Lojik fonksiyon indirgemesi

a- görüşe dayalı

b- Karno diyagramları / haritaları

c- Quene - Mc Cluskey

a- görüşe dayalı

→ Bildiğiniz teoremlerden yararlanarak elle sadeleştirme

$F(a,b,c,d) \rightarrow abc' + cd + ab'c$

a	b	c	d	f

2^n

$f(a,b,c,d) \rightarrow a'bc' + ad + bc'd'$

$f(a,b,c,d) = ...$

$\hookrightarrow bc'(a'+d') + ad$

$\hookrightarrow bc'(\overline{ad}) + ad$

$\hookrightarrow (ad+bc')\underbrace{(ad+\overline{ad})}_{1}$

$\hookrightarrow ad+bc$

↳ Kapıları azaltıp güç ve maliyeti azalttık

$\overline{a} = a'$

$a'+d' \rightarrow (ad)'$ De morgan

$\underbrace{a+bc \rightarrow (a+b)(a+c)}_{\text{Dağılma özelliği}}$

ularının

↳ giriş sayısı artmasıda maliyeti arttırır

$f = a,b,c,d \rightarrow a'bc' + ad + bc'd'$

(bc' parantezine alırız)

$\underbrace{bc'(a'+d')}_{\overline{ad}} + ad$

$\hookrightarrow (bc' + ad)\underbrace{(\overline{ad} + ad)}_{1}$

$f(x,y,z) \rightarrow \sum(0,4) = m_0 + m_4$

↳ Minterm

$000 = m_0$

$100 = m_4$

$\rightarrow x'y'z' + xy'z'$

$\rightarrow y'z'\cancel{(x' + x)}^{1}$

$\hookrightarrow y'z'$

Karnough Diyagramı haritası

Vetch → 1952 → 1953 karnough

$$\begin{array}{r} 101 \\ 011 \\ \hline hd2 \end{array}$$

hd2 → birbirinden farklı digit sayısı

x	y	f
0	0	m_0
0	1	m_1
1	0	m_2
1	1	m_3

$x \backslash y$ 0   1

0	m_0	m_1
1	m_2	m_3

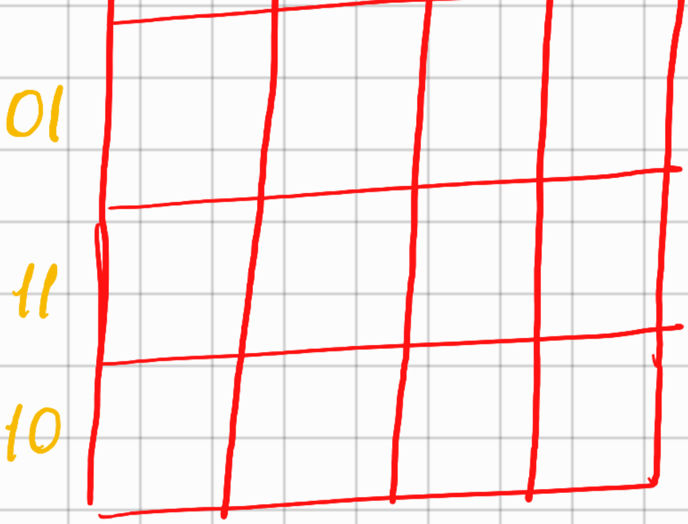
x	y	z	f
0	0	0	M_0
0	0	1	|
0	1	0	|
0	1	1	|
1	0	0	|
1	0	1	|
1	1	0	|
1	1	1	M_7

x \ yz	00	01	11	10
0	m_0	m_1	m_3	m_2
1	m_4	m_5	m_7	m_6

$xy \backslash z$	0	1
00	M_0	M_1
01	M_2	M_3
11	M_6	M_7
10	M_4	M_5

$xy \backslash zw$	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

$zw \backslash xy$	00	01	11	10
00				



x y z w	f

Karnough Diyagramlarında Komşuluk Kavramı

→ Komşuluk kavramı n değişkenli bir fonksiyonda 2^k $(k=1,2,3)$ tane terimin hesaplanıp $(n-k)$ çarpanlı bir tek terime dönüşürse bu k. mertebeden

bir ... terim

2^k tane ter

komşudur

teorem 1 Birinci dereceden komşuluk

$f(a,b,c,d)$

$n=4$

$2^k=2 \rightarrow k=1$

$(n-k)=(4-1)=3$

ab \ cd	00	01	11	10
00				
01		1	1	
11				
10				

$\rightarrow a'bd$

$f(a,b,c,d) \rightarrow a'bc'd + a'bcd$

$= a'bd(c'+c)$

$a'bd$

Burda 1'leri baz alarak işlem yaparız değişmeyenlerdeki 0'ları 1 yapmaya çalışırız 1'leri ellemeyiz

