title: “R Notebook”
output: html_notebook
Names: Jhonier Coronado, Sebastian Valderrama

ALGORITMOS-ANALISIS NÚMERICO

Bisección

Este método consiste en obtener una major aproximación de la raíz a partir de un interval inicial (a,b) en el cual hay un cambio de signo en la función, es decir:

$$f(a)f(b) < 0$$

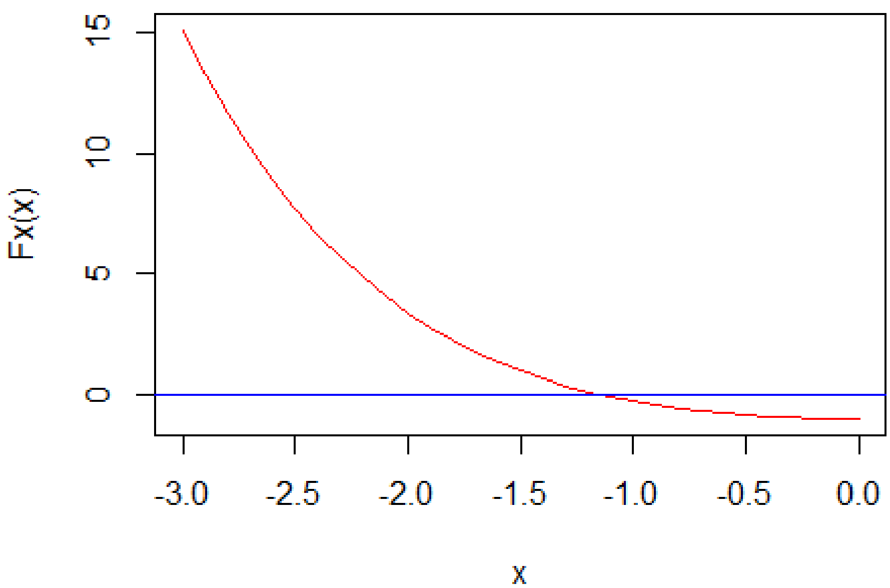
Entonces primero se obtiene un valor medio con respecto a (a,b)

$$x_m = \frac{a+b}{2}$$

Luego este valor se reemplaza en la función. Si el resultado es menor a 0 $a = x_m$ y si es mayor $b = x_m$. Se iterara hasta que cumpla con la tolerancia requerida. Con respecto a esta definición se construyó el siguiente algoritmo:

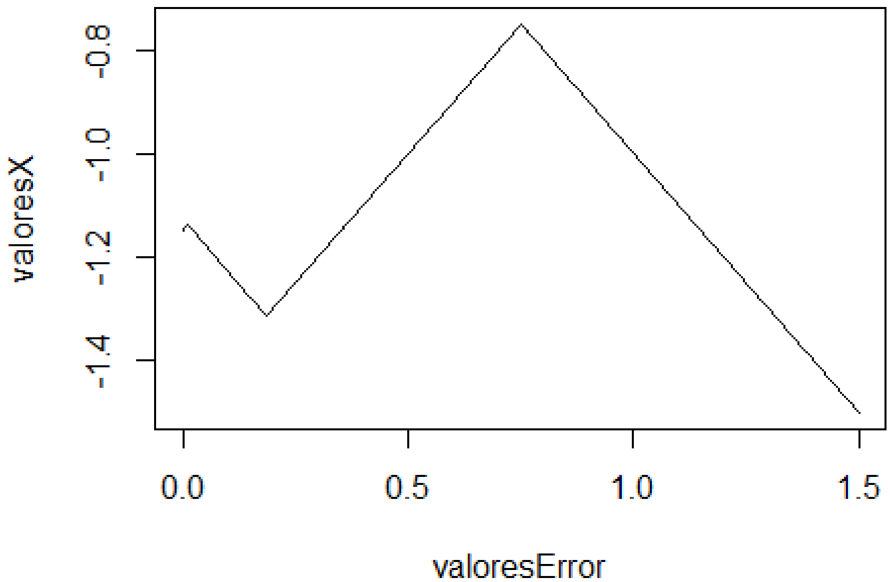
```
rm(list=ls())
Fx = function(x) (exp(-x) + x -2)

valoresError = c()
valoresX = c()

biseccion = function(a, b, error){
  #Para graficar se crea una secuencia de números entre el rango [a,b]
  x = seq(a, b, 0.1)
  plot(x, Fx(x), type = "l", col = "red")
  abline(h = 0, col = "blue")
  x = b
  d = (a+b) / 2.0
  contador = 0
  e = abs(a-b) /2.0
  while (e > error){
    contador = contador + 1
    if (Fx(a) * Fx(b) > 0){
      cat("No se puede aplicar el método\n")
    }
    else {
        if (Fx(x) * Fx(a) > 0)
          a = x
        if (Fx(x) * Fx(b) > 0)
```

```r
          b = x
        d = x
        x = (a + b) / 2
        e = abs(a-b) / 2.0

        valoresX[contador] = x
        valoresError[contador] = e
        cat("X: ", x, "\tError: ", e, "\n")
    }
  }
  plot(valoresError, valoresX, type = "l")
  cat("Iteracciones: ", contador, "Resultado: ", x, "\n")
}

biseccion(-3, 0, 10e-5)
```




```
## X:  -1.5     Error:  1.5
## X:  -0.75    Error:  0.75
## X:  -1.125   Error:  0.375
## X:  -1.3125  Error:  0.1875
## X:  -1.21875     Error:  0.09375
## X:  -1.171875    Error:  0.046875
## X:  -1.148438    Error:  0.0234375
## X:  -1.136719    Error:  0.01171875
## X:  -1.142578    Error:  0.005859375
## X:  -1.145508    Error:  0.002929688
## X:  -1.146973    Error:  0.001464844
```

```
## X:  -1.14624     Error:  0.0007324219
## X:  -1.145874    Error:  0.0003662109
## X:  -1.146057    Error:  0.0001831055
## X:  -1.146149    Error:  9.155273e-05
```




```
## Iteracciones:  15 Resultado:  -1.146149
```

Método de Newton

El método de Newton es un método abierto, en el sentido de que no garantiza su convergencia global. La única manera de alcanzar la convergencia es seleccionar un valor inicial lo suficientemente cercano a la raíz buscada.

