# Uczenie ze wzmocnieniem w klasycznych grach

# Dlaczego klasyczne gry?

- Pomimo prostych zasad ich rozwiązanie zazwyczaj wymaga poznania złożonych strategii.
- Są doskonałym poligonem doświadczalnym i benchmarkiem dla nowych algorytmów.
- Wiele problemów napotkanych podczas ich rozwiązywania ma przełożenie na rzeczywiste zagadnienia.

# Strategia optymalna

- to taka strategia, która prowadzi do najkorzystniejszego rezultatu z punktu widzenia danego gracza, przy założeniu, że strategie wszystkich jego przeciwników są znane i ustalone:

$$\pi_*^i(\pi^{-i})$$

- O równowadze Nasha mówimy gdy każdy z graczy wybiera strategię optymalną względem stałych i niezmiennych (optymalnych) strategii innych graczy.

# Gra o sumie stałej

- Większość typowych gier planszowych jest grami o sumie stałej i doskonałej informacji, często też są dwuosobowe.
- Dzięki temu znalezienie w nich równowagi jest szczególnie proste.

# Minimax

- Dla dwuosobowej gry funkcja wartości wyznacza oczekiwaną skumulowaną nagrodę pod warunkiem, że gracze grają za pomocą strategii: $\pi = (\pi_1, \pi_2)$:

$$v_\pi(s) = E_\pi[G_t | S_t = s]$$

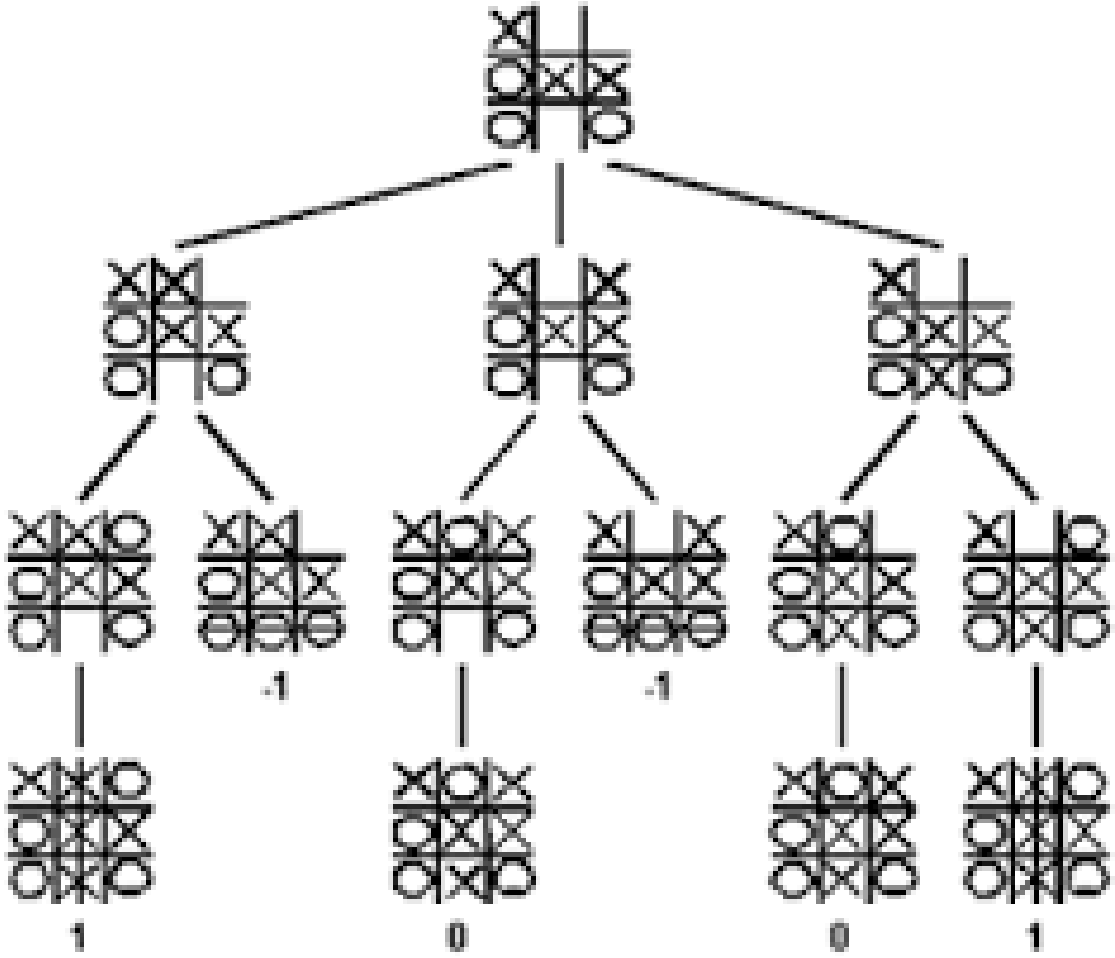
- Na mocy **twierdzenia o minimaksie** (J. von Neumann, 1928) istnieje taka unikalna funkcja wartości $v_*$, że:

$$v_*(s) = \max_{\pi_1} \min_{\pi_2} v_\pi(s)$$

- Stategię rozwiązującą powyższy problem nazywamy **strategią maksyminową**.
- Jest ona **równowagą Nasha** takiej gry.

# Minimax

- Rozwiązanie możemy znaleźć poprzez przeszukiwanie w wszerz (breadth first search) lub w głąb (depth first search) drzewa gry.




Źródło: https://www.cs.cmu.edu/~adamchik/15-121/lectures/Game%20Trees/Game%20Trees.html

# Przeszukiwanie Minimax

Dla zadanego modelu (drzewa) $\mathcal{M}$ o głębokości T. Dla każdego $t = T,\ T-1,\ T-2, \ldots, 1$ i $k = \left\lfloor \frac{t}{2} \right\rfloor$:

- Gdy jesteś na poziomie nieparzystym (gracz 1 wybiera akcję):
  - Wybierz $a_{2k+1}$ takie, że:

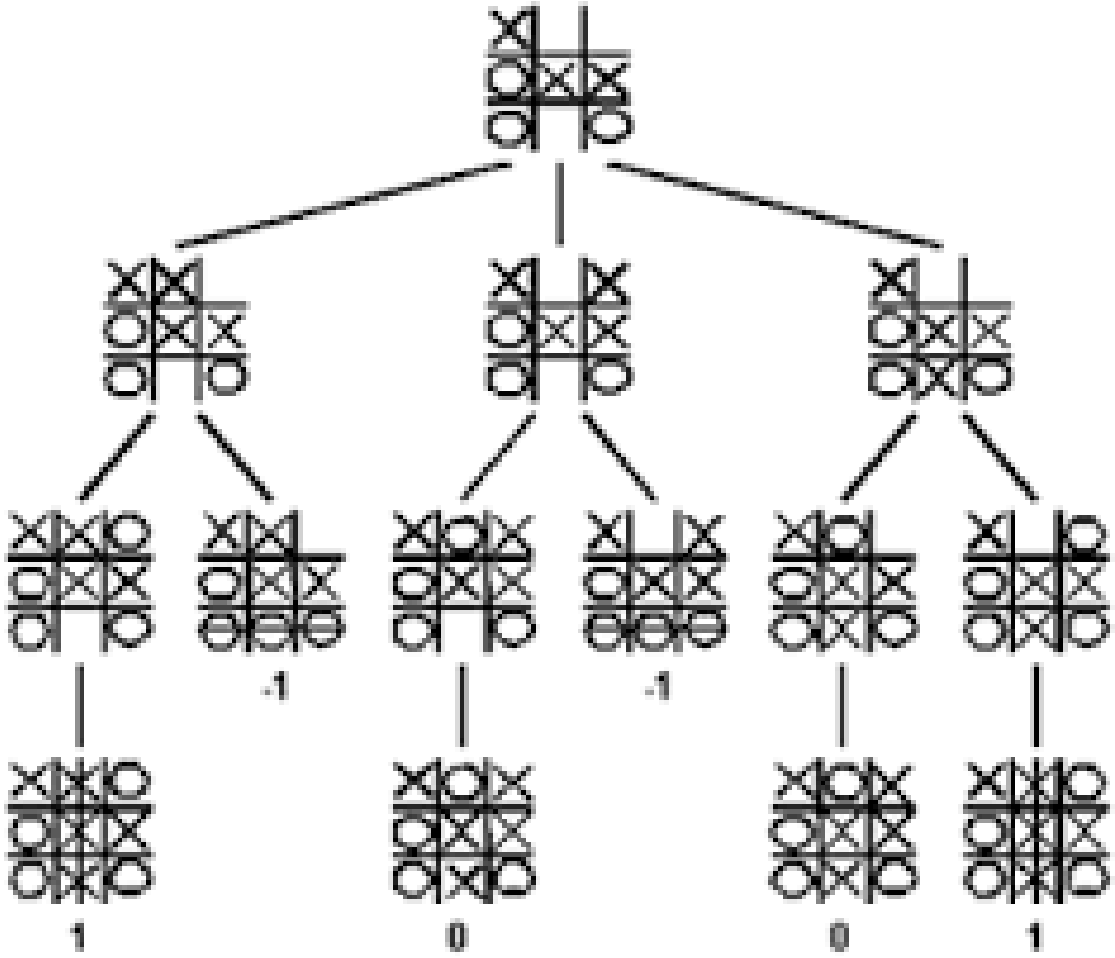
$$a_{2k+1} = \underset{a \in A}{\operatorname{argmax}}\, V_\pi(s_{2k+1})$$

- Gdy jesteś na poziomie parzystym (gracz 2 wybiera akcję):
  - Wybierz $b_{2k}$ takie, że:

$$b_{2k} = \underset{b \in A}{\operatorname{argmin}}\, V_\pi(s_{2k})$$

# Minimax

- Rozwiązanie możemy znaleźć poprzez przeszukiwanie w wszerz (breadth first search) lub w głąb (depth first search) drzewa gry.
- Ale złożoność drzewa rośnie wykładniczo.
- W przypadku dużych gier (np. szachy lub go) przeszukanie takiego drzewa jest niemożliwe.