ÖR:

ab \ cd	00	01	11	10
00	1	1		1
01		1	1	
11			1	
10		1		

$\rightarrow a'b'd'$

$\rightarrow a'bd$

$\rightarrow bcd$

$b'c'd$

$+bcd$

$\hookrightarrow f(a,b,c,d) \rightarrow a'b'd' + a'bd$
$+ bcd$
$+ b'c'd$

$f(a,b,c,d) \rightarrow a'b'c'd' + a'b'c'd$
$+$
$+$

7 tane minterm
Bu işlemleri
yanı karno
diyagramını
kullanmasaydık

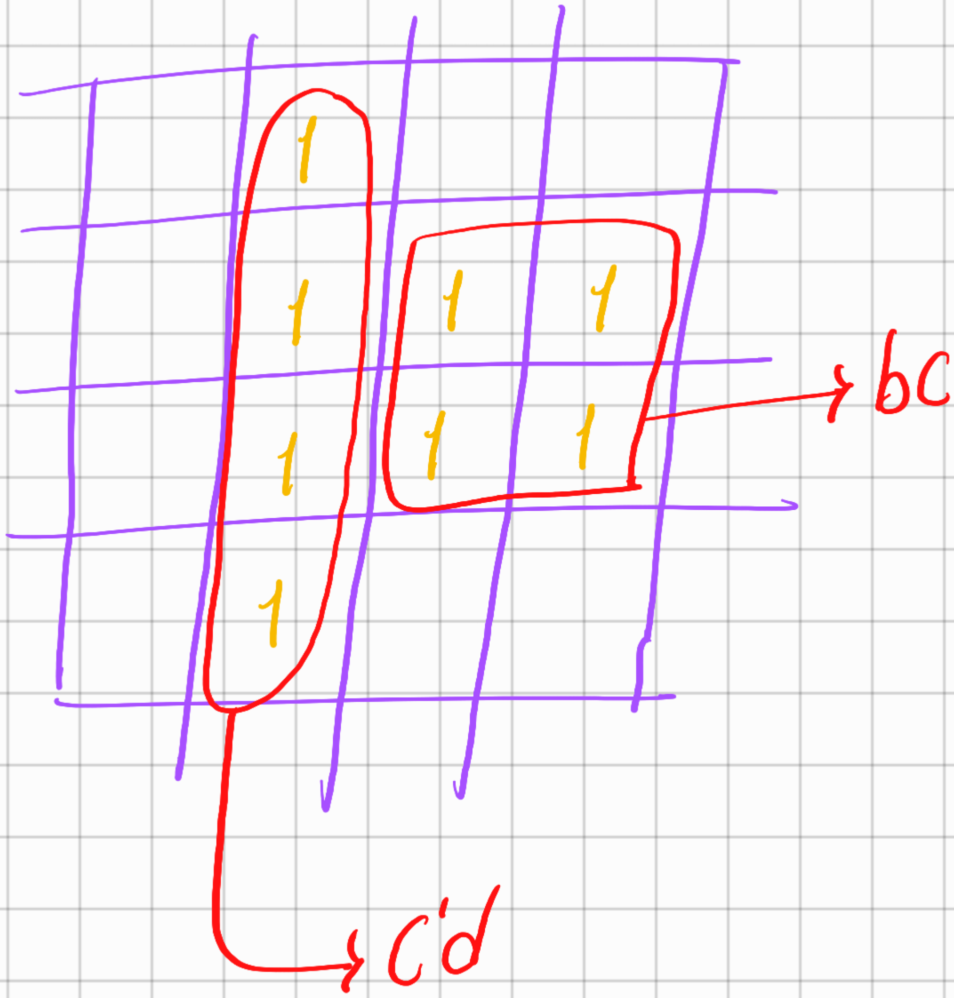
Teorem 2 ikinci dereceden komşuluk
$k=2$

