Logaritma Yardımıyla Türev Alma

① $f(x) = x^{x+1}$

$f(x) = x^{\cos x}$

$f(x) = (\sin x)^{\cos x}$

hem taban x'li ise
hem üs
logaritma kullanılmak zorunludur.

---

② $\dfrac{(x^2+1)^4 \cdot \sqrt[3]{x+1}}{\sin x \cdot (x-4)^5}$ $\Longrightarrow$ çarpma ve bölmenin fazla x içeren durumlarında başvurulur.

---

1. Durum

$f(x)^{g(x)}$

$x^x = f(x)$

$f'(x) = ?$

1. adım

$y = x^x$

2. adım

$\ln y = \ln x^x$ / $\ln y = x \cdot \ln x$

3. adım

her taraf x'e göre türevi alınır.

$\dfrac{y'}{y} = \ln x + \cancel{x} \cdot \dfrac{1}{\cancel{x}}$

$y' = (\ln x + 1) \cdot x^x$

Soru: $f(x) = x^{\cos x}$

$f'(x) = ?$

$y = x^{\cos x}$

$\ln y = (\cos x) \cdot \ln x$

$y' = \left(-\sin x \cdot \ln x) + \dfrac{\cos x}{x}\right) \cdot x^{\cos x}$

2. Durum

$$f(x) = (x-2)^2 \cdot (x+5)^3 \cdot (2x-1)^4 \text{ ise } f'(x) = ?$$

1. adim

$$\ln y = \ln\left[(x-2)^2 \cdot (x+5)^3 \cdot (2x-1)^4\right]$$

$$\ln y = 2\ln(x-2) + 3\ln(x+5) + 4\ln(2x-1)$$

2. adim

$$\frac{y'}{y} = \left[\frac{2}{x-2} + \frac{3}{x+5} + \frac{8}{2x-1}\right]$$

Soru:

$$f(x) = \frac{(3x+4) \cdot \sqrt[3]{x^2+1}}{\cos x \cdot e^{3x}} \text{ ise } f'(x) = ?$$

$$\ln y = \ln(3x+4) + \frac{\ln(x^2+1)}{3} - \ln(\cos x) - 3x\,\cancel{\ln e}^{\,1}$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{3}{3x+4} + \frac{2x}{3x^2+3} + \frac{(+\sin x)}{\cos x} - 3$$

Kapalı Fonksiyonların Türevi

Kapalı Fonk: Fonksiyonda y $(f(x))$ yalnız bırakılamıyorsa kapalı denir.

$f(x) = 2x+1$ ⟶ açık

$x^2+y^2=1 \Longrightarrow y = \pm\sqrt{1-x^2}$ ⟶ kapalı

?

$x+y=\sin y$

$x^2y^3+3xy-4x+5=\cos y^2+e^{xy}$

kapalı fonk

Türevi

$x^2y^3+xy^2=5x+1 \qquad \frac{dy}{dx}=?$

* her iki tarafın türevi alınır.
* y'liler x'e bağlı fonk olarak kabul edilir.

$(y^2)'=2y.y'$

$(\sin y)'=\cos y.y'$

$(x^2y^3)'=2xy^3+x^2.3y^2.y'$

Soru:

$x^2+y^2=5$ ise $\dfrac{dy}{dx}$ nedir?

1. adım Her iki tarafın türevi

$$2x+2yy'=0$$

2. adım y' i yalnız bırak

$$y'=\frac{-2x}{2y} \rightarrow y'=\frac{-x}{y}$$

Soru:

$$x^2y^3-4xy^2=\sin x+1$$

$\dfrac{dy}{dx}$

$$2xy^3+x^2 3y^2y'-(4y^2+4x2y.y')=\cos x=$$

$$2xy^3+3x^2y^2y'-4y^2-8xyy'=\cos x$$

$$y'(3x^2y^2-8xy)=\cos x-2xy^3+4y^2$$

$$y'=\frac{\cos x-2xy^3+4y^2}{3x^2y^2-8xy}$$

Soru:

$x^2+y^3=e^{xy}-4$ ise $\left.\dfrac{dy}{dx}\right|_{\substack{x=1\\y=1}}$ için kaçtır?

$$2x+3y^2y'=e^{xy}.(1.y+x.y')$$

$$3y^2y'-xe^{xy}y'=ye^{xy}-2x$$

$$y'=\frac{ye^{xy}-2x}{3y^2-xe^{xy}}$$

$$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{\substack{x=1\\y=1}}=\frac{e-2}{3-e}$$