Entonces este método parte de una aproximación inicial x_0y obtiene una aproximación mejor $x_1$dada por la formula:

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

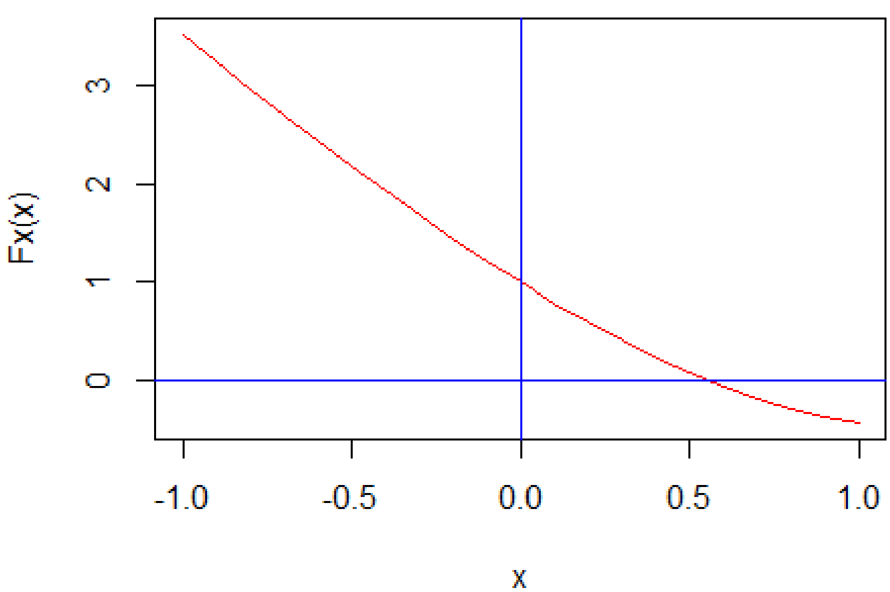
De esta manera se ira acercando al valor deseado reemplazando una y otra vez el valor obtenido hasta obtener el error requerido por la tolerancia.

Según lo anterior se contruyo el siguiente algoritmo:

e^x - pi * x Derivada e^x - pi

```
rm(list=ls())
Fx = function(x) exp(x) - pi * x
```

```r
Fx1 = function(x) exp(x) - pi

Newton = function(a, b, error){
  x = seq(a, b, 0.1)
  plot(x, Fx(x), type = "l", col = "red")
  abline(h = 0, v = 0, col = "blue")

  x_0 = (a + b) / 2

  contador = 0
  dx = 0
  repeat {
    corr = Fx(x_0) / Fx1(x_0)
    x_1 = x_0 - corr
    dx = abs(corr)
    x_0 = x_1
    contador = contador + 1

    cat(contador, dx, "\n")
    if (dx <= error)
      break
  }
  cat ("Iteracciones: ", contador, "Resultado: ", x_1, "\n")
}
Newton(-1, 1, 10e-8)
```



```
## 1 0.4669422
## 2 0.08287642
## 3 0.003998516
## 4 9.896266e-06
## 5 6.078286e-11
## Iteracciones:  5 Resultado:  0.553827
```

Método del Punto Fijo

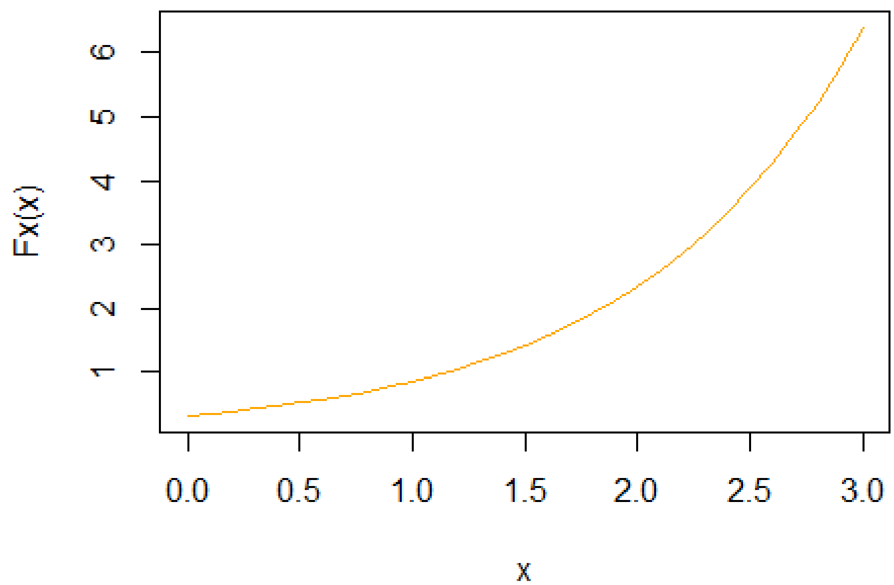
Un punto fijo de una función *g,* es un número *p* tal que *g(p)=p* . De esta forma se obtiene *g(x)* de *f(x)* y con esto y un punto $x_0$se realizaran las iteraciones necesarias para hallar el resultado hasta la tolerancia requerida.

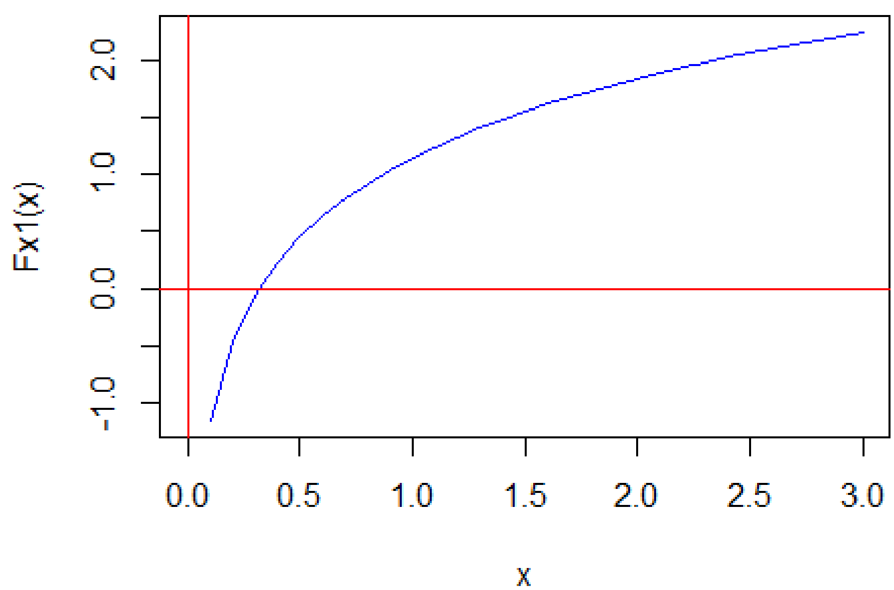
Entonces viendo esto como un proceso primero se debe obtener *g(x)* y escoger un punto x_0. Luego x_0 se reeplazara en *g(x)* ; si este valor es el primero no se obtendra un error, y si no se obtendra el error calculandolo con el valor obtenido anteriormente. Finalmente el valor obtenido al reemplazar x_0 en *g(x)* será x_1y se repite el proceso otra vez.

