



# Nesekvenčné správanie Petriho sietí

**Gabriel Juhás**



Obsah:

Sekvenčné správanie: spustiteľné postupnosti

Nesekvenčné správanie:

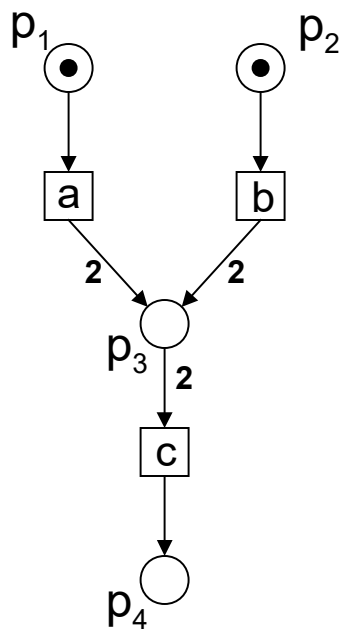
step sequences – postupnosti krokov

spustiteľné označené čiastočné usporiadania

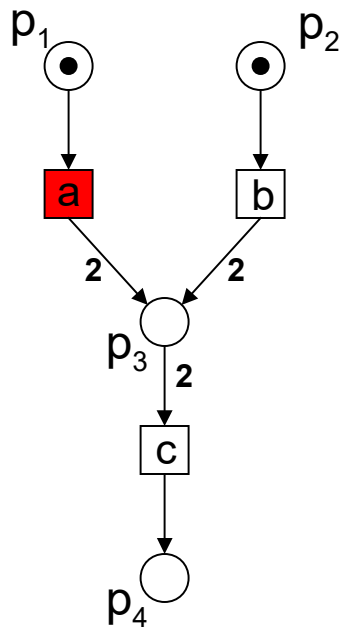
procesy a behy

Komutatívne procesy

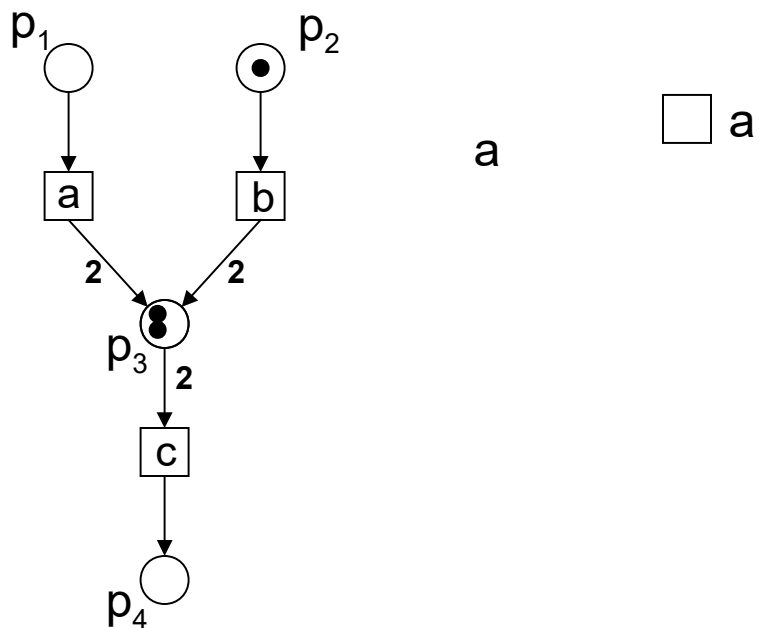
Algebraické termy - výrazy



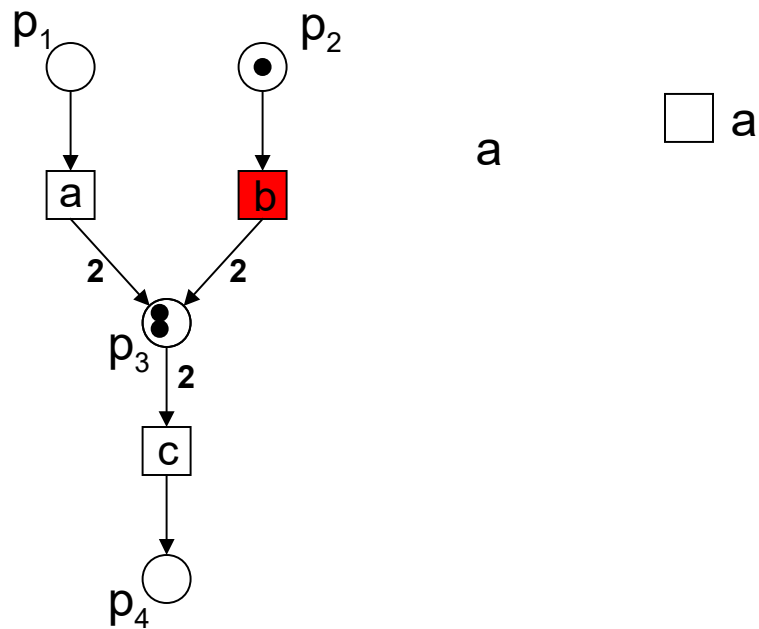
## Spustiteľné postupnosti prechodov



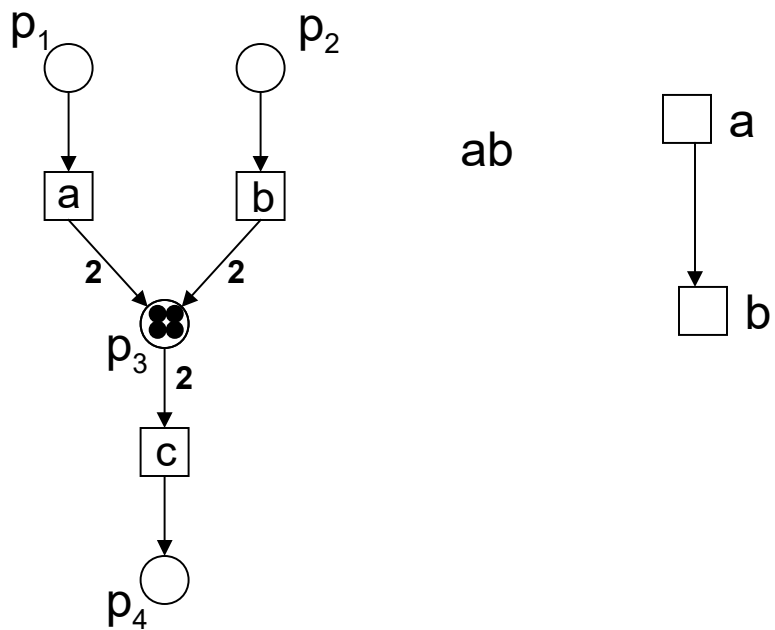
## Spustiteľné postupnosti prechodov



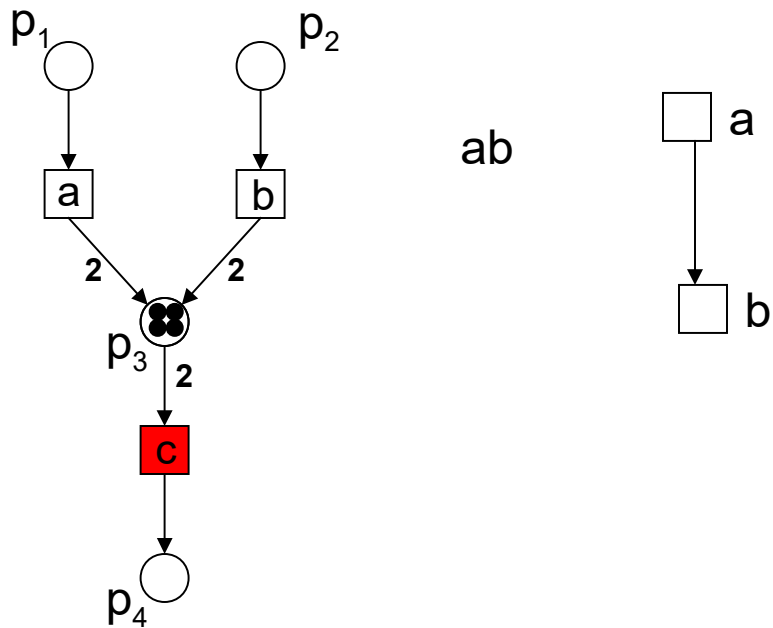
## Spustiteľné postupnosti prechodov



## Spustiteľné postupnosti prechodov

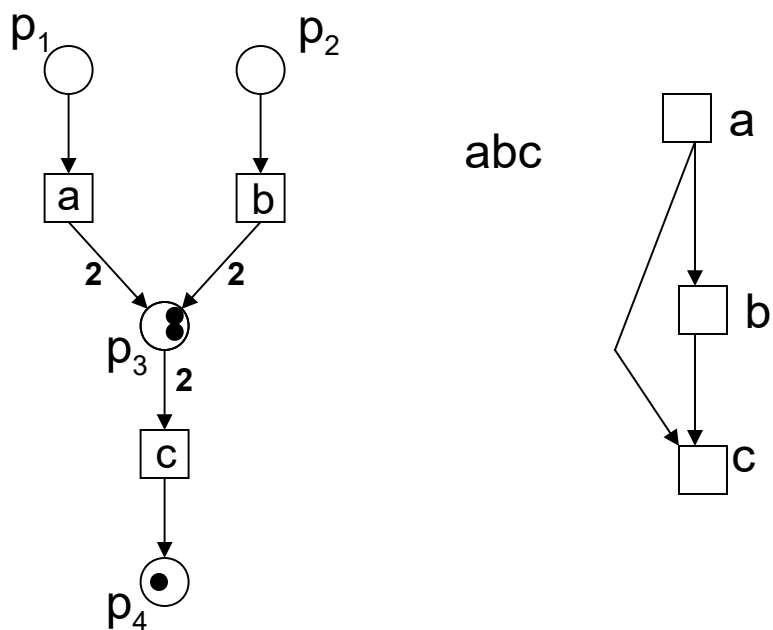


## Spustiteľné postupnosti prechodov

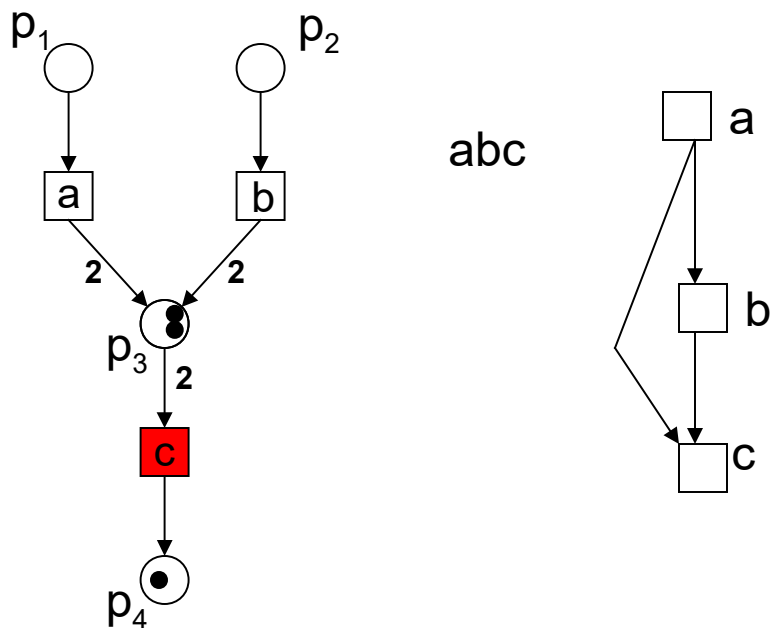




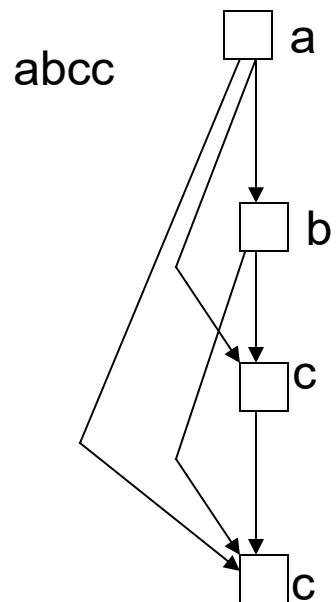
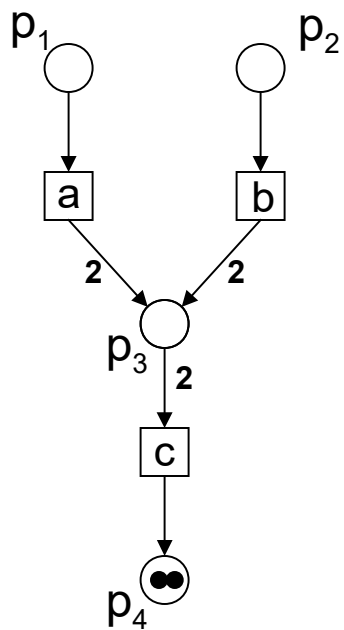
## Spustiteľné postupnosti prechodov



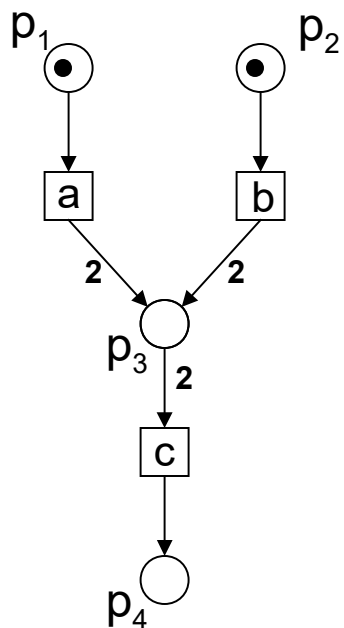
## Spustiteľné postupnosti prechodov



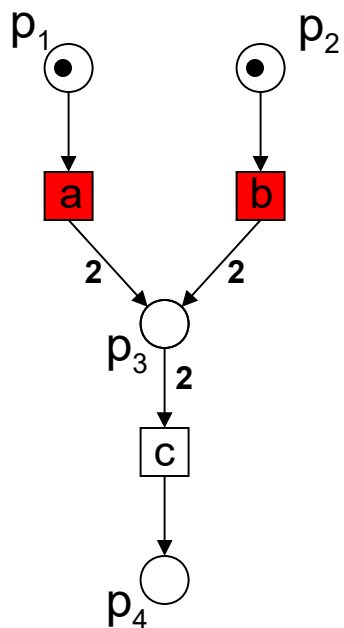
## Spustiteľné postupnosti prechodov



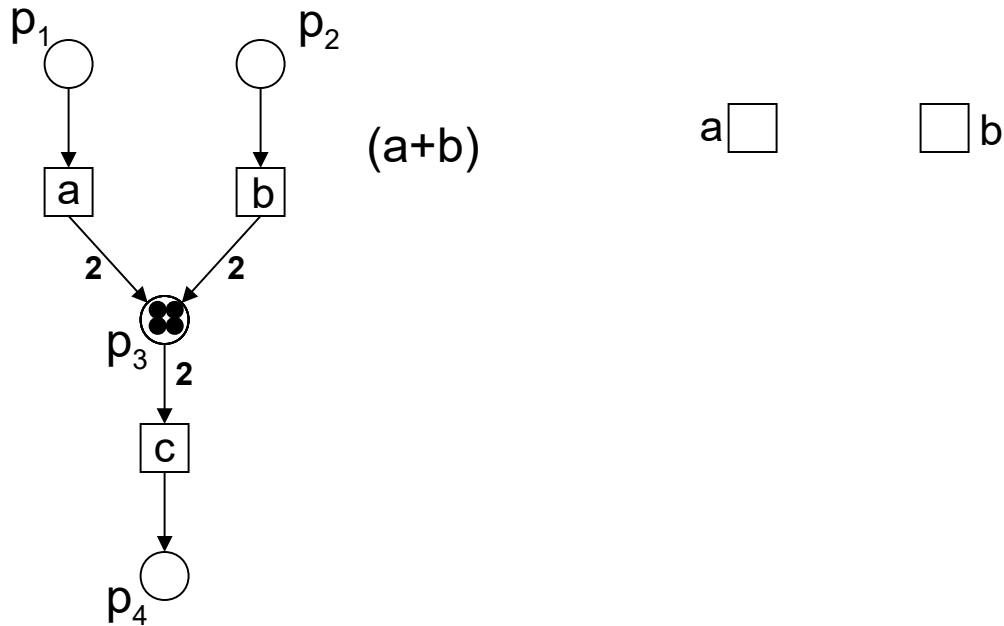
## Step sequences – postupnosti kroků



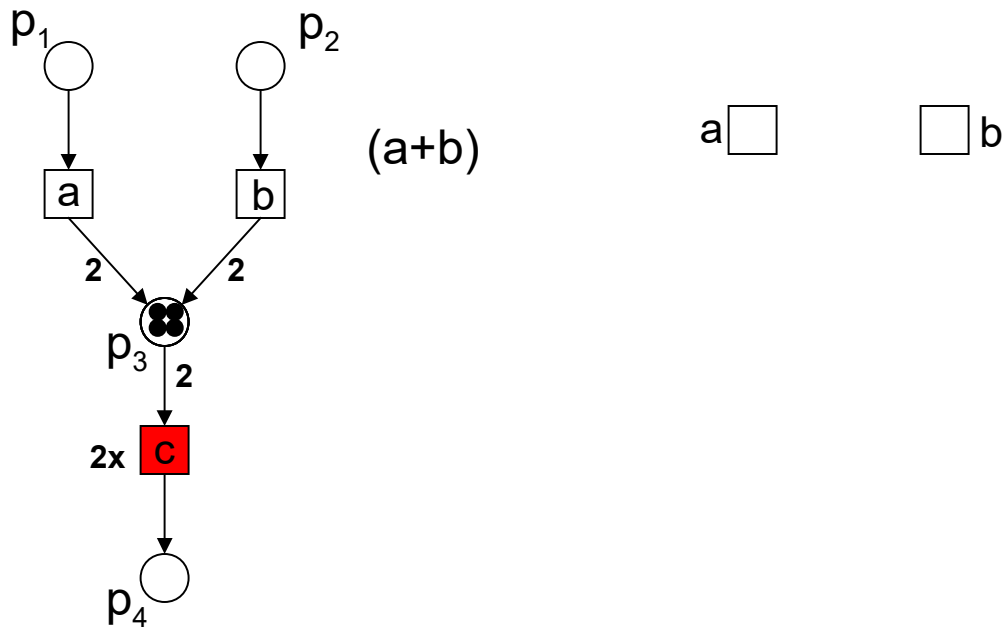
