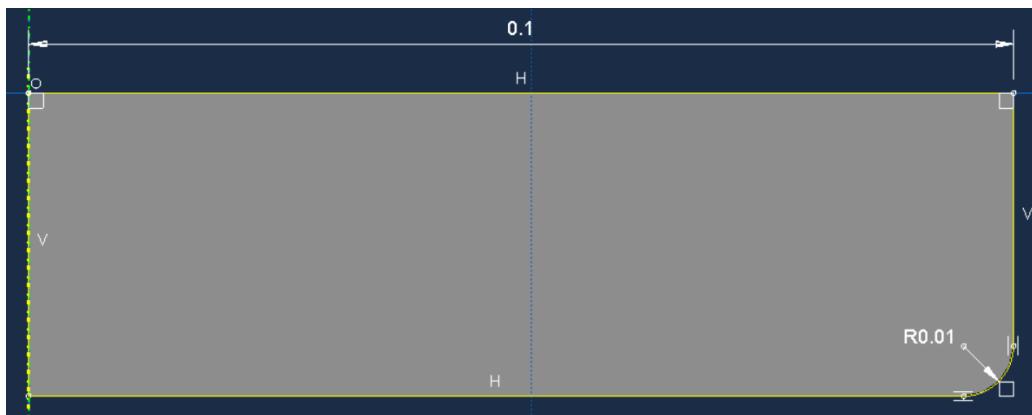
15. Aby utworzyć wykres zależności temperatury (lub innej wielkości dostępnej z możliwych) od odległości od środka układu, klikamy PPM na XYData > Path i zostawiamy domyślne ustawienia (rys. 15b).

2.2 Model z zaokrąglonym brzegiem

Zmienimy teraz lekko geometrię układu poprzez zaokrąglenie brzegu (promień krzywizny $r = 5 \text{ mm}$; pozostałe wymiary pozostają bez zmian), tak jak na rysunkach 17 i 18.



Rysunek 17: Zrzut ekranu z ABAQUSA – geometria blaszki.

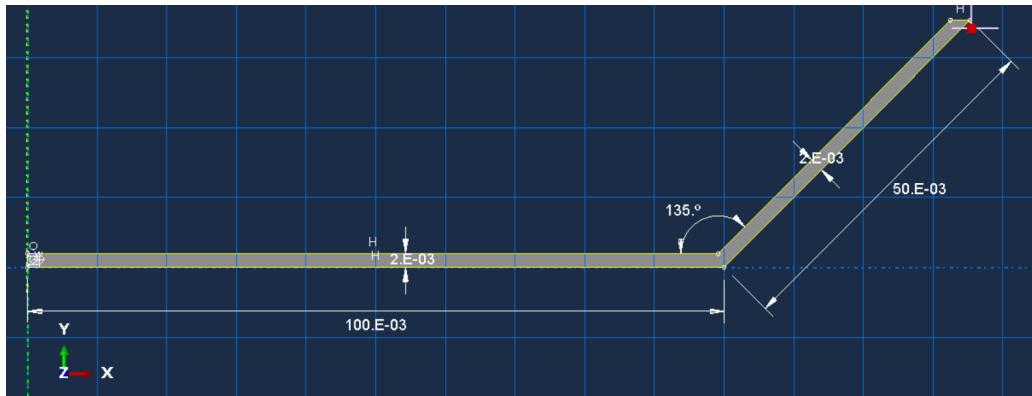


Rysunek 18: Zrzut ekranu z ABAQUSA – geometria brownie.

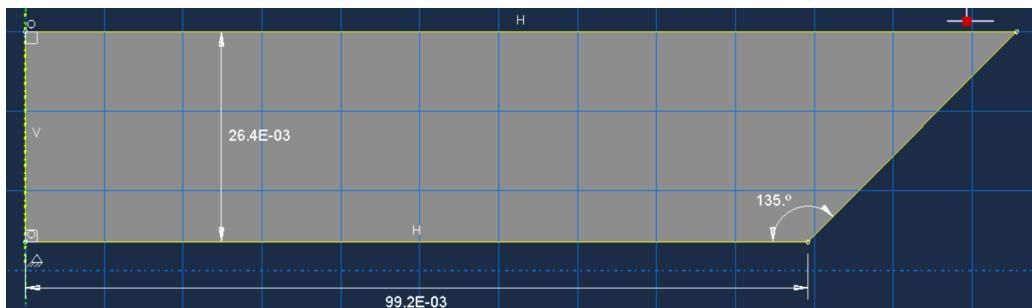
Reszta kroków jest analogiczna jak w podrozdziale 2.1, oprócz `Approximate global size` dla siatki (`Mesh`) *brownie* równego 0.0025.

2.3 Model ze ścianką pod kątem 135°

Następną modyfikacją będzie „wygięcie” ścianki blaszki pod kątem 135°. **Wymiary przekroju zmienią się tak, aby zachować pierwotne (względem podstawowego modelu) pole powierzchni przekroju.**



Rysunek 19: Zrzut ekranu z ABAQUSA – geometria blaszki.



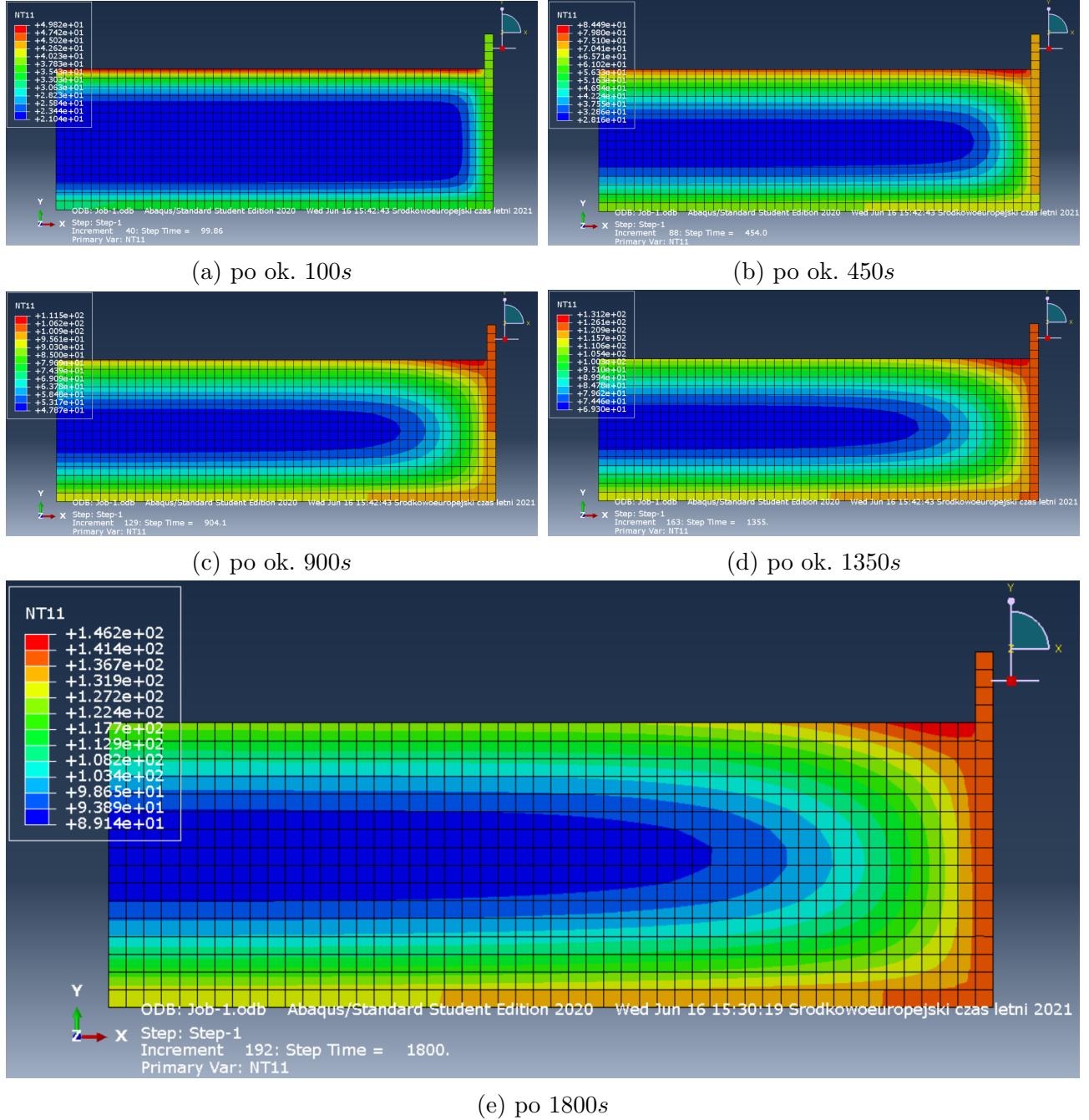
Rysunek 20: Zrzut ekranu z ABAQUSA – geometria brownie.