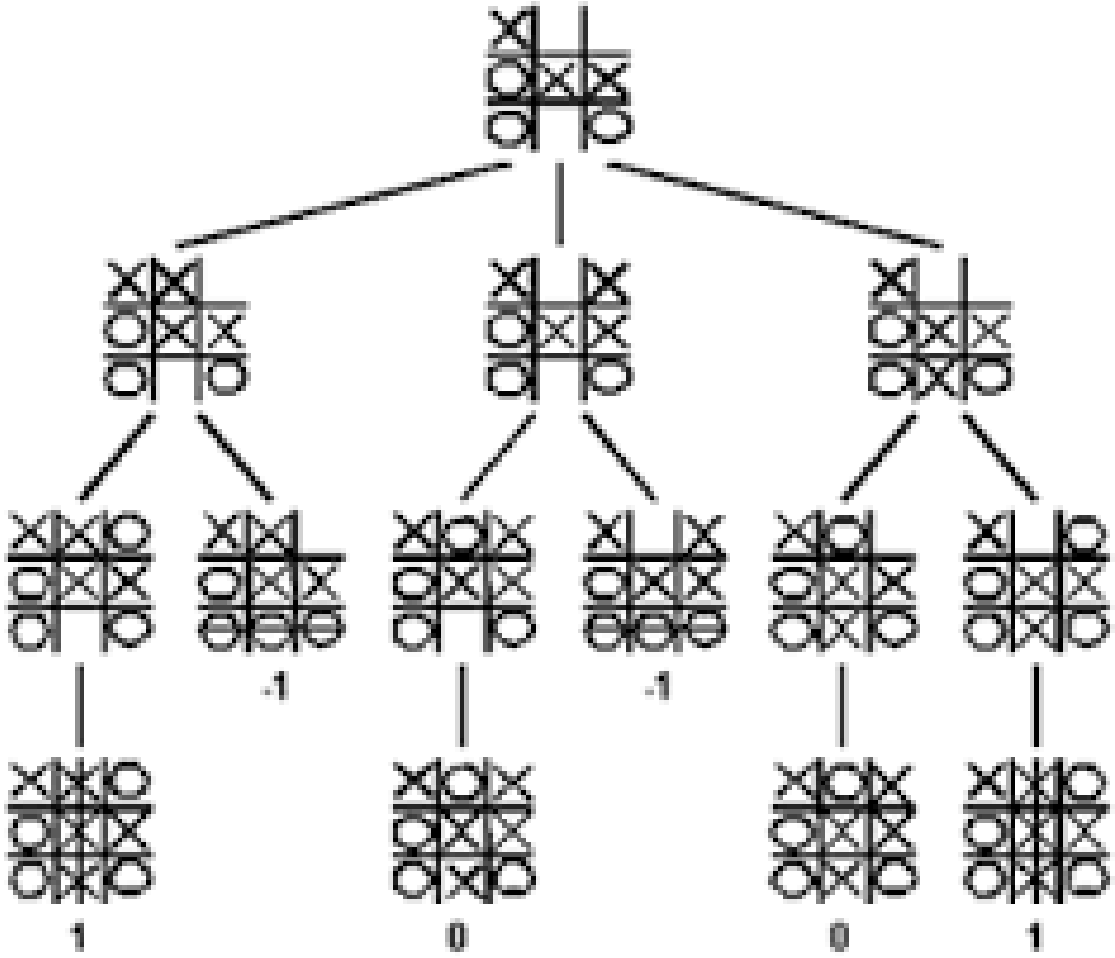



Źródło: https://www.cs.cmu.edu/~adamchik/15-121/lectures/Game%20Trees/Game%20Trees.html

# Minimax

- Tym co można zrobić jest przeszukiwanie do pewnego określonego poziomu a następnie aproksymacja wartości poddrzewa.
- Np. korzystając z aproksymacji funkcji wartości :

$$\hat{v}_\pi(s_t, \theta) \approx v_\pi(s_{t+1})$$




Źródło: https://www.cs.cmu.edu/~adamchik/15-121/lectures/Game%20Trees/Game%20Trees.html

# TD Learning

- Np. korzystając z aproksymacji funkcji wartości :

$$\hat{v}_\pi(s_t, \theta) \approx v_\pi(s_t)$$

- Przy takiej reprezentacji problemu możemy go rozwiązać korzystając z prostego algorytmu TD(0):

$$\Delta\theta = \eta\big(\hat{v}_\pi(s_{t+1}, \theta) - \hat{v}_\pi(s_t, \theta)\big)\nabla_\theta(\hat{v}_\pi(s_t, \theta))$$

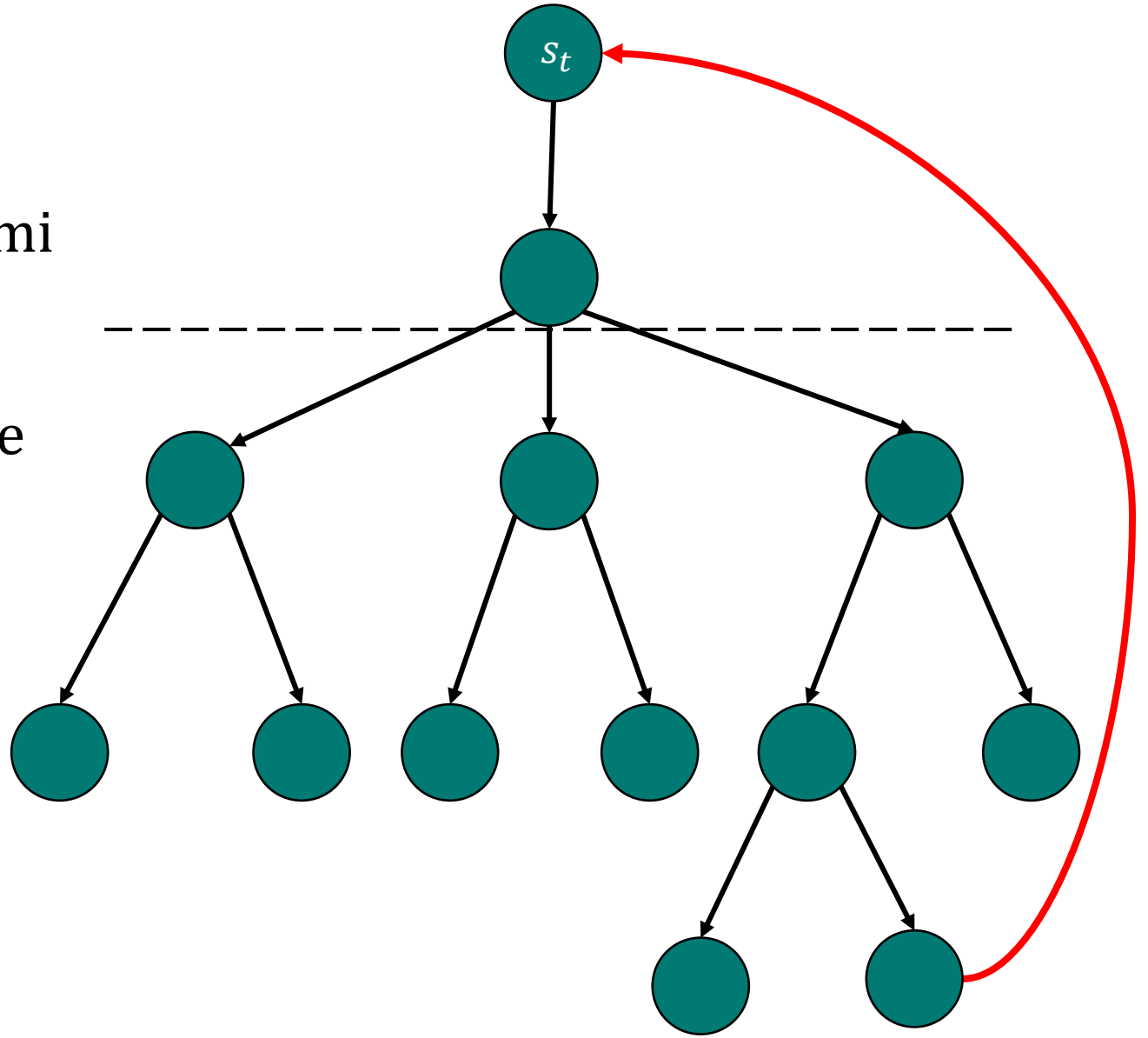
- Jak oszacować $\hat{v}_\pi(s_{t+1}, \theta)$?
  - Rozbudowując drzewo do pozomu liści i propagując wartość $v_\pi(s_{leaf})$ w tył.
  - Przyjmując reprezentację stanu $x(s_t)$, która np. mierzy *przewagę* gracza.

# TD Learning

- Algorytm TD(0) jest w stanie poradzić sobie z relatywnie prostymi grami, ale przy bardziej złożonych grach, które wymagają planowania na wiele kroków w przód (np. szachy) nie jest w stanie efektywnie nauczyć się optymalnego rozwiązania.
- Zamiast tego możemy wykorzystać jeden z algorytmów, które efektywnie eksploatują drzewiastą strukturę problemu, np.:

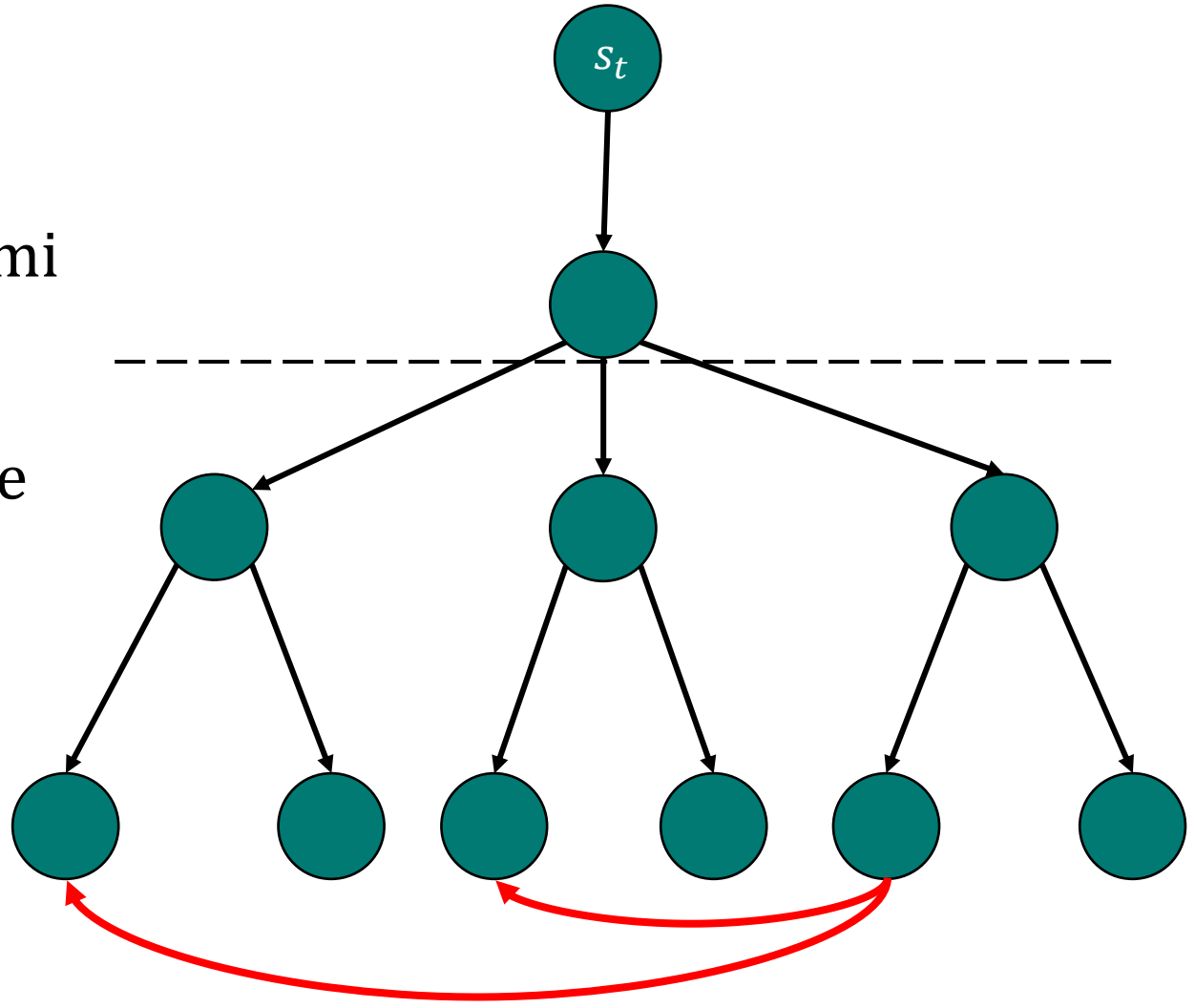
# TD Learning

- Algorytm TD(0) jest w stanie poradzić sobie z relatywnie prostymi grami, ale przy bardziej złożonych grach, które wymagają planowania na wiele kroków w przód (np. szachy) nie jest w stanie efektywnie nauczyć się optymalnego rozwiązania.
- Zamiast tego możemy wykorzystać jeden z algorytmów, które efektywnie eksploatują drzewiastą strukturę problemu, np.:
  - **TD-Root** (Samuel 1959)



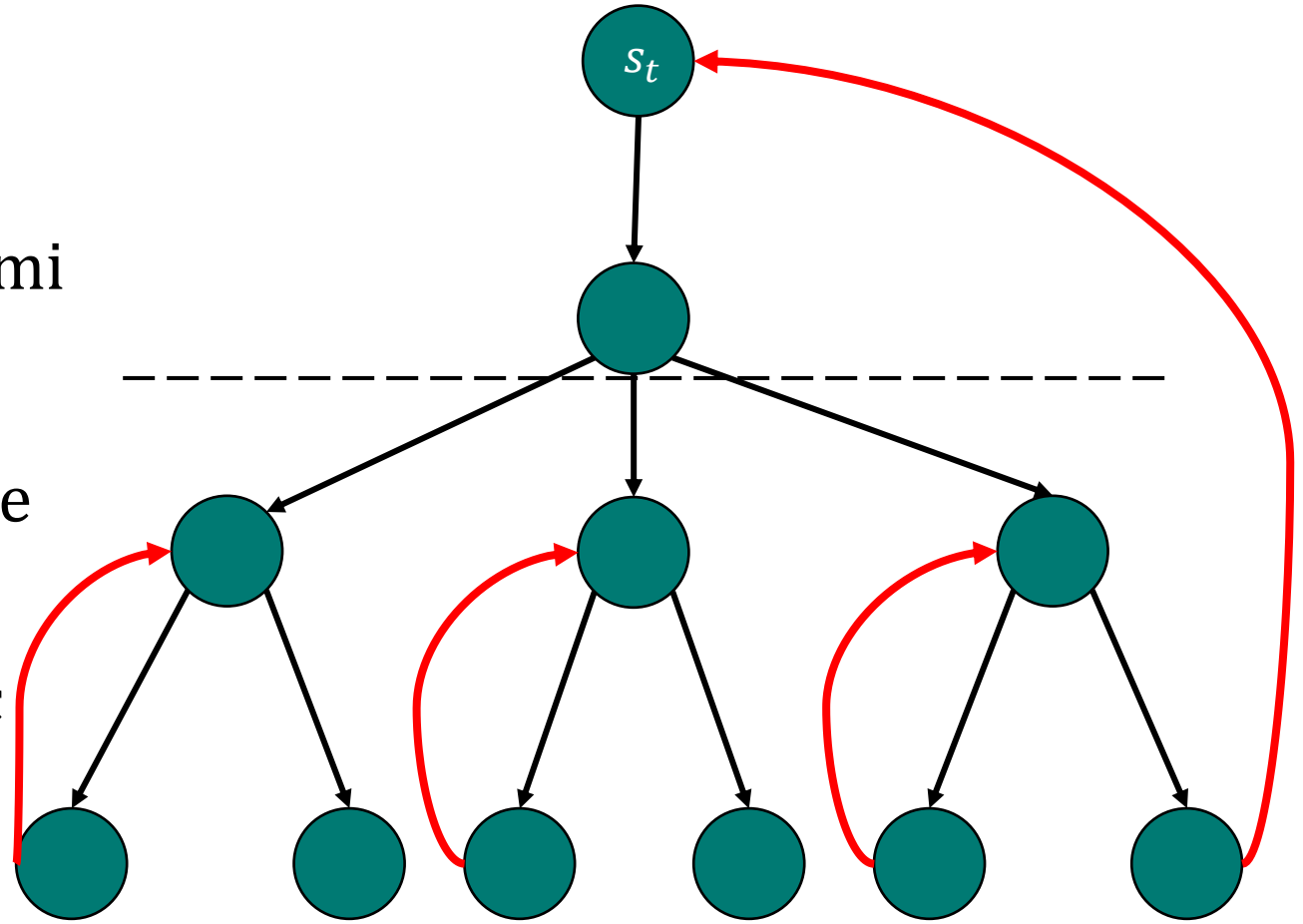
# TD Learning

- Algorytm TD(0) jest w stanie poradzić sobie z relatywnie prostymi grami, ale przy bardziej złożonych grach, które wymagają planowania na wiele kroków w przód (np. szachy) nie jest w stanie efektywnie nauczyć się optymalnego rozwiązania.
- Zamiast tego możemy wykorzystać jeden z algorytmów, które efektywnie eksploatują drzewiastą strukturę problemu, np.:
  - TD-Root (Samuel 1959)
  - **TD-Leaf** (Baxter et al. 1998)



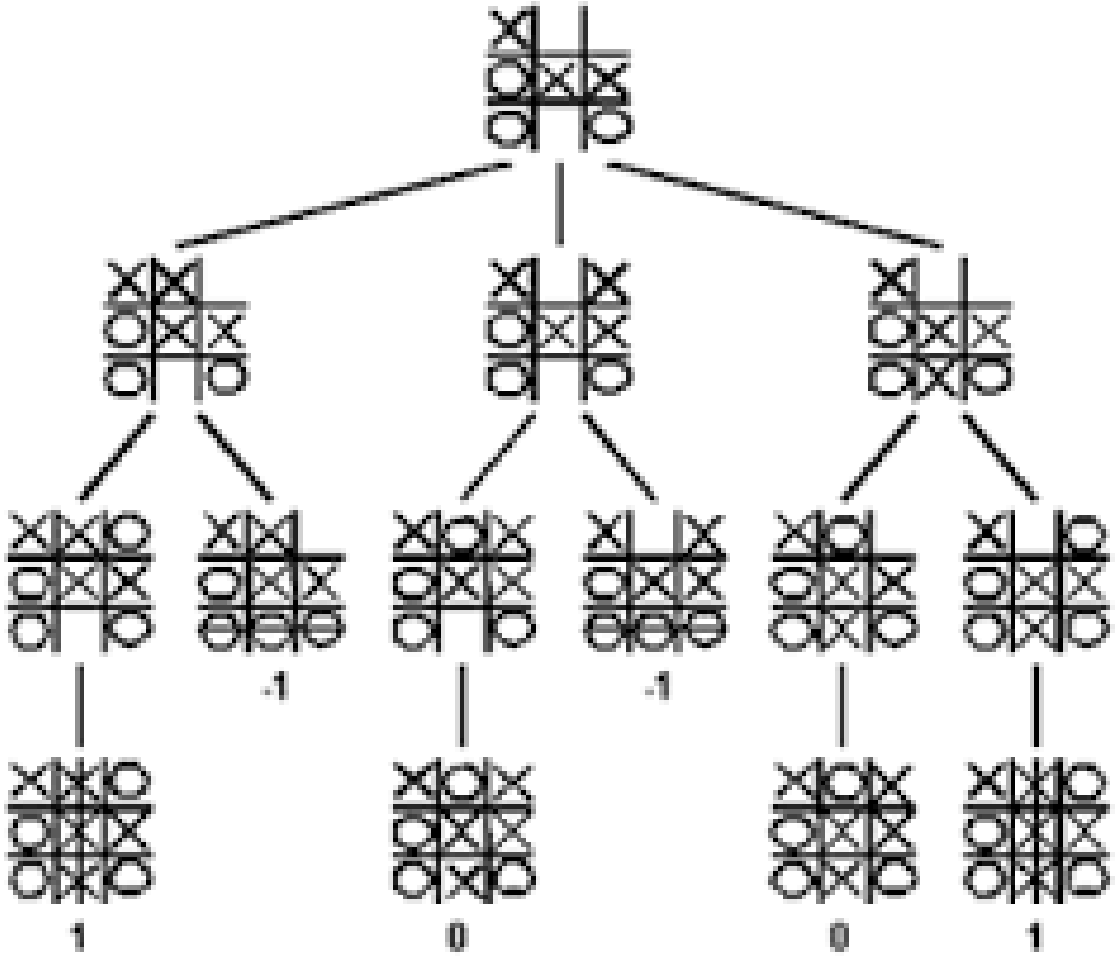
# TD Learning

- Algorytm TD(0) jest w stanie poradzić sobie z relatywnie prostymi grami, ale przy bardziej złożonych grach, które wymagają planowania na wiele kroków w przód (np. szachy) nie jest w stanie efektywnie nauczyć się optymalnego rozwiązania.
- Zamiast tego możemy wykorzystać jeden z algorytmów, które efektywnie eksploatują drzewiastą strukturę problemu, np.:
  - TD-Root (Samuel 1959)
  - TD-Leaf (Baxter et al. 1998)
  - **TreeStrap** (Veness et al. 2009)



# TD Learning

- Możemy nauczyć agenta optymalnej strategii poprzez granie z samym sobą.




