Programowanie dynamiczne

Programowanie dynamiczne

- Równania Bellmana można rozwiązać analitycznie.
- Złożoność obliczeniowa sięga $\mathrm{O}(\mathrm{n}^3)$ gdzie n oznacza liczbę stanów.
- W przypadku rozwiązywania dużych problemów istnieje wiele metod iteracyjnych:
  - Exhaustive search
  - Programowanie dynamiczne
  - Metody Monte Carlo
  - Temporal Difference Learning

Programowanie dynamiczne

- Dużo efektywniejszym sposobem rozwiązywania procesów decyzyjnych Markowa jest wykorzystanie metod programowania dynamicznego.

- Jest to możliwe dzięki strukturze procesów decyzyjnych Markowa:
  - Rozwiązanie można rozbić na zagadnienie optymalizacji podproblemów **(zasada optymalności Bellmana).**
  - Podproblemy powtarzają się – to samo rozwiązanie można wykorzystać wiele razy.

Programowanie dynamiczne

- Dużo efektywniejszym sposobem rozwiązywania procesów decyzyjnych Markowa jest wykorzystanie metod programowania dynamicznego.

- Jest to możliwe dzięki strukturze procesów decyzyjnych Markowa:
  - Rozwiązanie można rozbić na zagadnienie optymalizacji podproblemów **(zasada optymalności Bellmana).**
  - Podproblemy powtarzają się – to samo rozwiązanie można wykorzystać wiele razy.
- **Zasada optymalności Bellmana:** optymalna strategia ma tą własność, że niezależnie od warunków początkowych i początkowej decyzji, akcje podjęte w każdej iteracji muszą stanowić optymalną strategię dla stanów wynikłych z poprzednich decyzji.

Programowanie dynamiczne

- **Ewaluacja** – dana jest strategia π, należy dokonać jej oceny:
  - Zainicjuj algorytm wybierając dowolne początkowe wartości funkcji wartości, np. $V_0(s) = 0\ \forall s$.
  - W każdym kroku k:
    - dla każdego ze stanów $s \in S$ uaktualnij V_k na podstawie $V_{k-1}(s')$:

$$V_k(s) = \sum_a \pi(s,a) \sum_{s',r} P(s,a,s')(r + \beta V_{k-1}(s'))$$

    - Zatrzymaj proces gdy:

$$\max_s |V_k(s) - V_{k-1}(s)| < \theta$$

Programowanie dynamiczne

- **Ewaluacja** – dana jest strategia π, należy dokonać jej oceny:
  - Zainicjuj algorytm wybierając dowolne początkowe wartości funkcji wartości, np. $V_0(s) = 0\ \forall s$.
  - W każdym kroku k:
    - dla każdego ze stanów $s \in S$ uaktualnij V_k na podstawie $V_{k-1}(s')$:

$$V_k(s) = \sum_a \pi(s,a) \sum_{s',r} P(s,a,s')(r + \beta V_{k-1}(s'))$$

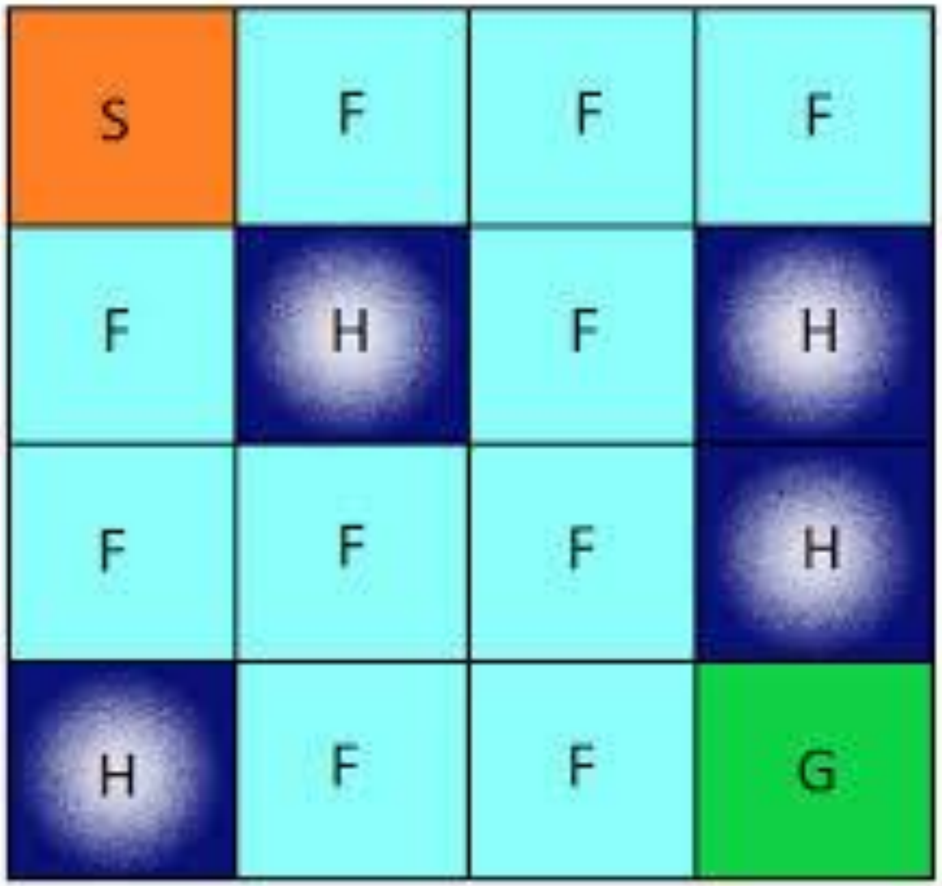
    - Zatrzymaj proces gdy:

$$\max_s |V_k(s) - V_{k-1}(s)| < \theta$$

- Na mocy **Twierdzenia Banacha o punkcie stałym** algorytm zbiega do V_π.

Przykład

Frozen Lake



- Celem agenta jest przejść z punktu S do Punktu G.
- Agent może iść po lodzie (pola oznaczone literą F), musi unikać wpadnięcia do przerębli (pola oznaczone jako H).
- Lód jest śliski; idąc przed siebie z pewnym prawdopodobieństwem p może się poślizgnąć i przesunąć w lewo lub w prawo w stosunku do swojej wyjściowej pozycji.

Programowanie dynamiczne

- **Optymalizacja strategii** – poszukiwanie optymalnej strategii π_* i optymalnej funkcji wartości stanu V_*.
- Metody rozwiązania:
  - Iterowanie po funkcji wartości **(value iteration)**.
  - Iterowanie po strategii **(policy iteration)**.

Value iteration

1. Zainicjuj algorytm wybierając dowolne początkowe wartości funkcji wartości, np. $V_0(s) = 0\ \forall s$.
2. W każdej iteracji k:
   - Uaktualnij wartość $V_k(s)$ wykorzystując do tego estymację funkcji $V_{k-1}(s')$:

$$V_k(s) = \max_a \sum_{s',r} P(s,a,s')(r + \beta V_{k-1}(s'))$$

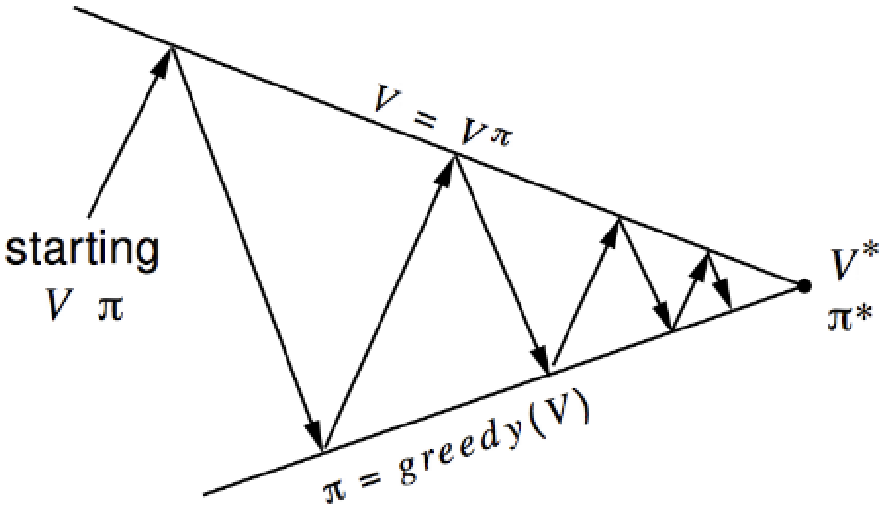
3. Zatrzymaj algorytm gdy wynik zbiegnie do $\max_s |V_k(s) - V_{k-1}(s)| < \theta$.
4. W ostatnim kroku wygeneruj optymalną strategię π_* wykorzystując do tego równanie:

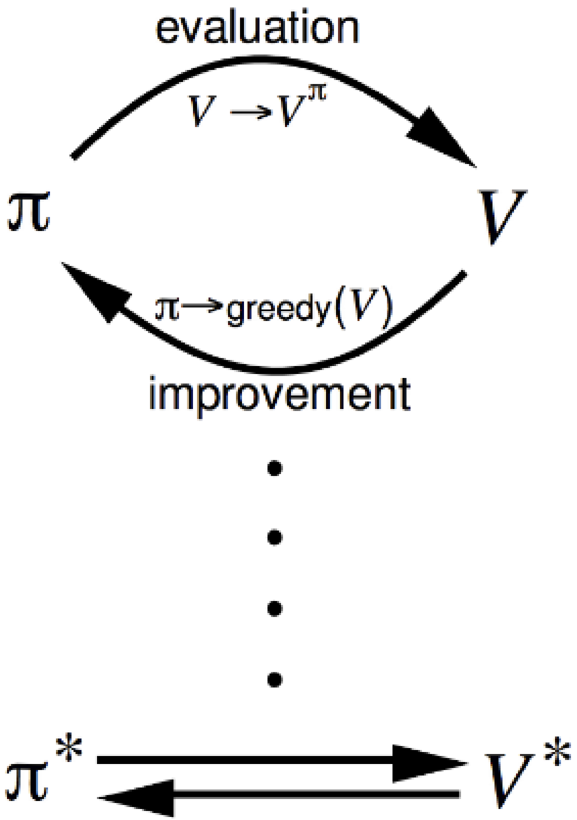
$$\pi_* = \operatorname{argmax}_a \sum_{s,r} P(s,a,s')(r + V_{\pi_*}(s'))$$

Policy iteration

1. Zainicjuj algorytm wybierając dowolne początkowe wartości funkcji wartości, np. $V_0(s) = 0\ \forall s$ i dowolną strategię π.
2. W każdej iteracji k:
   - Dokonaj oceny $V(s)$ wykorzystując do tego strategię π:
     $$V_\pi(s) = \sum_a \pi(s,a) \sum_{s',r} P(s,a,s')(r + \beta V_\pi(s'))$$
     - Zatrzymaj proces gdy:
       $$\max_s |V_\ell(s) - V_{\ell-1}(s)| < \theta$$
   - Popraw zaproponowaną strategię zachowując się zachłannie w stosunku do V_π:
     $$\pi' = greedy(V_\pi)$$
     $$\pi' = \operatorname*{argmax}_a \sum_{s,r} P(s,a,s')(r + V_\pi(s'))$$
3. Zatrzymaj algorytm gdy strategia π' jest stabilna, tj. $\pi'_k = \pi'_{k-1}$.
4. Otrzymana w ten sposób strategia π' jest optymalna: $\pi' = \pi_*$.