Pozostałe parametry – oprócz `Approximate global size` dla siatki (`Mesh`) *brownie* równego 0.003 – pozostaną bez zmian, tak jak sposób postępowania przy dalszym definiowaniu modelu.

3 Wyniki

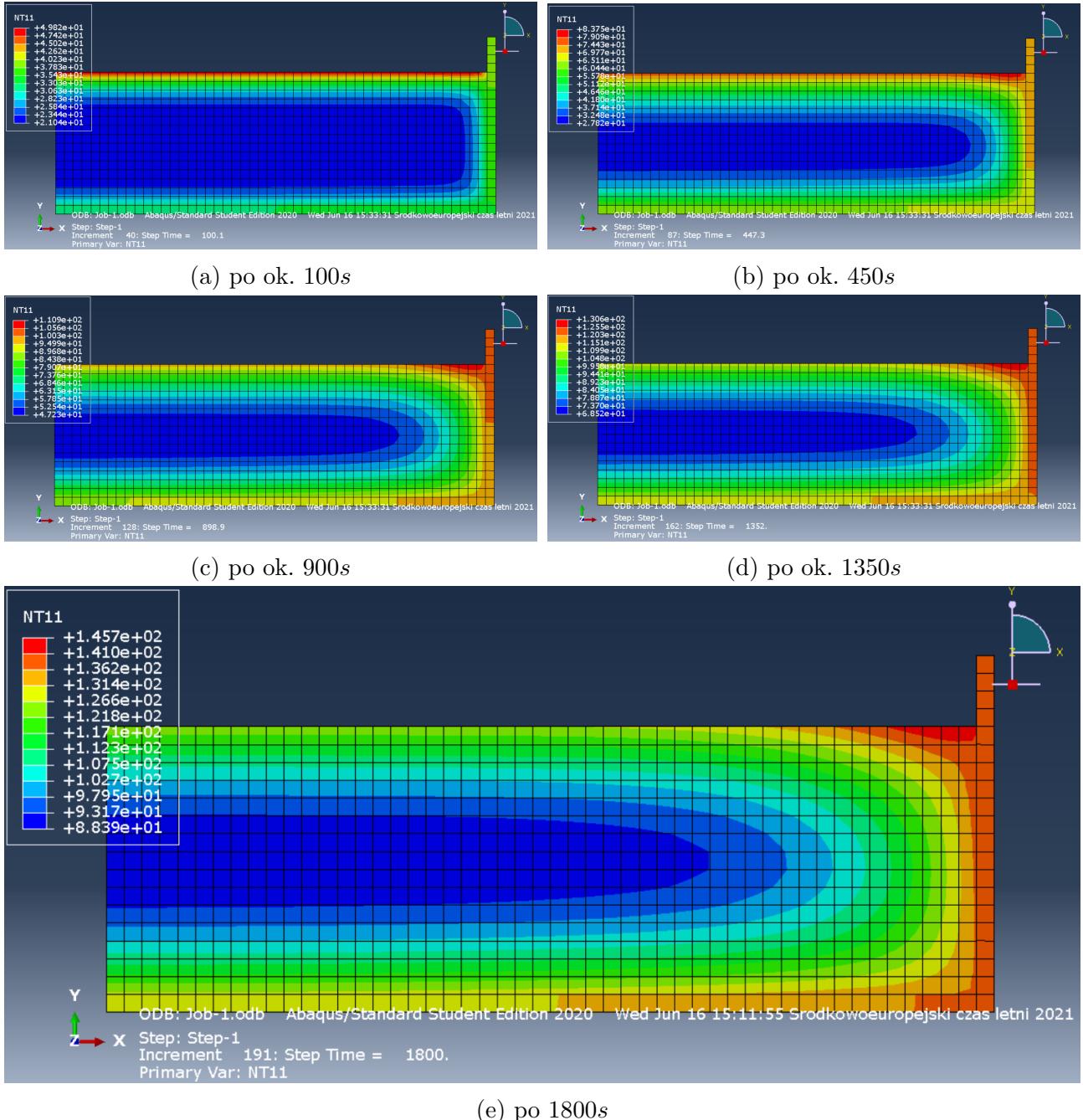
3.1 Okrągła blaszka

blaszka wykonana ze stali



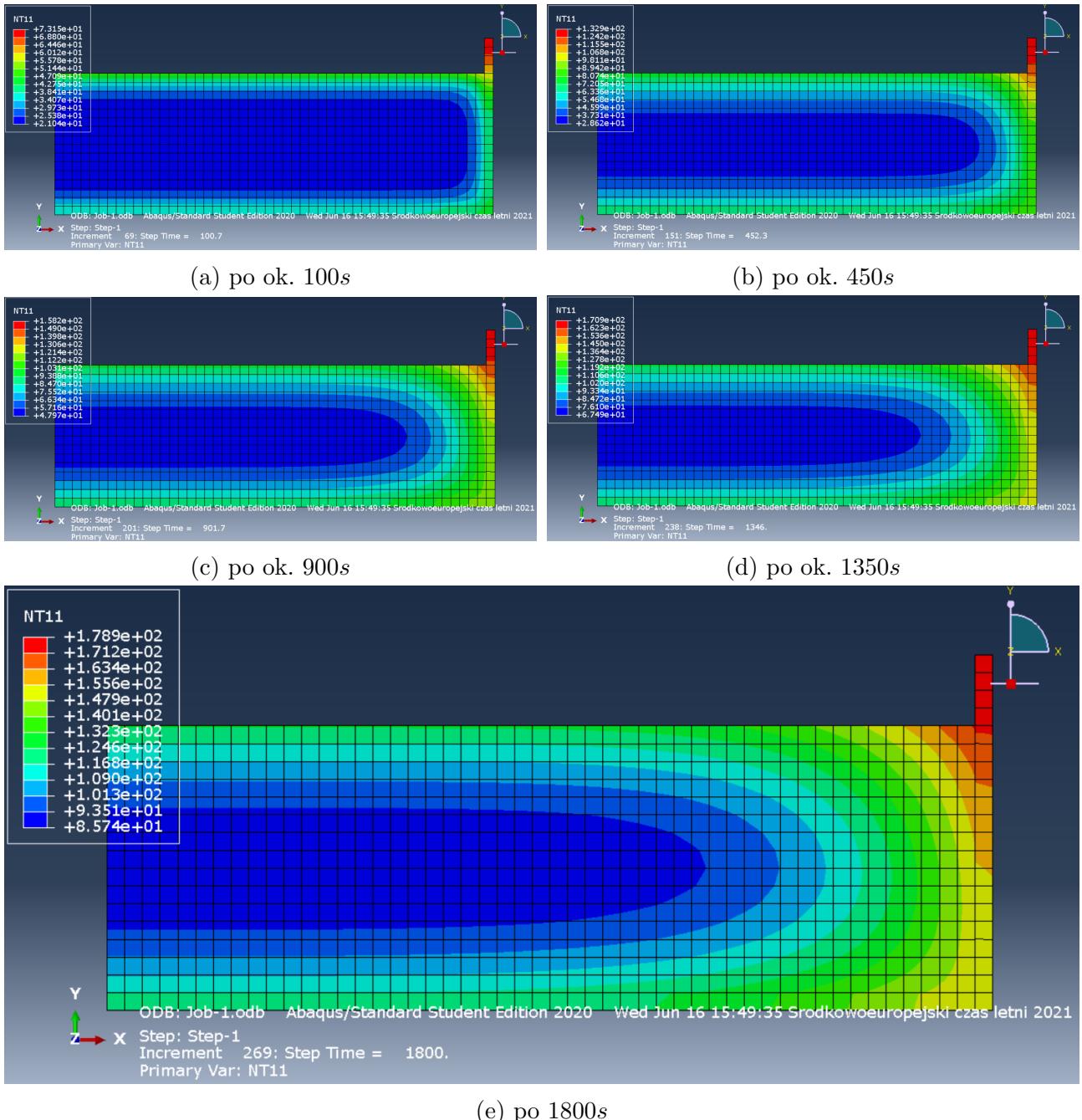
Rysunek 21: Wykresy temperatury w układzie.