Źródło: https://www.cs.cmu.edu/~adamchik/15-121/lectures/Game%20Trees/Game%20Trees.html

# Przeszukiwanie Monte Carlo

- Dla zadanego modelu $\mathcal{M}$ i strategii przeszukiwania $\pi$:
- W aktualnym stanie $s_t$ dla każdej akcji $a \in A$ :
  - Wygeneruj $K$ epizodów zaczynających się od aktualnego stanu $s_t$:

$$\left\{s_t, a, r_{t+1}^k, s_{t+1}^k, a_{t+1}^k, \dots, s_T^k\right\}_{k=1}^K \sim \mathcal{M}, \pi$$

  - Uaktualnij wartość funkcji wartości $Q_\pi(s_t, a)$:

$$Q_\pi(s_t, a) \mathrel{+}= \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} G_t$$

- Zachłannie wybierz kolejną (rzeczywistą) akcję:

$$a_t = \operatorname*{argmax}_{a \in A} Q_\pi(s_t, a):$$

# Monte-Carlo Tree Search

- Monte-Carlo Tree Search jest dużo efektywniejszym sposobem przeszukiwania drzewa niż bazowe przeszukiwanie Monte-Carlo.
- Dzięki niemu możemy znaleźć rozwiązanie dla faktycznie złożonych gier.

# Monte-Carlo Tree Search

- Dla zadanego modelu $\mathcal{M}$ i strategii przeszukiwania $\pi$:
- Korzystając ze strategii $\pi$, takiej że:

$$a^* = \underset{a \in A}{\operatorname{argmax}}(Q(s,a) + \sqrt{\frac{2 \ln k}{N_k(s,a)}})$$

wykonaj $k$ ruchów zaczynając się od stanu początkowego $s_0$:

$$(s_0, a_0, r_1, s_1, a_1, \dots, s_k) \sim \mathcal{M}, \pi$$

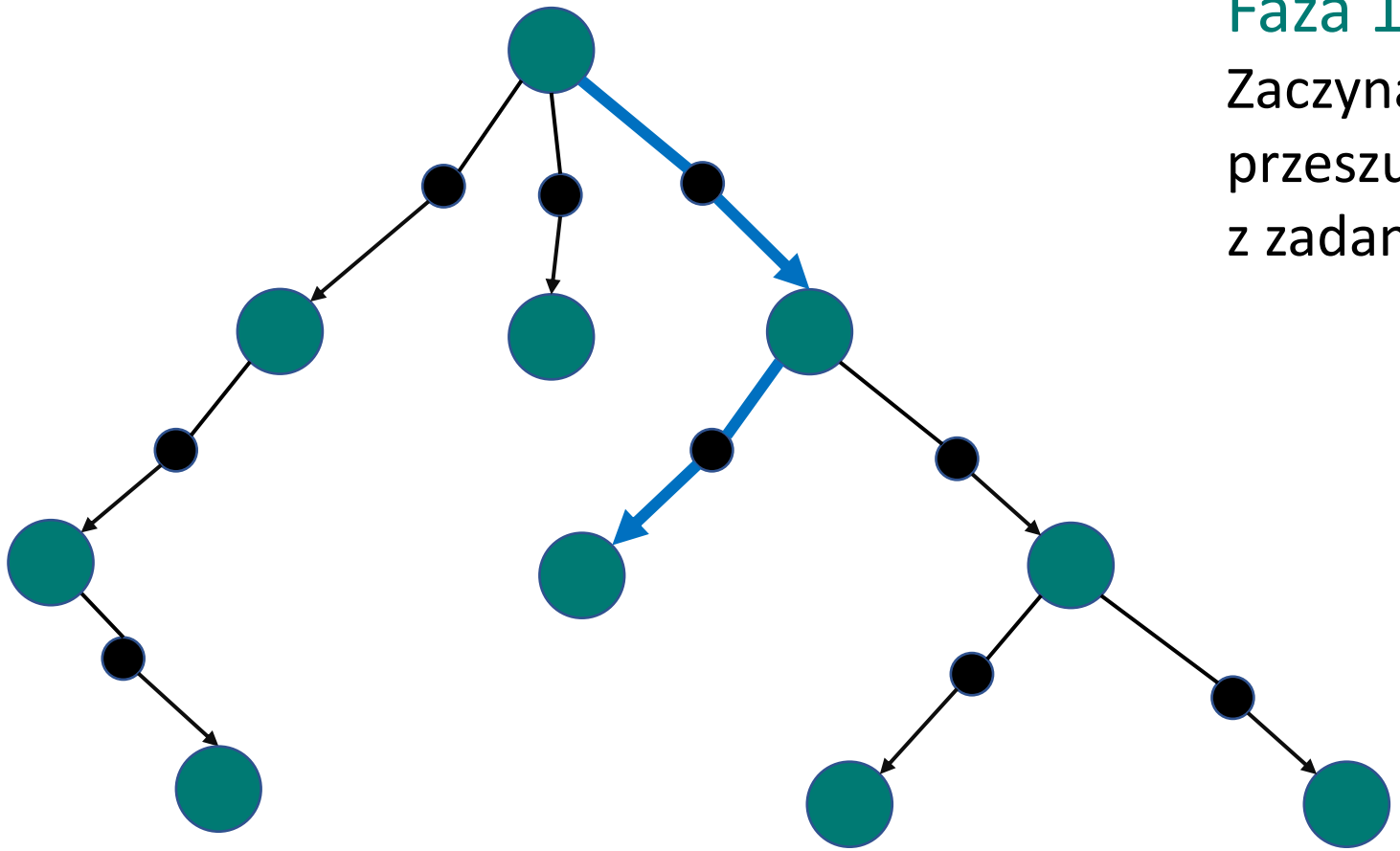
- (Opcjonalnie) Losowo wybierz kolejną akcję $a_k$, przejdź do stanu $s_{k+1}$.
- Wygeneruj reszte epizodu korzystając z losowej strategii przeszukiwania $\mu$:

$$(s_{k+1}, a_{k+1}, r_{k+2}, s_{k+2}, a_{k+2}, \dots, s_T) \sim \mathcal{M}, \mu$$

- Uaktualnij wartość funkcji wartości $Q(s,a)$ dla każdego $s, a$ w drzewie $\mathcal{M}$:

$$Q(s,a) \mathrel{+}= \frac{1}{N(s,a)} \sum_{k=1}^{K} \sum_{i=t}^{T} I(s_i, a_i = s, a) G_i$$

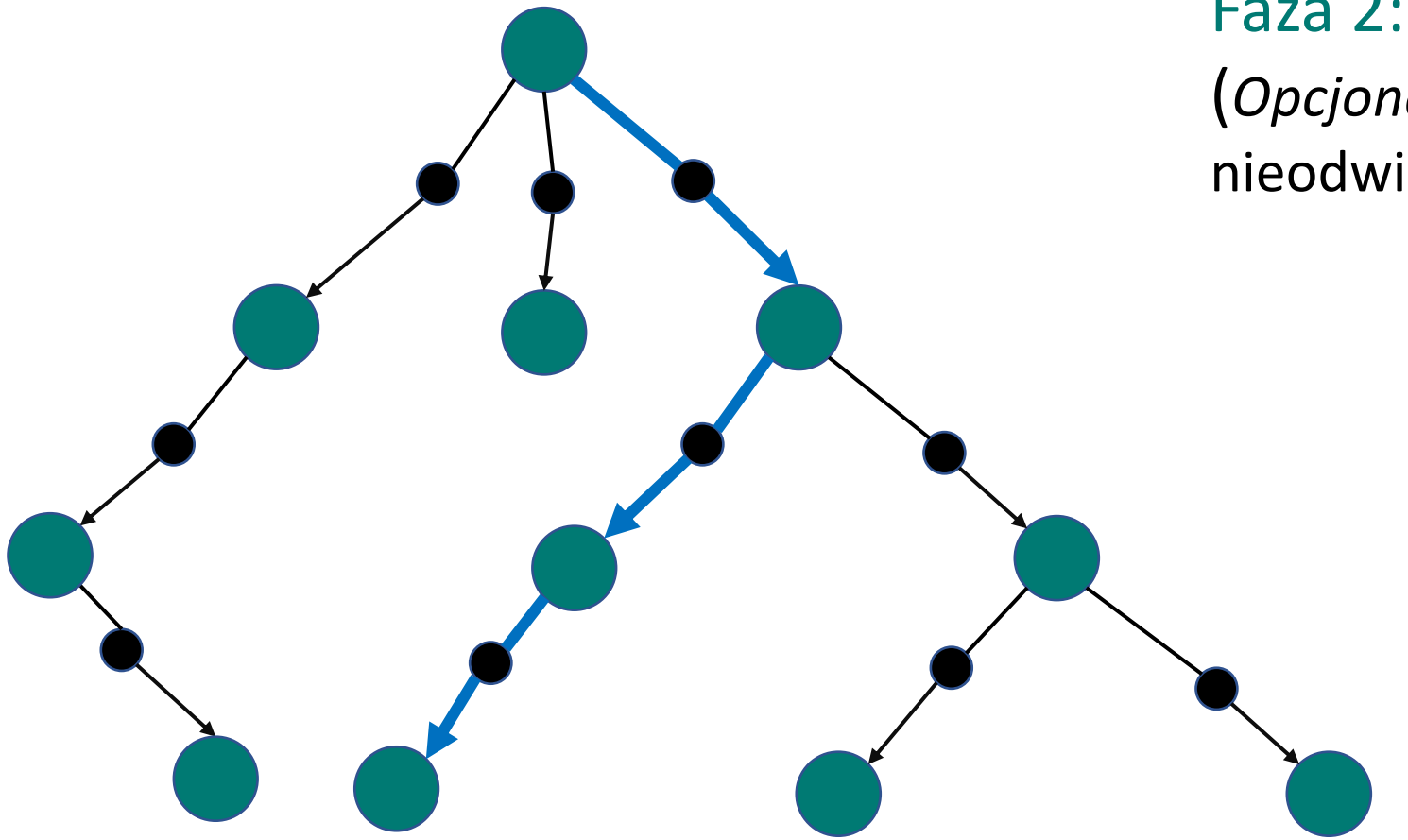
# Monte-Carlo Tree Search



## Faza 1: Wybór

Zaczynając w korzeniu drzewa przeszukaj je w głab na $k$ korzystając z zadanej strategii przeszukiwania $\pi$.

