

DUS

- diskkrétne
- udalostné
- systémy

Marček Stanislav



SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE

Fakulta elektrotechniky a informatiky

SLOVAK UNIVERSITY OF TECHNOLOGY IN BRATISLAVA

Faculty of Electrical Engineering and Information Technology

PN definitions

$$P = \{p_1, \dots, p_n\}$$

$$T = \{t_1, \dots, t_m\}$$

$$P \cap T = \emptyset, P \cup T \neq \emptyset$$

$$F \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$$

$$W: F \rightarrow (N \cup \{0\})$$

$$M_0: P \rightarrow (N \cup \{0\})$$

$$P = \{p_1, \dots, p_n\}$$

$$T = \{t_1, \dots, t_m\}$$

$$P \cap T = \emptyset, P \cup T \neq \emptyset$$

$$I: (P \times T) \rightarrow (N \cup \{0\})$$

$$O: (T \times P) \rightarrow (N \cup \{0\})$$

$$M_0: P \rightarrow (N \cup \{0\})$$

Grafová reprezentácia – Bipartitným grafom!

PN exercise

Overte nasledovné zápisy Petriho siete $(\mathbf{P}, \mathbf{T}, \mathbf{F}, \mathbf{W}, \mathbf{m}_0)$! Vytvorte grafický zápis!

$$(\emptyset, \{a, b, c, d\}, \emptyset, \emptyset, \emptyset)$$

$$(\{a, b\}, \{b, c, d\}, \emptyset, \emptyset, \emptyset)$$

$$(\{a, b, c\}, \{d, e, f\}, \{\vec{ab}, \vec{db}, \vec{ce}, \vec{fb}\}, \{\vec{ab} : 1, \vec{db} : 1, \vec{ce} : 0, \vec{fb} : 1\}, \{1, 0, 0\})$$

PN exercise

Overte nasledovné zápisy Petriho sieti (P, T, I, O, m_0) ! Je možné ich zakresliť?

$$(\{a, b\}, \{A, B\}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, (1, 0))$$

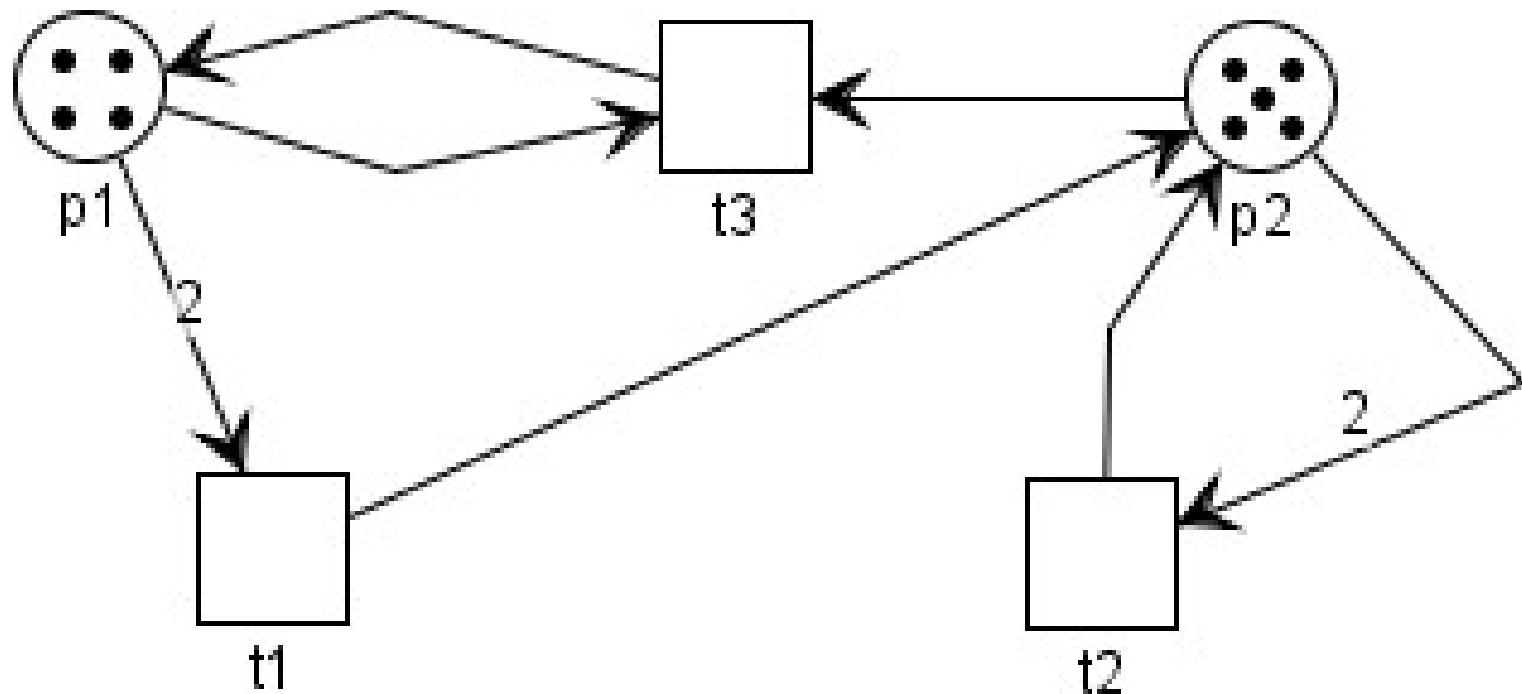
$$(\{a, b\}, \{A, B\}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, (4, 1))$$

$$(\{a, b\}, \{A, B\}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \{4, 900\})$$

$$(\{p, t\}, \{p, t\}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \{17, 17, 19\})$$

PN exercise

Zápíšte sieť v tvaroch (P,T,F,W,m_0) aj (P,T,I,O,m_0) .



PN file definition

$$P \in \{p_1, p_2\},$$

$$T \in \{t_1, t_2, t_3\},$$

$$F \in \{\overrightarrow{p_1 t_1}, \overrightarrow{p_1 t_3}, \overrightarrow{p_2 t_2}, \overrightarrow{p_2 t_3}, \overrightarrow{t_1 p_2}, \overrightarrow{t_2 p_2}, \overrightarrow{t_3 p_1}\},$$

$$W\{\overrightarrow{p_1 t_1} : 2, \overrightarrow{p_1 t_3} : 1, \overrightarrow{p_2 t_2} : 2, \overrightarrow{p_2 t_3} : 1, \overrightarrow{t_1 p_2} : 1, \overrightarrow{t_2 p_2} : 1, \overrightarrow{t_3 p_1} : 1\},$$

$$m_0 = (4, 5)$$

*.pnml (5.1kB)

```
<?xml version="1.0" encoding="UTF-8" ?><pnml>
... <net type="VIPschema.xsd"> ...
<place provider=...> ...<initial marking> </place>
...
<transition provider=...> ... </transition>
...
<arc provider=...> ... </arc>
</net> </pnml>
```