Según la anterior definición se conntruyo el siguiente algoritmo:

```
rm(list=ls())
Fx = function(x) exp(x) / pi
Fx1 = function(x) log(x*pi)

PuntoFijo = function(a, b, error){
  errorX = 0
  xInicial = a
  x = seq(a, b, 0.1)
  plot(x, Fx(x), type = "l", col = "orange")
  plot(x, Fx1(x), type = "l", col = "blue")
  abline(h = 0, v = 0, col = "red")
  if (Fx(a) < a || Fx(b) < b)
    cat("El intervalo no es valido\n")
  else {
    x_0 = (a + b) / 2
    contador = 0
    fxInicial = Fx(a)
    done = FALSE
    valoresX = c()
    erroresX = c()
    erroresX1 = c()
    it = c()
    x = 0
    while(abs(xInicial - fxInicial) > error){
      x = x + 1
      contador = contador + 1
      if (xInicial < a){
```

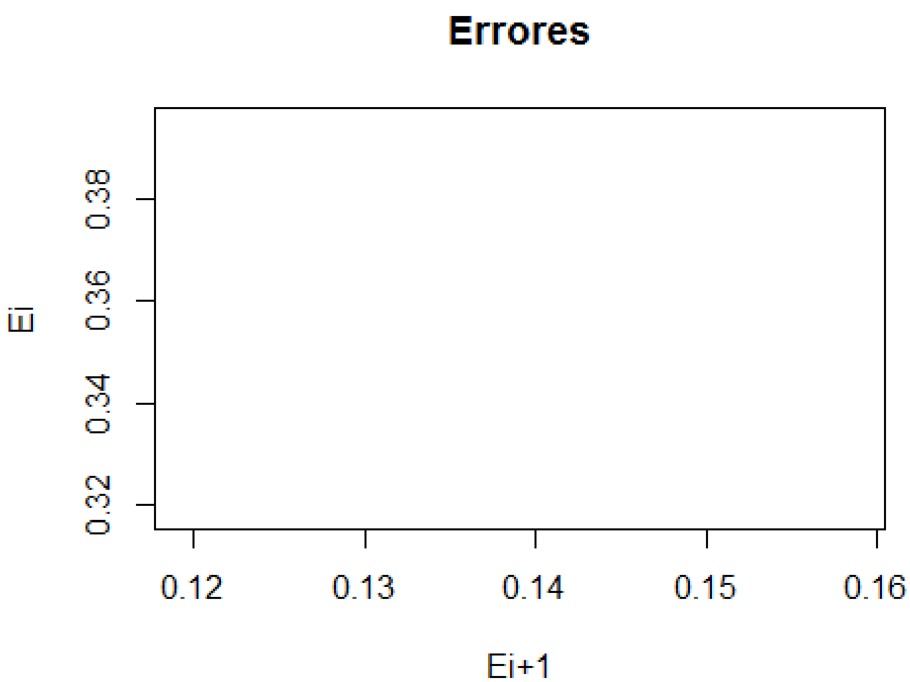
```
        done = TRUE
      }
      if (done == FALSE){
        xInicial = fxInicial
        fxInicial = Fx(xInicial)
      } else {
        fxInicial = xInicial
        xInicial = Fx1(fxInicial)
      }
      cat("Iteraccion: ", contador, "\tValor de X: ", xInicial, "\t\tErro
r: ", errorX, "\n")
      errorX = xInicial - errorX

      valoresX[x] = xInicial
      i = 0
      if (x%%2 == 0){
        erroresX1[x] = errorX
      } else{
        erroresX[x] = errorX
      }
      it[x] = contador
    }
    erroresX = erroresX[-contador]
    plot(erroresX1, erroresX, type="l",xlab="Ei+1", ylab="Ei", main="Erro
res", col="red")

   cat("Iteracciones: ", contador, "Resultado: ", xInicial, "\n")

  }
}

PuntoFijo(0, 3, 10e-8)
```






```
## Iteraccion:  1   Valor de X:  0.3183099      Error:  0
## Iteraccion:  2   Valor de X:  0.4376131      Error:  0.3183099
## Iteraccion:  3   Valor de X:  0.4930638      Error:  0.1193033
## Iteraccion:  4   Valor de X:  0.5211767      Error:  0.3737605
```

```
## Iteraccion:  5   Valor de X:  0.5360364      Error:  0.1474162
## Iteraccion:  6   Valor de X:  0.5440612      Error:  0.3886202
## Iteraccion:  7   Valor de X:  0.5484448      Error:  0.155441
## Iteraccion:  8   Valor de X:  0.5508542      Error:  0.3930038
## Iteraccion:  9   Valor de X:  0.5521831      Error:  0.1578504
## Iteraccion:  10  Valor de X:  0.5529173      Error:  0.3943326
## Iteraccion:  11  Valor de X:  0.5533234      Error:  0.1585847
## Iteraccion:  12  Valor de X:  0.5535482      Error:  0.3947388
## Iteraccion:  13  Valor de X:  0.5536726      Error:  0.1588094
## Iteraccion:  14  Valor de X:  0.5537415      Error:  0.3948632
## Iteraccion:  15  Valor de X:  0.5537797      Error:  0.1588783
## Iteraccion:  16  Valor de X:  0.5538008      Error:  0.3949013
## Iteraccion:  17  Valor de X:  0.5538125      Error:  0.1588995
## Iteraccion:  18  Valor de X:  0.553819       Error:  0.394913
## Iteraccion:  19  Valor de X:  0.5538226      Error:  0.158906
## Iteraccion:  20  Valor de X:  0.5538246      Error:  0.3949166
## Iteraccion:  21  Valor de X:  0.5538257      Error:  0.1589079
## Iteraccion:  22  Valor de X:  0.5538263      Error:  0.3949177
## Iteraccion:  23  Valor de X:  0.5538266      Error:  0.1589085
## Iteraccion:  24  Valor de X:  0.5538268      Error:  0.3949181
## Iteraccion:  25  Valor de X:  0.5538269      Error:  0.1589087
```




```
## Iteracciones:  25 Resultado:  0.5538269
```

