

H' Paraboloid - solutions

Paraboloidul energiei de rotatie $H' \equiv E$

Pentru reprezentarea traiectoriilor posibile ale sistemului, am abordat reprezentarea grafica a *paraboloidului* dat de expresia:

$$H'_k = (x_2^k)^2 + u(x_3^k)^2 + 2v_0x_1^k ,$$

unde k reprezinta de fapt indicele axei de cuantificare (axa de moment de inertie maxim, pentru fiecare din cele trei cazuri). Pentru fiecare k avem alte expresii pentru (x_1, x_2, x_3) .

Componentele momentului cinetic sunt exprimate in coordonate sferice, deci $x_k = f_k(r, \theta, \phi)$, $k = 1, 2, 3$. Astfel, Hamiltonianul va fi exprimat ca functie de aceste trei variabile:

$$H'_k = H(r, \theta_k, \phi_k) ,$$

cu $r \in [0, I]$.

Pentru reprezentarea paraboloidului E , sunt necesari pasii urmatoari:

1. Fixarea celor trei momente de inertie \mathcal{I}_k
2. In functie de ordonarea momentelor de inertie se alege cazul k de cuantificare a uneia dintre axele principale.
3. Din k vor rezulta expresiile pentru cele trei componente ale momentului cinetic x_1, x_2, x_3 .
4. Pentru functiile de inertie u si v_0 :
 1. se fixeaza momentul cinetic j al particulei impare
 2. se fixeaza unghiul de coupling θ_{cpl}
 3. se fixeaza un spin oarecare I

Odata avand (u, v_0) , se calculeaza solutiile ecuatiei

$$x_2^k(r, \theta, \phi)^2 + u x_3^k(r, \theta, \phi)^2 + 2v_0 x_1^k(r, \theta, \phi) = E , \quad (1)$$

unde $E \in [0, E_{\max}]$ pentru r . Se obtine astfel o functie pentru r , ce deinde de coordonatele (θ, ϕ) , si parametrizata de valoarea energiei E . Aceasta functie reprezinta de fapt suprafata rotorului triaxial pentru care egalitatea de mai sus are loc. Un `SphericalPlot3D` pentru $r(\theta, \phi; E)$, va reprezenta rezultatul problemei paraboloidului de rotatie.

Sfera momentului cinetic

Pentru determinarea sferei, am fixat un spin I , si am facut un `SphericalPlot3D` -> obtinerea unei sfere de raze I pentru sistemul studiat.

Problema parametrilor (u, v_0)

Deoarece

$$u = f(A_1, A_2, A_3, I,)$$

si

$$v_0 = g(A_1, A_2)$$

iar pe deasupra, cele doua functii mai depind si de spinul total al sistemului, de momentul cinetic j al particulei de valenta si de *unghiul de cuplare* al particulei cu miezul θ_{cpl} , obtinerea unui paraboloid este posibila doar daca acestia sunt niste constante pe intregul precedeu de reprezentare grafica.

Doar anumite valori de perechi (u, v_0) pot produce paraboloizi care au intersectie OK cu sfera de moment cinetic I .