blaszka wykonana z żelaza



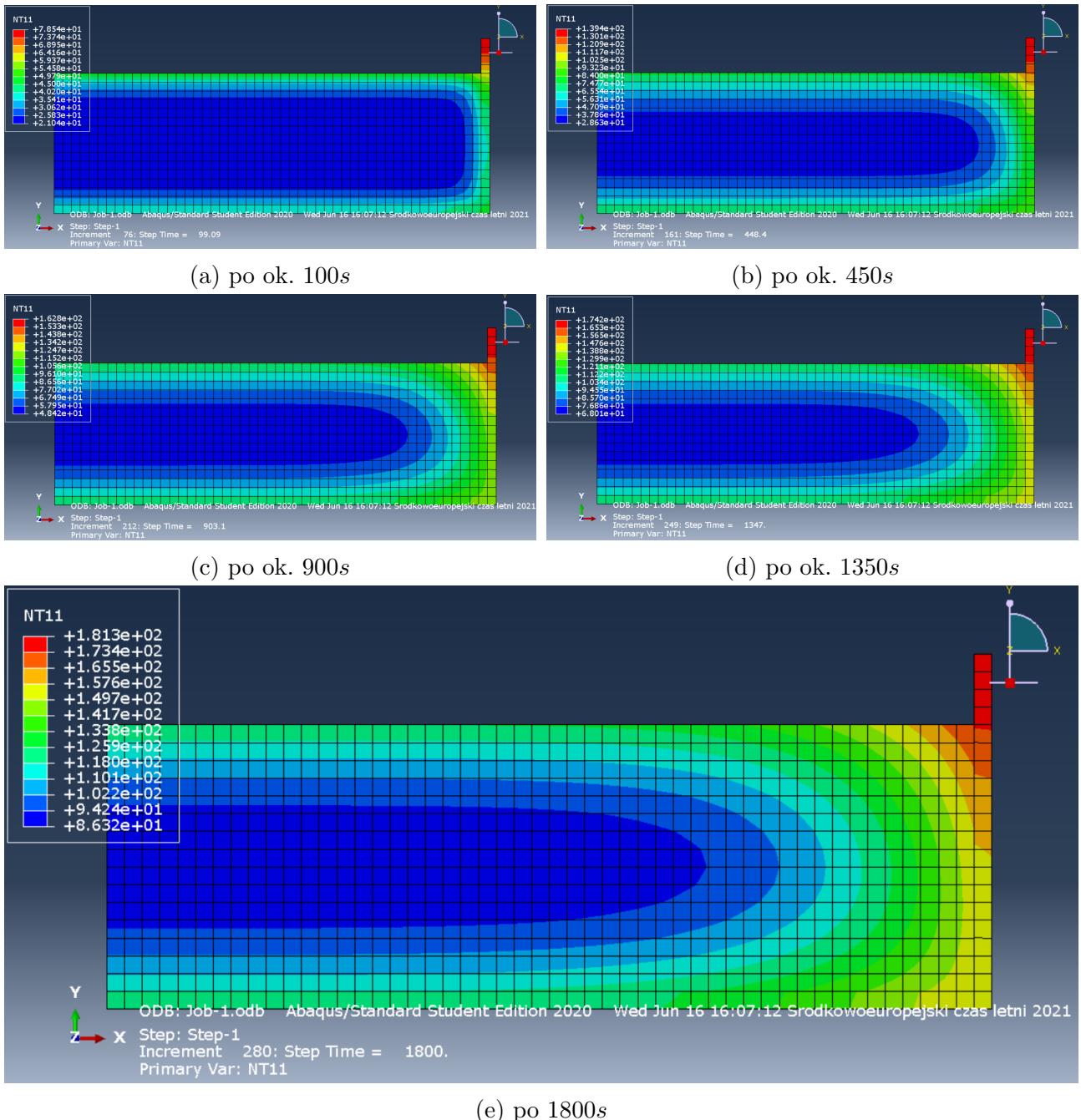
Rysunek 22: Wykresy temperatury w układzie.

blaszka wykonana z silikonu



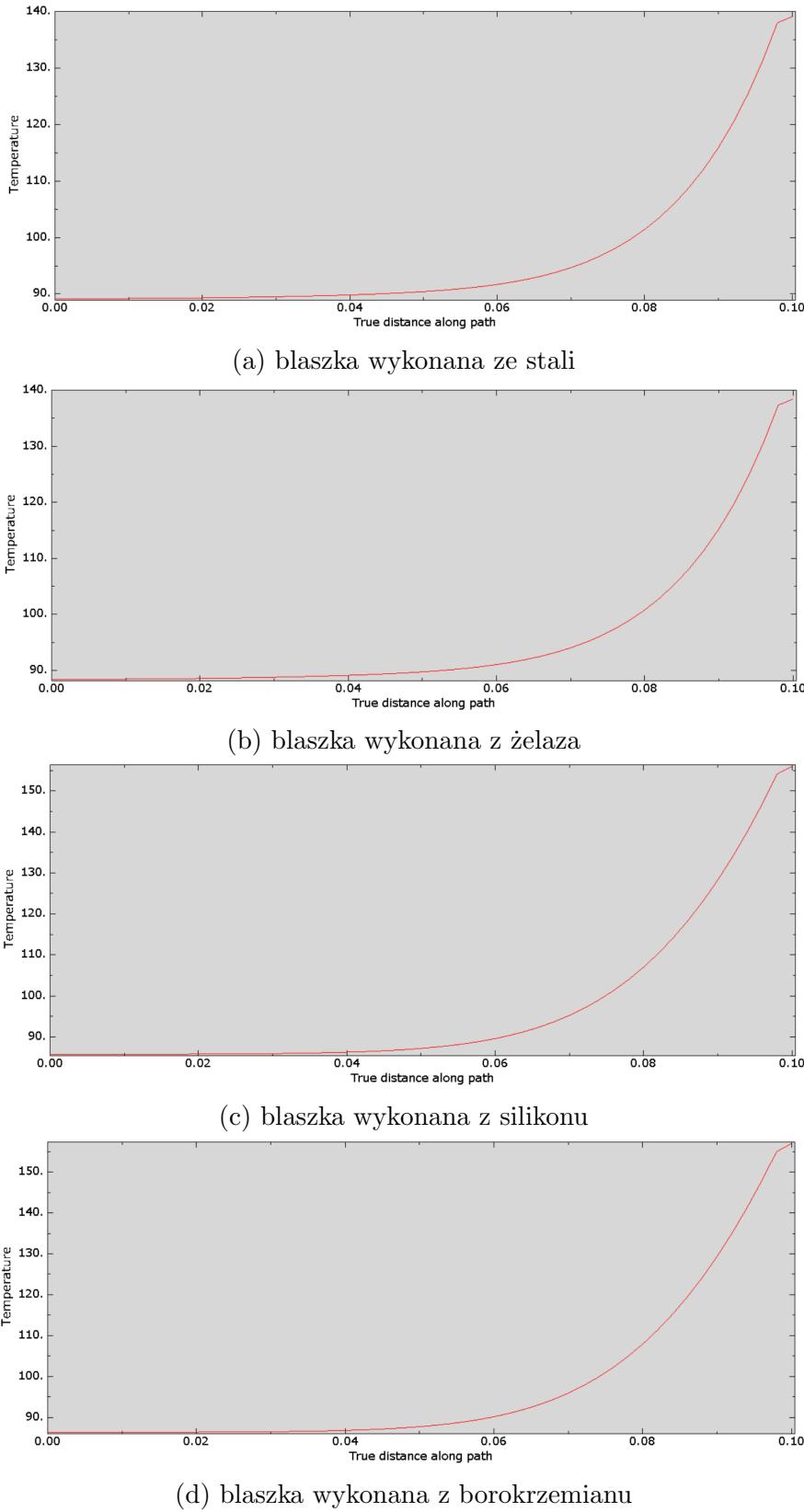
Rysunek 23: Wykresy temperatury w układzie.

blaszka wykonana z borokrzemianu



Rysunek 24: Wykresy temperatury w układzie.