$(n-k)$
$(4-2) \rightarrow 2$ çarpanlı terim

2

2^k tane terim komşu olmalı

↳ 4 tane



a b c d	$f = c'd + bc$
0 0 0 1	1

ab \ cd	00	01	11	10
00	1			1
01	1			1
11	1			1
10	1			1

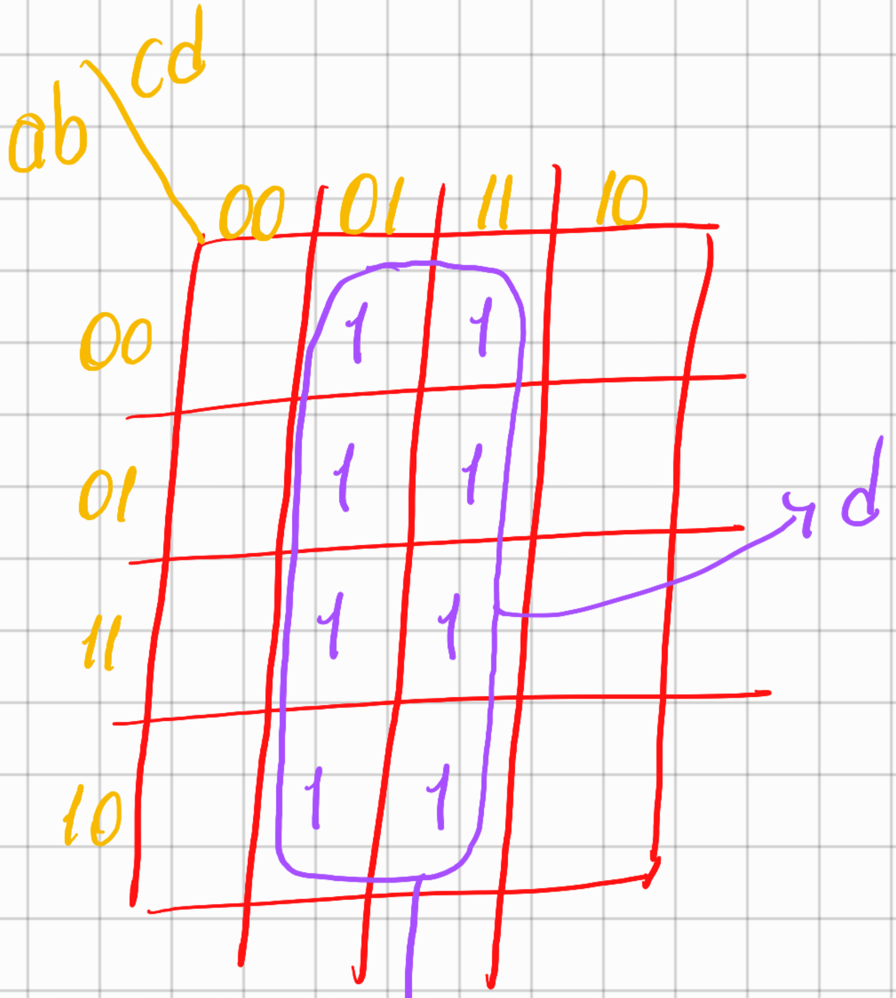
→ bd'