*.pflow (2.7kB)

```
<?xml version="1.0" encoding="UTF-8" ?><document>
... <subnet> ...
<place>
  <id>1</id>
  <x>53</x>
  <y>-282</y>
  <label>p2</label>
  <tokens>2</tokens>
  <isStatic>>false</isStatic>
</place>
...
<transition>
  <id>2</id>
  <x>-56</x>
  <y>-282</y>
  <label>t3</label>
</transition>
...
<arc>
  <type>regular</type>
  <sourceId>1</sourceId>
  <destinationId>2</destinationId>
  <multiplicity>1</multiplicity>
</arc>
... </subnet> ... </roles/> </document>
```

PN file definition

$$P \in \{p_1, p_2\},$$

$$T \in \{t_1, t_2, t_3\},$$

$$I : \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$O : \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$m_0 = (4, 5)$$

*.txt (48b)

n ... počet miest	2
m ... počet prechodov.....	3
m0 ... počiatočné značkovanie	4
.. n cisel	5
I ... vstupná matica.....	2
.. PxT ... n riadkov, m stlpcov	0
	1
	0
	2
	1
O ... výstupná matica.....	0
.. TxP ... n riadkov, m stlpcov	0
	1
	1
	1
	0

PN pre-set, post-set

$$I: P \times T \rightarrow N$$

$$p_i \in \bullet t \rightarrow I(p_i, t) = W(p, t)$$

$$p_i \notin \bullet t \rightarrow I(p_i, t) = 0$$

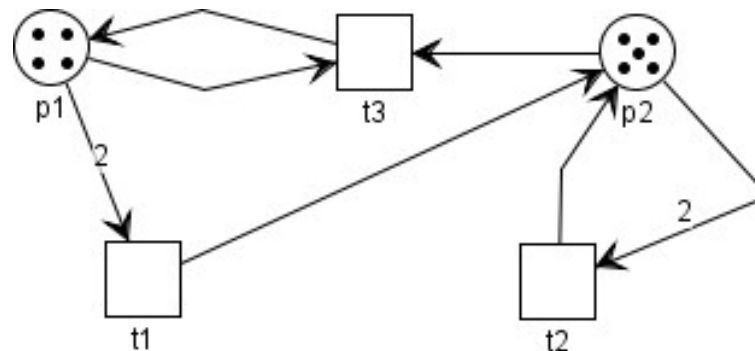
$$O: T \times P \rightarrow N$$

$$p_o \in t \bullet \rightarrow O(p_o, t) = W(t, p)$$

$$p_o \notin t \bullet \rightarrow O(p_o, t) = 0$$

Vstupná I	t1	t2	t3
p1	2	0	1
p2	0	2	1

Výstupná O	t1	t2	t3
p1	0	0	1
p2	1	1	0



PN incidence matrix C

$C: P \times T \rightarrow Z$ incidenčná matica

$$C = O - I$$

Stavová rovnica:

$$m_x = m_0 + C.X \rightarrow C.X = m_x - m_0$$

$$C(n,m).X(m,1)=m(n,1)$$

Pre **rýdze** PN je C postačujúca.

$$\forall t : \bullet t \cap t \bullet = \emptyset$$

Incidenčná O-I	t1	t2	t3
p1	0-2	0-0	1-1
p2	1-0	1-2	0-1

Incidenčná C	t1	t2	t3
p1	-2	0	0
p2	1	-1	-1

Počiat. znač.	m_0
p1	4
p2	5

Spúšťacia sekv. X	t1	t2	t3
p1	1	1	1

PN executability

Spustiteľnosť

$$l(p_i, t) \leq m(p_i) \quad \&\& \quad m(p_o) + O(p_o, t) \leq k(p_o)$$

k je kapacita ... maximálne ohraňenie značiek v mieste

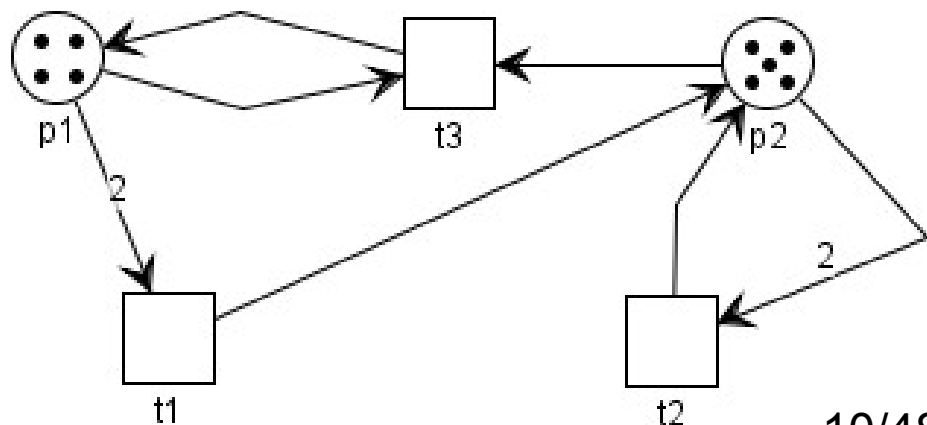
pre-set ... $\bullet t, p \subseteq P: \exists w(p, t) \dots \bullet t3: \{p1, p2\}$

post-set ... $t \bullet, p \subseteq P: \exists w(t, p) \dots t3 \bullet: \{p1\}$

$$\forall p \in \bullet t : w(p_i, t) \leq m(p_i)$$

&&

$$\forall p \in t \bullet : m(p_o) + w(t, p_o) \leq k(p_o)$$



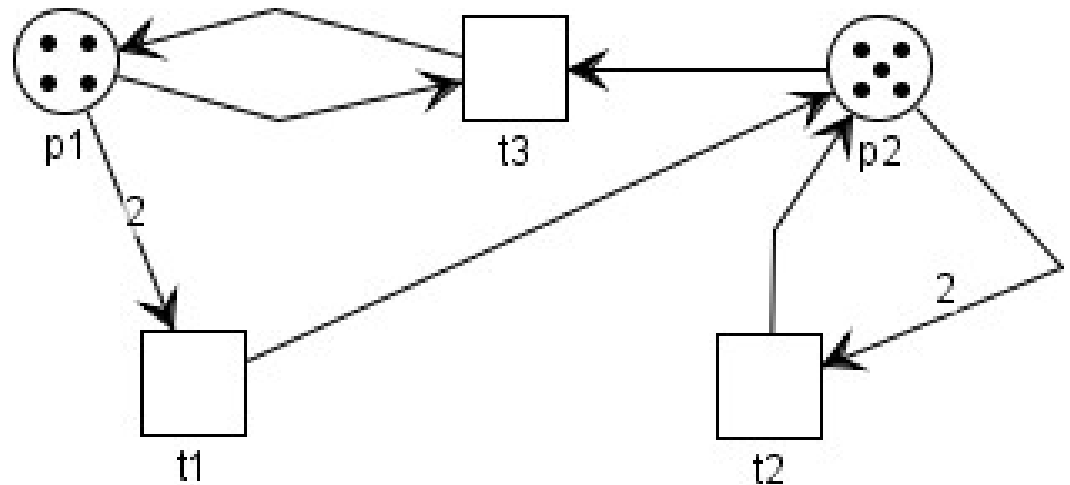
PN executability

ak ... $\mathbf{l} \cdot \mathbf{X}^T \leq \mathbf{m}^T$... potom

stavová rovnica, výpočet spustenia

$$m_x(p) = m(p) - l(p,t) + O(p,t)$$

$$\mathbf{m}_x^T = \mathbf{m}^T + \mathbf{C} \cdot \mathbf{X}^T$$



PS vzťahy medzi prechodmi

Elementárne štruktúry

Konflikt

Kauzalita

Synchrónnosť

Súbežnosť

Zámena (konf. & súb.)