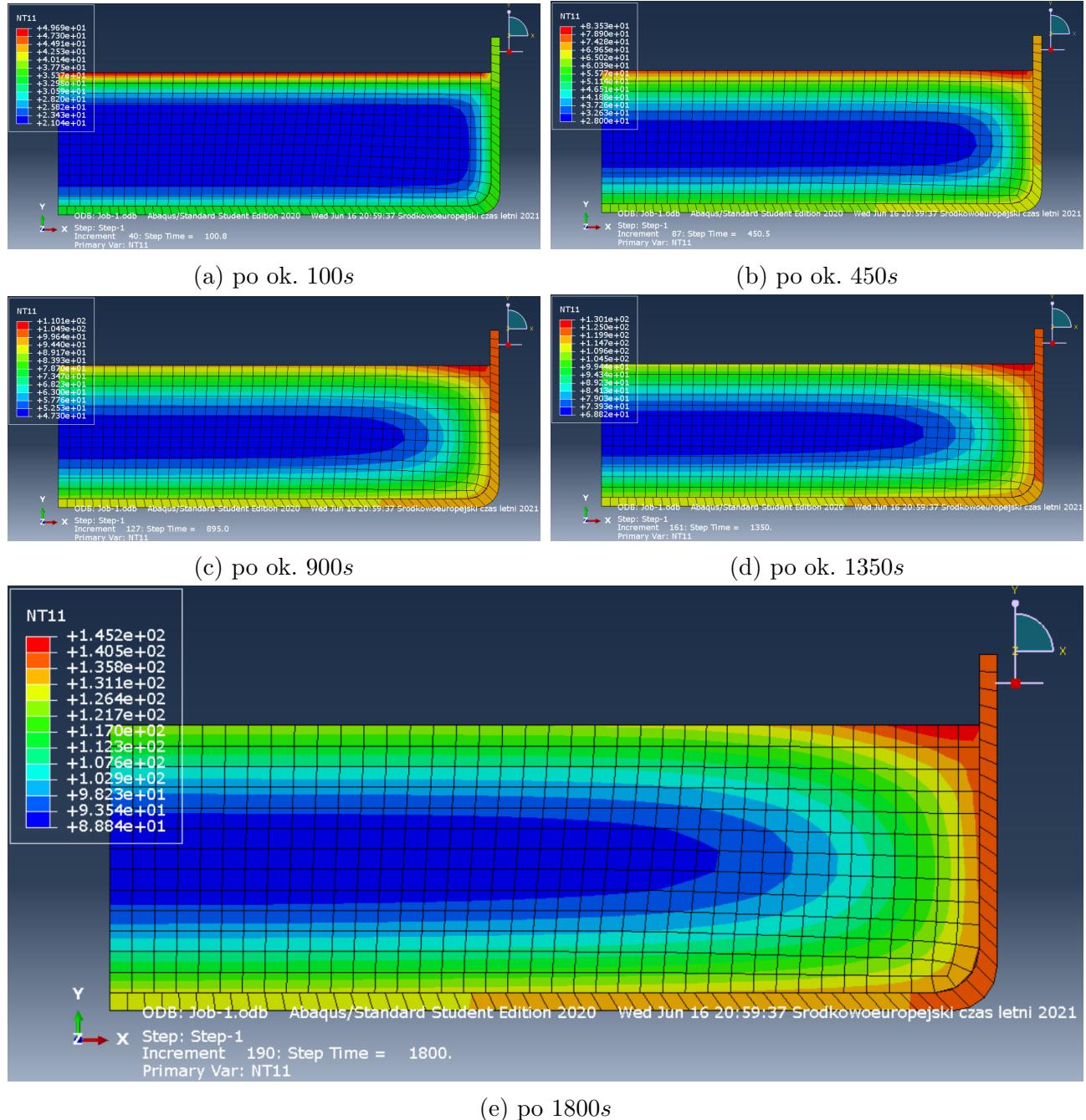
Zależność temperatury od odległości od środka układu



Rysunek 25: Zależność temperatury od odległości od środka układu.

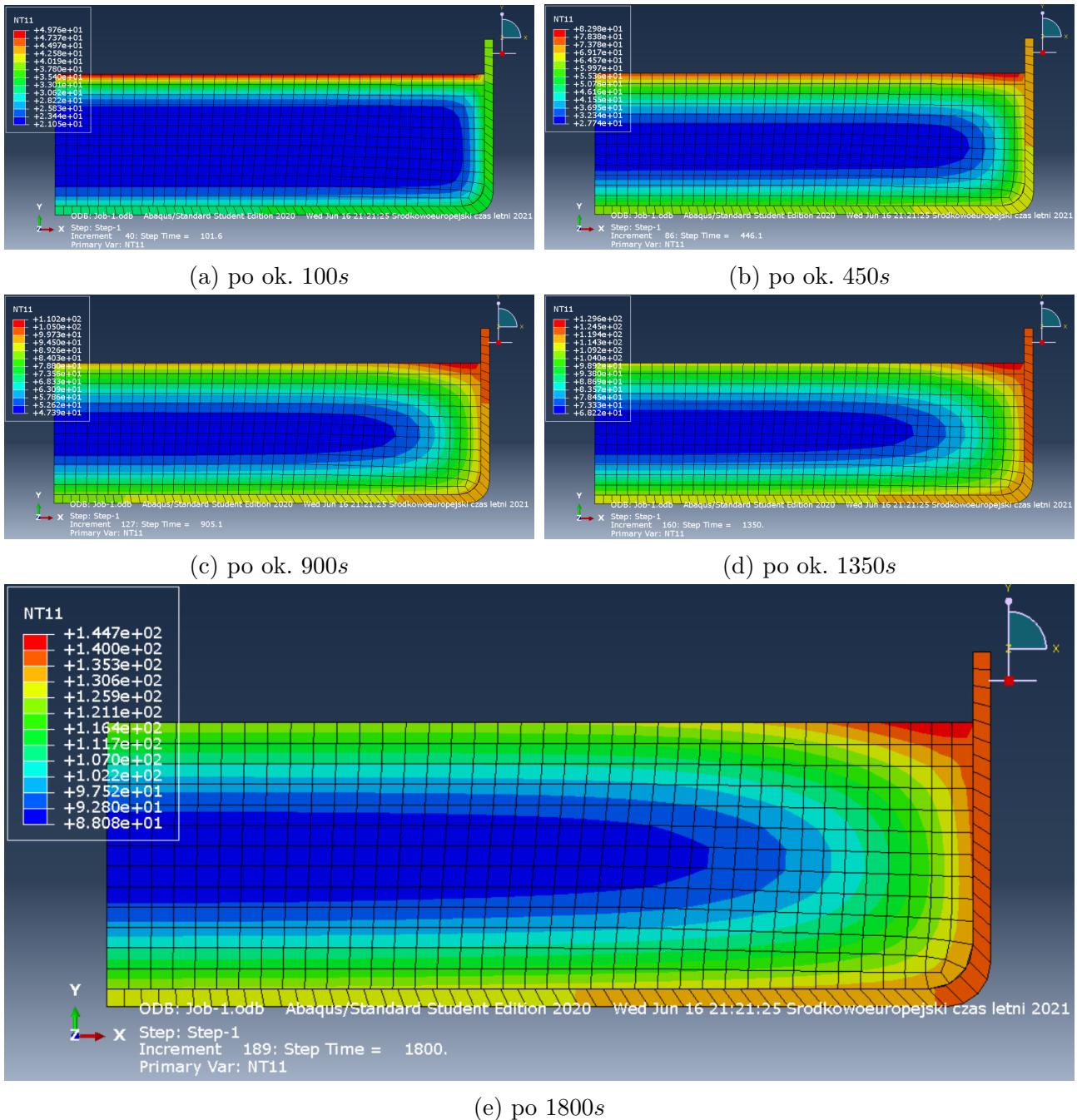
3.2 Okrągła blaszka z zaokrąglonym brzegiem