Mat-1 Sorular

$$(\sin x)^{x^2} = y$$

$$x^2 \cdot \ln(\sin x) = \ln y$$

$$(\sin x)^{x^2} \cdot \left(2x \cdot \ln(\sin x) + x^2 \cdot \frac{\cos x}{\sin x}\right) = y'$$

$$(\ln x)^x = y$$

$$[x \cdot \ln(\ln x)]' = \frac{y'}{y}$$

$$\left(\ln(\ln x) + \cancel{x} \cdot \frac{x'}{\cancel{x}\ln x}\right) \cdot (\ln x)^x = y'$$

$$(3+x)^{\tan x} = y$$

$$[\tan x \cdot \ln(x+3)]' = \frac{y'}{y}$$

$$\left(\sec^2 x \cdot \ln(x+3) + \frac{\tan x}{x+3}\right) \cdot (x+3)^{\tan x} = y'$$

$$f\left(\frac{1}{x}\right)^{\ln x} = y$$

$$\left[\ln x \cdot \left(\ln\left(f\left(\tfrac{1}{x}\right)\right)\right)\right]' = \frac{y'}{y}$$

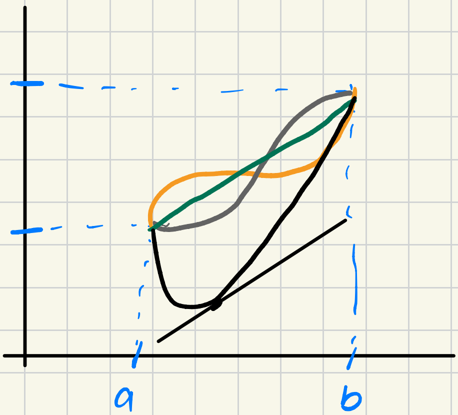
$$\left(\frac{\ln\left(f\left(\frac{1}{x}\right)\right)}{x} + \ln x \cdot \frac{f'\left(\frac{1}{x}\right) \cdot \frac{-1}{x^2}}{f\left(\frac{1}{x}\right)}\right) \cdot f\left(\frac{1}{x}\right)^{\ln x} = y'$$

$$\star\star\star \quad \left[\arcsin f(x)\right]' = \frac{f'(x)}{\sqrt{1-(f(x))^2}}$$

$$\left[(\arctan x)\right]' = \frac{1}{1+x^2}$$

$$\left[\arctan(\sec x)\right]' = \frac{\sec x \cdot \tan x}{1+\sec^2 x}$$

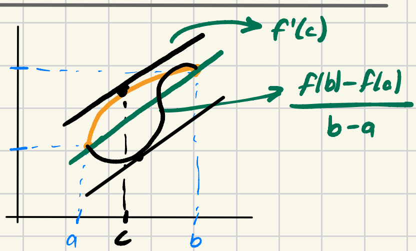
Ortalama Değer Teoremi



ortalama değer $= \dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$

$f'(c) = \dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$ için

$c \in [a, b]$



$$\underbrace{f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}}$$

★ en az 1 tane vardır.

Soru:

$f(x) = x^2 + 5$ fonk

$[1, 5]$ aralığında odt sağlayan değerleri bulun

1. adım

$f(x)$, $[1,5]$ aralığında süreklidir.

$\dfrac{f(5)-f(1)}{4} = 6$

$6 = 2x$

$3 = x$

Sonu :

$f(x) = x^3 + 2x - 5$

$[-1, 1]$ odt?

$$\frac{f(1) - f(-1)}{2} = \frac{3}{2}$$

$3 = 3x^2 + 2$

$\frac{1}{3} = x^2$

$x = \pm\sqrt{\frac{1}{3}}$

$3 = 3x^2 + 2$

$x = \pm\sqrt{\frac{1}{3}}$

Rolle's Teoremi

$f(x)$ fonk $[a,b]$ aralığında sürekli

ve

$f(x)$ fonk (a,b) aralığında türevlenebilir

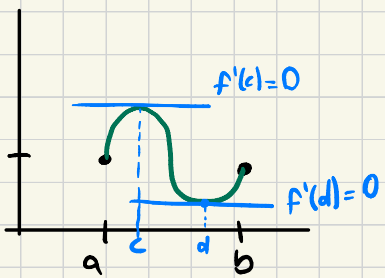
ve

$f(a) = f(b)$ ise

$f'(c) = 0$

en az bir tane var.