Symetrický

Asymetrický

Vzájomné vylúčenie v súbežnosti

Sekvencia (sequence)

Rozdelenie (fork)

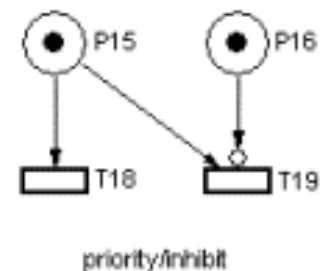
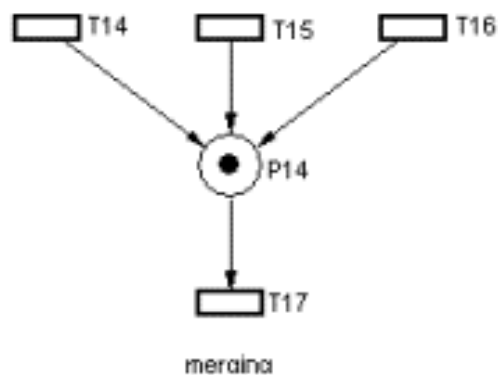
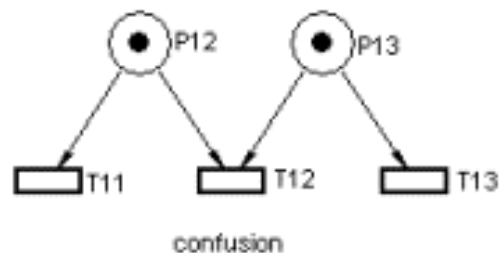
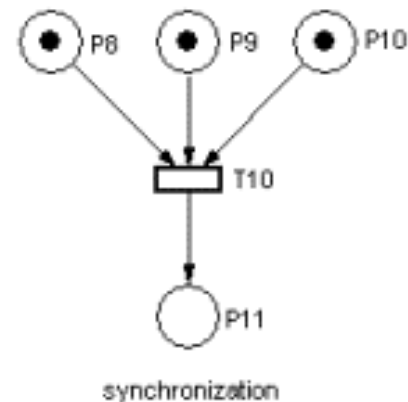
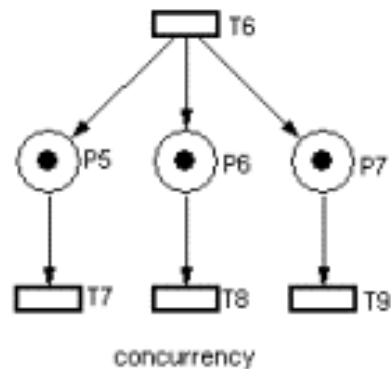
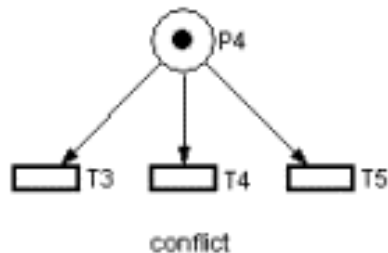
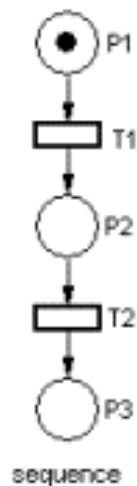
Synchronizácia (synchronization)

Výber (choise)

Spojenie (merge)

PN vzťahy medzi prechodmi

Elementárne štruktúry



PN reachability

- definícia **dosiahnuteľnosti** je cez reflexívny a tranzitívny uzáver

Reflexia $f(a)=a$

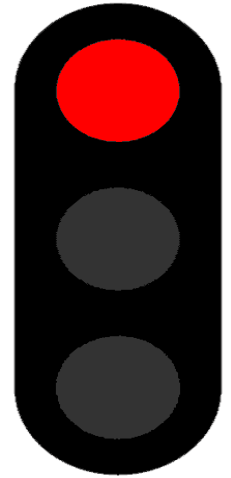
Tranzitivita $f(a,b), f(b,c) \rightarrow f(a,c), f(b,b), f(c,c)$

PN reachability

Příklad:

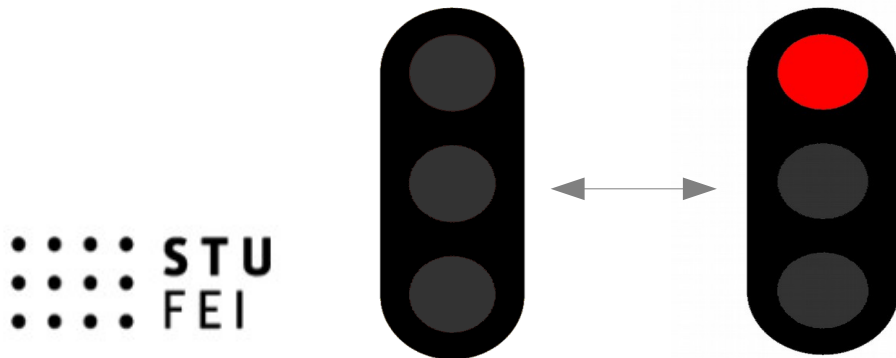
Modelujme semafor.

Každé ráno sa o 5:00 zapne, rozsvieti sa červené svetlo a po 60 sekundách sa pridá aj rozsvietením aj oranžové. Následne po 2 sekundách všetko zhasne a rozsvieti sa iba zelené svetlo. Svietenie trvá 30 sekúnd. Potom zhasne a rozsvieti sa na 2 sekundy iba oranžové, ktoré zhasne po 2 sekundách a na ďalších 60 sekúnd svieti iba červené. A to sa opakuje až do 22:00, kedy sa semafor vypne na noc (prerušovane bliká oranžové svetlo).



PN reachability

stav semaforu	povolené udalosti	značkovanie
vypnutý	zap	
státie (zapnutý)	vyp, prip	
pripravený-vol'no	ides	
vol'ný	pozor	
pripravený-stoj	stoj	