## Step sequences – postupnosti kroků



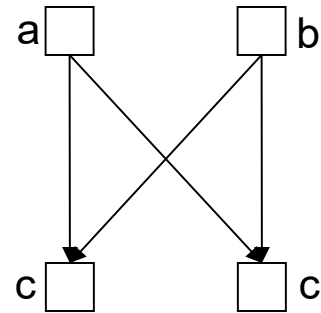
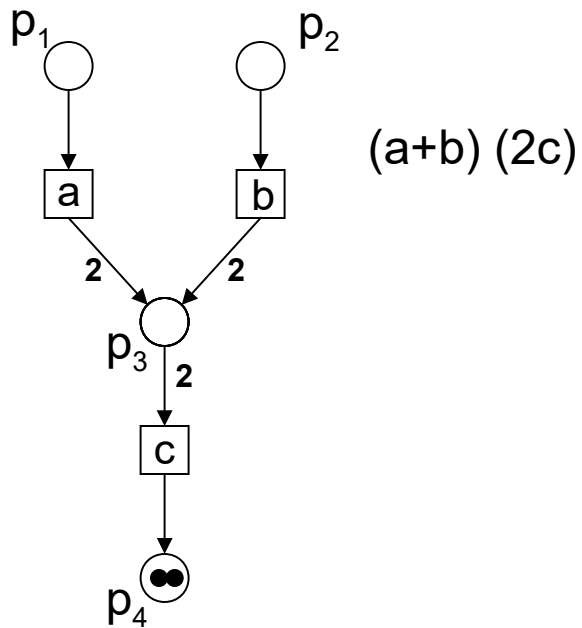
## Step sequences – postupnosti kroků



## Step sequences – postupnosti kroků



## Step sequences – postupnosti kroků





## Step sequences – postupnosti krokov

Krok je multimnožina prechodov  $k: T \rightarrow N$  ( $N$  sú nezáporné celé čísla)

Krok  $k$  je spustiteľný v značkovani  $m$  práve vtedy keď

$$\forall p \in P: \sum_{t \in T} I((p,t)) \cdot k(t) \leq m(p).$$

Jeho spustenie v  $m$  vedie do značkovania  $m'$  takého, že  $\forall p \in P$ :

$$m'(p) = m(p) + \sum_{t \in T} C((p,t)) \cdot k(t)$$

Čiastočné usporiadanie je dvojica  $(V, \rightarrow)$ ,

kde  $V$  je množina

$\rightarrow$  je binárna relácia na  $V$  ( $\rightarrow$  je podmnožina  $V \times V$ , t.j. podmnožina množiny všetkých usporiadaných dvojíc prvkov z  $V$ , skutočnosť, že dvojica  $(v, v')$  je v relácii  $\rightarrow$  graficky znázorňujeme ako  $v \rightarrow v'$ ),

pričom relácia  $\rightarrow$  je ireflexívna ( $\forall v \in V: (v, v) \notin \rightarrow$ ) a

tranzitívna ( $\forall x, y, z \in V: x \rightarrow y \wedge y \rightarrow z \Rightarrow x \rightarrow z$ ).