Rezultate numerice

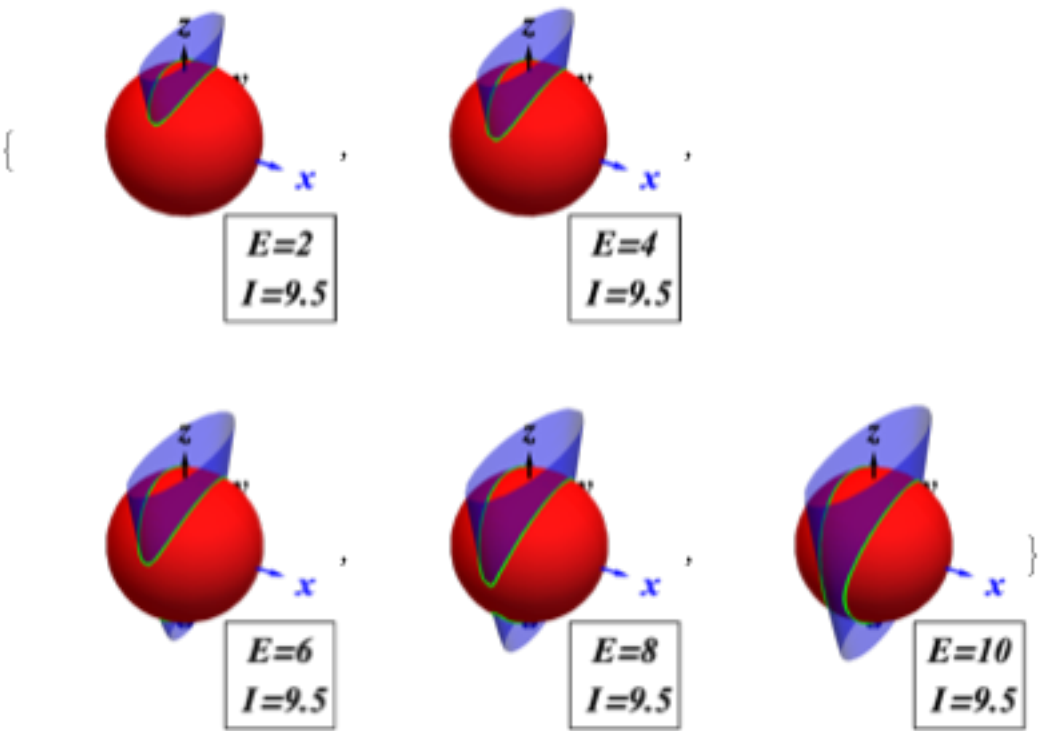
- Am fixat $j = 11/2$ pentru toate cele trei cazuri.
- Am fixat $I = 19/2$ pentru sfera de moment cinetic.
- Am ales un set de parametrii (u, v_0) pentru fiecare caz k .
- Am rezolvat ecuatia (1) pentru o anumita vloare fixa E .

Observatie: Chiar daca u, v_0 sunt fixati *a priori*, acestia sunt alesti astfel incat ordinea momentelor de inertie sa respecte fiecare din cele trei cazuri k , si de asemenea, $\theta \in [-\pi, \pi]$.

Axa 1 - axa de cuantificare

u	v_0
0.0895662359967604	-0.1871094491621448

Parametrii obtinuti din fitul ¹³⁵ **Pr functioneaza pentru acest paraboloid.** Deci valorile lui u, v_0 sunt de fapt cele obtinute prin inlocuirea momentelor de inertie si unghiul de coupling θ_{cpl} in formulele acestora.



Rosu: Sfera de moment cinetic $I = 19/2$. **Albastru:** Paraboloidul, calculat pentru o anumita valoare E . **Verde:** Traiectoriile sistemului. Cele trei axe sunt de asemenea reprezentate, cu albastru fiind reprezentata axa de cuantificare.