PN reachability

I=

0	0	0	0	0	1
1	0	1	0	1	0
1	0	0	1	0	0
0	0	1	0	1	0
0	0	0	1	0	0
0	1	0	0	0	0

O=

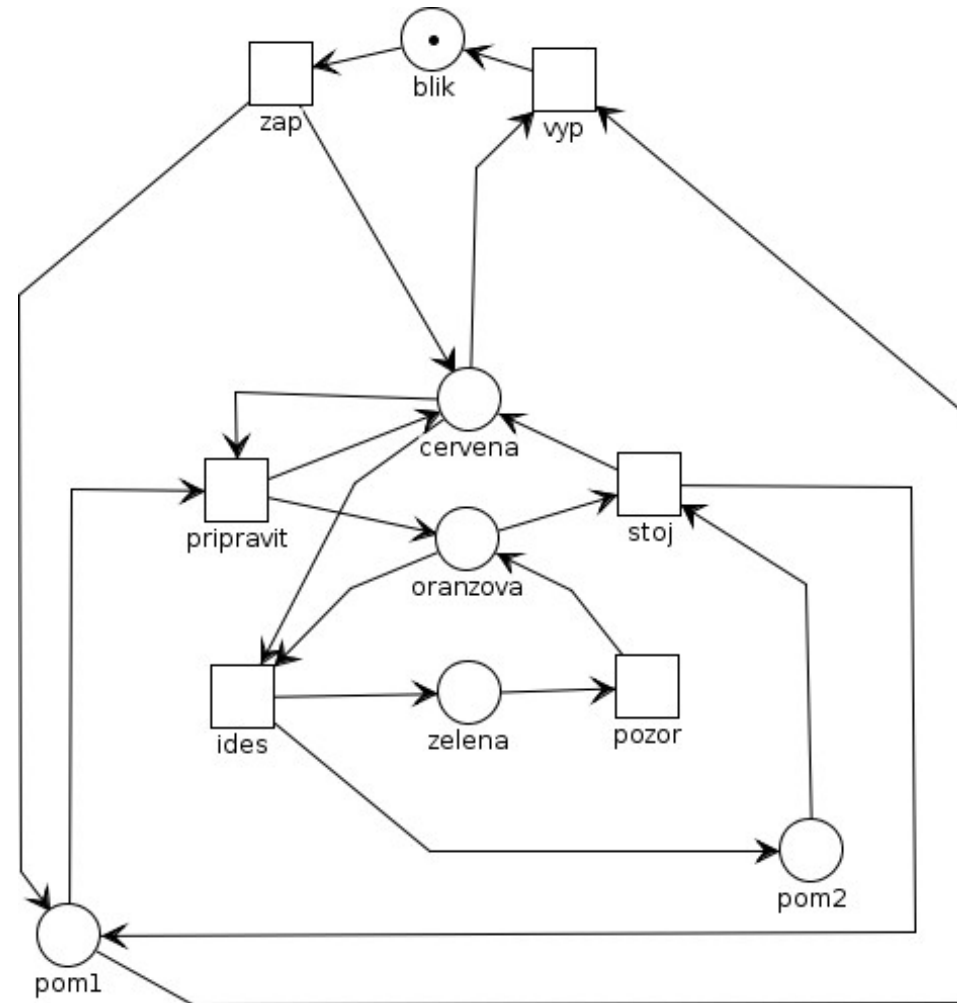
0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	1
0	1	1	0	0	0
0	0	1	1	0	1
1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0

C=

0	0	0	0	1	-1
-1	0	0	1	-1	1
-1	1	1	-1	0	0
0	0	-1	1	-1	1
1	0	0	-1	0	0
1	-1	0	0	0	0

$$I.X \leq m$$

$$m_x = m + C.X$$



PN reachability

- Prázdny list značkování m
- Prázdny list hrán t
- vlož značkovanie m_0
 - Pokiaľ máme značkovanie skúmamej:
 - Spustiteľnosť prechodov t_x a výpočítaj m_x
 - Ak sa m_x nenachádza v liste zarad' ho
 - Ak existuje predchodca m , taký $m_x > m \rightarrow$ neohranič.
 - Vlož hranu t_x z m do m_x , pre danú cestu
 - Označ ako preskúmané

PN boundedness

PS delíme na ohraničené a neohraničené.

Konečnú množinu stavov \rightarrow zostaviť stavový graf

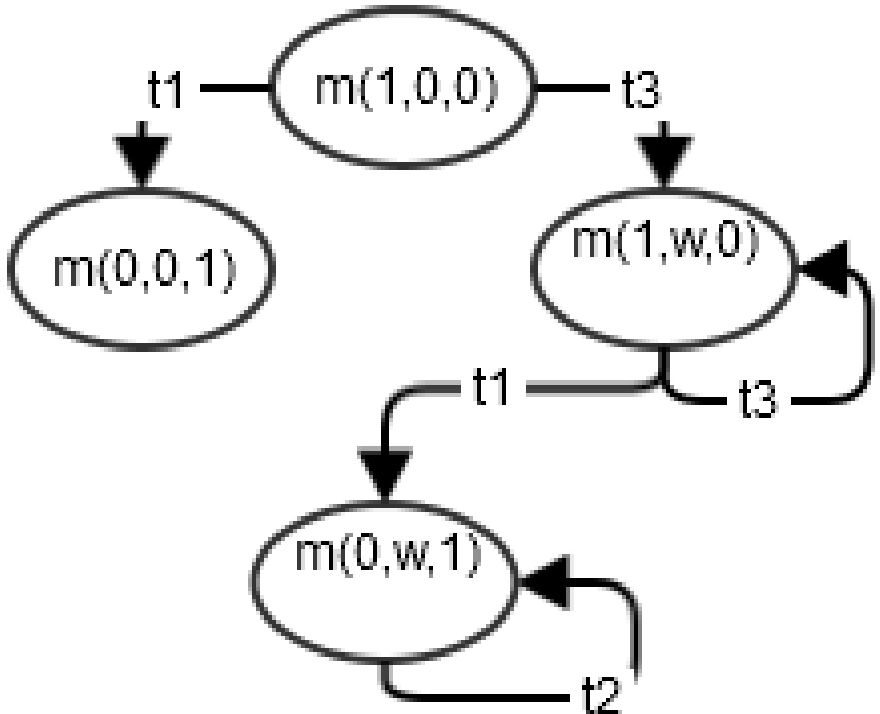
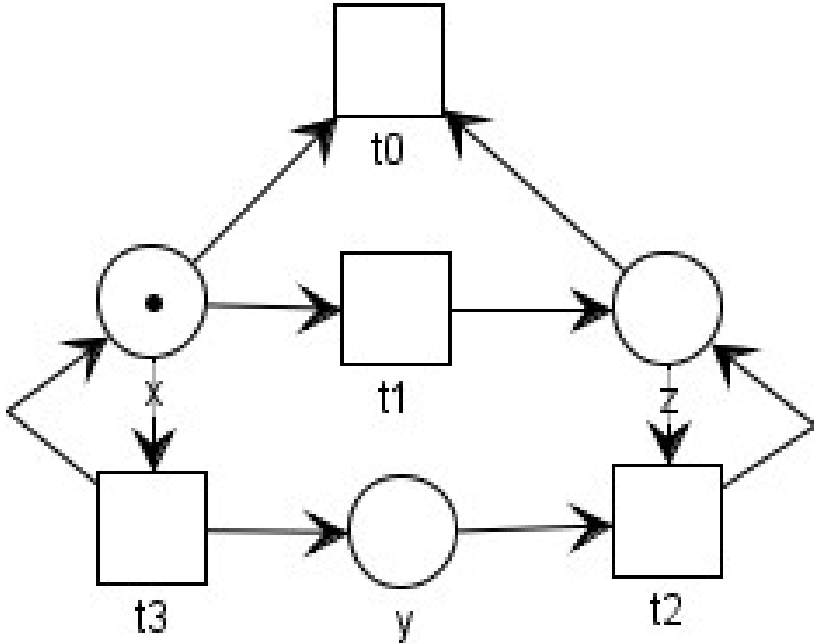
$$m: P \rightarrow (N \cup \{0\}) \quad , \quad n: P \rightarrow (N \cup \{0\})$$

$$m < n \Leftrightarrow \forall p \in P: m_p \leq n_p \wedge \exists p \in P: m_p < n_p$$