Čiastočné usporiadanie spolu funkciou, ktorá každému prvku z  $V$  nejaký prvok z množiny  $T$  budeme nazývať označené čiastočné usporiadanie.

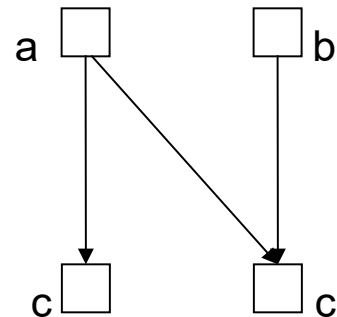
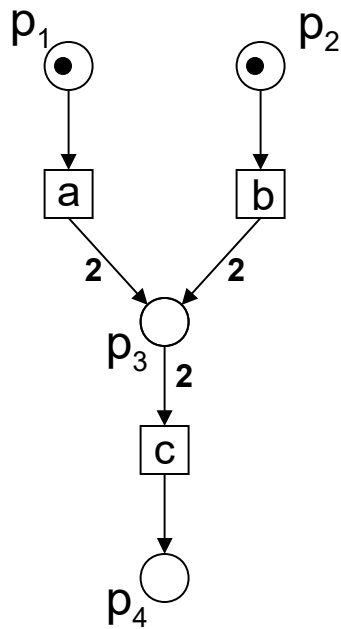
Rezom v čiastočnom usporiadaní sa nazýva taká podmnožina  $X \subseteq V$ , že

$\forall x, y \in X: ((x, y) \notin \rightarrow) \wedge ((y, x) \notin \rightarrow)$  a súčasne pre každý prvok  $v$  z množiny  $V$  taký, že  $v$  nie je v  $X$  platí, že existuje  $x$  z  $X$  pre ktoré buď  $x \rightarrow v$  alebo  $v \rightarrow x$ , formálne  $\forall v \in V: (v \notin X \Rightarrow (\exists x \in X: x \rightarrow v \vee v \rightarrow x))$

Ak  $X$  je rez, potom podmnožinu takých prvkov  $v$  z  $V$ , že pre každé  $v$  z  $Y$  platí, že existuje  $x$  z  $X$  pre ktoré  $v \rightarrow x$  nazývame minulosť rezu  $X$ , formálne minulosť rezu  $X$  je množina  $\{v \in V \mid (\exists x \in X: v \rightarrow x)\}$

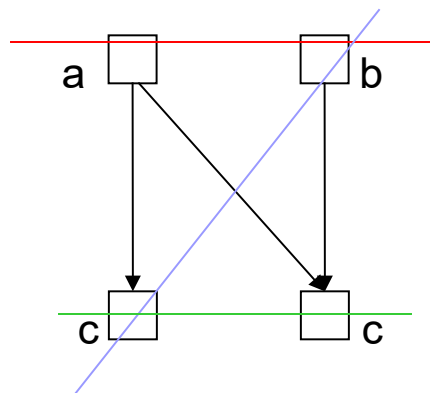
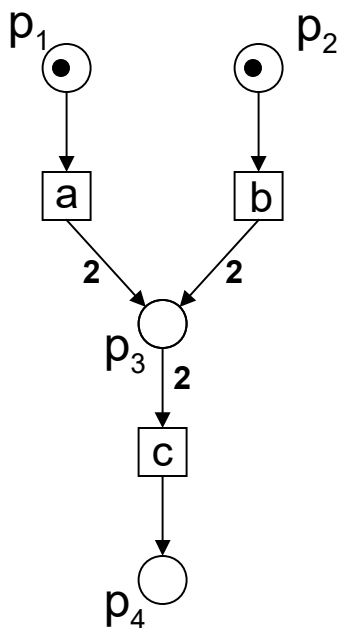
Označené čiastočné usporiadanie je spustiteľné ak pre každý rez platí:

Krok daný rezom je spustiteľný v značkovaní dosiahnutom po spustení prechodov daných udalosťami z minulosti rezu



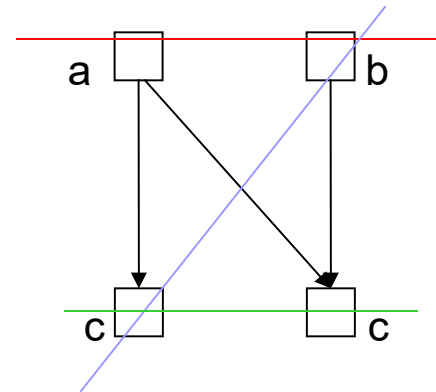
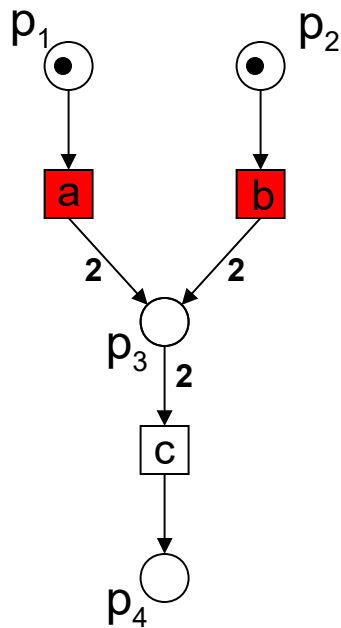
Označené čiastočné usporiadanie je spustiteľné ak pre každý rez platí:

Krok daný rezom je spustiteľný v značkovaní dosiahnutom po spustení prechodov daných udalosťami z minulosti rezu



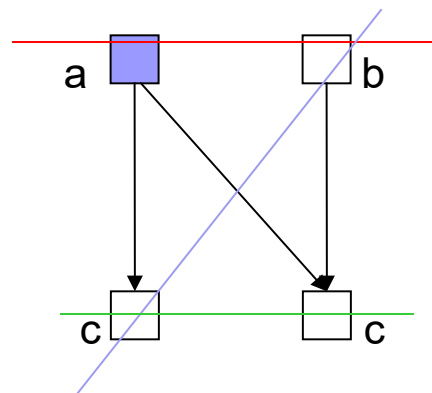
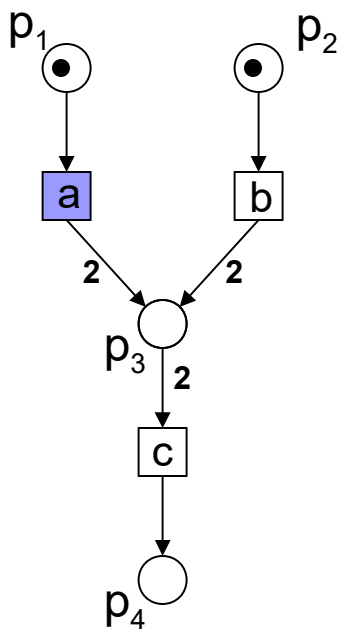
Označené čiastočné usporiadanie je spustiteľné ak pre každý rez platí:

Krok daný rezom je spustiteľný v značkovaní dosiahnutom po spustení prechodov daných udalosťami z minulosti rezu



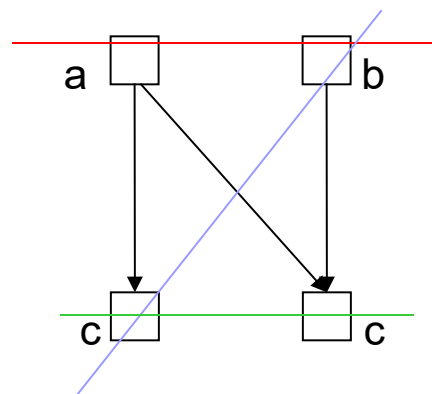
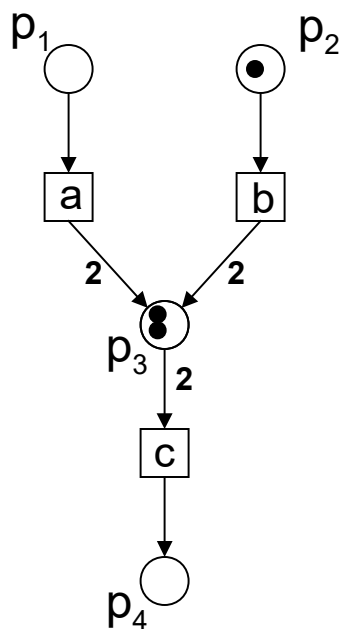
Označené čiastočné usporiadanie je spustiteľné ak pre každý rez platí:

Krok daný rezom je spustiteľný v značkovaní dosiahnutom po spustení prechodov daných udalosťami z minulosti rezu