blaszka wykonana ze stali



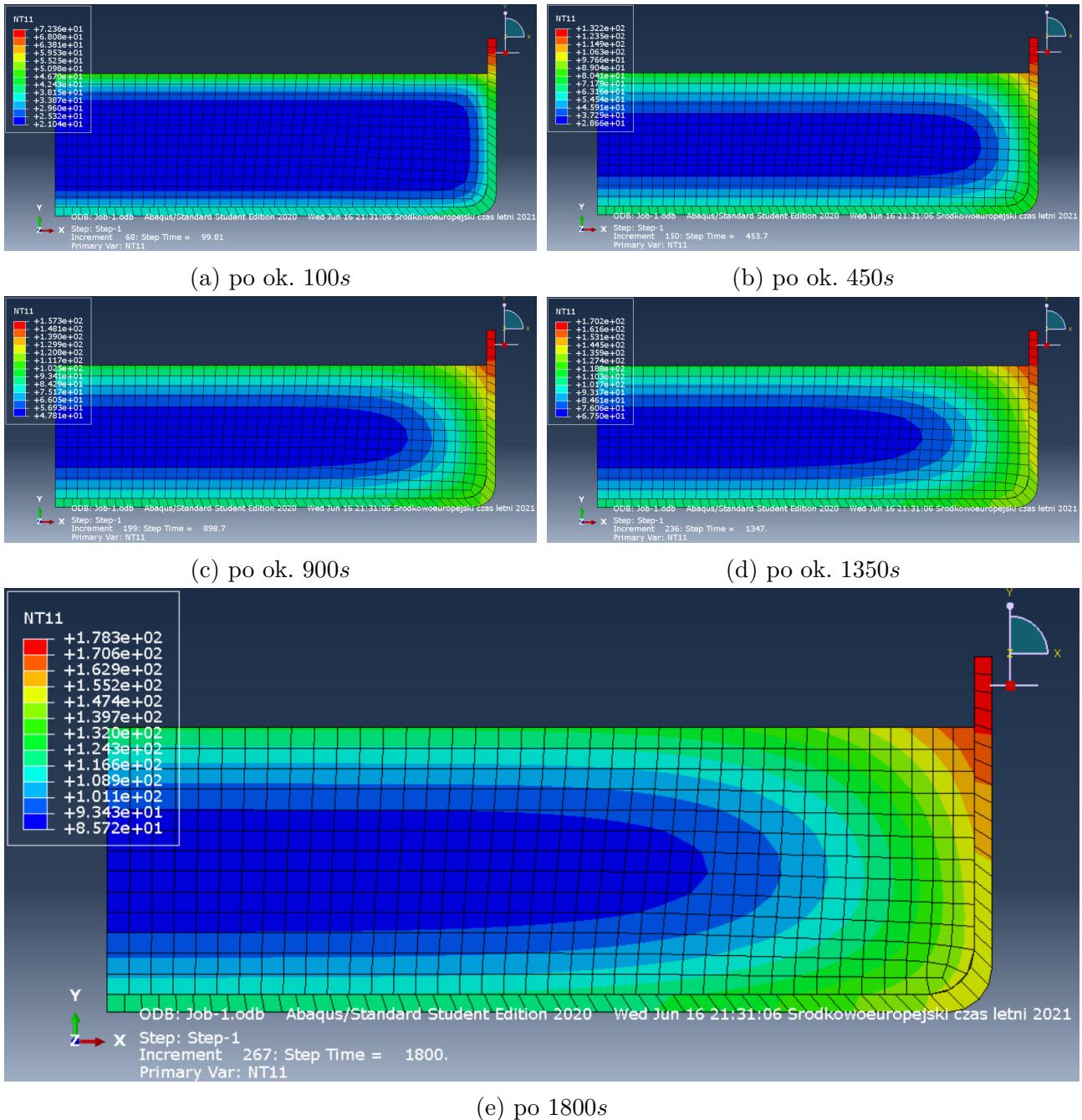
Rysunek 26: Wykresy temperatury w układzie.

blaszka wykonana z żelaza



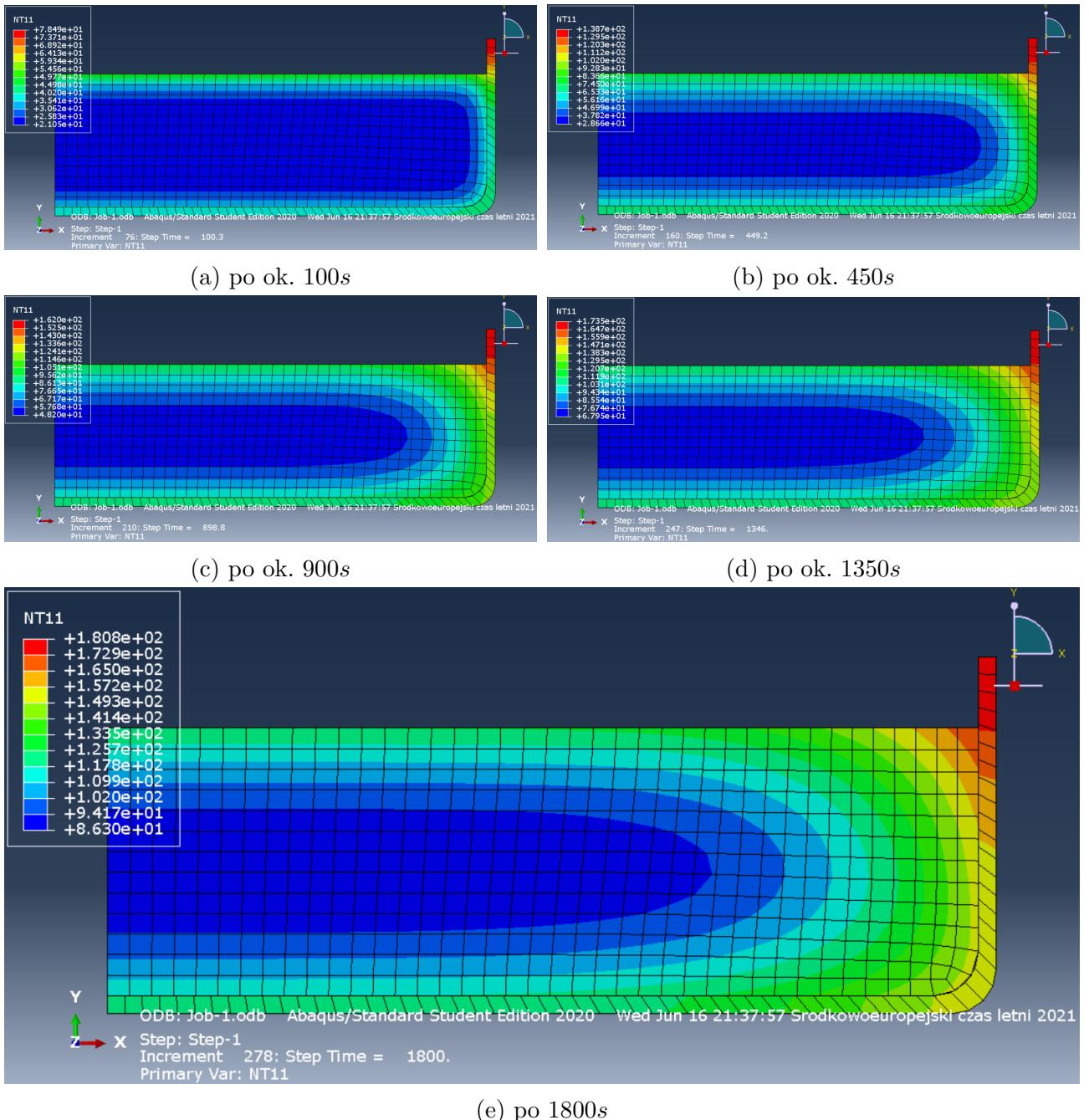
Rysunek 27: Wykresy temperatury w układzie.