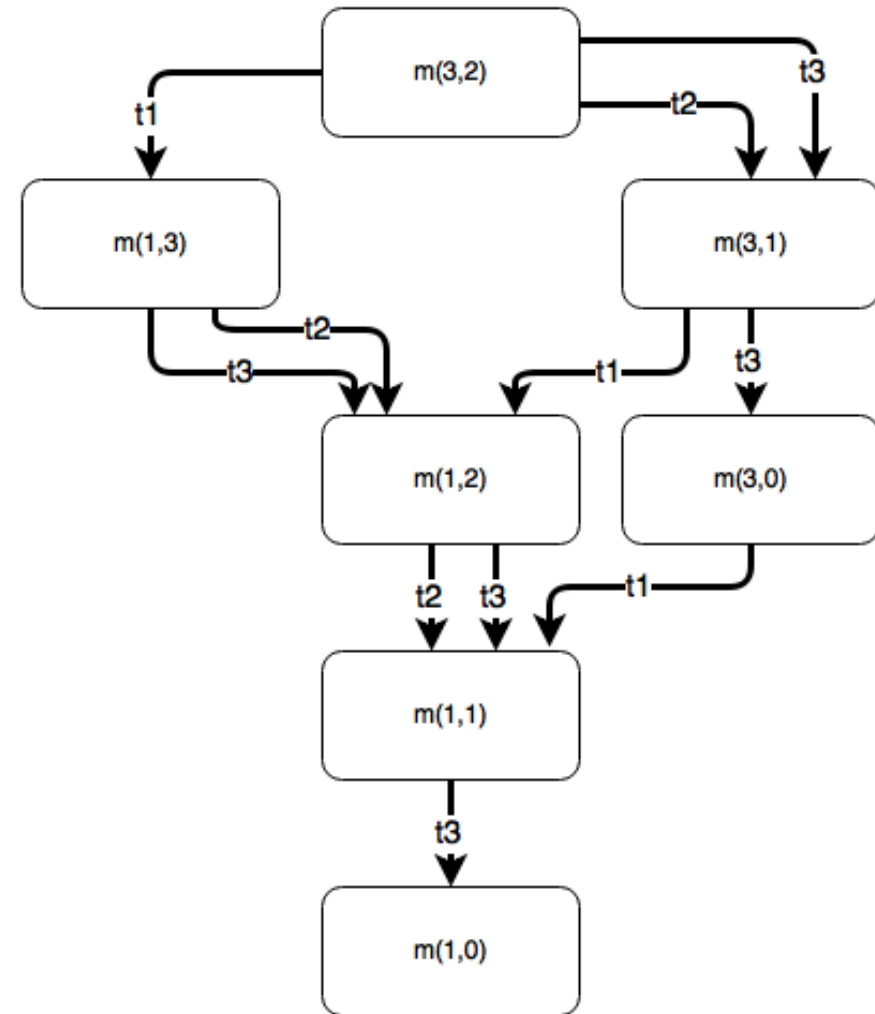
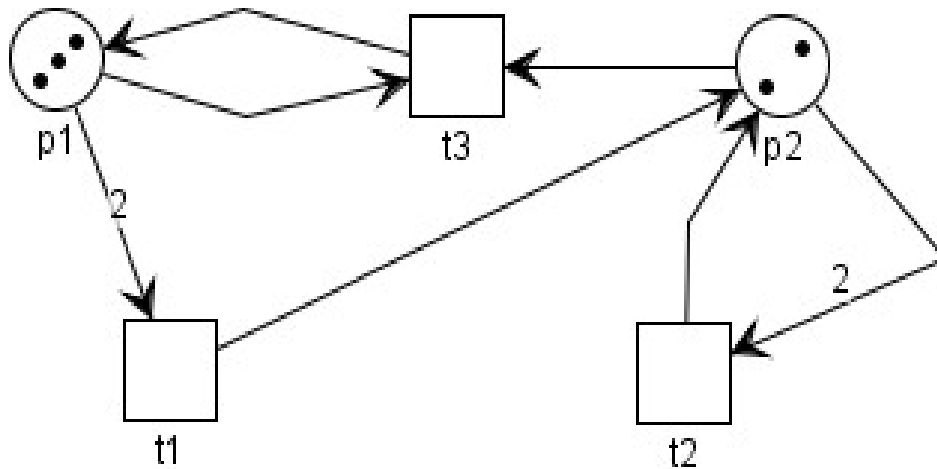
DFS, BFS (majme vrcholy a hrany)

K-, safe, štruktúrálna ohraničenosť.