Policy iteration





Policy evaluation Estimate v_π
Iterative policy evaluation

Policy improvement Generate $\pi' \geq \pi$
Greedy policy improvement

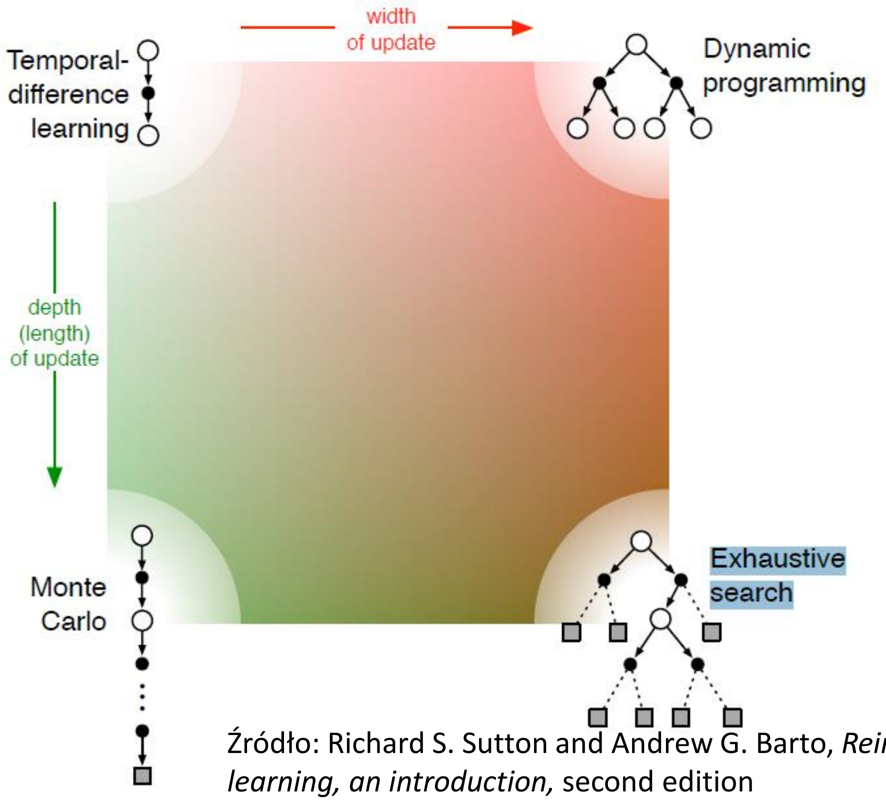
Źródło: http://www0.cs.ucl.ac.uk/staff/d.silver/web/Teaching_files/DP.pdf

Programowanie dynamiczne

- Metody programowania dynamicznego gwarantują zbieżność do rozwiązania optymalnego.
- Jednak nadal charakteryzują się dużą złożonością obliczeniową, przez którą rozwiązywanie dużych problemów może być trudne.

Programowanie dynamiczne

- Metody programowania dynamicznego gwarantują zbieżność do rozwiązania optymalnego.
- Jednak nadal charakteryzują się dużą złożonością obliczeniową, przez którą rozwiązywanie dużych problemów może być trudne:



Źródło: Richard S. Sutton and Andrew G. Barto, *Reinforcement learning, an introduction,* second edition

Programowanie dynamiczne

- Metody programowania dynamicznego gwarantują zbieżność do rozwiązania optymalnego.
- Jednak nadal charakteryzują się dużą złożonością obliczeniową, przez którą rozwiązywanie dużych problemów może być trudne.
- Można temu zaradzić poprzez rezygnację z *synchronicznych backupów* na rzecz *asynchronicznych:*
  - in-place dynamic programming
  - Prioritised sweeping
  - Real-time dynamic programming

Programowanie dynamiczne

- Przy czym nadal do poprawnego działania tych algorytmów konieczna jest pełna wiedza na temat rozpatrywanego procesu decyzyjnego Markowa (nazywamy to uczeniem opartym na modelu – *model based learning*).
- Konieczna jest znajomość macierzy przejścia i nagród za znalezienie się w każdym z osiągalnych stanów.
- Nie zawsze taka wiedza jest dostępna – wtedy warto skorzystać z metod uczenia wolnego od modeli (*model free learning*).