Método de la Posición falsa

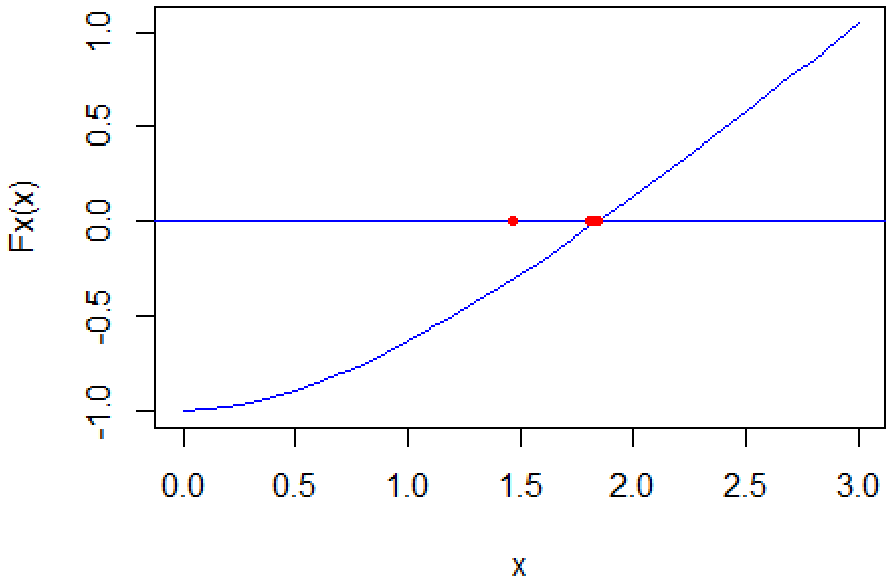
Este metodo pretende juntar la seguridad del método de la bisección con la rapidez del método de la secante. Se parte de dos puntos a, b tal que $f(a)f(b) < 0$. Entonces primero se obtendra un x_m con la siguiente formula:

$$x_m = \frac{a * f(b) - f(a) * b}{f(b) - f(a)}$$

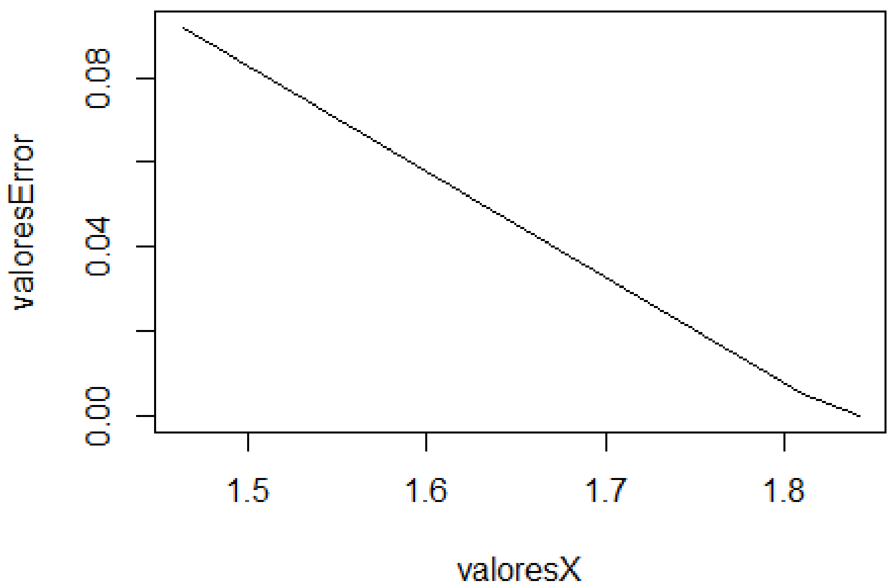
Luego este valor se reeplazara en la función y , como en el metodo de bisección, reemplazara a a o a b si el resultado de la función es menor o mayor a 0 respctivamente.

Seguún la siguiente definición se construyo el siguiente algoritmo:

```
Fx = function(x) exp(-x) + x -2
Fx1 = function(x) 1 - exp(x)

Pfalsa = function(a, b, error){
  e = 1
  x = seq(a, b, 0.1)
  plot(x, Fx(x), type = "l", col="blue")
  abline(h=0, col = "blue")
  valoresX = c()
  valoresError = c()
  it = 0
  while (e > error) {
    it = it + 1
    x = (Fx(b) * a - Fx(a) * b) / (Fx(b) - Fx(a))
    if (Fx(x) == 0) {
      break
    }
    if (Fx(x) * Fx(a) < 0){
      b = x
    }
    else {
      a = x
    }
    e = abs(Fx(x) / Fx1(x))
    points(rbind(c(x,0)),pch=19,cex=0.7,col="red")
    cat("Valor de X: ", x, "\tError: ", e, "\n")
    valoresX[it] = x
    valoresError[it] = e
  }
  plot(valoresX, valoresError, type = "l")
}
Pfalsa(0, 3, 10e-8)
```




```
## Valor de X:  1.463567    Error:  0.09183747
## Valor de X:  1.809481    Error:  0.005243437
## Valor de X:  1.839096    Error:  0.000367304
## Valor de X:  1.841241    Error:  2.618425e-05
## Valor de X:  1.841394    Error:  1.868984e-06
## Valor de X:  1.841405    Error:  1.334168e-07
## Valor de X:  1.841406    Error:  9.52398e-09
```



Método de la secante

Este método parte de dos puntos y estima la tangent por una aproximación con la siguiente expresión:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{x_n - x_{n-1}}{f(x_n) - f(x_{n-1})} f(x_n)$$

Si no se llega al error requerido por la tolerancia se iterara de nuevo con el valor obtenido y el anterior a este como los dos puntos que se necesitan.