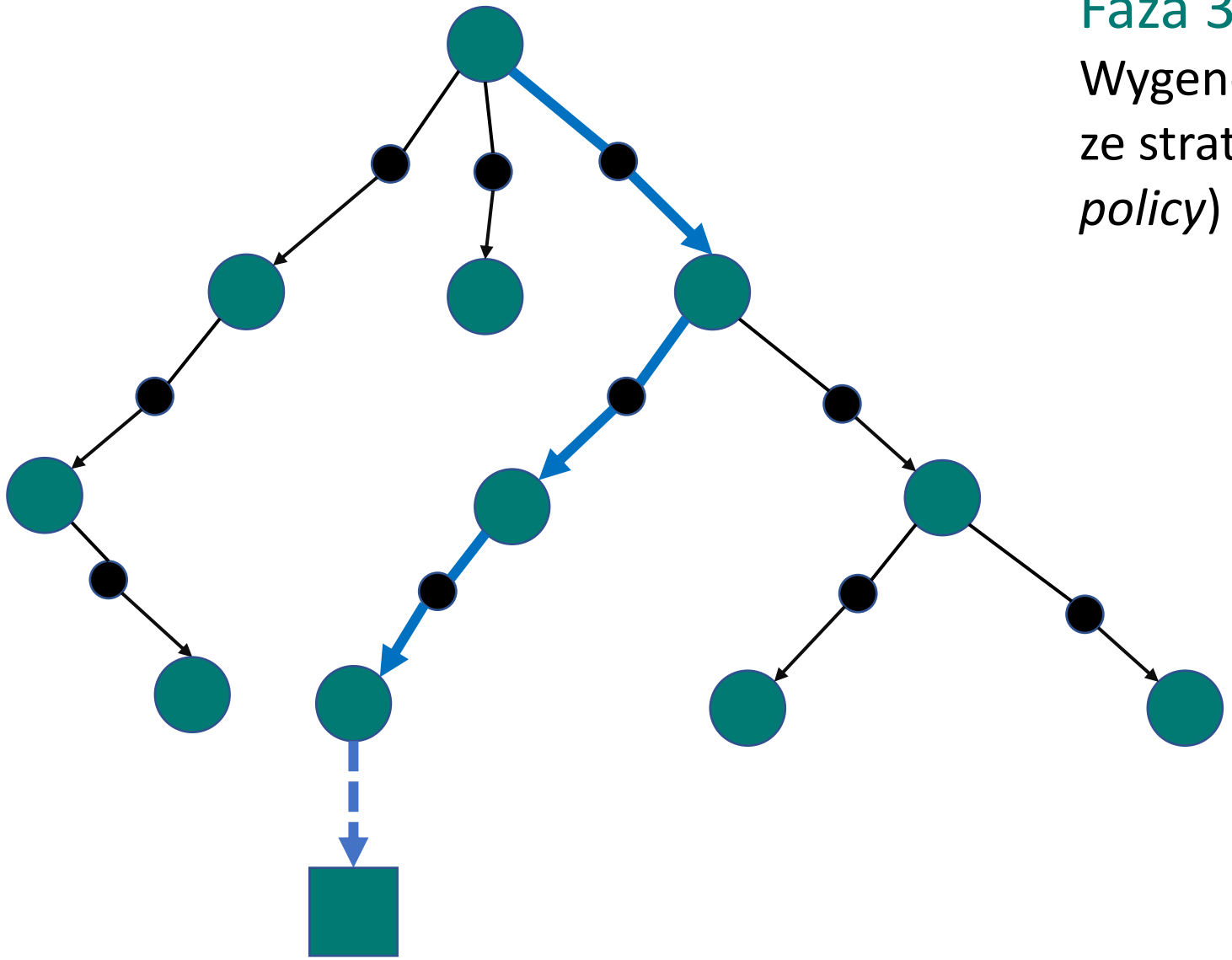
# Monte-Carlo Tree Search



## Faza 2: Rozrost

(*Opcjonalnie*) Wybierz losowo nieodwiedzony jeszcze wierzchołek.

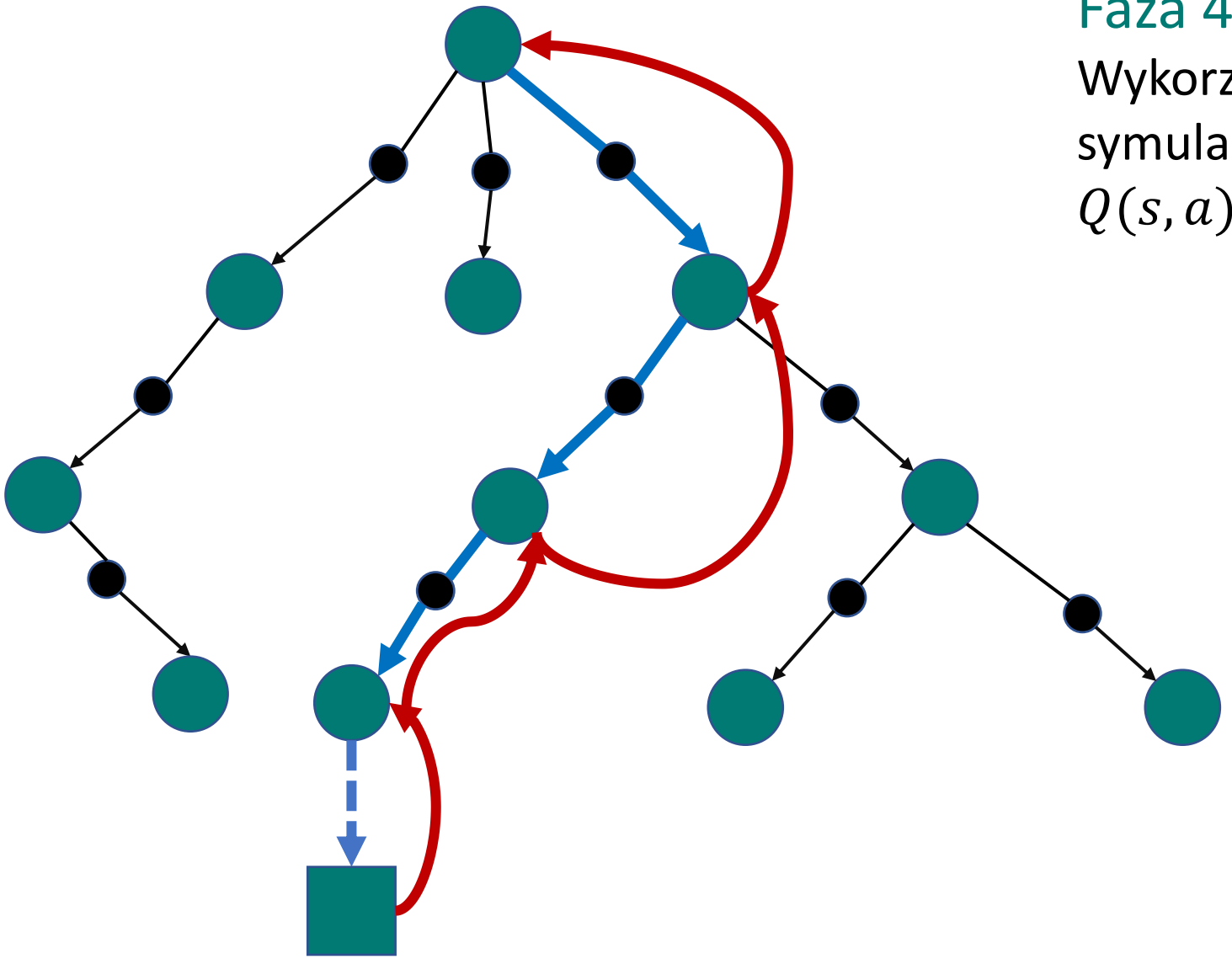
# Monte-Carlo Tree Search



## Faza 3: Symulacja

Wygeneruj resztę epizodu korzystając ze strategii przeszukiwania (*rollout policy*) $\mu$:

# Monte-Carlo Tree Search



## Faza 4: Propagacja wsteczna

Wykorzystując otrzymany wynik symulacji uaktualnij wartości funkcji $Q(s, a)$.