blaszka wykonana z silikonu



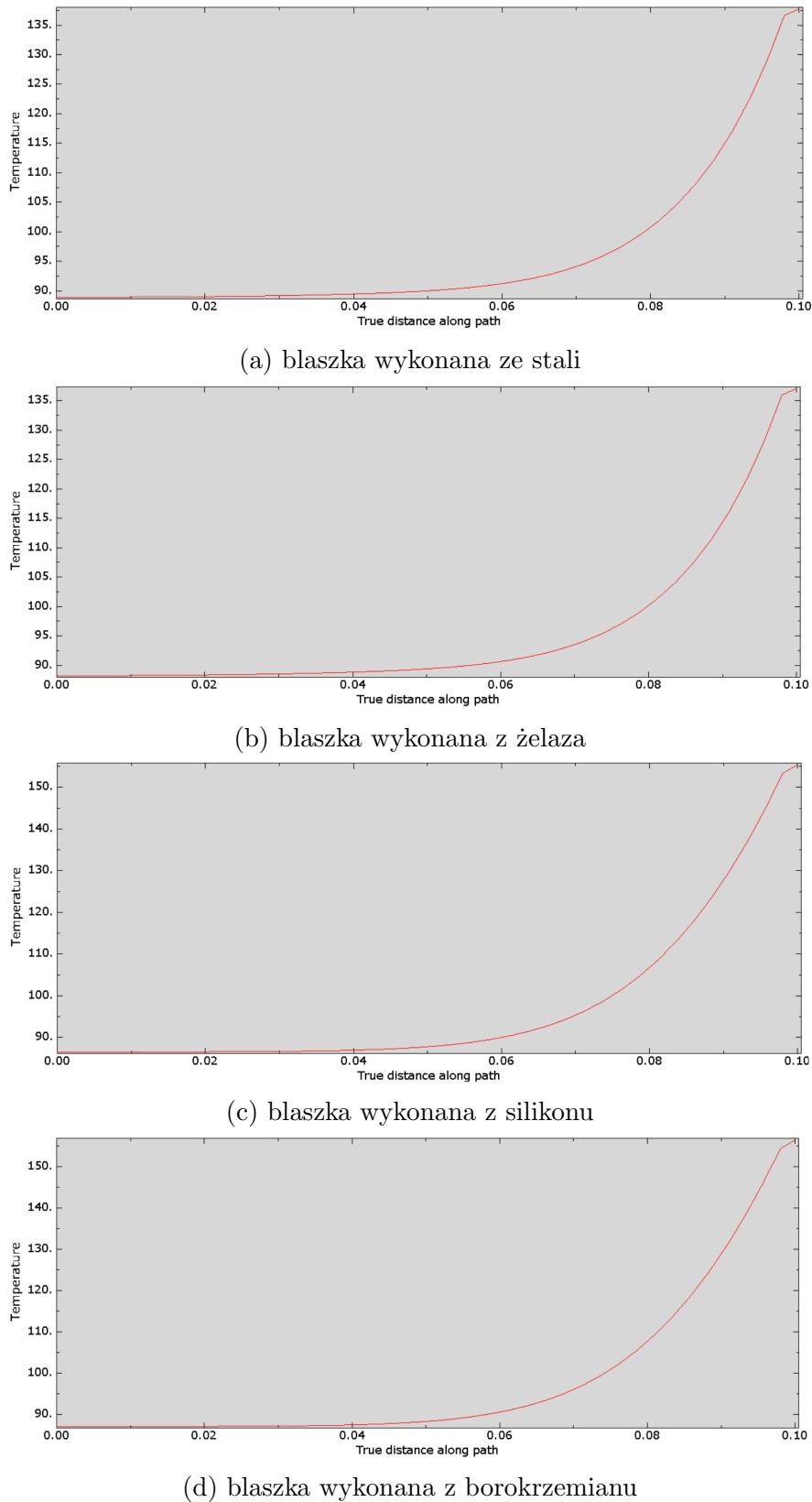
Rysunek 28: Wykresy temperatury w układzie.

blaszka wykonana z borokrzemianu



Rysunek 29: Wykresy temperatury w układzie.

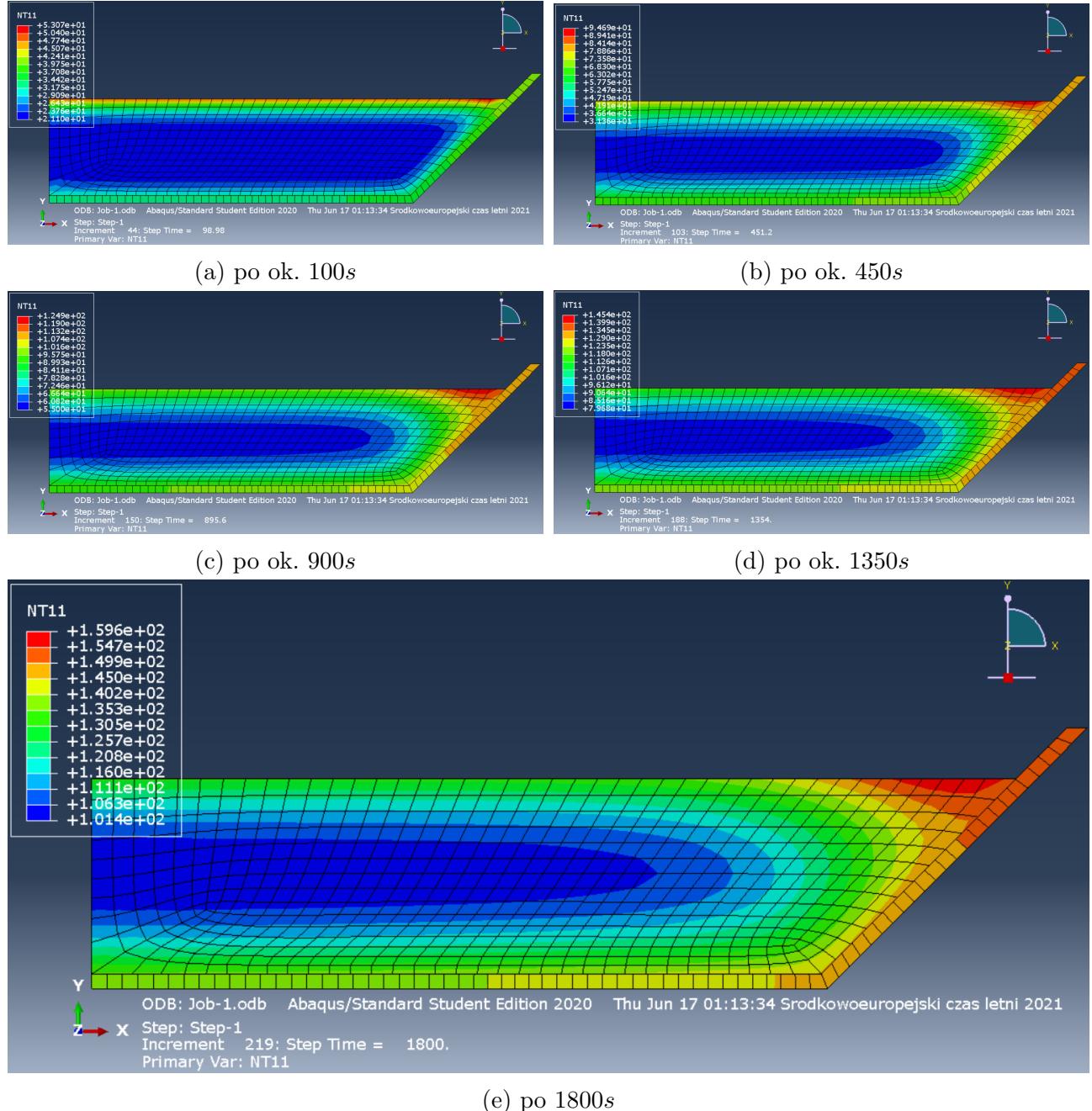
Zależność temperatury od odległości od środka układu



Rysunek 30: Zależność temperatury od odległości od środka układu.

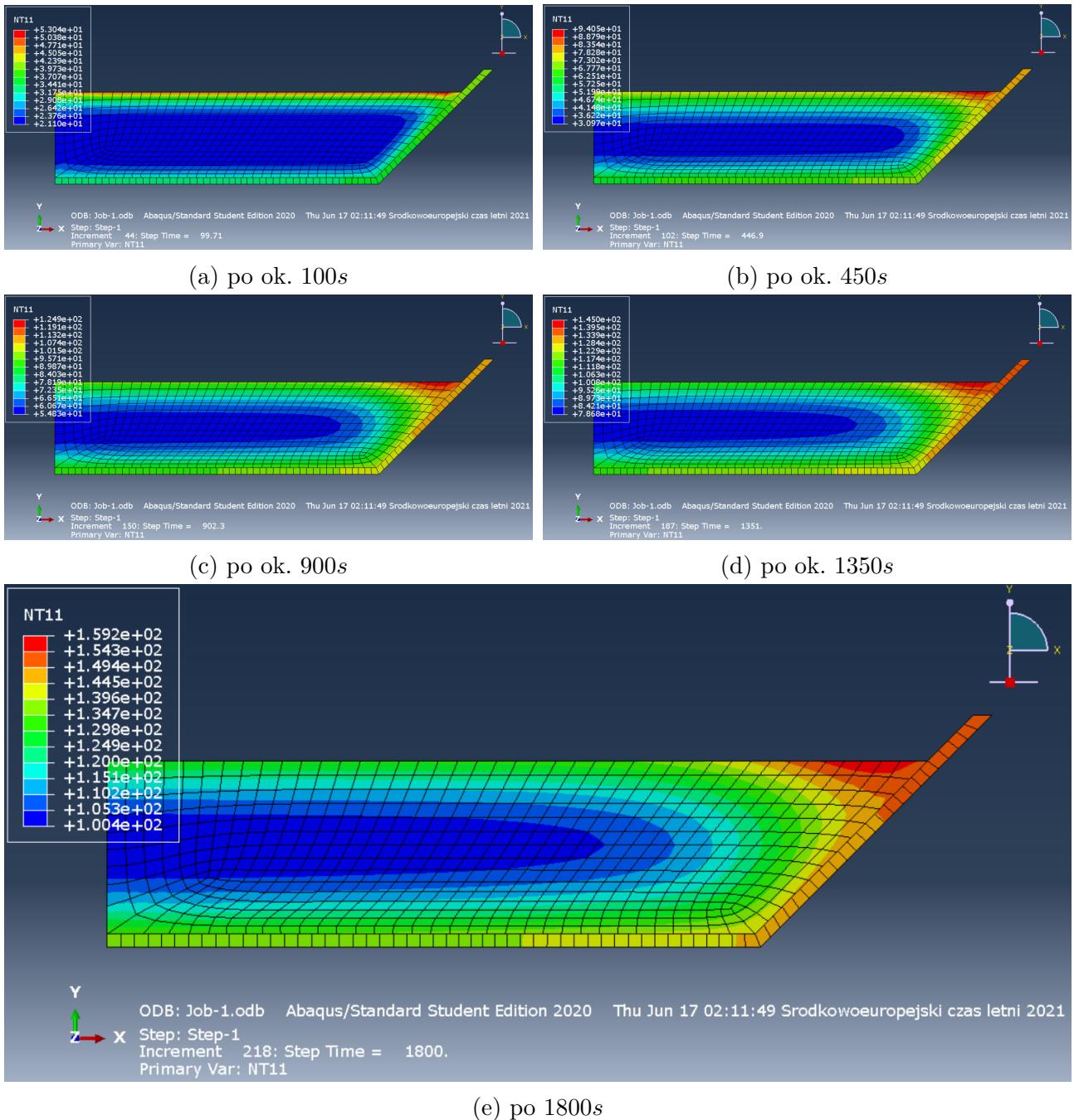
3.3 Okrągła blaszka ze ścianką pod kątem 135°