De acuerdo a lo anterior se construyo el siguiente algoritmo:

```
rm(list=ls())
Fx = function(x) exp(x) - pi * x
Fx1 = function(x) exp(x) - pi

Secante = function(x1, x2, error){
  x = (Fx(x2) * x1 - Fx(x1) * x2) / (Fx(x2) - Fx(x1))
  err = 1
  contador = 0
  while (err > error){
    contador = contador + 1
    x1 = x2
    x2 = x
    x = (Fx(x2) * x1 - Fx(x1) * x2) / (Fx(x2) - Fx(x1))
    if (Fx(x) == 0)
```

```
      break
    err = abs(Fx(x) / Fx1(x))
    cat("Valor X: ", x, "\t\tValor del Error: ", err, "\t\tIteraccion: ",
contador, "\n")
  }
}

Secante(0, 1, 10e-8)
```

```
## Valor X:  0.464349       Valor del Error:  0.08524539        Iteraccio
n:  1
## Valor X:  0.5626182      Valor del Error:  0.008839985       Iteraccio
n:  2
## Valor X:  0.5542804      Valor del Error:  0.0004534648      Iteraccio
n:  3
## Valor X:  0.5538245      Valor del Error:  2.495487e-06      Iteraccio
n:  4
## Valor X:  0.553827       Valor del Error:  7.02433e-10       Iteraccio
n:  5
```

Método de Aitken

Es un método de aceleración de la convergencia que dada una sucesión $x = (x_n)_{n \in N}$, se calcula la nueva sucesión $x' = (x'_n)_{n \in N}$ definida de la siguiente manera

$$\Delta x_n = x_{n+1} - x_n$$

Y se puede escribir como:

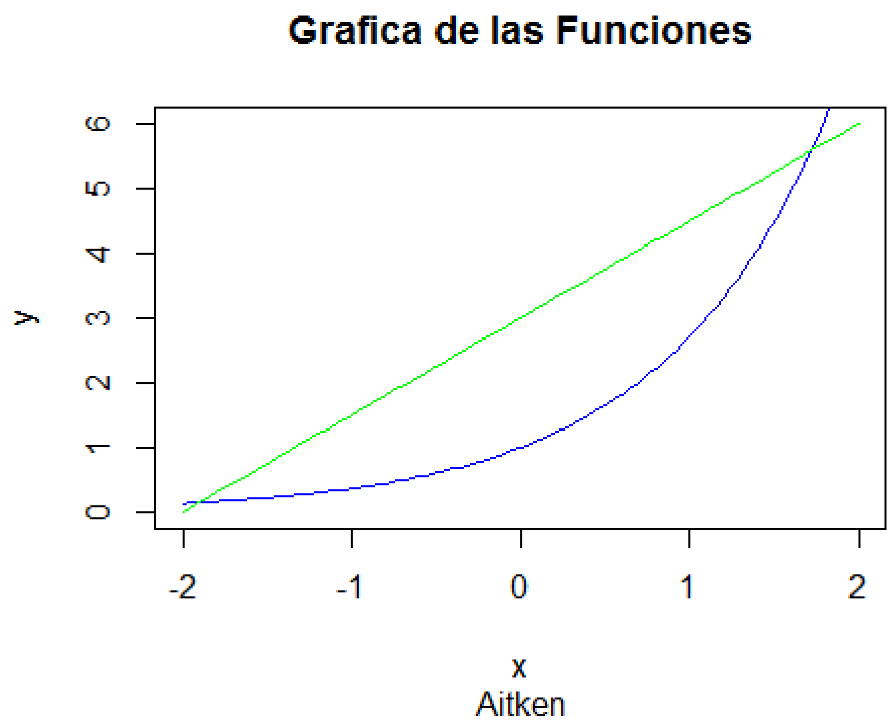
$$x'_{n+2} = x_{n+2} - \frac{(\Delta x_{n+1})^2}{\Delta^2 x_n}$$

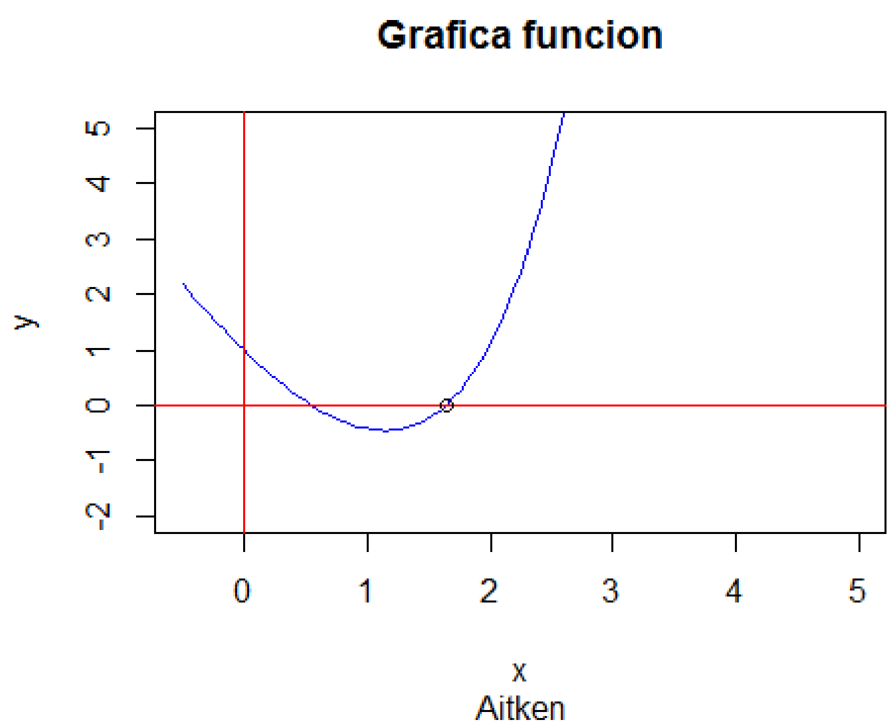
En esencia este algoritmo trabajara con un punto $x_0$pero para acelerar el proceso se escojeran los tres primeros puntos x_0, x_1, x_2 y de esta manera se llegara al resultado según la toleracia requerida en menos iteraciones. Con base a esta definición se realizó el siguiente algoritmo:

```
rm(list=ls())
fx<-function(x)
{
  signif(exp(1), 5)^x
}

fx1<-function(x)
{
  signif(pi,5)*x
}
```

```r
fx2<-function(x)
{
  signif(exp(1), 5)^x-signif(pi,5)*x
}

aitken = function(f, m, x0, tol)
{

  plot(fx, xlim = c(-2,2), ylim = c(0,6), col = "blue", main = "Grafica d
e las Funciones", sub = "Aitken", xlab = "x", ylab = "y")
  par(new=TRUE)
  curve(fx1, type = "l", col="green", axes=FALSE, ylab = "y")
  par(new=FALSE)

  iteraciones<-c()

  Er1<-c()
  Er2<-c()

  k<-0
  E1<-0

  g<-parse(text=f)
  fx = function(x){eval(g[[1]])}
  d.<-D(parse(text=f ), "x")
  df<-function(x) eval(d.)

  plot(fx, xlim = c(-0.5,5), ylim = c(-2,5), col = "blue", main = "Grafic
a funcion", sub = "Aitken", xlab = "x", ylab = "y")
  abline(h = 0, v=0, col= "red")

  repeat
  {

    x1 = x0 - m*(fx(x0)/df(x0))
    dx = abs(x1-x0)
    E2 = E1
    E1 = dx/x1
    cat("X=", x1, "\t", "E=", dx, "\t e=", E1,"\t Iteracion", k+1,"\n")

    if(k >= 1)
    {
      Er1<-c(Er1, E2)
      Er2<-c(Er2, E1)
    }

    k = k + 1

    if (dx < tol) break;
```