→ $b'd'$

→ Çapraz komşuluk yok

Teorem 3 3. dereceden komşuluk

$2^k=8$ $(n-k)$ $4-3=1$



$a'b'c'd' + ab'cd$

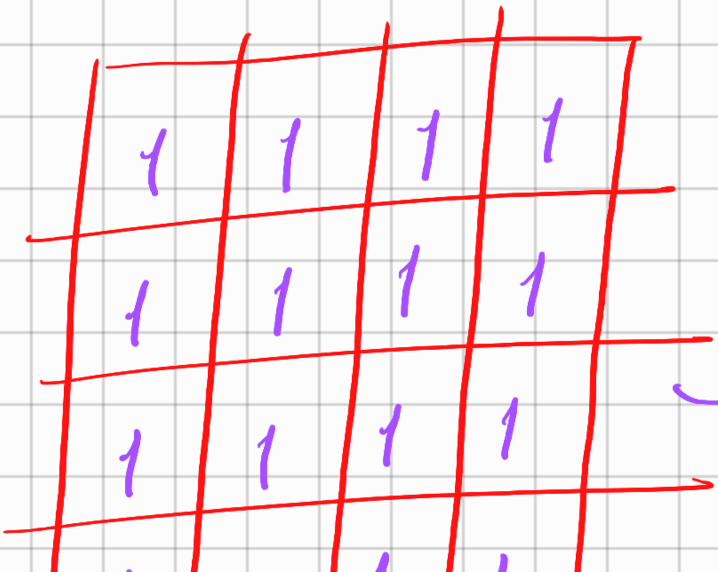
eğer karno haritalarını kullanmasaydık böyle çıkardı

Teorem 4 $f(a,b,c,d)$

$2^{4} \to 16$

a	b	c	d
0	0	0	0
⋮			
1	1	1	1

16



hepsi 1 olur

1	1	1	1

$\rightarrow f=1$

Örnek

$$f(a,b,c,d) \rightarrow a'b'c' + \overset{010}{b'cd'} + \underset{0110}{a'bcd'} + \underset{100}{abc'}$$

Burda a'nın hiçbir önemi yok 1'de olabilir 0'da

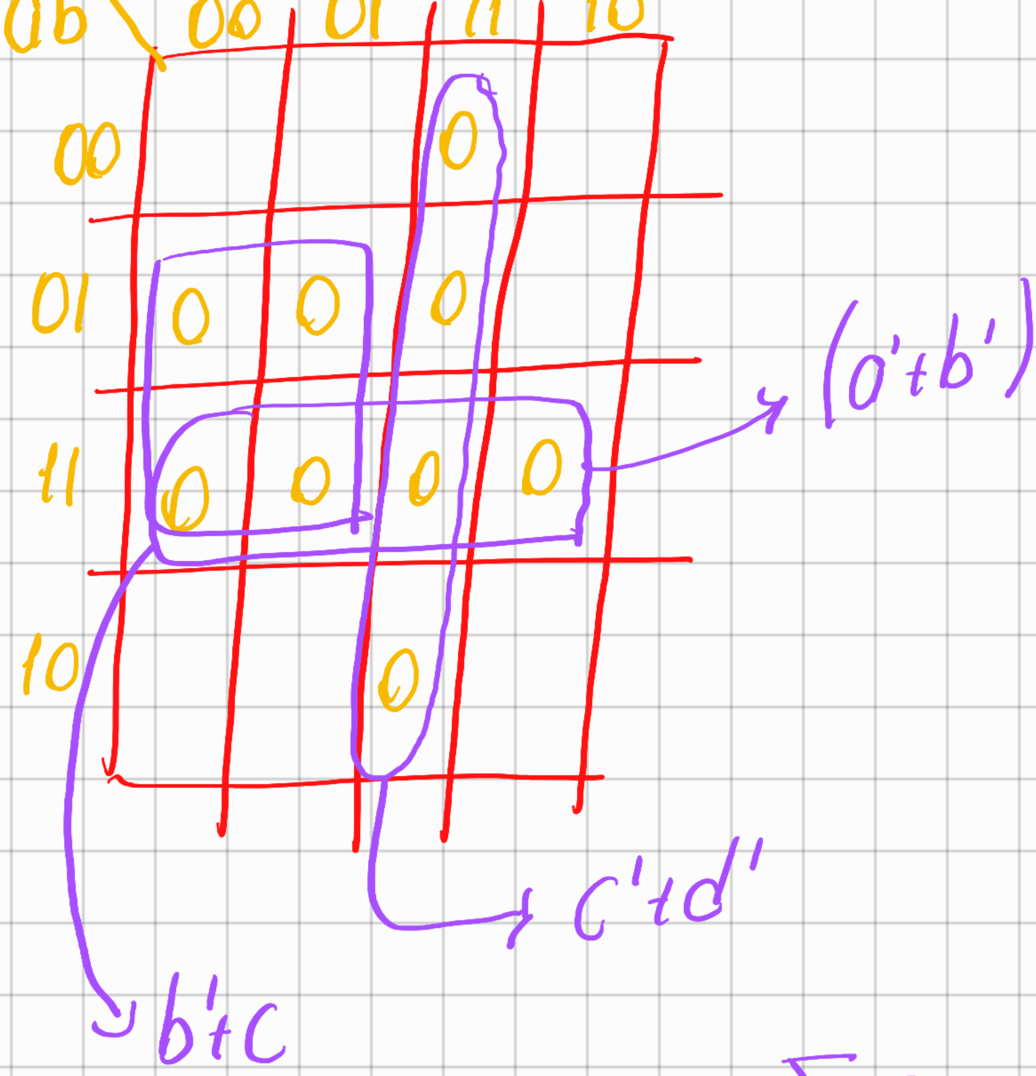
a	b	c	d	f
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	
0	1	0	1	
0	1	1	0	1