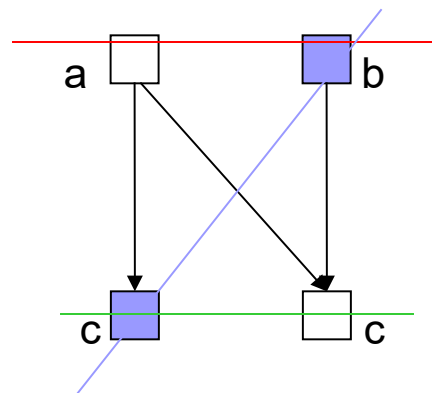
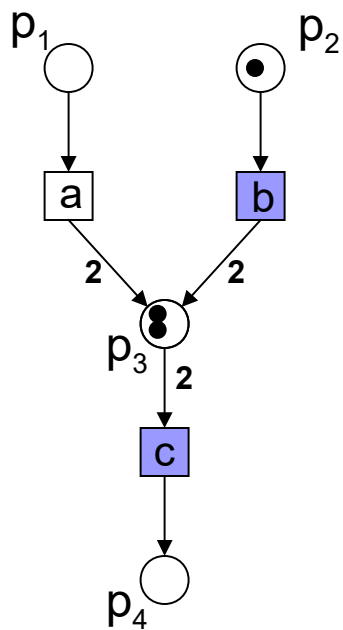
Označené čiastočné usporiadanie je spustiteľné ak pre každý rez platí:

Krok daný rezom je spustiteľný v značkovaní dosiahnutom po spustení prechodov daných udalosťami z minulosti rezu



Označené čiastočné usporiadanie je spustiteľné ak pre každý rez platí:

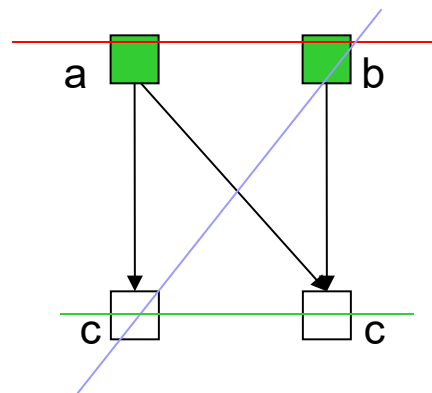
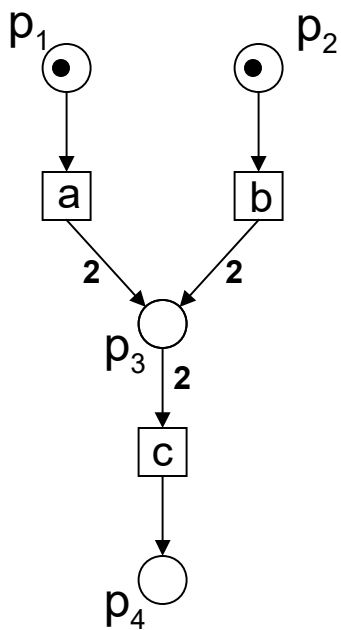
Krok daný rezom je spustiteľný v značkovaní dosiahnutom po spustení prechodov daných udalosťami z minulosti rezu





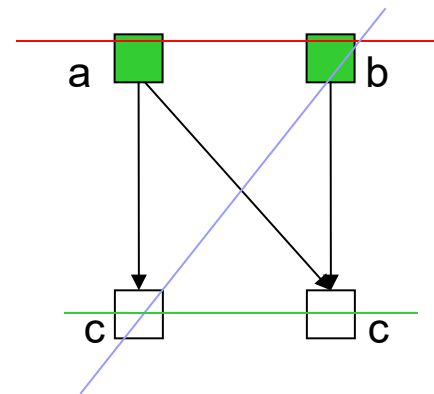
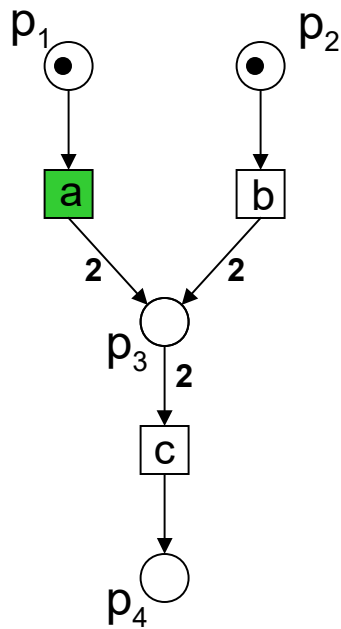
Označené čiastočné usporiadanie je spustiteľné ak pre každý rez platí:

Krok daný rezom je spustiteľný v značkovaní dosiahnutom po spustení prechodov daných udalosťami z minulosti rezu



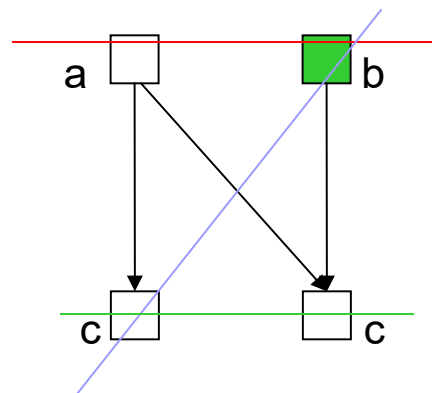
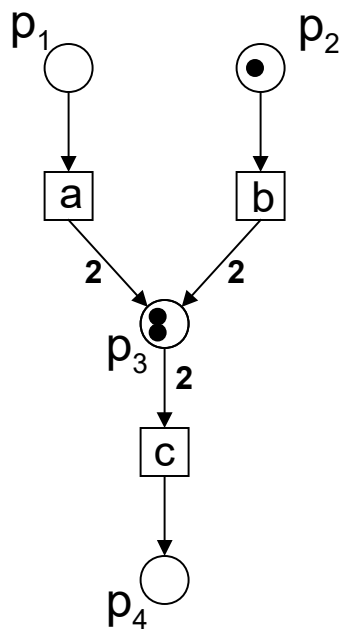
Označené čiastočné usporiadanie je spustiteľné ak pre každý rez platí:

Krok daný rezom je spustiteľný v značkovaní dosiahnutom po spustení prechodov daných udalosťami z minulosti rezu



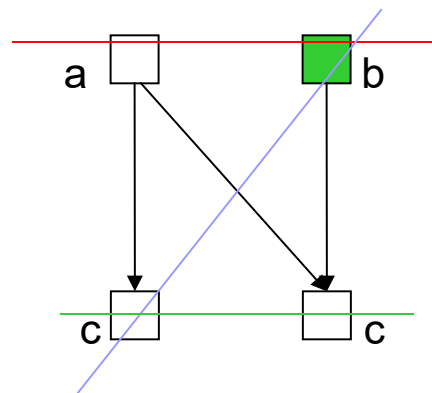
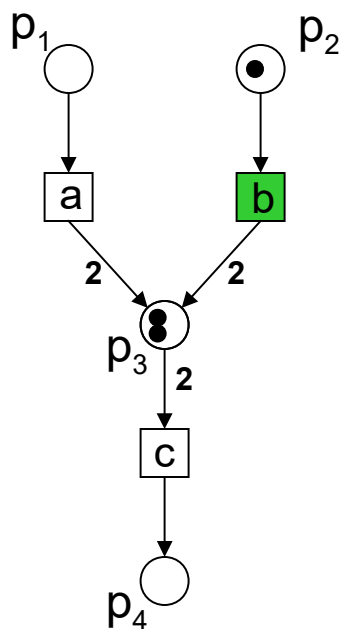
Označené čiastočné usporiadanie je spustiteľné ak pre každý rez platí:

Krok daný rezom je spustiteľný v značkovaní dosiahnutom po spustení prechodov daných udalosťami z minulosti rezu



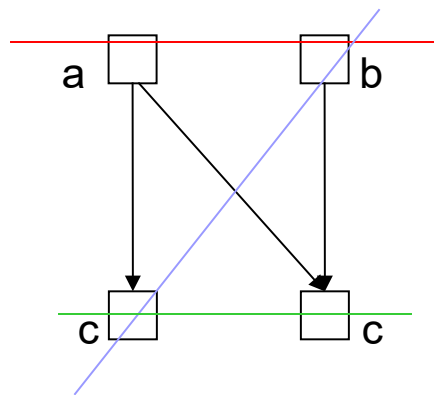
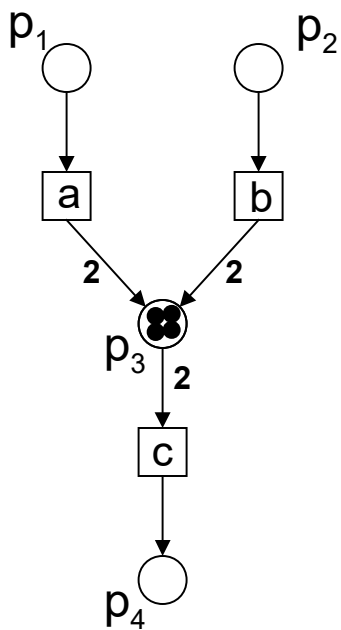
Označené čiastočné usporiadanie je spustiteľné ak pre každý rez platí:

Krok daný rezom je spustiteľný v značkovaní dosiahnutom po spustení prechodov daných udalosťami z minulosti rezu



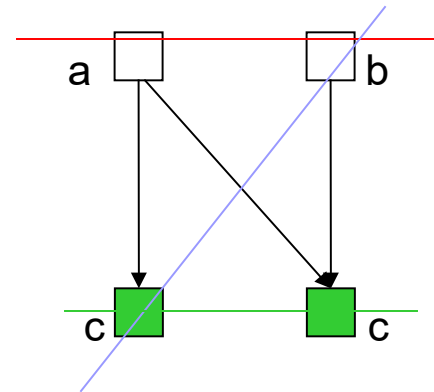
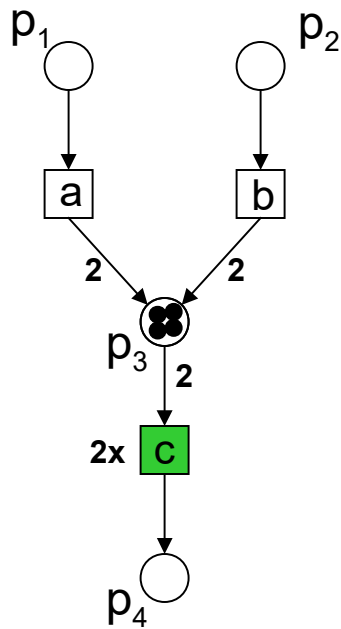
Označené čiastočné usporiadanie je spustiteľné ak pre každý rez platí:

Krok daný rezom je spustiteľný v značkovaní dosiahnutom po spustení prechodov daných udalosťami z minulosti rezu

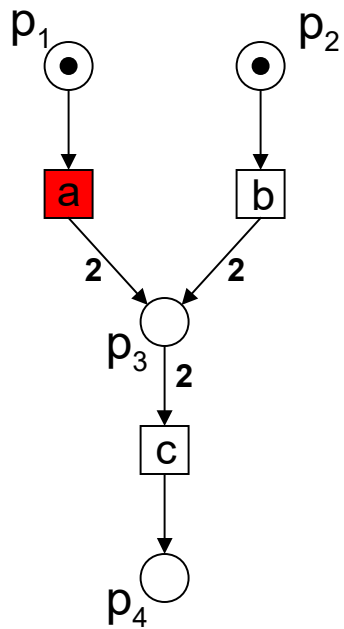


Označené čiastočné usporiadanie je spustiteľné ak pre každý rez platí:

Krok daný rezom je spustiteľný v značkovaní dosiahnutom po spustení prechodov daných udalosťami z minulosti rezu



# Processy



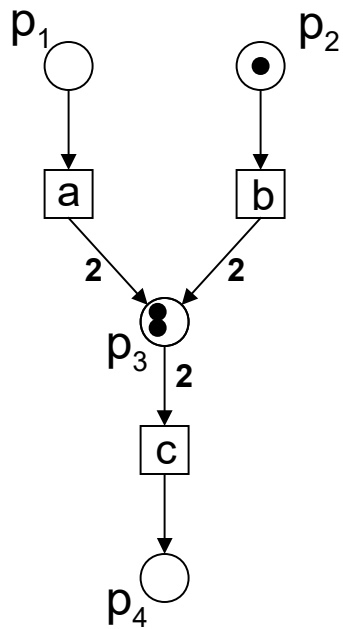
Proces 1



Proces 2

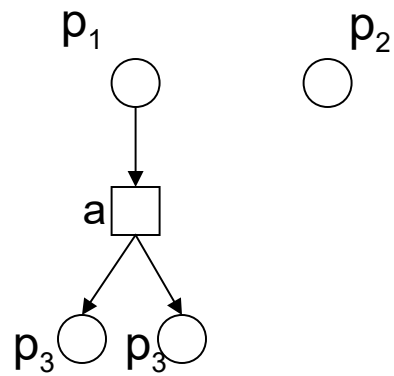


# Processy

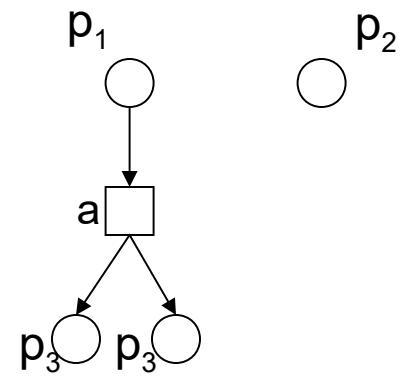


a

Proces 1

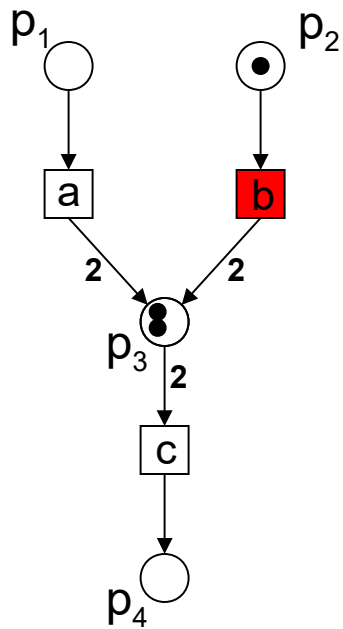


Proces 2



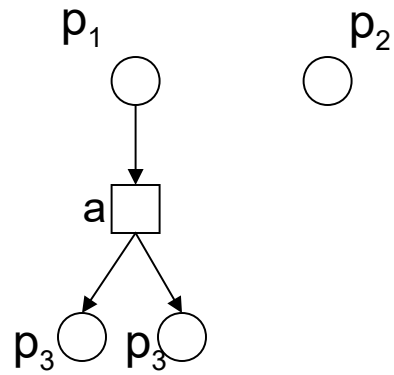


# Processy

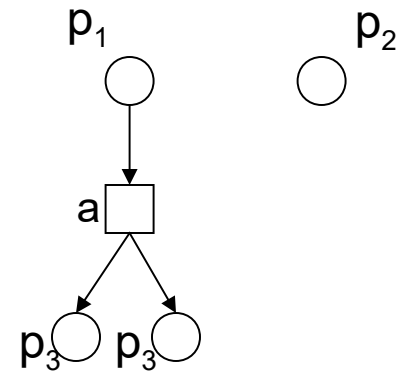


a

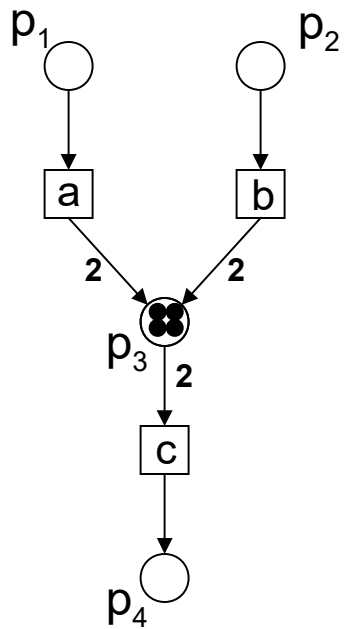
Proces 1



Proces 2

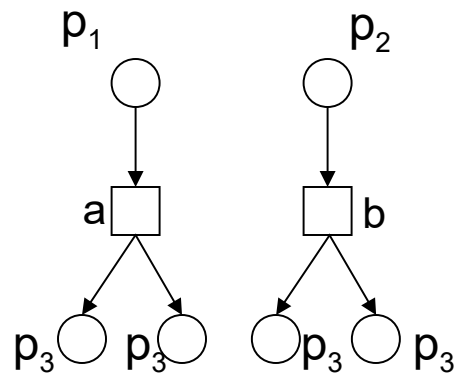


# Processy

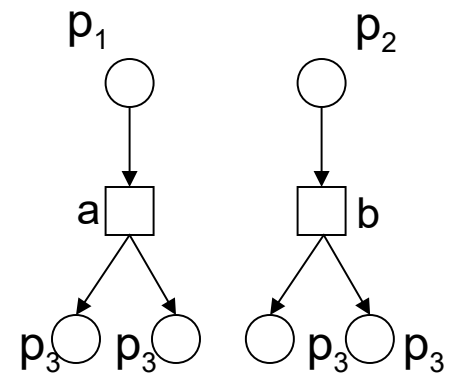


ab

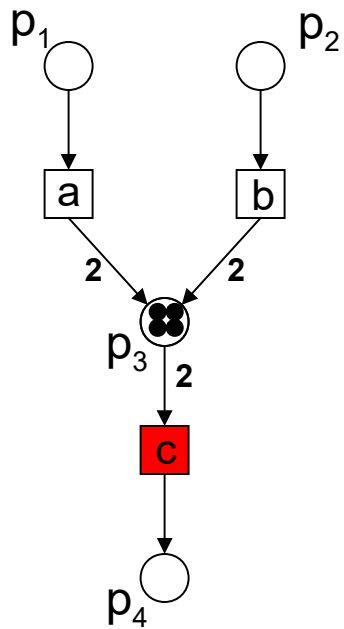
Proces 1



Proces 2

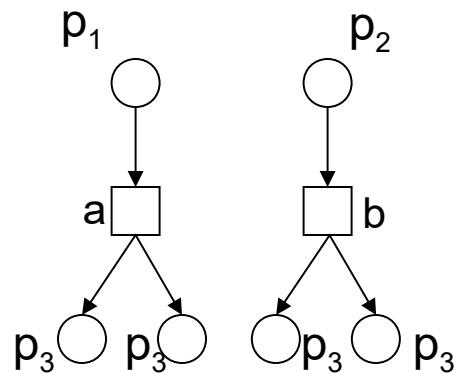


# Processy

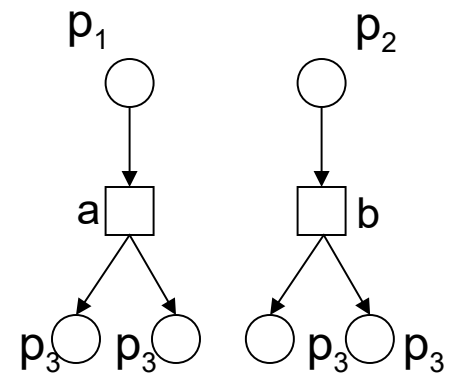


ab

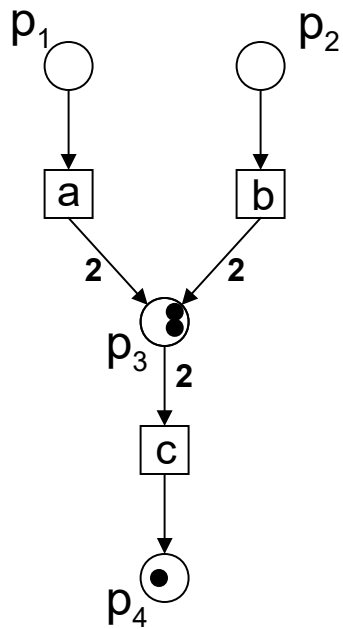
Proces 1



Proces 2

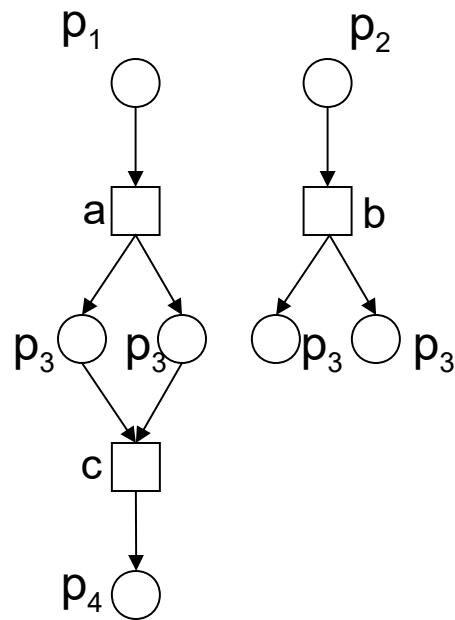


# Processy

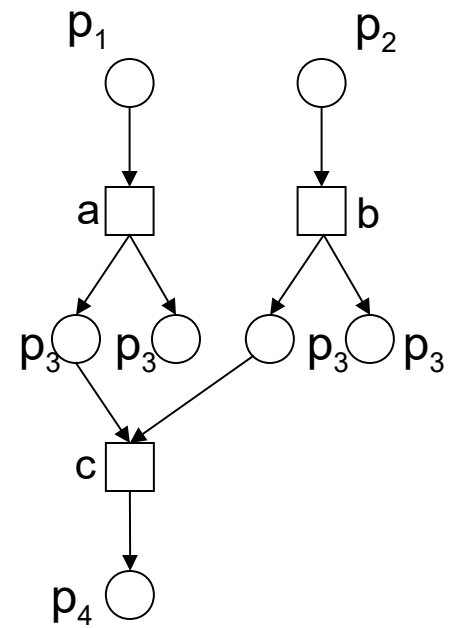


abc