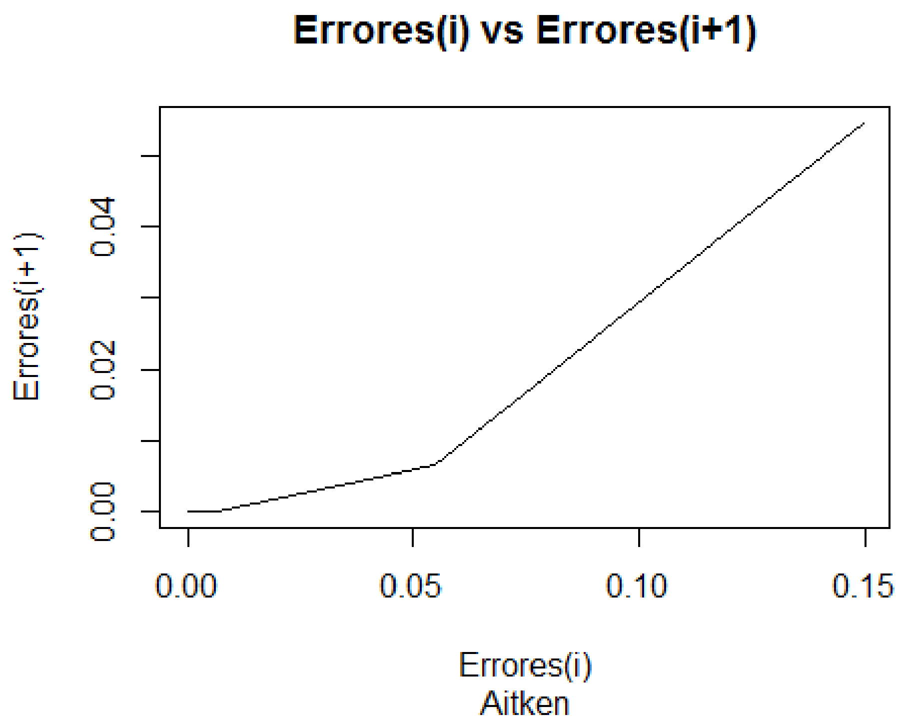
```
    x0 = x1


  }

  points(x1,0)

  plot(fx, xlim = c(0,max(Er1)), ylim = c(0,max(Er2)), col = "white", mai
n = "Errores(i) vs Errores(i+1)", sub = "Aitken", xlab = "Errores(i)", yl
ab = "Errores(i+1)")
  lines(Er1, Er2, type = "l")

  Er1<-c(Er1,Er2[k])
  iteraciones<-c(1:k)
  plot(fx, xlim = c(0,iteraciones[k]), ylim = c(0,Er1[1]), col = "white",
main = "Iteraciones vs Errores", sub = "Aitken", xlab = "Iteraciones", yl
ab = "Errores")
  lines(iteraciones, Er1, type = "l")
}

aitken("2.7182^x-3.1415*x", 1, 2, 10^-8)
```

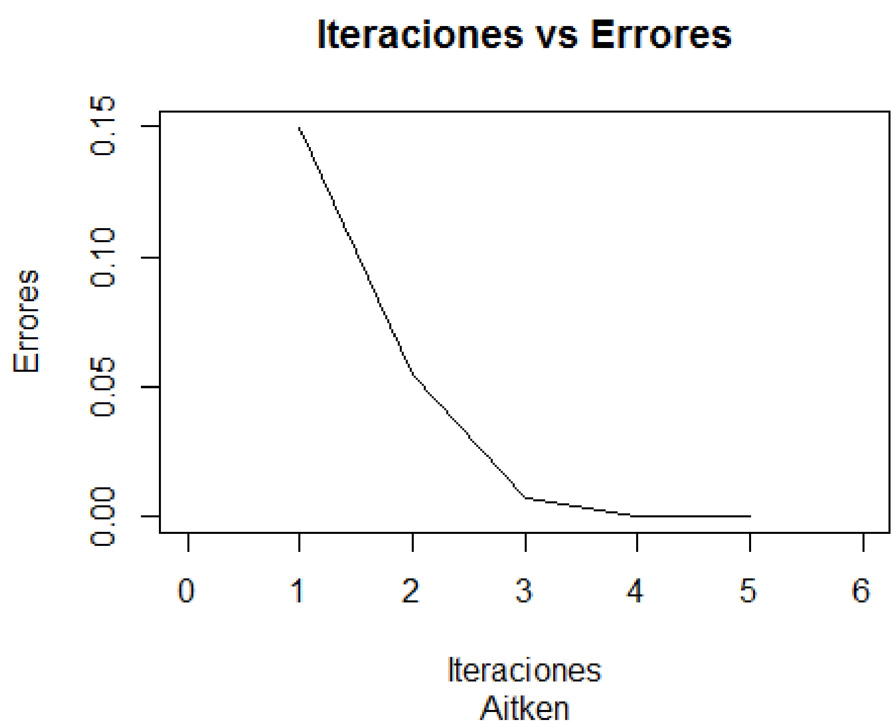





```
## X= 1.739666    E= 0.2603344     e= 0.1496462     Iteracion 1
## X= 1.6496      E= 0.09006603    e= 0.05459873    Iteracion 2
## X= 1.638732    E= 0.01086763    e= 0.00663173    Iteracion 3
## X= 1.638579    E= 0.0001525962      e= 9.312712e-05      Iteracion 4
```