# Monte-Carlo Tree Search

- Algorytm zbiega do optymalnego sposobu przeszukiwania drzewa:

$$Q(S, A) \rightarrow q_*(S, A)$$

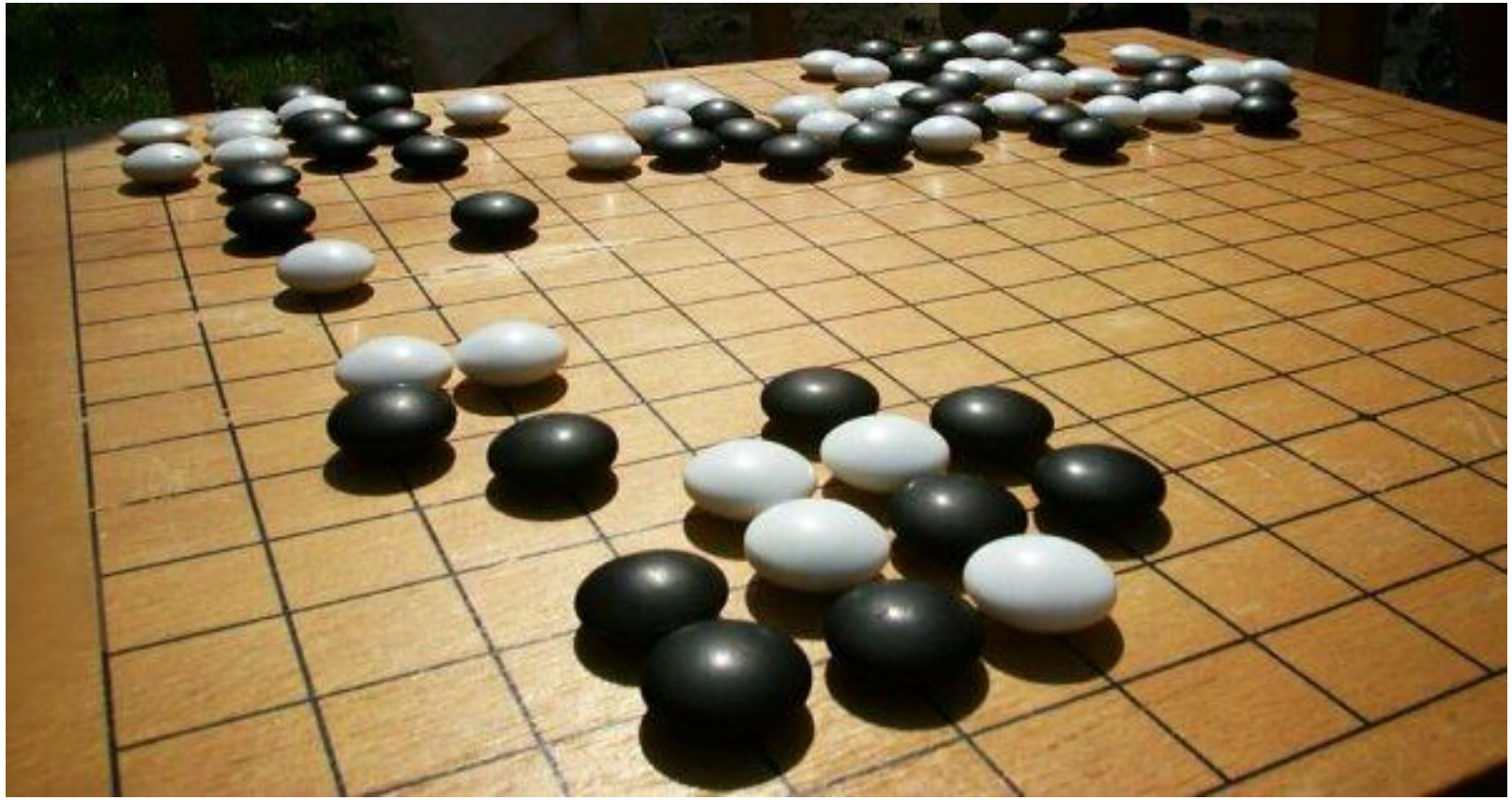
# Uczenie ze wzmocnieniem w klasycznych grach: AlphaGo

# Literatura dodatkowa


- D. Silver, A. Huang, C. Maddison, A. Guez, L. Sifre, G. van den Driessche, J. Schrittwieser, I. Antonoglou, V.Panneershelvam, M. Lanctot, S. Dieleman, D. Grewe, J. Nham, N. Kalchbrenner, I. Sutskever, T. Lillicrap, M. Leach, K.Kavukcuoglu, T. Graepel, D. Hassabis. "Mastering the game of Go with deep neural networks and tree search." Nature 529, pp. 484-489. Jan. 2016.
  https://www.nature.com/articles/nature16961
- D. Silver. "AlphaGo" (Presentation). IJCAI 2017.
  http://www0.cs.ucl.ac.uk/staff/d.silver/web/Resources_files/AlphaGo_IJCAI.pdf

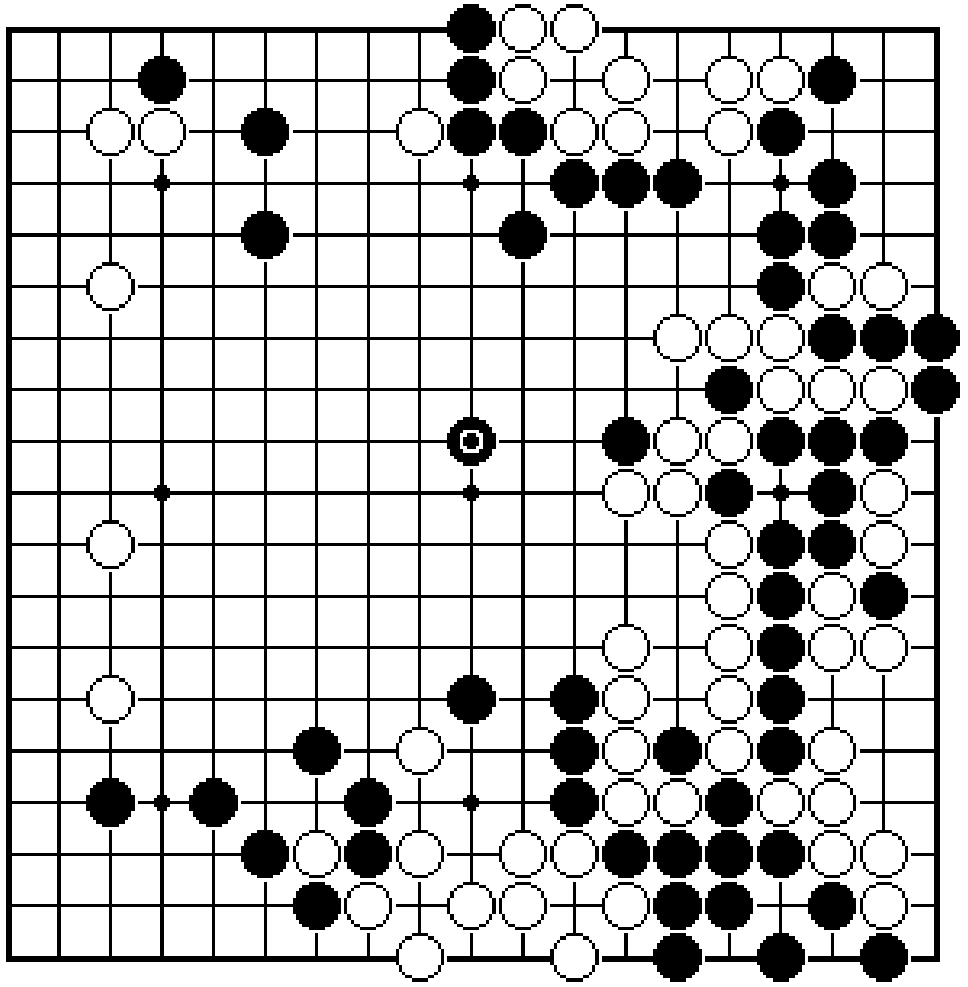
# Go - podstawy

- Klasyczna gra, istniejąca od ok. 2 500 lat.
- Gracze kładą na przemian czarne i białe kamienie na przecięciu linii.
- Grę rozpoczyna gracz grający kamieniami czarnymi.
- Celem gry jest otoczenie własnymi kamieniami, na pustej początkowo planszy, terytorium większego niż terytorium przeciwnika.
- Kamieni raz postawionych na planszy nie przesuwa się, mogą natomiast zostać zbite przez przeciwnika.



# Go - podstawy

- Gra o doskonałej informacji.
- Z racji swoich rozmiarów i prostoty zasad stanowi wielkie wyzwanie zarówno dla graczy, jak i algorytmów AI.



# AlphaGo

- Nagroda:

$$R_t = 0 \text{ dla stanów nieterminalnych } t$$

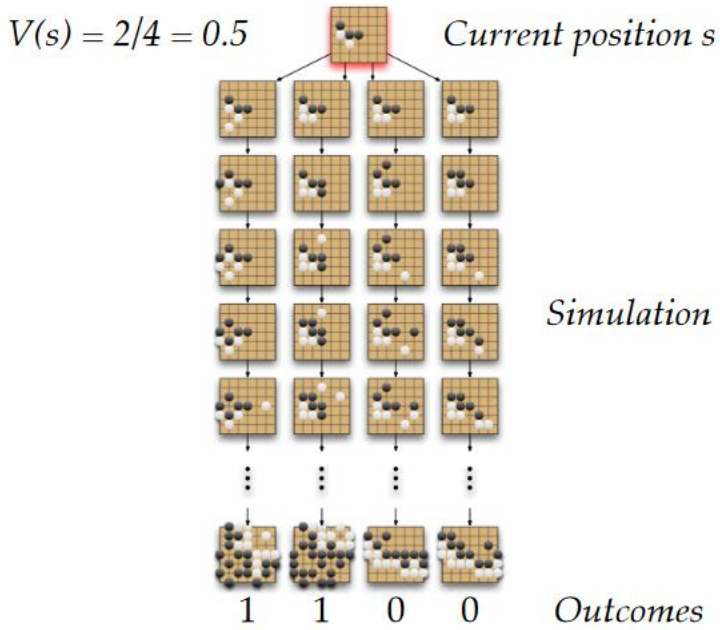
$$R_T = \begin{cases} 1 \; gdy \; wygrywają \; czarne \\ 0 \; gdy \; wygrywają \; białe \end{cases}$$