$c \in (a,b)$



Ara Değer

$f(a) < f(c) < f(b)$

en az bir adet olmak zorunda

Rolle Teoremi

$[a,b]$ arasında ve

$f(a) = f(b)$ ise

en az bir

$f'(c) = 0$ olmak zorunda

Ortalama Değer

$[a,b]$ arasında c ise

$$\underbrace{f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}}_{\text{mutlaka en az bir tane vardır}} \text{ (türev)}$$

$$\frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+1} = f(x)$$

$$F(1) = f(-1) = 0$$

$1-4+3$ $=12$

$$f(x) = \frac{9x^2-4x+3}{x-2}$$

$$\left.\begin{matrix} f(1) = 0 \\ f(3) = 0 \end{matrix}\right) \text{sağladı}$$

$$\frac{(x-3).(x-1)}{x-2} \to \boxed{x=2}$$

$$f(-1) = 1+1-2 = 0$$

$$x^4+x^2-2 = 0$$

$x^2=a$ $\quad a^2+a-2=0$

$+2$

-1

$$\left.\begin{matrix} a=-2 \\ a=1 \end{matrix}\right)$$

$\cancel{x^2=-2}$

$x^2=1$

$x=-1, 1$

$f(x) = |x-1|$

$[0,2]$ Rolle?

$f(0) = f(2)$

$[0,2]$ sürekli mi?

$(0,2)$ türevli mi?

$$f(x)\begin{cases} \underbrace{-x+1}_{-1}, & x<1 \\ \underbrace{x-1}_{1}, & x\geq 1 \end{cases}$$

$$\underbrace{\lim_{x\to 1^-}}_{0} = \underbrace{\lim_{x\to 1^+}}_{0} = \underbrace{f(1)}_{0}$$

- sürekli
- türevli değil.

1. şart

$f(x)$, $[1,3]$ aralığında sürekli olmalı

$f(x)$, $(1,3)$ aralığında türevli olması

$f(1) = f(3)$

Soru:

$f(x) = x^2$ $(-2,2)$ $f'(x)$'i 0 yapan bir c değeri olduğunu Rolle's Teoremi ile ispatlayınız.

$f(-2) = f(2) = 4$

$f(x)$ $(-2,2)$ sürekli, türevlenebilir

Soru: $f(x) = x^2 - x$ $(0,1)$ aralığında

$f(0) = f(1) = 0$

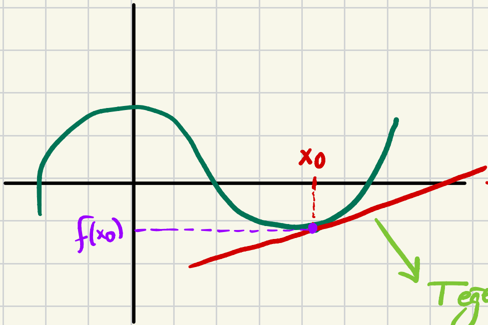
$f(x)$ sürekli, türevlenebilir

$2x - 1 = 0$

$\boxed{x = \frac{1}{2}}$

Teğetin Eğimi ve Denklemi (Tangent Line)

eğim $= \frac{\Delta y}{\Delta x}$



$f(x)$ fonk. x_0 noktasından çizilen teğet doğru

Teğet doğru eğimi $= f'(x_0)$
(slope)

$$y - f(x_0) = f'(x_0).(x - x_0)$$

Soru: $f(x) = x^3 + x^2 + x - 1$, $x = 1$ apsisli noktadan çizilen teğet eğim ve denklemi nedir?

$f'(x) = 3x^2 + 2x + 1 \rightarrow f'(1) = 6$

$f(1) = 2$

$y - 2 = 6(x-1)$

$y = 6x - 4$

Soru: $f(x) = e^{2x-1}$, $x = 0$ teğet denklemi nedir?

$f'(x) = 2e^{2x-1}$ $\quad f'(0) = \frac{2}{e}$

$f(0) = \frac{1}{e}$

$$y = \frac{2x}{e} + \frac{1}{e}$$

Soru: $x^2+2xy+y^3=4$, $(1,1)$ nok çizilen teğet denklem nedir?

$$2x+2y+2xy'+3y^2 \cdot y'=0$$

$$y'(2x+3y^2)=-2(x+y)$$

$$y'=\frac{-2(x+y)}{2x+3y^2} \rightarrow \frac{-4}{5}=m$$

$$y-1=\frac{-4}{5}(x-1)$$

$$y=\frac{-4x+9}{5}$$

Normalin Eğimi ve Denklemi

Dik doğruların eğimleri çarpımı -1'dir.

$$m_{teğet} \cdot m_{normal}=-1$$

$$m_{normal}=\frac{-1}{f'(x_0)}$$

Soru: $f(x)=x^3+2x-1$, $x=2$ apsisli normalin eğimi ve denklem nedir?