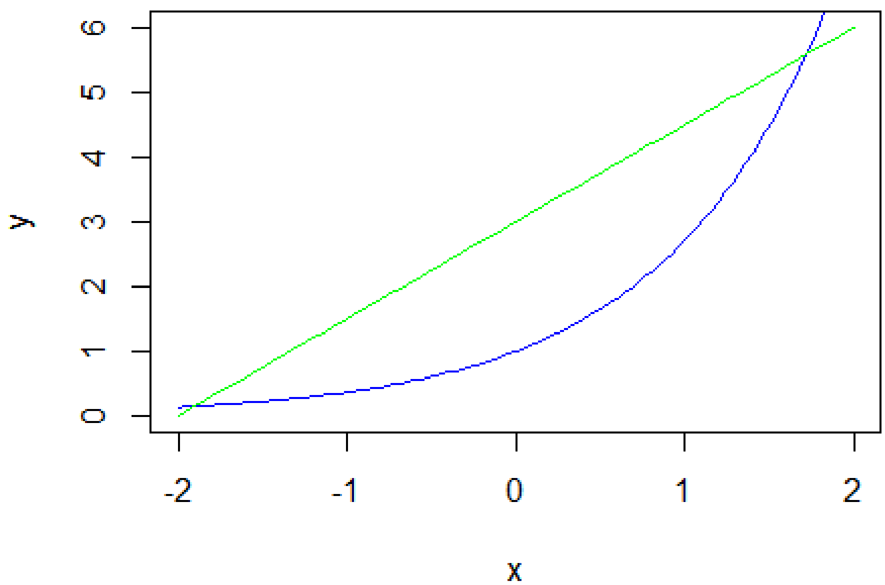
```
## X= 1.638579    E= 2.987868e-08      e= 1.823451e-08      Iteracion 5
## X= 1.638579    E= 1.776357e-15      e= 1.084084e-15      Iteracion 6
```





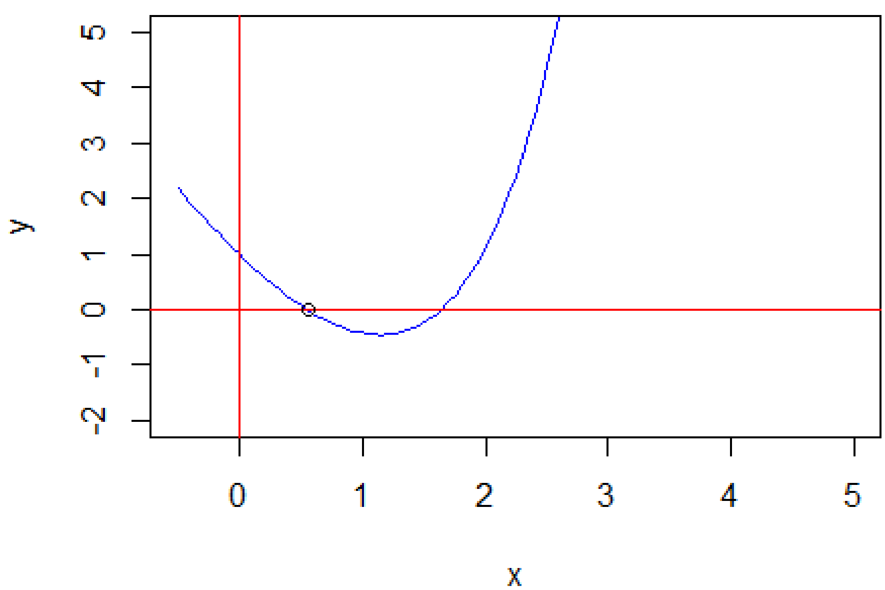

```
aitken("2.7182^x-3.1415*x", 1, 0, 10^-8)
```