- Strategia $\pi = (\pi_B, \pi_W)$ kontroluje zachowanie graczy.
- Optymalna wartość funkcji wartości dla stanu $s$:

$$v_*(s) = \max_{\pi_B} \min_{\pi_W} v_\pi(s)$$

# AlphaGo

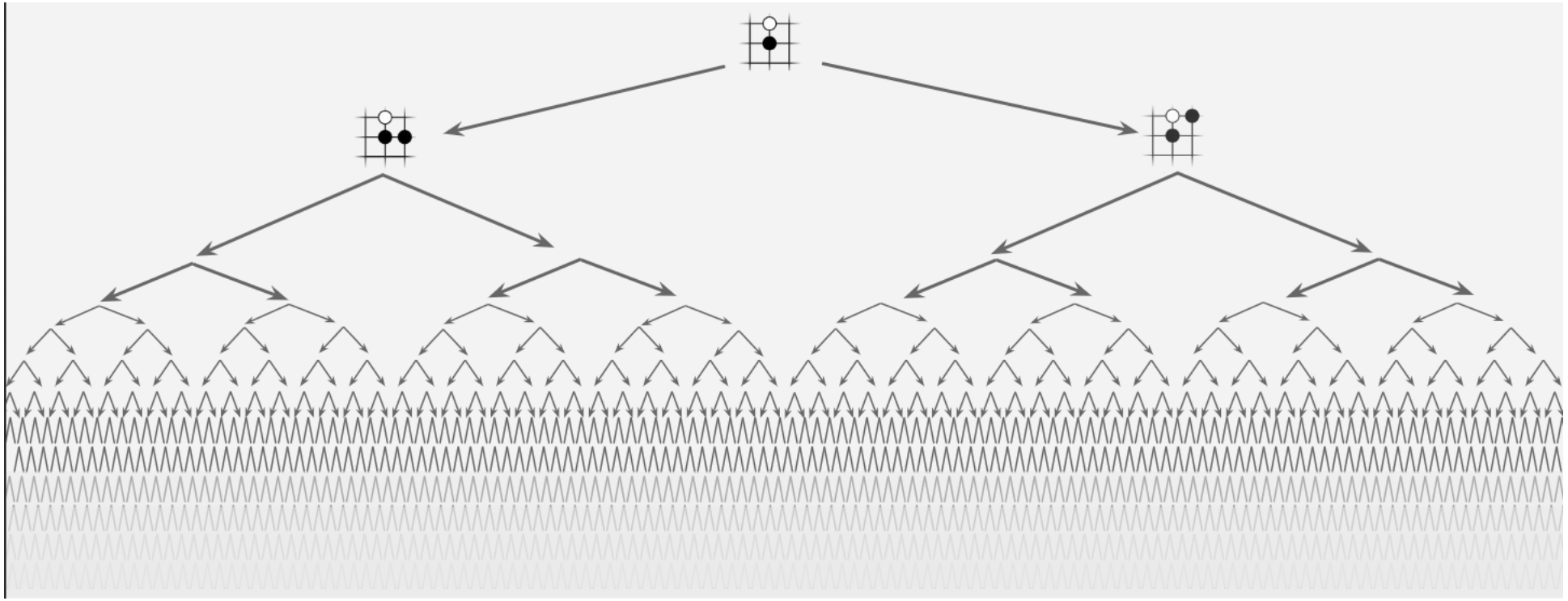
- Drzewo gry w Go:




Źródło: http://www0.cs.ucl.ac.uk/staff/d.silver/web/Teaching_files/dyna.pdf

# AlphaGo

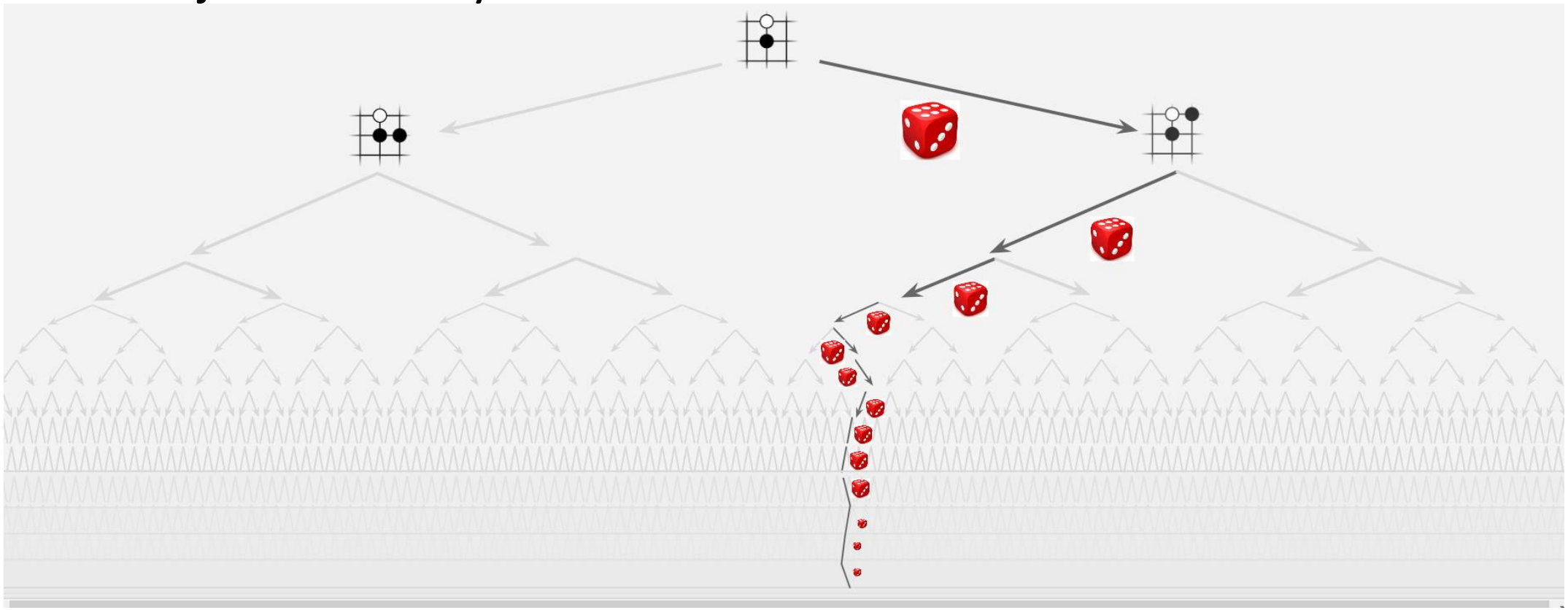
- W rzeczywistości jest ono jednak wyraźnie większe:



http://www0.cs.ucl.ac.uk/staff/d.silver/web/Resources_files/AlphaGo_IJCAI.pdf

# AlphaGo

- Na tyle duże, że nawet korzystanie z algorytmu Monte-Carlo Tree Search jest nieefektywne:



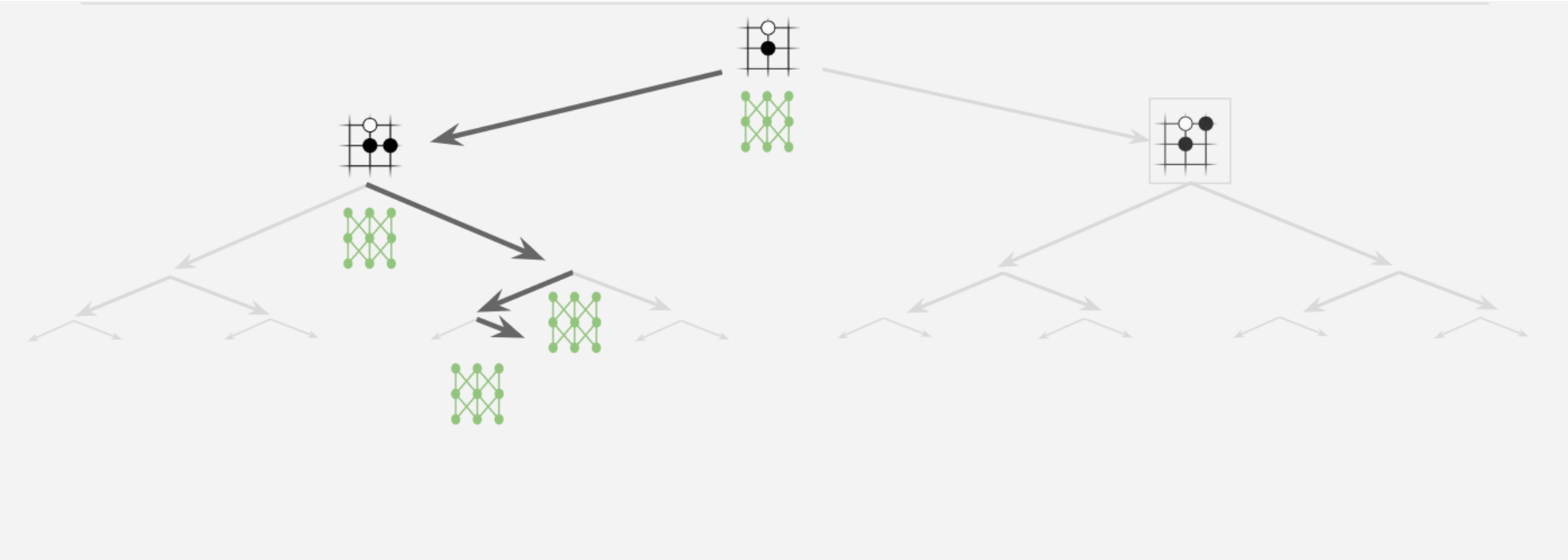
http://www0.cs.ucl.ac.uk/staff/d.silver/web/Resources_files/AlphaGo_IJCAI.pdf

# AlphaGo

- Jak rozwiązano ten problem?
- Wykorzystano sieci neuronowe w celu aproksymacji funkcji wartości i aproksymacji funkcji strategii, dzięki czemu udało się zmniejszyć rozmiar przeszukiwanego drzewa zarówno wzdłuż jak i wszerz.

# AlphaGo

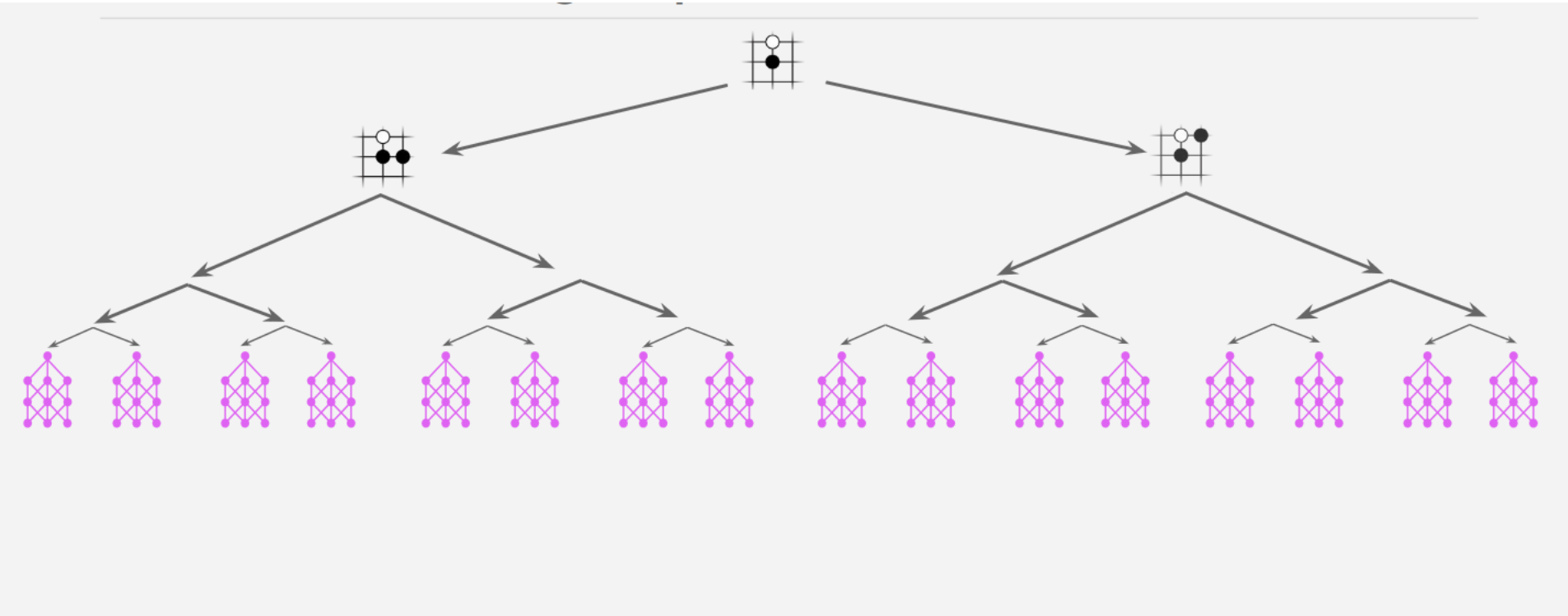
- Dzięki wykorzystaniu sieci neuronowej do wyboru optymalnej akcji udało się zmniejszyć rozmiar drzewa wszerz:



http://www0.cs.ucl.ac.uk/staff/d.silver/web/Resources_files/AlphaGo_IJCAI.pdf

# AlphaGo

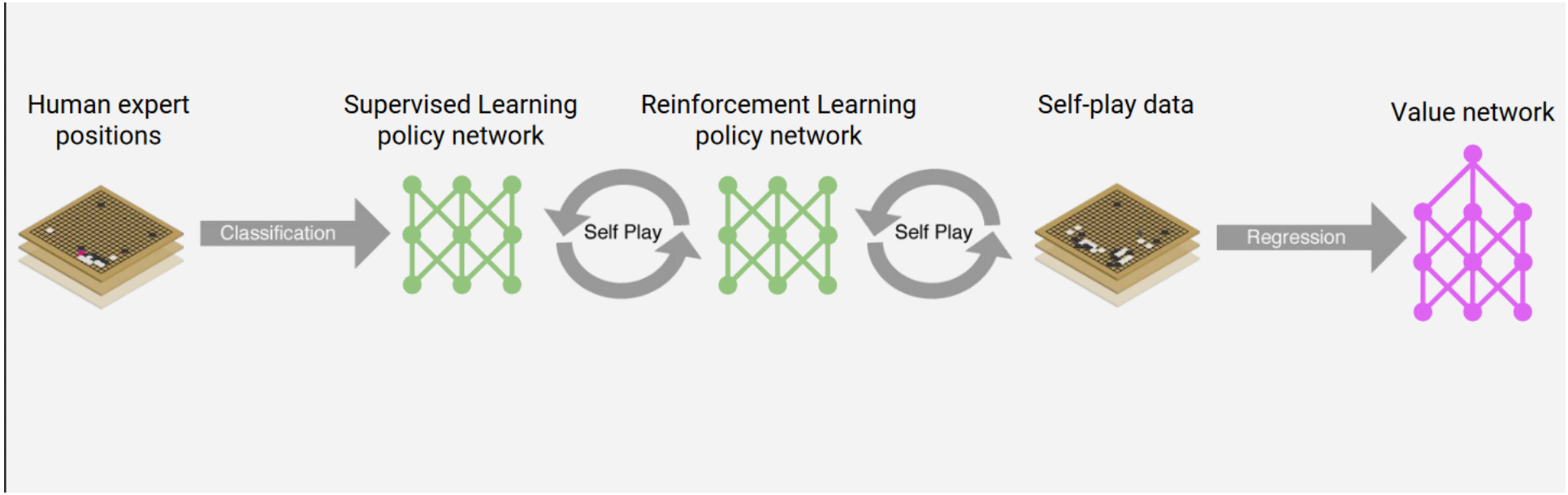
- A dzięki aproksymacji funkcji wartości udało się zmniejszyć rozmiar drzewa wzdłuż:



http://www0.cs.ucl.ac.uk/staff/d.silver/web/Resources_files/AlphaGo_IJCAI.pdf

# AlphaGo

- Proces uczenia był dwustopniowy:




http://www0.cs.ucl.ac.uk/staff/d.silver/web/Resources_files/AlphaGo_IJCAI.pdf

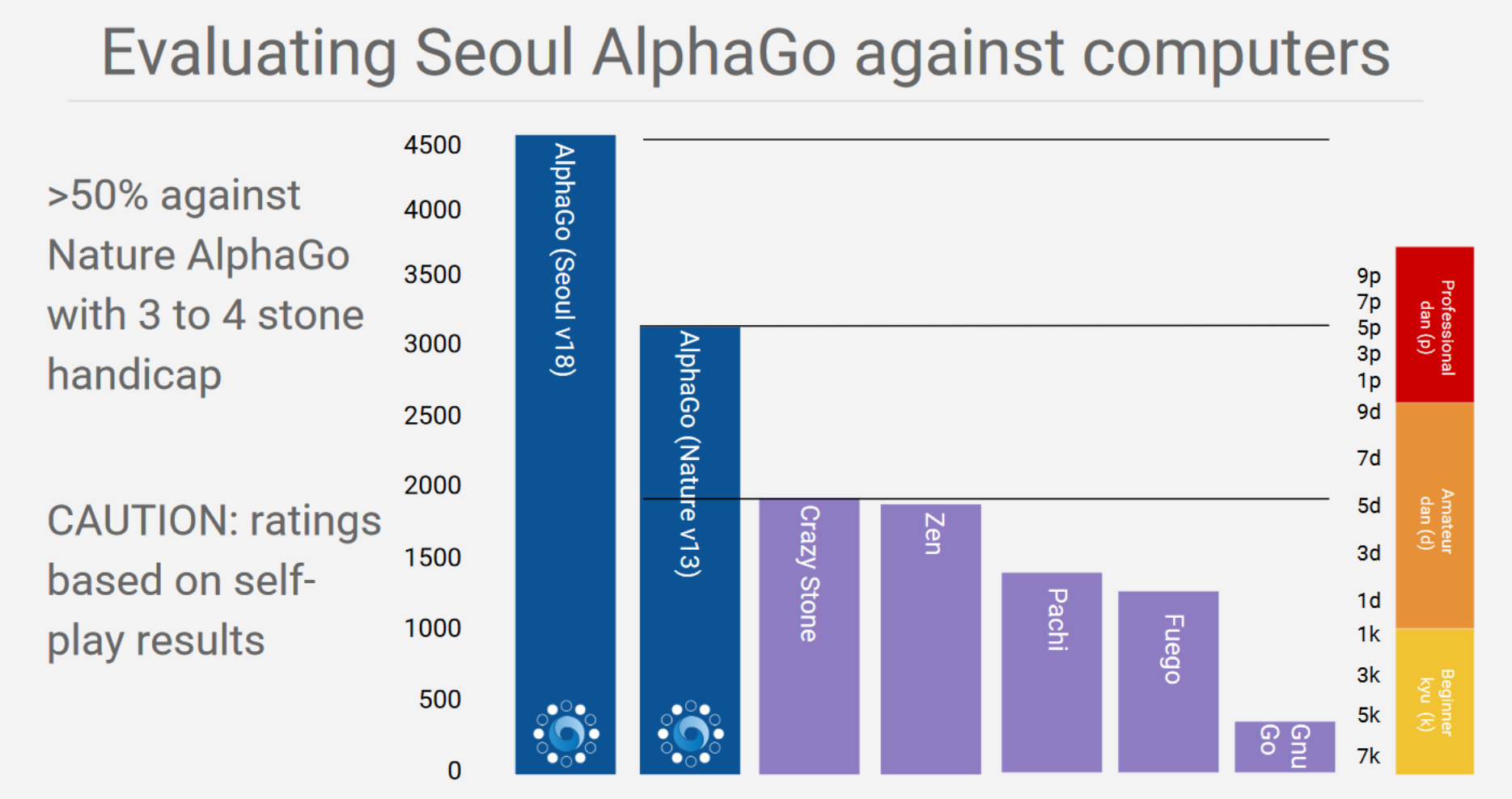
# AlphaGo

- Proces uczenia był dwustopniowy:
- W pierwszym kroku sieć aproksymująca strategię była uczona na wybranych 30 milionach pozycji z partii rozgrywanych przez arcymistrzów go.
- Na jej podstawie stworzono dwie sieci:
  - **Fast policy network** ($p_\pi$)
  - **Strong policy network** ($p_\sigma$)

# AlphaGo

- Proces uczenia był dwustopniowy:
- Model grał sam ze sobą, w międzyczasie dalej trenując *strong policy network* ($p_\sigma$) w celu maksymalizacji prawdopodobieństwa zwycięstwa.
- Dodatkowo w tym samym czasie uczona była sieć aproksyjmująca funkcję wartości $v_\theta(s)$.

# AlphaGo


Evaluating Seoul AlphaGo against computers
>50% against Nature AlphaGo with 3 to 4 stone handicap
CAUTION: ratings based on self-play results
4500
4000
3500
3000
2500
2000
1500
1000
500
0
AlphaGo (Seoul v18)
AlphaGo (Nature v13)
Crazy Stone
Zen
Pachi
Fuego
Gnu Go
9p
7p
5p
3p
1p
9d
7d
5d
3d
1d
1k
3k
5k
7k
Professional dan (p)
Amateur dan (d)
Beginner kyu (k)

# AlphaGo vs AlphaGo Zero

- AlphaGo Zero:
  - uczy się grać w go od podstaw, nie bazując na przykładach żywych graczy.
  - Zaczyna od pustej planszy i uczy się jedynie grając samemu ze sobą.
  - Ewaluacja Monte-Carlo Tree Search opiera się w pełni na aproksymowanej funkcji wartości.
  - Zamiast sieci konwolucyjnych wykorzystuje architekturę ResNet.

# Przykład

https://fluxml.ai/experiments/go/

- Kod źródłowy:

https://github.com/tejank10/AlphaGo.jl