$f'(2)=$ eğimi

$f'(x)=3x^2+2$

$m_{normal} \quad 14=-1$

$$y-11=\frac{-1}{14}\cdot(x-2)$$

Belirsizlik Çeşitleri ve L'Hospital Kuralı

Belirsizlik Çeşitleri

1. Çeşit
$\frac{0}{0}$ belirsizliği

2. Çeşit
$\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği

3. Çeşit
$\infty - \infty$ belirsizliği

4. Çeşit
$\infty . 0$ belirsizliği

5. Çeşit
1^{∞} veya 0^{0} veya ∞^{0} belirsizliği

L'Hospital Kuralı

Belirsizlikten Türev yardımıyla kurtulma işidir.

1. Çeşit ve 2. Çeşitleri çözer.

3., 4. ve 5. çeşit belirsizliklerde 1. ve 2. çeşit benzetip ardından L'Hospital uygulanır.

$\frac{0}{0}$ Belirsizliğinin L'Hospital Kuralı ile Çözümü

* Türev yardımıyla belirsizlikten kurtulma

Ör/ $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-4}{3x-6}=?$ $\quad \dfrac{2x}{3}\xrightarrow{(x=2)}\dfrac{4}{3}$

Ör/ $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{2x}=?$ $\quad \dfrac{3\cos 3x}{2}\xrightarrow{x=0}\dfrac{3}{2}$

Ör/ $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^3-27}{2x-6}=?$ $\quad \dfrac{3x^2}{2}=\dfrac{27}{2}$

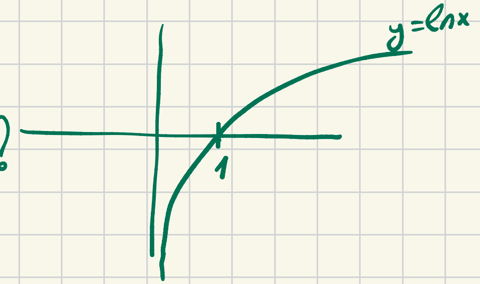
Ör/ $\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{\sqrt{x+2}-3}{x^2-49}=?$ $\quad \dfrac{(x+2)^{-\frac{1}{2}}}{2}\cdot\dfrac{1}{2x}=\dfrac{1}{84}$

$\frac{\infty}{\infty}$ Belirsizliğinin L'Hospital ile Çözümü

Payın ve paydanın türevleri belirsizlik bitesiye kadar alınır.

$\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{x^2-3x+4}{2x^2-5x+1}=?$ $\quad \dfrac{\infty}{\infty}\to\dfrac{2x-3}{4x-5}\to\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}$

Soru: $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{\ln x}{x}=?$



$\dfrac{\frac{1}{x}}{1}=\dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{\infty}\to 0$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{x^3-4x^2+5x-7}{x^2+6x-1} = ? \qquad \frac{3x^2-8x+5}{2x+6} \to \frac{6x-8}{2} = \frac{-\infty}{2}$$

$$\downarrow$$

$$-\infty$$

$\infty-\infty$ Belirsizliğin L'Hospital ile Çözümü

$\infty - \infty \longrightarrow \frac{0}{0}$ veya $\frac{\infty}{\infty}$ benzetilmelidir.

$\downarrow$

Payda eşitlendiğinde ortaya $\frac{0}{0}$ veya $\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği gelir.

Soru: $\lim_{x \to 2} \frac{4}{x^2-4} - \frac{1}{x-2} = ?$

$$\lim_{x \to 2} \frac{4-x-2}{x^2-4} \to \frac{-1}{2x} = -\frac{1}{4}$$

$$\frac{x-\sin x}{\sin x . x} \to \frac{1-\cos x}{x.\cos x + \sin x} \to \frac{+\sin x}{\cos x - x.\sin x + \cos x} \Rightarrow 0$$