blaszka wykonana ze stali



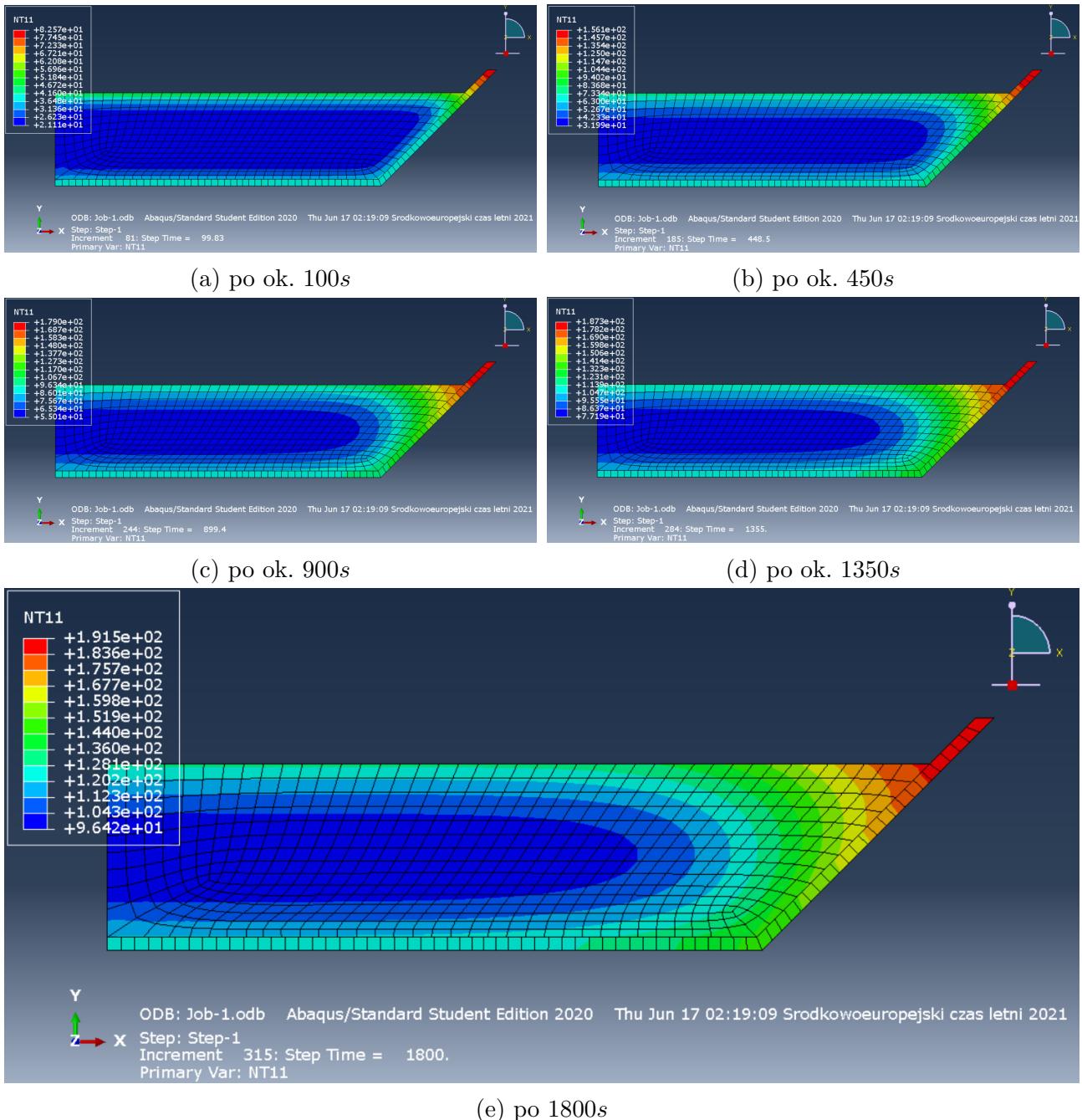
Rysunek 31: Wykresy temperatury w układzie.

blaszka wykonana z żelaza



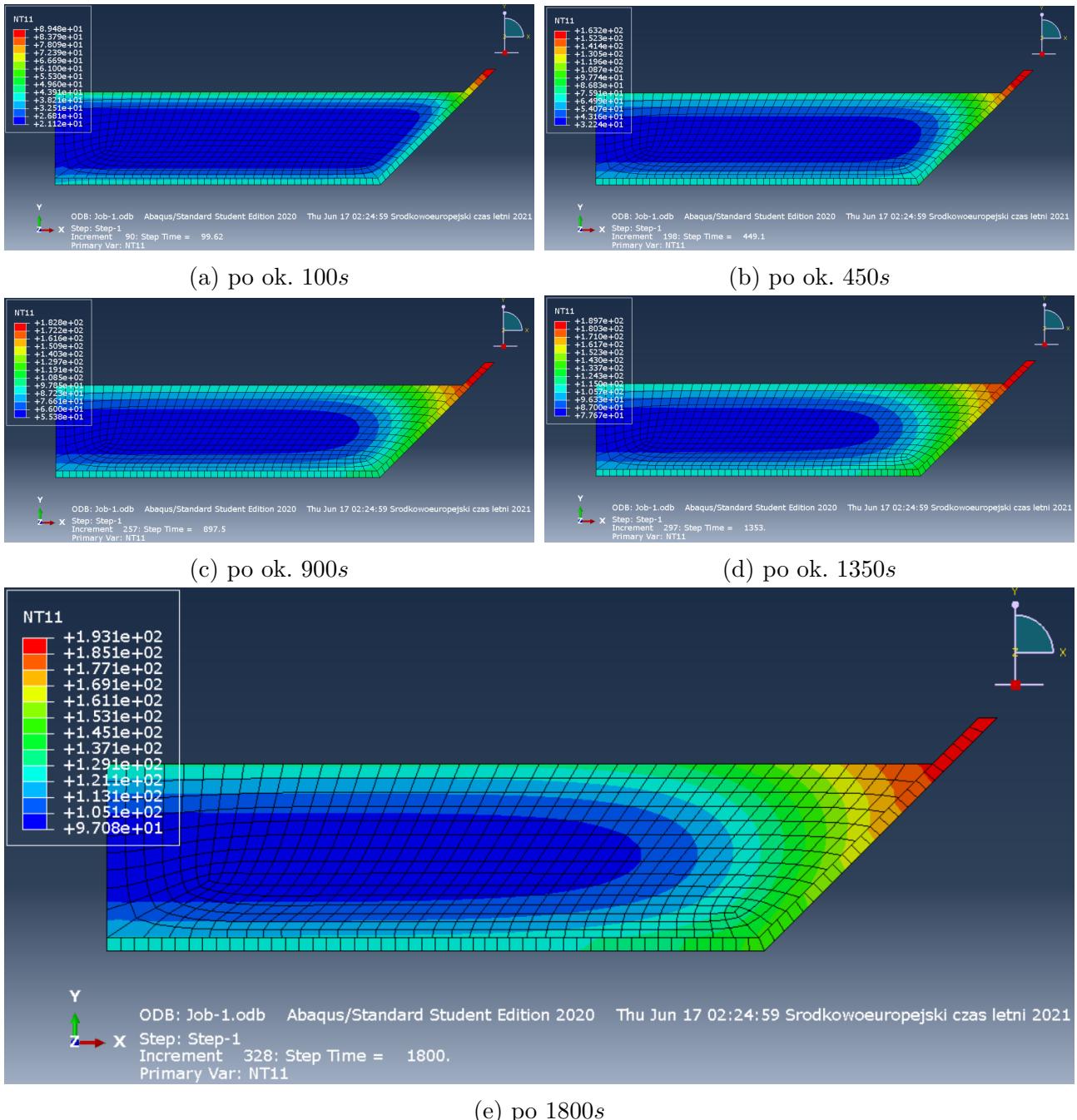
Rysunek 32: Wykresy temperatury w układzie.