Grafica de las Funciones



Aitken

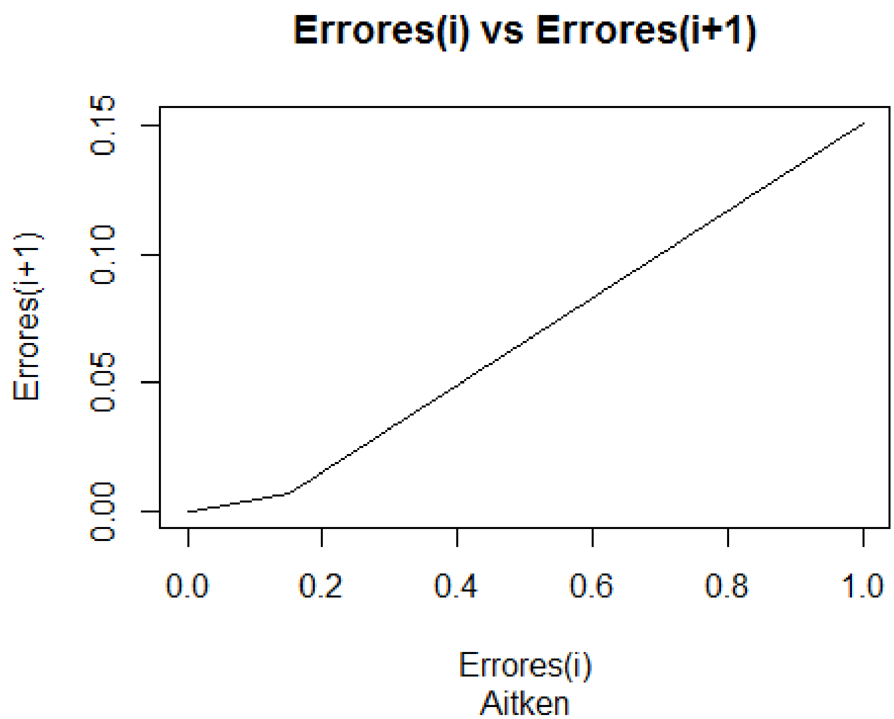
Grafica funcion

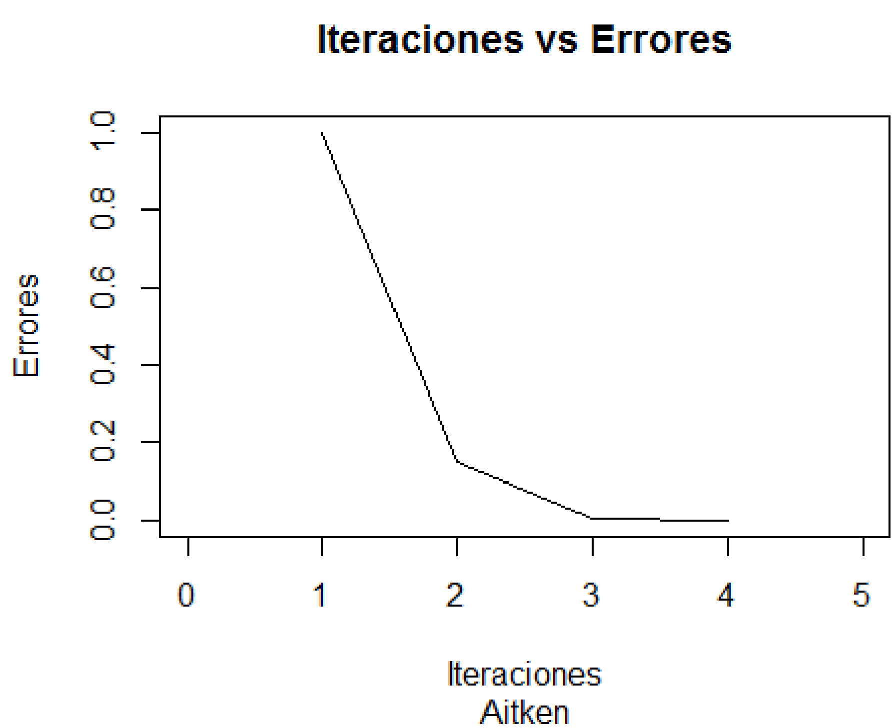


Aitken

```
## X= 0.4669558        E= 0.4669558     e= 1     Iteracion 1
## X= 0.5498345        E= 0.08287861    e= 0.1507338     Iteracion 2
## X= 0.5538331        E= 0.003998596       e= 0.007219858       Iteracion 3
```

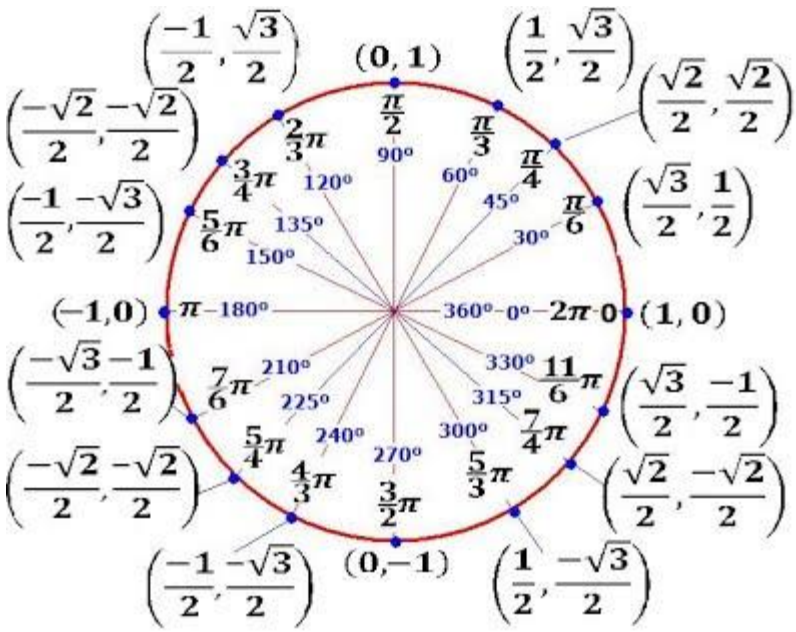
```
## X= 0.553843    E= 9.896336e-06      e= 1.786849e-05      Iteracion 4
## X= 0.553843    E= 6.078171e-11      e= 1.097454e-10      Iteracion 5
```





Metodo de Graficar Polares

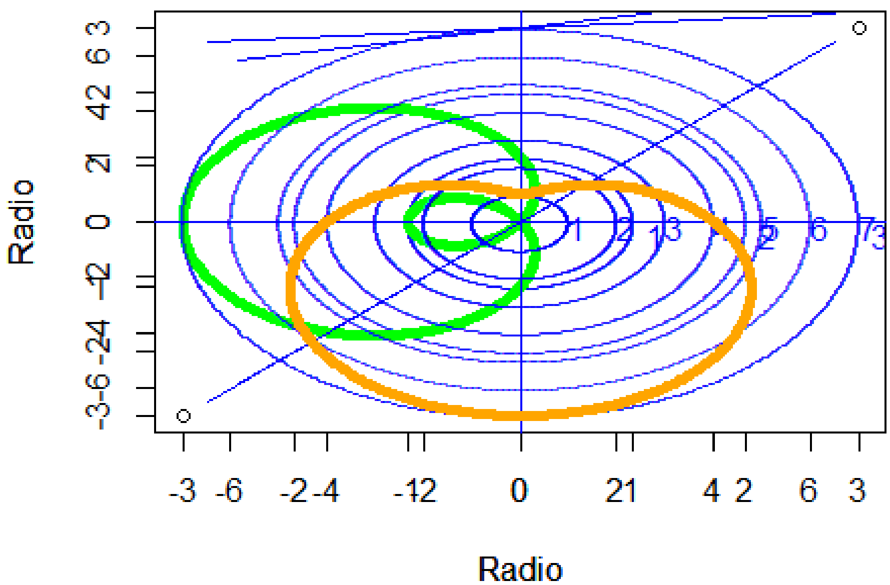
Con el siguiente algoritmo, dadas funciones trigonometricas se graficaran reeplazando θ por valores de 0 a 2π.



Gracias a funciones de R se pudo construir el siguiente algoritmo:

```
rm(list=ls())

dimension = seq(-pi, pi, pi/300)
r = 1 - 2*cos(dimension)
r2 =  4-3*sin(dimension)

interseccion = function(r1, r2, theta){

}

Polar = function(theta, r, color){
  x = 0
  y = 0
  axisX = 1

  for (i in 1:length(r)) {
    if (is.nan(r[i]) == TRUE){
      r[i] = 0
    }
  }
```

```
  angulo = seq(-max(theta), max(theta), theta[2] - theta[1])
  x = r * cos(theta)
  y = r * sin(theta)
  plot(c(-max(r), max(r)), c(-max(r), max(r)), xlab = "Radio", ylab = "Ra
dio")

  aux = max(r)


  while (aux > 0) {
    f_i = aux * sin(angulo)
    circun = aux * cos(angulo)
    #Graficar la circunferencia
    points(circun, f_i, pch="-", col="blue", cex = 0.3)
    text(axisX + 0.2, -0.2, axisX, col="blue")
    axisX = axisX + 1
    aux = aux - 1

  }
  abline(v=((max(circun) + min(circun)) / 2), col="blue")
  abline(h=((max(circun) + min(circun)) / 2), col="blue")
  #Graficar las rectas que atraviesan
  segments(-max(r) + 0.5, -max(r) + 0.5, max(r) - 0.5, max(r) - 0.5, col=
"blue")
  segments(-max(r) + 0.5, max(r) - 0.5, max(r) - 0.5, max(r) + 0.5, col="
blue")
  points(x, y, pch = 20, col = color, cex = 1)
}

Polar(dimension, r, "green")
par(new=T)
Polar(dimension, r2, "orange")
```


Radio
Radio