1. Nierozwiązane zadania z poprzedniego zestawu.

2. Niech $x^\star$ będzie punktem stałym równania

$$\frac{dx}{dt} = f(x)\,. \tag{1}$$

Proszę rozwinąć $f(x)$ w otoczeniu $x^\star$ z dokładnością do wyrazów liniowych, a następnie wypisać i rozwiązać znalezione równanie.

3. Proszę uogólnić powyższe zadanie na przypadek, gdy $\mathbf{x}, \mathbf{f}, \mathbf{x}^\star \in \mathbb{R}^n$ ($\mathbf{f}$ jest funkcją wektorową).

4. Proszę przeprowadzi liniową analizę stabilności następujących równań:

$$\frac{dx}{dt} = x^3 - 3x^2 + 2x\,, \tag{2a}$$

$$\frac{dx}{dt} = 6x^2 - x^3\,. \tag{2b}$$

5. Proszę zbadać następujące bifurkacje:

$$\frac{dx}{dt} = r\,\ln x + x - 1\,, \tag{3a}$$

$$\frac{dx}{dt} = -x + \beta \mathrm{tgh}\, x\,. \tag{3b}$$

6. Jaki musi zachodzić związek pomiędzy parametrami a, b, aby równanie

$$\dot{x} = x(1 - x^2) - a(1 - e^{-bx}) \tag{4}$$

miało bifurkację transkrytyczną w $x = 0$.

7. Proszę *analitycznie* wyznaczyć diagram bifurkacyjny równania

$$\dot{x} = r\,x + x^3 - x^5\,. \tag{5}$$

8. Proszę spróbować rozwiązać równanie (5) analitycznie.

9P. Proszę wznaczyć diagram bifurkacyjny równania (5) *numerycznie*.
W tym celu należy dla kolejnych wartości parametru r (z interesującego zakresu) rozwiązać numerycznie, przy pomocy odpowiednio dobranej metody, równanie (5) z wieloma warunkami początkowymi, a następniewykreślić otrzymane punkty stałe (wartości asymptotyczne) jako funkcję r. Wszystkie punkty stałe powinny znaleźć się na wspólnym wykresie.
W rozwiązaniu proszę uzasadnić dobór metody całkowania.

Zadania oznaczone "P", jeśli występują, są zadaniami programistycznymi. Rozwiązania — kod programu plus wyniki, w tym ewentualne wykresy — proszę mi przesyłać na mój e-mail pawel.gora@uj.edu.pl w ciągu miesiąca od daty widocznej w nagłówku zestawu. Rozwiązanie co najmniej połowy zadań programistycznych zadanych w ciągu semestru jest **warunkiem koniecznym** uzyskania zaliczenia.
PFG