Soru: $\lim_{x \to 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x}\right) = ?$

$$\frac{x-\sin x}{\sin x . x} \xrightarrow[\lim_{x\to 0}]{\frac{dy}{dx}} \left(\frac{1-\cos x}{\cos x . x + \sin x . 1}\right) \xrightarrow{\frac{dy}{dx}} \frac{+\sin x}{\cos x + \cos x + x(-\sin x)}$$

$$\downarrow$$

$$0$$

$0.\infty$ Belirsizliğinin L'Hospital ile Çözümü

$0.\infty \longrightarrow \dfrac{0}{0}$ veya $\dfrac{\infty}{\infty}$ yapılmalıdır.

$$0.\infty = \frac{\infty}{\frac{1}{0}} = \frac{\infty}{\infty} \quad \text{veya} \quad 0.\infty = \frac{0}{\frac{1}{\infty}} = \frac{0}{0}$$

Soru: $\lim\limits_{x \to 0^+} x.\ln x = ?$

$0.\ln(0^+)$

$0.(-\infty)$

$$\frac{\ln x}{\frac{1}{x}} \xrightarrow{\frac{d}{dt}} \frac{x^{-1}}{-x^{-2}} = -x \to 0$$

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{\ln x}{\frac{1}{x}} = \frac{-\infty}{\infty}$$

$$\frac{\frac{1}{x}}{\frac{-1}{x^2}} = \frac{1}{x} \cdot -x^2 = -x \longrightarrow 0$$

Soru: $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} \left(x - \frac{\pi}{2}\right).\tan x = ?$

$$\lim_{x \to \pi/2} \frac{\left(x - \frac{\pi}{2}\right)'}{(\cot x)'} = \frac{0}{0} \longrightarrow \frac{1}{-\operatorname{cosec}^2 x} = -\sin^2 \frac{\pi}{2} = -1$$

1^{∞}, 0^{0} ve ∞^{0} Belirsizliklerinin Çözümü

1^{∞}, 0^{0} ve ∞^{0} $\longrightarrow$ $\frac{0}{0}$ veya $\frac{\infty}{\infty}$ benzetilmelidir.

Soru: $\lim_{x \to 0^+} (x+1)^{\frac{1}{x}} = ?$

$y = (x+1)^{\frac{1}{x}} \longrightarrow \ln y = \frac{\ln(x+1)}{x}$

$\lim_{x \to 0^+} \frac{\ln(x+1)}{x} \longrightarrow \frac{0}{0}$

$\frac{1}{x+1} = 1$

★★★

$\ln y = 1$

$y = e^{1}$

$y = e$

Soru: $\lim_{x \to \infty} \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^{x} = ? \longrightarrow 1^{\infty}$

$y = \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^{x}$

$\ln y = x \cdot \left[\ln(x+1) - \ln(x-1)\right]$

$\Downarrow$

$\lim_{x \to \infty} x \cdot \left[\ln(x+1) - \ln(x-1)\right] = 0 \cdot \infty$ eyvah!

$\Downarrow$

$\frac{\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)}{\frac{1}{x}} = \frac{0}{0}$

$$\frac{\dfrac{\dfrac{1(x-1) - 1(x+1)}{(x-1)^2}}{\dfrac{(x+1)}{(x-1)}}}{-\dfrac{1}{x^2}} = \lim_{x \to \infty} \frac{2x^2}{x^2-1} = 2$$

$\ln y = 2$

$y = e^{2}$

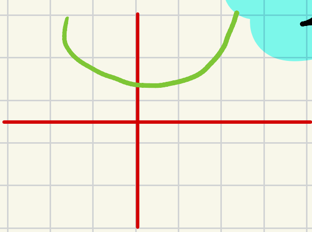
Hiperbolik Fonksiyonlar

$\left.\begin{array}{l} \sin x \\ \cos x \\ \tan x \\ \cot x \end{array}\right\}$ trigonometrik ifadeler

$\left.\begin{array}{l} \sinh(x) \\ \cosh(x) \\ \tanh(x) \\ \coth(x) \\ \operatorname{sech}(x) \\ \operatorname{cosech}(x) \end{array}\right\}$ hiperbolik ifadeler

$$f(x) = \sinh(x) = \frac{e^{x} - e^{-x}}{2}$$

$$f(x) = \cosh(x) = \frac{e^{x} + e^{-x}}{2}$$



$$f(x) = \sinh(2x) = \frac{e^{2x} - e^{-2x}}{2}$$

$$f(x) = \tanh(x) = \frac{e^{x} - e^{-x}}{e^{x} + e^{-x}}$$

$$f(x) = \coth(x) = \frac{e^{x} + e^{-x}}{e^{x} - e^{-x}}$$

$$f(x) = \operatorname{sech}(x) = \frac{2}{e^{x} + e^{-x}}$$

$$f(x) = \operatorname{csch}(x) = \frac{2}{e^{x} - e^{-x}}$$

$$\sinh(x) = \frac{e^{x} - e^{-x}}{2}$$

$$\cosh(x) = \frac{e^{x} + e^{-x}}{2}$$

Hiperbolik Fonksiyonların Türevi

① $f(x) = \sinh(g(x)) \longrightarrow f'(x) = \cosh(g(x)) \cdot g'(x)$

$\sinh(x) \longrightarrow f'(x) = \cosh(x)$

$\sinh(4x) \longrightarrow f'(x) = \cosh(4x) \cdot 4$

"–" yok!