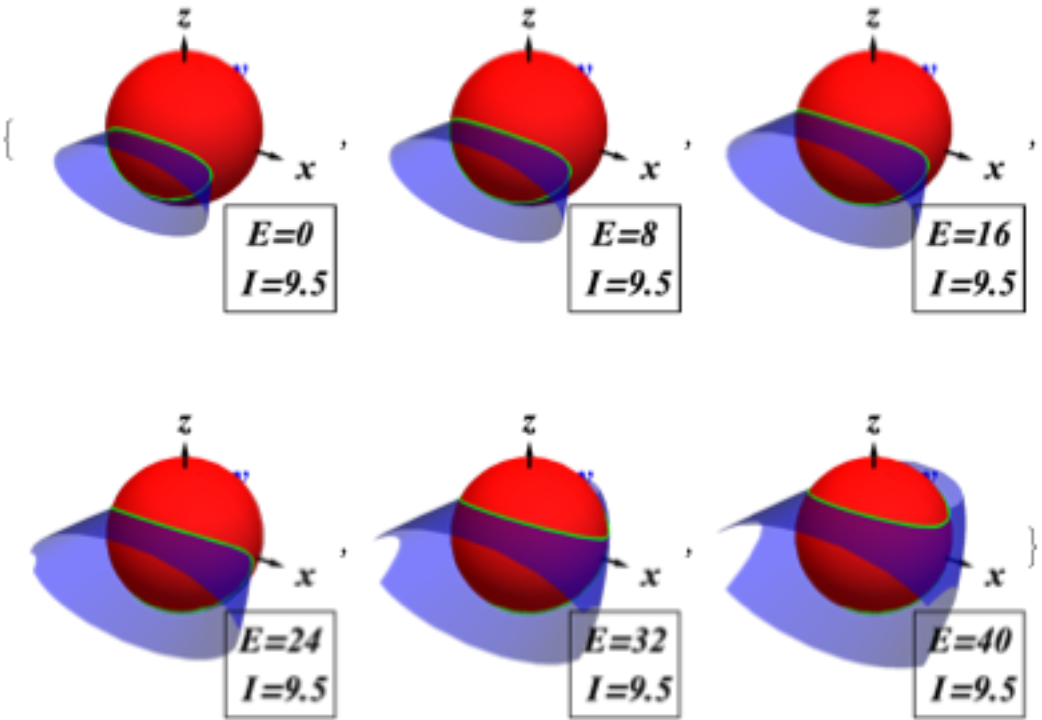
Axa 2 - axa de cuantificare

Pentru acest caz, avem

u	v_0
0.3	1.1

cu $A_2 < A_3 < A_1$

A_1	A_2	A_3	θ
6	0.25	4	77



Rosu: Sfera de moment cinetic $I = 19/2$. **Albastru:** Paraboloidul, calculat pentru o anumita valoare E . **Verde:** Traectoriile sistemului. Cele trei axe sunt de asemenea reprezentate, cu albastru fiind reprezentata axa de cuantificare.



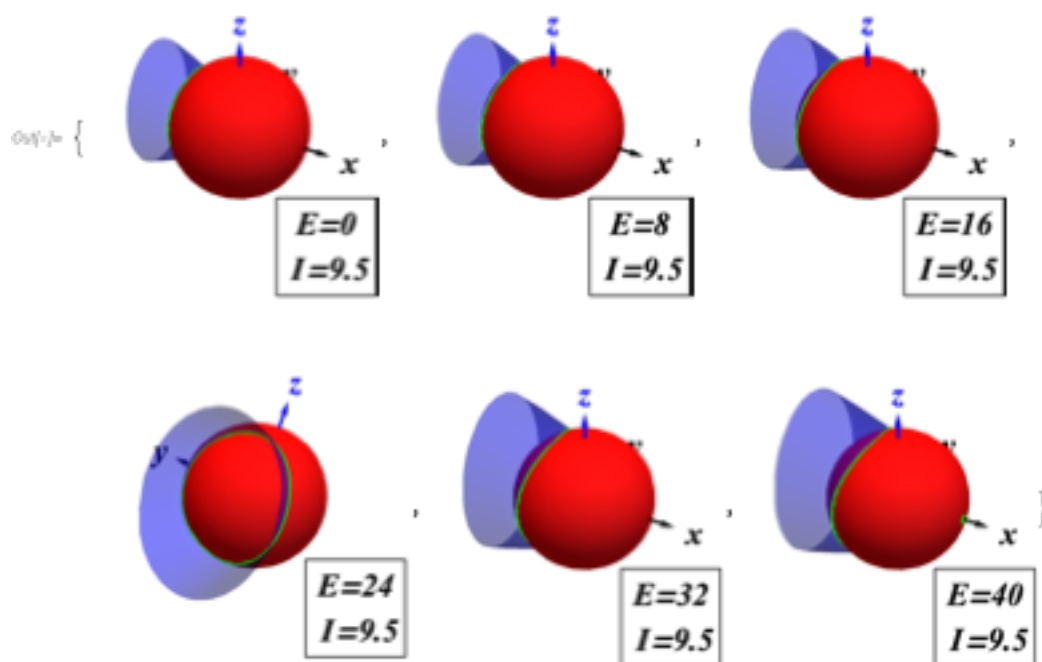
Axa 3 - axa de cuantificare

Pentru acest caz, avem

u	v_0
0.6	2.1

cu $A_3 < A_2 < A_1$

A_1	A_2	A_3	θ
-------	-------	-------	----------



Rosu: Sfera de moment cinetic $I = 19/2$. **Albastru:** Paraboloidul, calculat pentru o anumita valoare E . **Verde:** Traietoriile sistemului. Cele trei axe sunt de asemenea reprezentate, cu albastru fiind reprezentata axa de cuantificare.