blaszka wykonana z silikonu



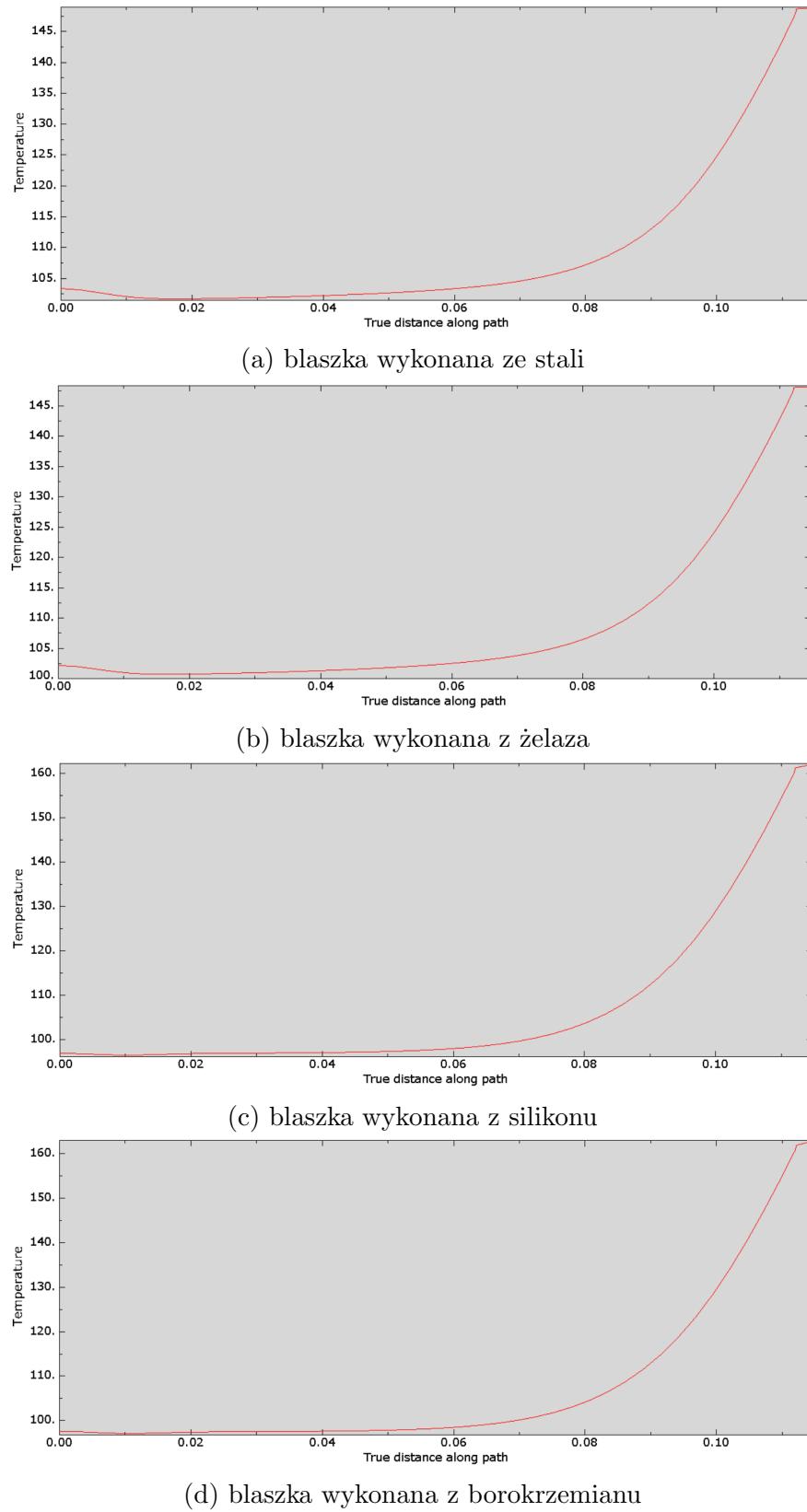
Rysunek 33: Wykresy temperatury w układzie.

blaszka wykonana z borokrzemianu



Rysunek 34: Wykresy temperatury w układzie.

Zależność temperatury od odległości od środka układu



Rysunek 35: Zależność temperatury od odległości od środka układu.

4 Podsumowanie

Wyniki dla okrągłej formy w przypadku blaszek stalowej oraz silikonowej (rys. 21a – 21e oraz 23a – 23e) są zgodne z tymi uzyskanymi przez Christine Obbink-Huizer (rozkłady temperatur w czasie) [2], co może świadczyć o poprawności wykonania symulacji.

4.1 Obserwacje oraz wnioski

- Dla stali oraz żelaza widać charakterystyczne najgorętsze miejsce, które przypada na brzeg ciasta przy styku z blaszką. Wydaje się być ono niezależne od zastosowanych geometrii.
- Dla stalowej oraz żelaznej blaszki można zaobserwować szybsze i większe przewodzenie ciepła, co wynika z większego przewodnictwa cieplnego dla tych dwóch materiałów. Za to dla silikonowej oraz z borokrzemianu – większe amplitudy temperatury.
- Kształt krzywych temperatury od odległości od środka układu jest bardzo podobny. Głównie różnice to skala temperatury (większe amplitudy dla blaszek wykonanych z silikonu i borokrzemianu) oraz „większe podbiecie” krzywej za połową długości skali poziomej (również dla dwóch wcześniej wymienionych materiałów). Drobne „opadanie” na początku wykresów w przypadku blaszki ze ścianką zakrzywioną o kąt 135° jest spowodowane nie idealnie prostą trajektorią ścieżki mającej przechodzić przez środek ciasta, co jest szczególnie widoczne np. na rys. 33e czy 34e .
- Również w przypadku trzeciego rodzaju blaszek można zaobserwować znacznie większą minimalną temperaturę, co niekoniecznie jest zaletą tego typu geometrii. Może to wynikać ze złego dobrania optymalizacji geometrii (na podstawie pola powierzchni przekroju zamiast objętości).
- Stalowe i żelazne blaszki pozwalają na bardzo dobre rozprowadzanie temperatury w cieście, co czyni je chętnie wykorzystywany typami form do pieczenia. Ich wadą jest za to tendencja do zbytniego przypiekania brzegów, co nie jest szczególnie pożądaną cechą.
- Formy silikonowe oraz z borokrzemianu pozwalają zachować jednorodną temperaturę w środkowej części ciasta, jednak im dalej od środka ciasta, tym większe wahania temperatur. Być może właśnie z tego powodu silikon jest stosowany jako materiał na formy dla małych wypieków (np. babeczek); borokrzemian jest natomiast stosowany w produkcji tzw. naczyń żaroodpornych (które nie są jednak najlepszymi formami do pieczenia ciast).

Bibliografia

- [1] William Moebs et al. *Fizyka dla szkół wyższych. Tom 2.* OpenStax, 2018. ISBN: 978-83-948838-2-9. WERSJA: 2.172.
- [2] Christine Obbink-Huizer. *Abaqus for thermal analysis: steel vs silicone for baking brownies.* URL: https://info.simuleon.com/blog/using-abaqus-for-thermal-analysis-steel-vs-silicone-for-baking-brownies?fbclid=IwAR0ynRFqI480DLawdy0JRt3_vkUPyQrjBSnQ1xzCOnWLQo6N54WIVamIrRs. (data dostępu: 24 maja 2021).