② $f(x) = \cosh(g(x)) \longrightarrow f'(x) = \sinh(g(x)) \cdot g'(x)$

$f(x) = \cosh(x^2) \longrightarrow f'(x) = \sinh(x^2) \cdot 2x$

③ $f(x) = \tanh(g(x)) \longrightarrow f'(x) = \operatorname{sech}^2(g(x)) \cdot g'(x)$

"–" normaldeki gibi var.

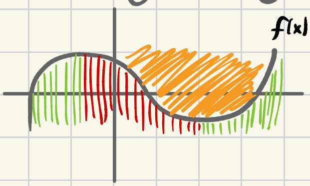
④ $f(x) = \coth(g(x)) \longrightarrow f'(x) = -\operatorname{csch}^2(g(x)) \cdot g'(x)$

⑤ $f(x) = \operatorname{sech}(g(x)) \longrightarrow -\operatorname{sech}(g(x)) \cdot \tanh(g(x)) \cdot g'(x)$

⑥ $f(x) = \operatorname{csch}(g(x)) \longrightarrow f'(x) = -\operatorname{csch}(g(x)) \cdot \cot(g(x)) \cdot g'(x)$

1. ve 2. Türevin Yorumu

f(x) grafiği yokken f(x)'in grafiği hakkında bilgiler verir.



$f'(x)$

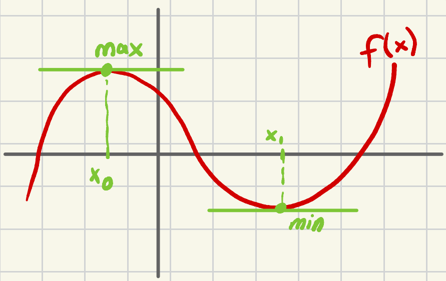
* Artan azalan aralığını verir.
* Max, min noktaları bulmayı sağlar.

$f''(x)$

* eğriliğin yönünü belirlemeyi sağlar.

1. Türevin Yorumu

$f(x) = \dots\dots \longrightarrow f'(x)$ → f(x) artan – azalan; → f(x) max – min noktalar



* max – min noktalardan çizilen teğetler x eksenine paralel olur.

* x'e paralel doğruların eğimleri 0'dır.

critical points
$f'(x) = 0$

ekstremum apsisleri

YTU – Fen-Edebiyat Fakültesi I. Vize Sınav Soru ve Cevap Kağıdı		Not Tablosu				
		1.S	2.S	3.S	4.S	Σ
Adı Soyadı						
Numarası						
Bölümü		Grup No		Tarih	02.11.2019	
Dersin Adı	MAT1071 Matematik I		Süre	80 dk	Sınıf	
Öğretim Üyesi				İmza		

YÖK nun 2547 sayılı Kanunun *Öğrenci Disiplin Yönetmeliğinin* 9. Maddesi olan *"Sınavlarda kopya yapmak ve yaptırmak veya buna teşebbüs etmek"* fiili işleyenler **bir veya iki yarıyıl uzaklaştırma** cezası alırlar.

1.a) $f(x)=\dfrac{\ln(18-2x^2)}{|2x-5|}+\arcsin(x-3)$ fonksiyonunun tanım kümesini bulunuz. **(13P)**

$18-2x^2>0$

$18>2x^2$

$9>x^2$

$(-3,3)$

$2x-5\neq 0$

$x\neq\frac{5}{2}$

$-1\leq x-3\leq 1$

$2\leq x\leq 4$

$[2,4]$

$18-2x^2>0$

$9-x^2>0$

$9>x^2$

$x^2<9$

$-3<x<3$

$(-3,3)$

$\text{T.K}: \left[2,\frac{5}{2}\right)\cup\left(\frac{5}{2},3\right)$

$-1<x-3\leq 1$

$|2x-5|\neq 0$

$x\neq\frac{5}{2}$

1.b) $\sqrt[4]{18}$ sayısının yaklaşık değerini lineer yaklaşım veya diferansiyel hesap kullanarak hesaplayınız. **(12P)**