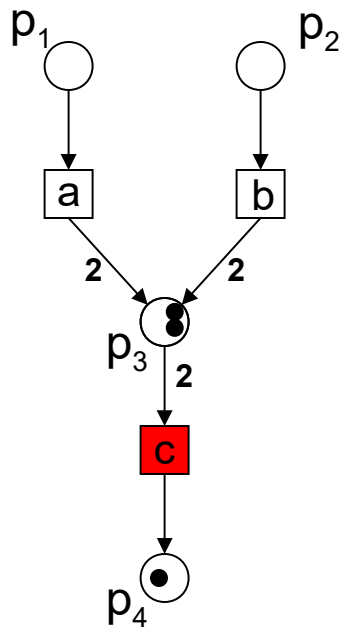
Proces 1



Proces 2

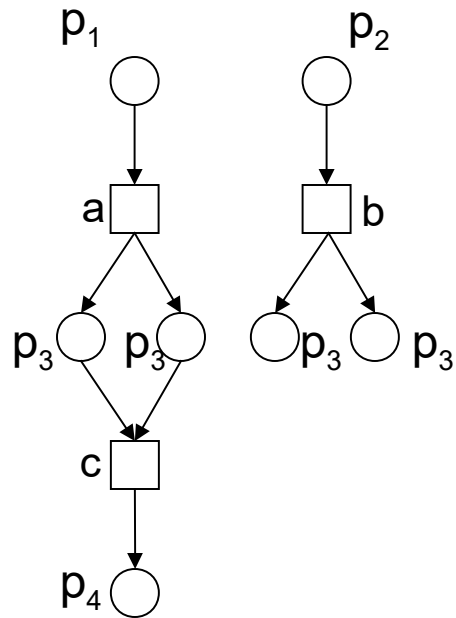


# Processy

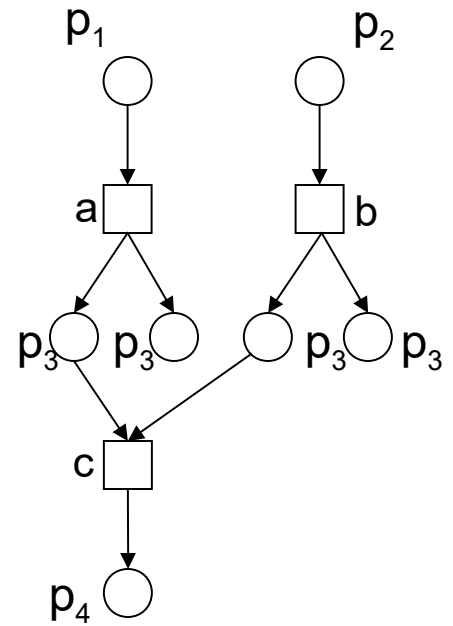


abc

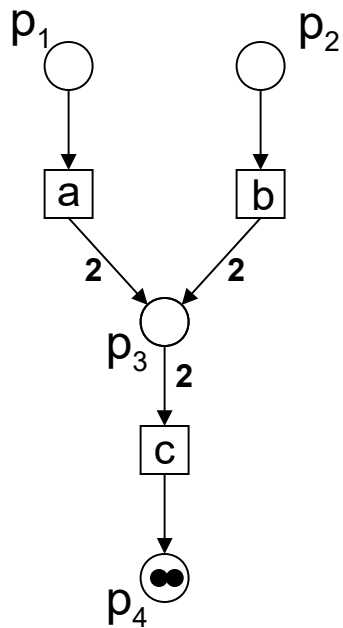
Proces 1



Proces 2

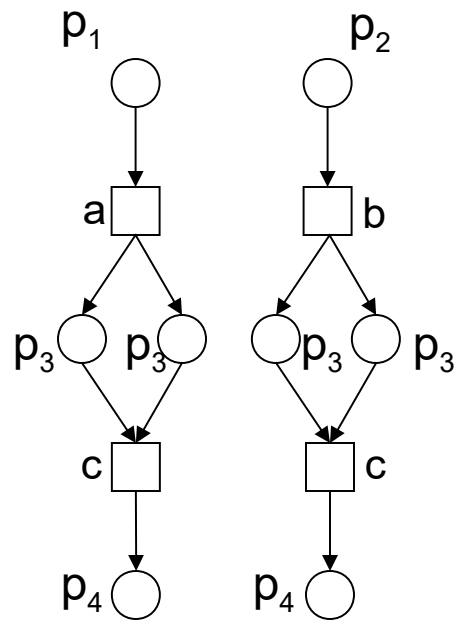


# Processy

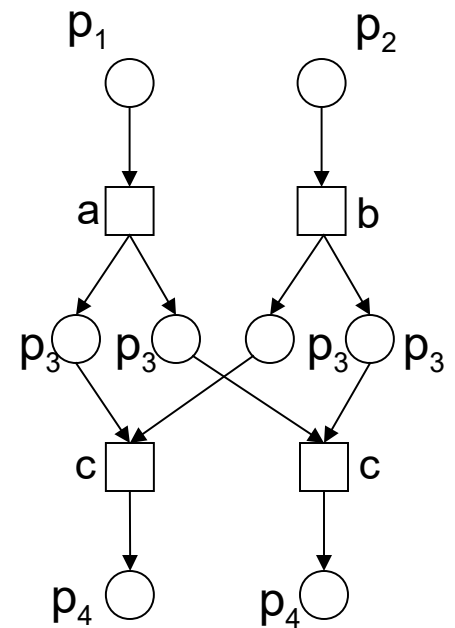


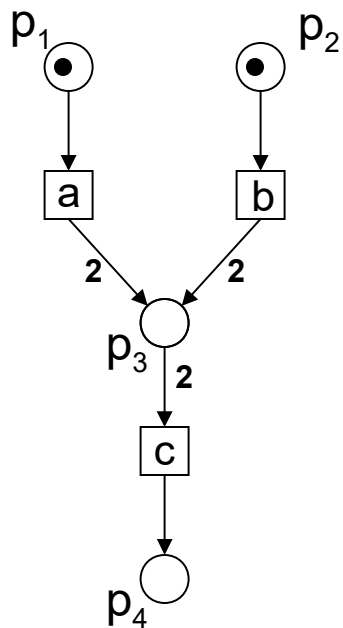
abcc

Proces 1

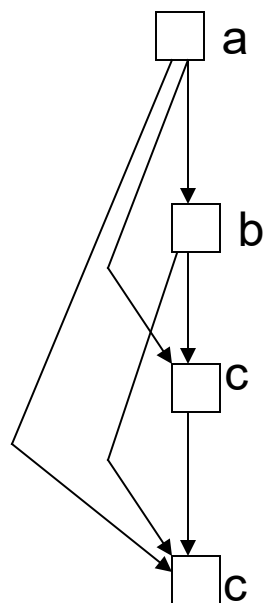


Proces 2

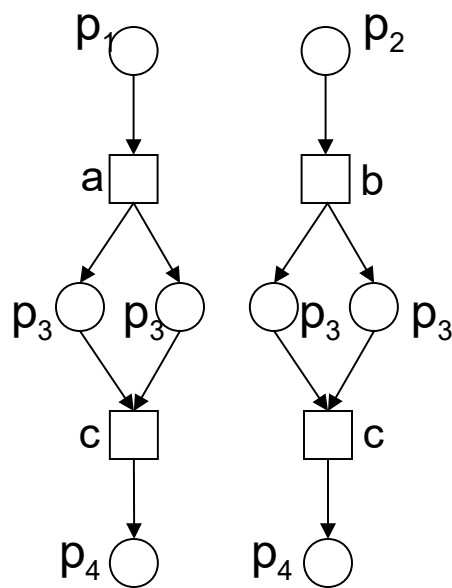




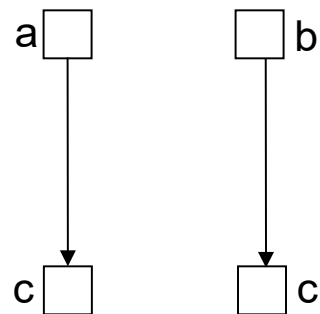
abcc



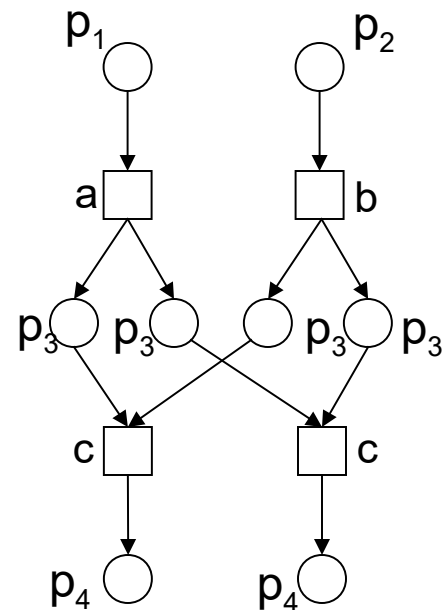
Proces 1



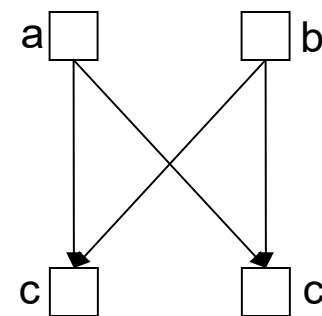
Beh 1

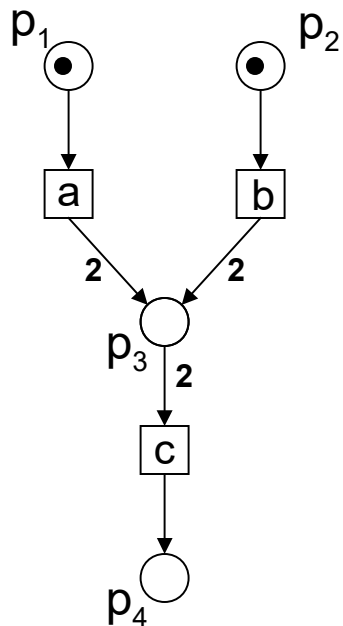


Proces 2

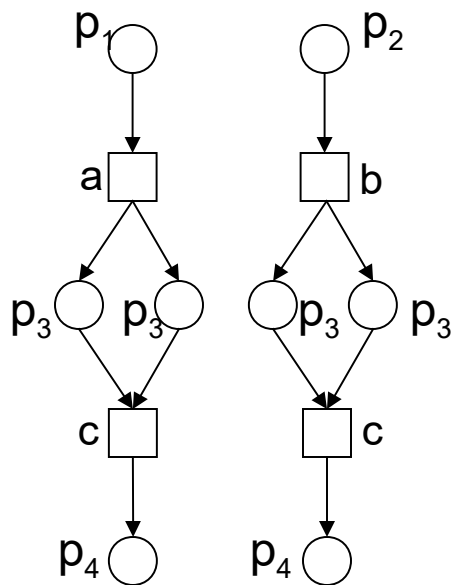


Beh 2

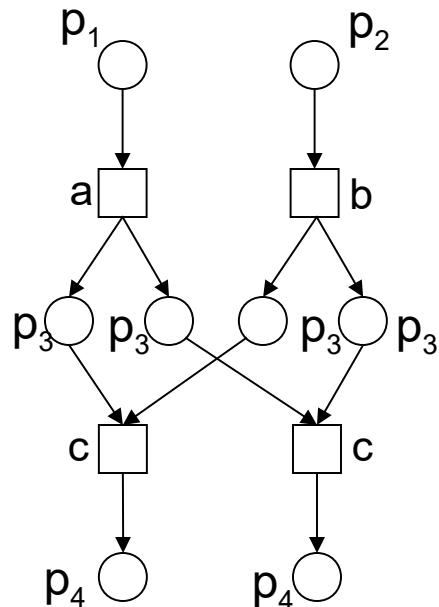




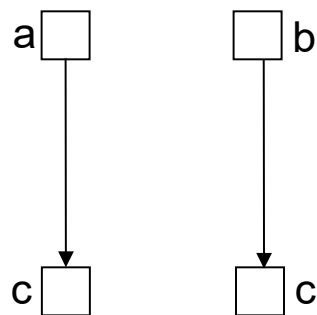
Proces 1



Proces 2

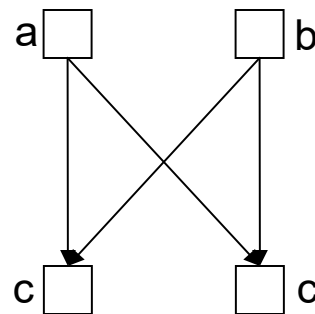


Beh 1



acbc

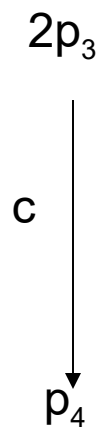
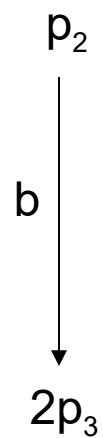
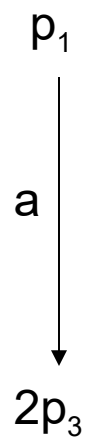
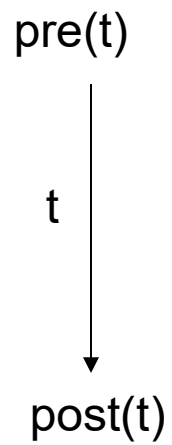
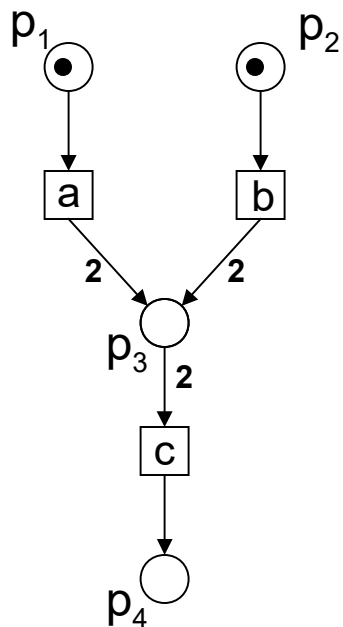
Beh 2



abcc



# Algebraické výrazy: process terms.



Algebraic výrazy:  