PN coverability



PN coverability

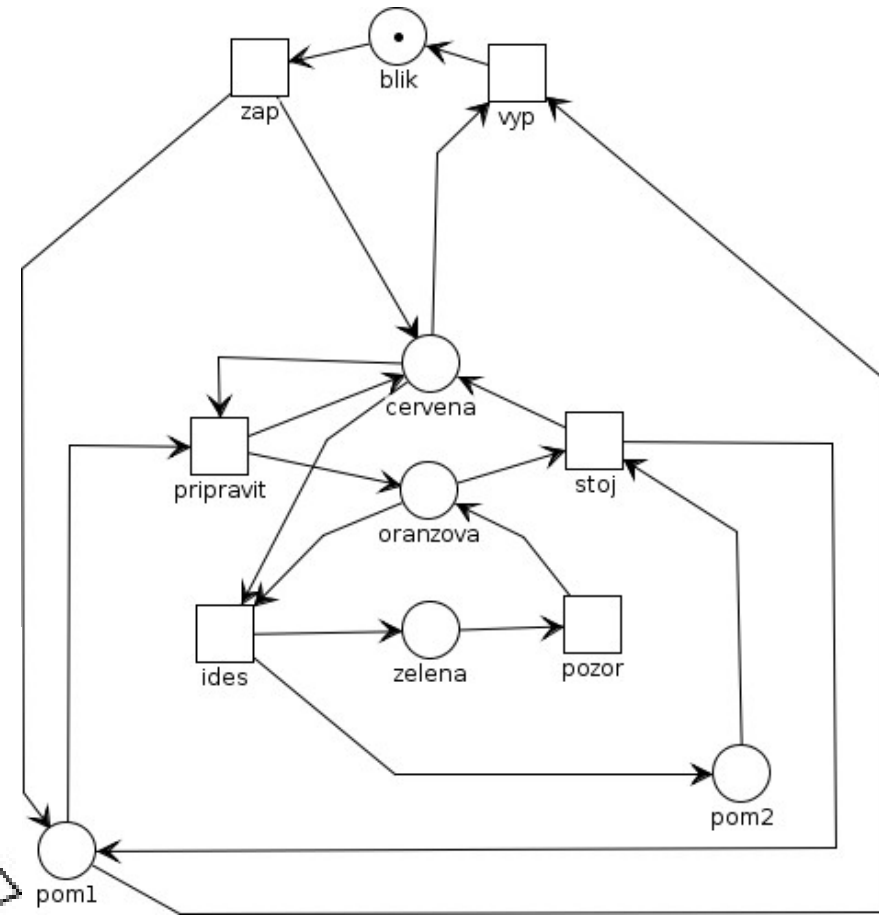
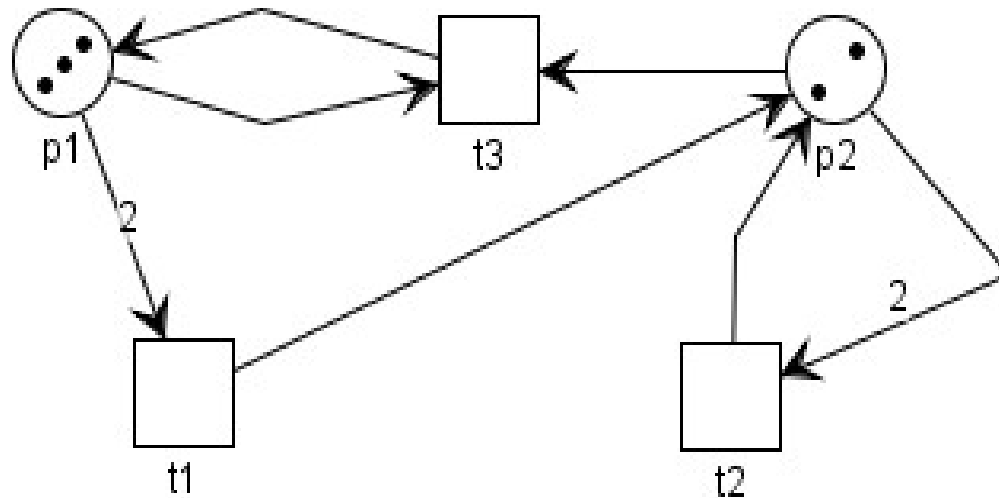
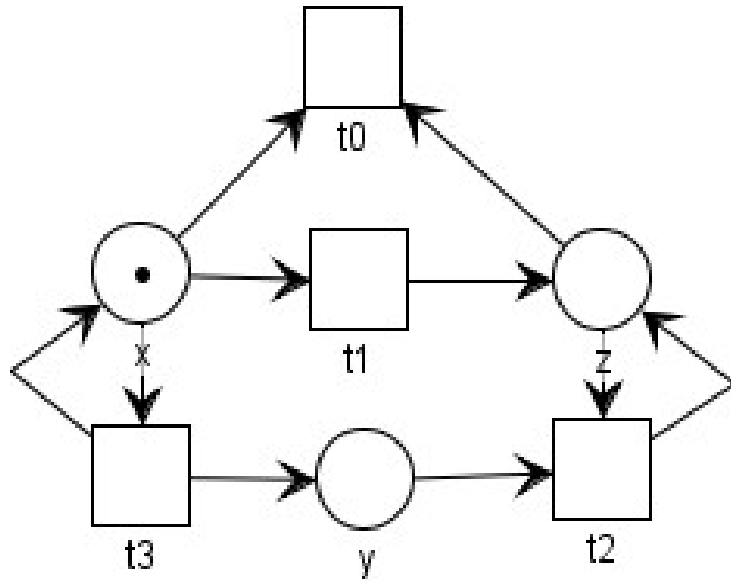


PN liveness

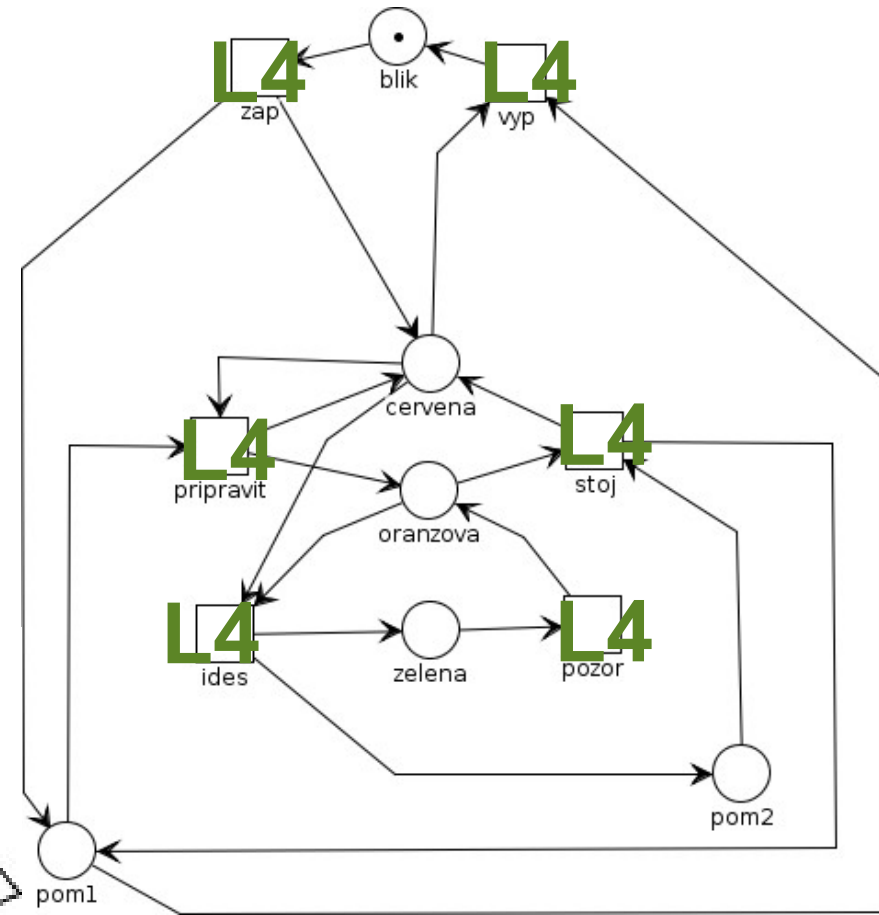
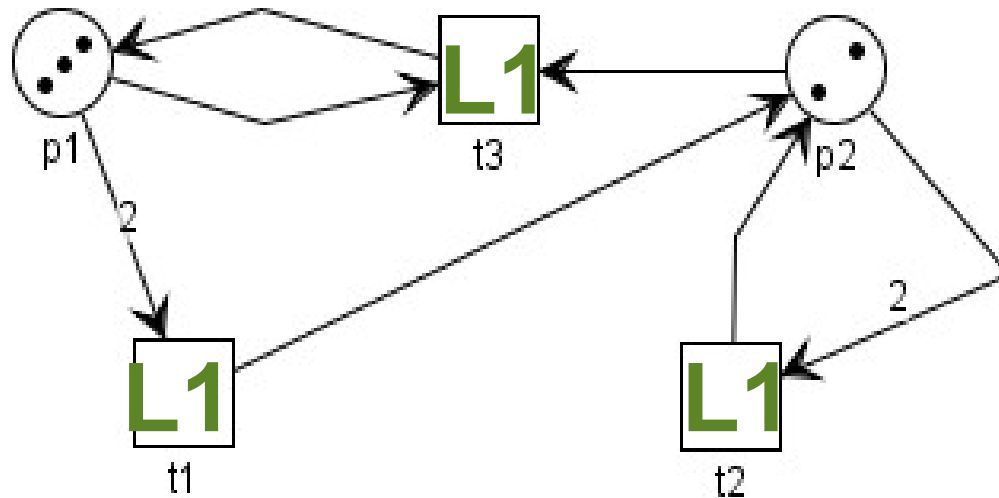
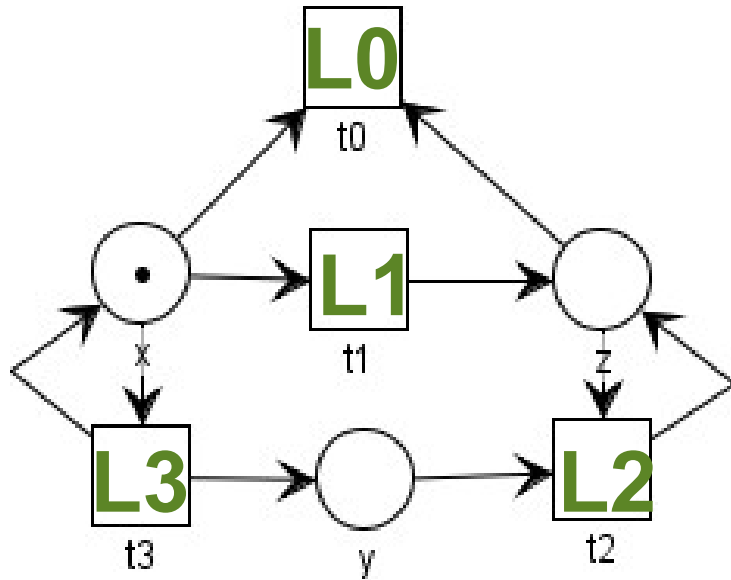
Prechod t z T je:

- L1: \exists spust. sekv. z m_0 , že t je spustiteľné
- L2: \exists sekvencie z m_0 , že t je k -krát spust.
- L3: \exists sekvencie z m_0 , že t je ∞ -krát spust.
- L4: \forall m dosiah. z m_0 je t spust. v sekvencii
- L0 ak \nexists sekvencia, aby t sa spustil

PN liveness



PN liveness



PN T-invariant

$$C.X^T=0 \quad //\text{maticové operácie}$$

Cyklus v PS ... $\exists x_i$ vo vektore X kladná a ostatné x_j sú nezáporné

Reverzibilnosť PS ... cyklus v kt. sa dokážem dostať do stavu m_0

Obmedzenia!!

štruktúrálna vlastnosť PS !!

Hľadanie X ?

... Integer Linear Programming ...

PN P-invariant

$$Y.C=0 \quad //\text{maticové operácie}$$

Štruktúrálna ohraničenosť ... ováňovaná suma značiek v miestach sa nemení
Obmedzenia!!!

Hľadanie Y?

$\forall y_i$ vo vektore Y sú kladné

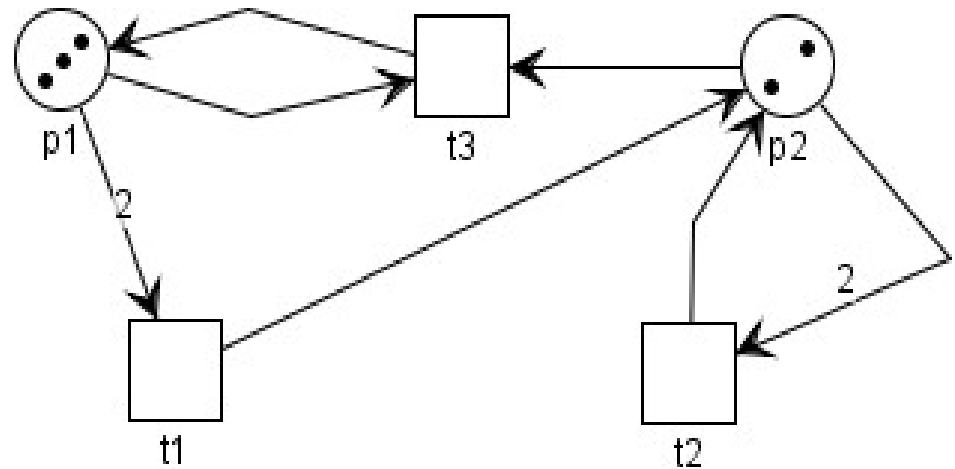
$\exists y_i$ vo vektore Y kladná a ostatné sú nezáporné

... Integer Linear Programing ...

Exercise

incidenčná matica C:

-2	0	0
1	-1	-1



T-inv ... C

$$-2x + 0y + 0z = 0$$

$$x - y - z = 0$$

$$x = 0$$

$$y = -z$$

P-inv ... C^T

$$-2x + y = 0$$

$$-y = 0$$

$$-y = 0$$

$$x = 0$$

PN solving linear equation

C.X=Z nenul. nezáp.

Trojuholníková matica

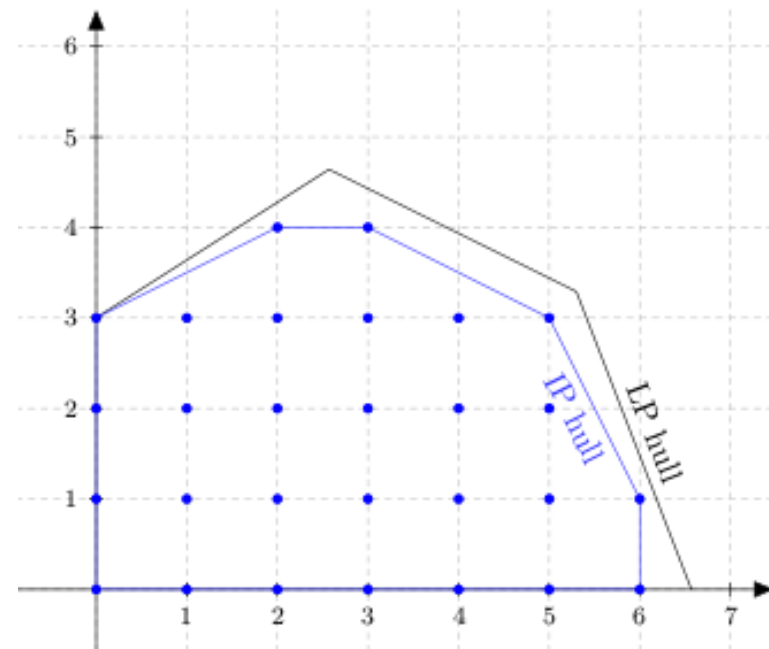
Integer linear programming

http://jean-pierre.moreau.pagesperso-orange.fr/c_linear.html

<http://lpsolve.sourceforge.net/5.5/>

<https://www.gnu.org/software/glpk/>

<http://www.sanfoundry.com/java-program-perform-lu-decomposition-matrix/>



PN solving linear equation

$Y.C=0$

n.m

$C.X=0$

(a,b,c,d,e,f)