$f(x)=\sqrt[4]{x}$, $a=16$, $f(16)=2$

$f'(x)=\frac{1}{4}x^{-\frac{3}{4}}$, $f'(16)=\frac{1}{32}$

$f(x)\approx L(x)=f(16)+f'(16)(x-16)$

$L(x)=2+\frac{1}{32}(x-16)$

$f(18)\approx L(18)=2+\frac{1}{32}(18-16)=2+\frac{1}{16}=\frac{33}{16}$

$f(18)\approx\frac{33}{16}$

$f(x)=\sqrt[4]{x}$

$f(x)=x^{1/4}$

$f'(x)=\dfrac{x^{-\frac{3}{4}}}{4}$

$f(16)=2$

$a=16$

$y-2=2^{-5}(x-16)$

$y=\dfrac{(x-16)}{32}+2$

$y=\dfrac{x+48}{32}$

$\frac{66}{32}=\frac{33}{16}$

Scanned with CamScanner

2) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{1-\cos x^2}{x^4} & , x<0 \\ \dfrac{2}{\pi}\arcsin x+\dfrac{3}{\pi}\arccos x & , 0\le x\le 1 \\ (x-1)\sin\dfrac{1}{x-1} & , x>1 \end{cases}$ fonksiyonu için:

a) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ ve $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ limitlerinin varlığını araştırınız. **(L'Hopital Kuralı kullanılmayacaktır)**

(17P)

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{1-\cos x^2}{x^4}=\lim_{x\to 0^-}\frac{(1-\cos x^2)}{x^4}\cdot\frac{(1+\cos x^2)}{(1+\cos x^2)}=\lim_{x\to 0^-}\underbrace{\frac{\sin^2 x^2}{x^4}}_{1}\cdot\frac{1}{1+\cos x^2}=\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x\to 0^+}\left[\frac{2}{\pi}\underbrace{\arcsin x}_{0}+\frac{3}{\pi}\underbrace{\arccos x}_{\frac{\pi}{2}}\right]=\frac{3}{2}$$

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)\neq\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$ oldugundan limit mevcut degildir.

$$\lim_{x\to 1^-}\left[\frac{2}{\pi}\underbrace{\arcsin x}_{\frac{\pi}{2}}+\frac{3}{\pi}\underbrace{\arccos x}_{0}\right]=1$$

$$\lim_{x\to 1^+}\underbrace{(x-1)}_{0}\underbrace{\sin\frac{1}{x-1}}_{-1\le A\le 1}=0$$

$\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)\neq\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$ oldugundan limit mevcut degildir.

b) $x=0$ ve $x=1$ noktalarında f fonksiyonunun sürekliliğini araştırıp, süreksizlik olması halinde türünü belirleyiniz. **(8P)**

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)\neq\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$ oldugundan $x=0$ da sıçramalı süreksizlik vardır.

$\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)\neq\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$ oldugundan $x=1$ de sıçramalı süreksizlik vardır.

3.a) **Kapalı Türetme Yöntemini kullanarak,** $2x+\cos(x+y)=y^2-\pi$ ile kapalı olarak tanımlı $y=f(x)$ eğrisinin $\left(-\frac{\pi}{2},0\right)$ noktasındaki normal doğrusunun denklemini bulunuz. **(12P)**

$$2-(1+y')\sin(x+y)=2y\cdot y'$$

$x=\frac{-\pi}{2}$ ve $y=0$ için;

$$2+(1+y')=0$$

$$m_T=y'=-3 \Rightarrow \boxed{m_N=\frac{1}{3}}$$

N.D.D. $y-0=\frac{1}{3}\left(x-\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right)$

$$\underline{y=\frac{1}{3}x+\frac{\pi}{6}} \quad //$$

$2-\sin(x+y).(1+y')=2yy'$

$\frac{-\pi}{2}$ 0 0

$2+1.(1+y')=0$

$1+y'=-2$

$y'=-3$

$y=-3\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$

$(f^{-1})'(x.\sec x).\left(\frac{x.\sin x}{\cos^2 x}\right)=1$

$y=x.\sec x$

$f^{-1}(x.\sec x)=x$

$x.\sec x=\frac{2\pi}{3}$

$\frac{x}{\cos x}=\frac{2\pi}{3}$

$x=\frac{2\pi\cos x}{3}$

$\frac{2\pi.\sin x}{3.\cos}$

3.b) $f:\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x.\sec x$ fonksiyonunun tersinin mevcut olduğunu gösteriniz ve $(f^{-1})'\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ değerini bulunuz. **(13P)**

$f'(x)=\sec x+x.\sec x.\tan x>0 \quad \left(\forall x\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)\right)$

olduğundan f artandır $\Rightarrow f$, 1-1 $\Rightarrow f$'in tersi mevcuttur.