process terms.

$$\frac{m \in M}{[m: m \longrightarrow m] \in P}$$

$$\frac{t \in T}{[t: \text{pre}(t) \longrightarrow \text{post}(t)] \in P}$$

Algebraic výrazy:

process terms.

$$\frac{m \in M}{[m: m \longrightarrow m] \in P}$$

$$\frac{t \in T}{[t: \text{pre}(t) \longrightarrow \text{post}(t)] \in P}$$

$$\frac{[\alpha: a \longrightarrow b], [\beta: c \longrightarrow d] \in P \wedge b = c}{[(\alpha ; \beta): a \longrightarrow d] \in P}$$

Algebraic výrazy:

process terms.

$$\frac{m \in M}{[m: m \longrightarrow m] \in P}$$

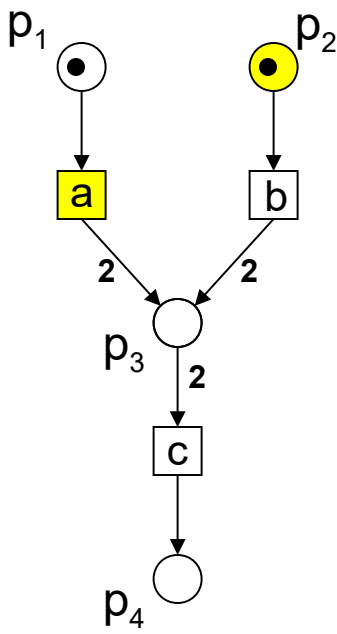
$$\frac{t \in T}{[t: \text{pre}(t) \longrightarrow \text{post}(t)] \in P}$$

$$\frac{[\alpha: a \longrightarrow b], [\beta: c \longrightarrow d] \in P \wedge b = c}{[(\alpha ; \beta): a \longrightarrow d] \in P}$$

$$\frac{[\alpha: a \longrightarrow b], [\beta: c \longrightarrow d] \in P}{[(\alpha \parallel \beta): a + c \longrightarrow b + d] \in P}$$



Algebraické procesné výrazy (MM).

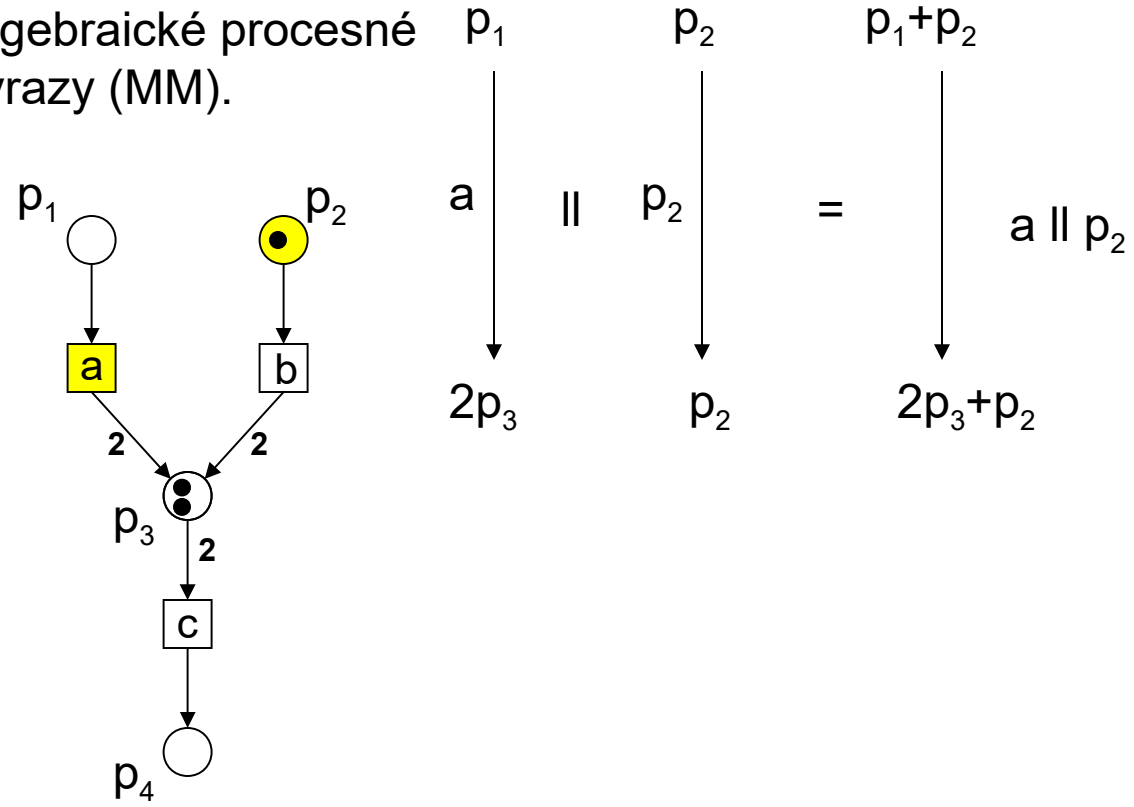


$$\begin{array}{ccccc} p_1 & & p_2 & & p_1+p_2 \\ \downarrow a & \parallel & \downarrow p_2 & = & \downarrow \\ 2p_3 & & p_2 & & 2p_3+p_2 \end{array} \quad a \parallel p_2$$