0	0	0	0	1	-1
-1	0	0	1	-1	1
-1	1	1	-1	0	0
0	0	-1	1	-1	1
1	0	0	-1	0	0
1	-1	0	0	0	0

A
B
C
D
E
F

$-b-c+e+f=0 \dots$

$c-f=0 \dots c=f$

$c-d=0 \dots c=d=f$

$b-c+d-e=0 \dots b=e$

$a-b-d=0 \dots a=b+d$

$-a+b+d=0 \dots$

$E-F=0 \dots E=F$

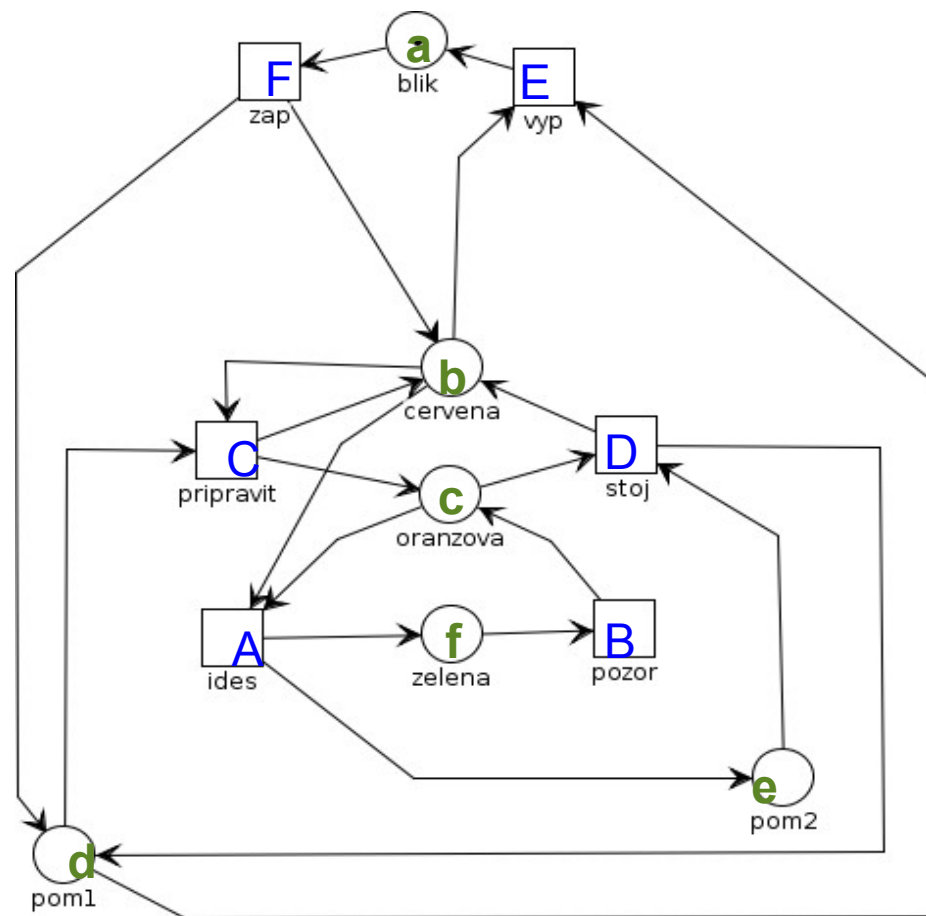
$-A+D-E+F=0 \dots$

$-A+B+C-D=0 \dots$

$-C+D-E+F=0 \dots C=D$

$A-D=0 \dots A=D$

$A-B=0 \dots A=B=C=D$



Program Octave/Matlab

C=

```
0 0 0 0 1 -1
-1 0 0 1 -1 1
-1 1 1 -1 0 0
0 0 -1 1 0 0
1 0 0 -1 0 0
1 -1 0 0 0 0
```

rref(C₀) ... trojuhol. matica

```
1 -0 -0 -1 0 0 0
0 1 0 -1 0 0 0
0 0 1 -1 -0 -0 0
0 0 0 0 1 -1 0
0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0
```

stĺpec reprezentuje rovnosť = 0

Počet nezávislých riešení

P-inv ... C'

```
0 -1 -1 0 1 1
0 0 1 0 0 -1
0 0 1 -1 0 0
0 1 -1 1 -1 0
1 -1 0 0 0 0
-1 1 0 0 0 0
```

rref(C'₀)

```
1 0 0 0 -1 -1 0
0 1 0 0 -1 0 0
0 0 1 0 -0 -1 0
0 0 0 1 0 -1 0
0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0
```

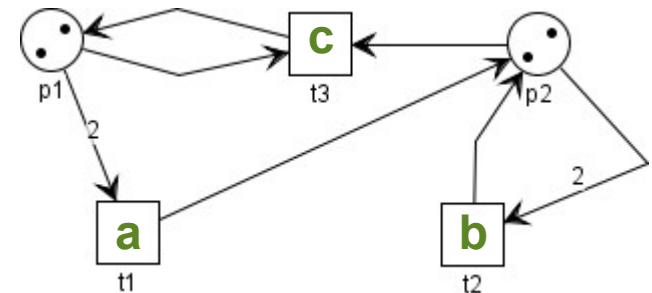
```
I= [...]; O= [...]; C=O-I;
rref([C,[0;0;0;0;0;0]])
rref([C',[0;0;0;0;0;0]])
```

PN Synthesis from sequence scenarios

Záznamy správania ... scénare

Scénar ... sekvencia udalostí.

Pozorované sekvencie scénarov
Např. {abb, bab, bca, cca, cab}

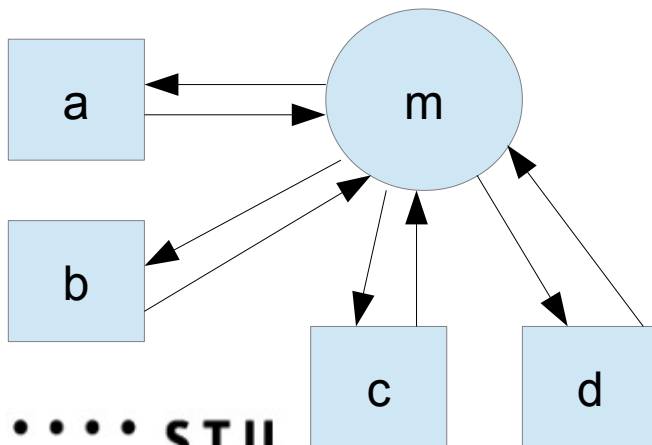


- Metóda konečnej bázy prípustných miest
- **Metóda nesprávnych pokračovaní (WC)**
- Metóda toku značení

WC: Wrong continuations

Sekvencie v scénari

- Gener. nerovnic z pozorovaných scénarov
- Gener. nerovnic zabraňujúce scénare
- Riešenie ...



Pozorované scénare {abd, acd}

Sekvencia **abd**: $m \geq a_z$; $m \geq a_z - a_d + b_z$; $m \geq a_z - a_d + b_z - b_d + d_z$;

Sekvencia **acd**: $m \geq a_z$; $m \geq a_z - a_d + c_z$; $m \geq a_z - a_d + c_z - c_d + d_z$;

Sekvencie **b,c,d**: $m < b_z$; $m < c_z$; $m < d_z$; ďalej

Sekvencie **ad,aa**: $m < a_z - a_d + d_z$; $m < 2a_z - a_d$; ...

WC: Wrong continuations

5(6) nerovnic pre RC – 2 p.s.

4 prechody / udalosti, (vytv. komb. horného ohraničenia)

$3+2+6+8=19$ rovníc WC nesprávnych pokračovaní

Ekvivalencia v PN ... napr. Zlučovanie miest