0	1	1	1	
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	0	1	
1	1	1	0	
1	1	1	1	

ab \ cd	00	01	11	10
00	1	1		1
01				1
11				
10	1	1		1

$$f(abcd) \rightarrow b'd' + b'c' + a'cd'$$

ab \ cd 00 01 11 10



$\Sigma\Pi$

↳ $f(a,b,c,d)$

↳ $(a'+b')(c'+d')(b'+c)$ $\Pi\Sigma$

↳ toplamlar çarpımında 0'lara bakarız 1'leri 0 yapmaya çalışırız 0'ları elleneyiz

---

$f(a,b,c,d) = \Sigma(0,3,4,5,6,7,13,14)$

↳ Minterm

Σ

a	b	c	d	f
0	0	0	0	
⋮				
1	1	1	1	

Çarpımlar toplamı
minterm

Σ

toplamlar çarpımı
maxterm

Σ

	00	01	11	10
00	0 1	1	3 1	2
01	4 1	5 1	7 1	6 1
11	12	13 1	15	14 1
10	8	9	11	10

$\hookrightarrow f = \cancel{a'b} + a'c'd' + bc'd + a'cd + bcd'$

↳ Buna gerek yok

Eksik bool işlemleri

$f(a,b,c,d)$

a b c d	f
0 0 0 0	1 →
	0
0 1 1 1	$\emptyset$ → 1/0
1 0 1 1	
1 1 1 1	1 →
	0 →

Buna don't care durumları veya belirsizlik durumları denir

→ Soru

$f(abcd) \rightarrow \sum 3,7,11,12,15$

$+$

$\sum 0,10,13,14$

$\sum_{\emptyset}$

↳ ∅ → Bunlara istediğimiz değeri verebiliyoruz 0'da verebilirsin 1'de

ab \ cd	00	01	11	10
00	∅ 0	0	1	0
01			1	
11	1	1 ∅	1	∅ 1
10			1	∅ 0

→ ab

→ cd

$f(abcd) \rightarrow ab + cd$

Quene-McCluskey yöntemi

Örnek

$$f(abcd)=\sum_1(3,7,11,12,13,14,15)$$

Minterm	ikilik taban	lojik "1" sayısı
3	0011	2
7	0111	3
11	1011	3
12	1100	2
13	1101	3
14	1110	3
15	1111	4

↳ ilk adım

	a	b	c	d
3	0	0	1	1
12	1	1	0	0
7	0	1	1	1

↳ 2. adım

	a	b	c	d
3,7	0	-	1	1
3,11	-	0	1	1
12,13	1	1	0	-

Sadece 1 tane değişim olmalı

11	1011
13	1101
14	1110
15	1111

12,14	1 1 _ 0
7,15	_ 1 1 1
11,15	1 _ 1 1
13,15	1 1 _ 1
14,15	1 1 1 _

↳ 3. adim

	a	b	c	d
3.7.11.15	_	_	1	1
3.11.7.15	_	_	1	1
12,13,14,15	1	1	_	_
12,14,13,15	1	1	_	_

Bunları dikkate almıyoruz

$$f(a,b,c,d) \rightarrow ab + cd$$