a ☐

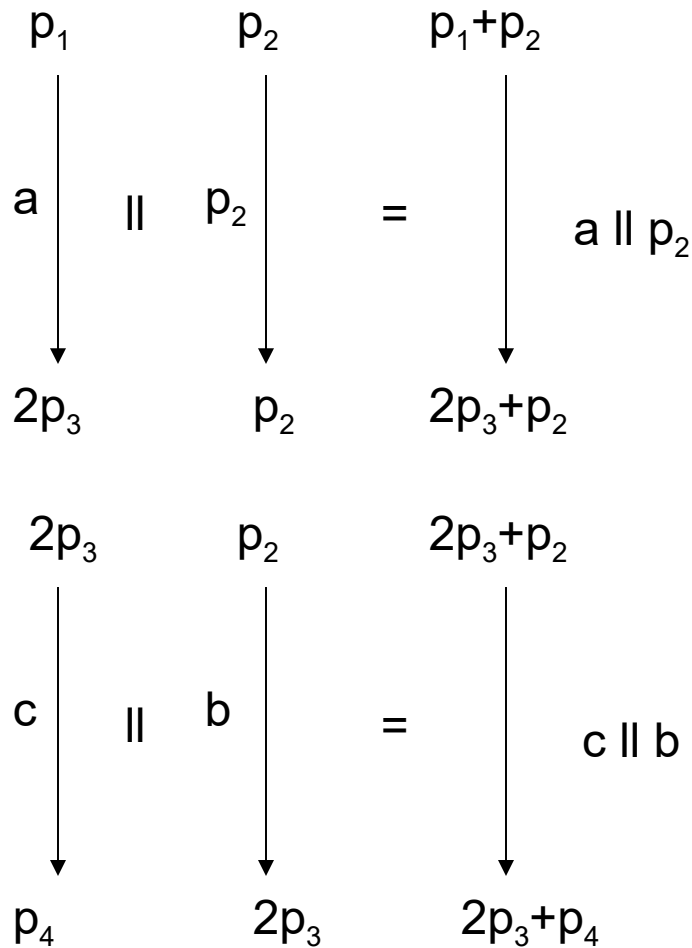
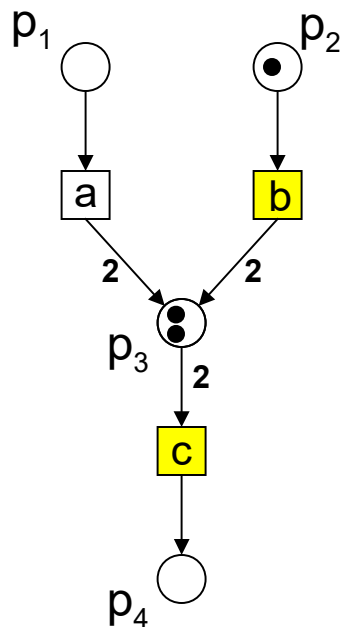


Algebraické procesné výrazy (MM).



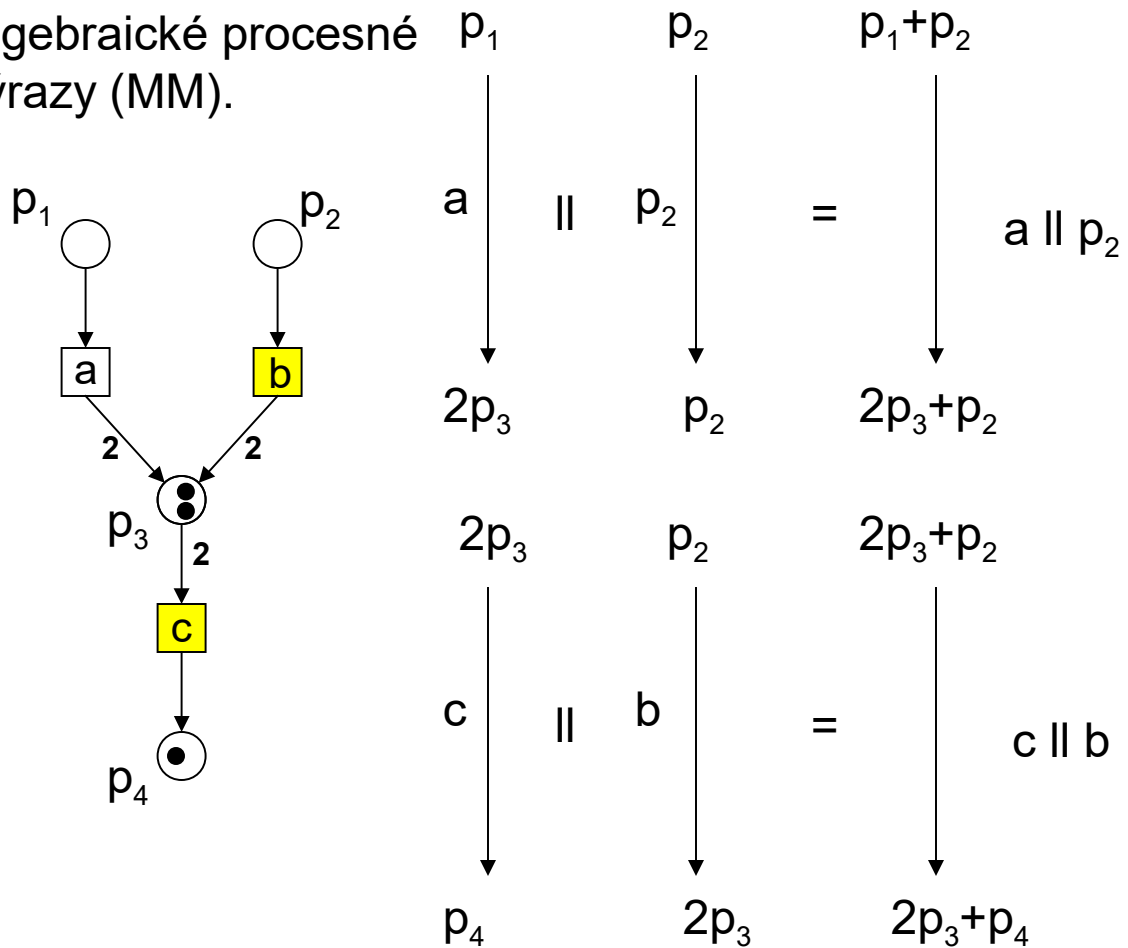
a ☐

Algebraické procesné výrazy (MM).



c ☐ ☐ b

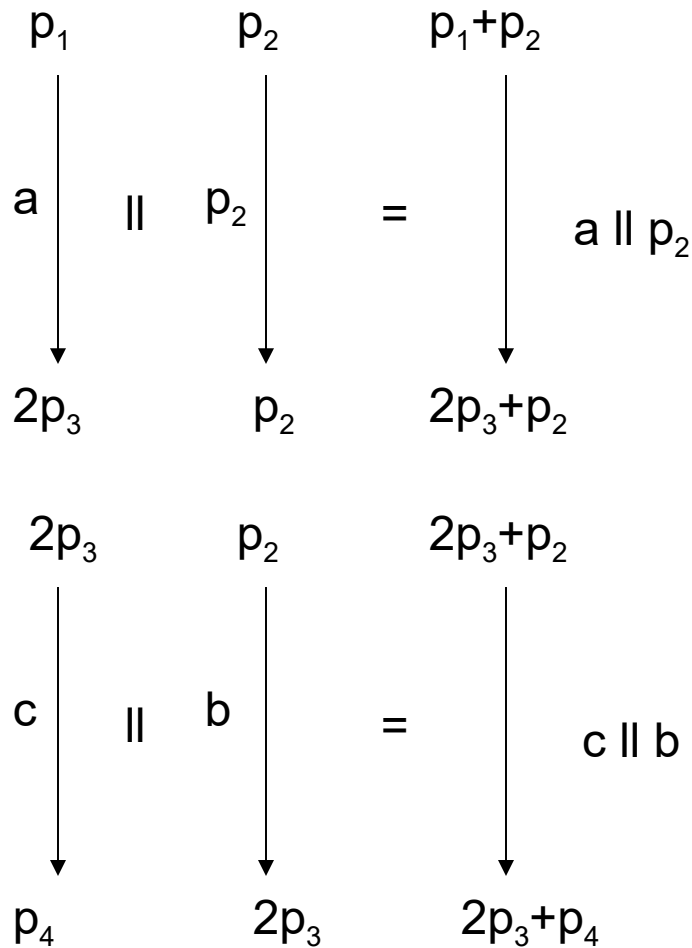
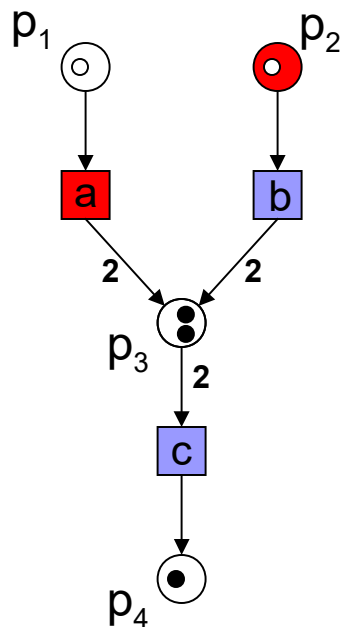
Algebraické procesné výrazy (MM).



$c \square \square b$

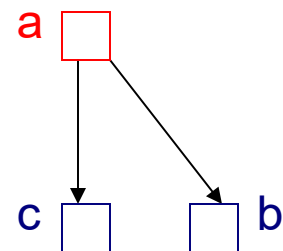


Algebraické procesné výrazy (MM).



; =  $(a \parallel p_2) ; (c \parallel b)$

$2p_3+p_4$



Označené čiastočné usporiadanie algebraických výrazov –  
procesných termov je N-free (neobsahuje formu v tvare N).