$(f^{-1})'(x)=\frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$, $(f^{-1})'\left(\frac{2\pi}{3}\right)=\frac{1}{f'(\underbrace{f^{-1}(\frac{2\pi}{3})}_{a})}$

$f^{-1}\left(\frac{2\pi}{3}\right)=a \Rightarrow f(a)=\frac{2\pi}{3}$

$a.\sec a=\frac{2\pi}{3}$

$\boxed{a=\frac{\pi}{3}}$

$$=\frac{1}{f'\left(\frac{\pi}{3}\right)}$$

$$=\frac{3}{6+2\sqrt{3}\pi} \quad //$$

$f^{-1}(x.\sec x)=x$

$(f^{-1})'(x.\sec x).\left(\sec x+\frac{\sin x}{\cos^2 x}.x\right)=1$

$\frac{x}{\cos x}=\frac{2\pi}{3}$

$x=\frac{\pi}{3}$

$f'\left(\frac{\pi}{3}\right)=\sec\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{3}.\sec\frac{\pi}{3}\tan\frac{\pi}{3}$

$=2+\frac{\pi}{3}.2.\sqrt{3}$

$=\frac{6+2\sqrt{3}\pi}{3}$

Başarılar

4.a) $\lim\limits_{x\to 0}(1+\arctan x)^{\frac{1}{x^2+2x}} = y$ limitini hesaplayınız. **(14P)**

$$y=(1+\arctan x)^{\frac{1}{x^2+2x}}$$

$$\ln y = \frac{1}{x^2+2x}\cdot \ln(1+\arctan x)$$

$$\lim_{x\to 0}\ln y = \lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+\arctan x)}{x^2+2x} = \left(\frac{0}{0}\text{ b.l.}\right)$$

$$\overset{L'H}{=}\lim_{x\to 0}\frac{\dfrac{\frac{1}{1+x^2}}{1+\arctan x}}{2x+2} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x\to 0}\ln y = \frac{1}{2}$$

$$\ln\left(\lim_{x\to 0} y\right)=\frac{1}{2} \Rightarrow \lim_{x\to 0}(1+\arctan x)^{\frac{1}{x^2+2x}} = e^{1/2} \ //$$

$$\frac{\ln(1+\arctan x)}{x^2+2x} = \ln y$$

$$\frac{\dfrac{\frac{1}{1+x^2}}{1+\cancel{\arctan x}^{\,0}}}{2x+2}\Bigg)\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x\to 0}\ln y = \frac{1}{2}$$

$$\log_e \lim_{x\to 0} y = \frac{1}{2}$$

$$e^{1/2}$$

4.b) $\sqrt[3]{x-1}-3x=0$ denkleminin $\left[-\frac{1}{2},0\right]$ aralığında bir kökünün var olup olmadığını araştırınız. **(11P)**

$f(x)=\sqrt[3]{x-1}-3x$ fonksiyonu $\left[-\frac{1}{2},0\right]$ aralığında süreklidir.

$f(0)=-1$

$f\left(-\frac{1}{2}\right)=\sqrt[3]{-\frac{3}{2}}+\frac{3}{2} = \frac{3}{2}-\sqrt[3]{\frac{3}{2}} = a>0$

olayısıyla f $[-1,a]$ aralığında er değeri alır. O halde $0\in[-1,a]$ değerini de alır. Yani $f(c)=0$ olacak şekilde $c\in\left[-\frac{1}{2},0\right]$ vardır.

veya

$f(0)=-1<f(c)=0<f\left(-\frac{1}{2}\right)=a$ olduğundan Ara Değer Teoremine göre $f(c)=0$ olacak şekilde $c\in\left[-\frac{1}{2},0\right]$ vardır.

Başarılar...

MAT1071-MATEMATİK I 1. VİZE
ÖRNEK SINAV

1.

$f(x) = \dfrac{\arccos(x+1)}{\left|x+\frac{1}{2}\right|-1} + \ln(16-x^2)$ fonksiyonunun tanımlı olduğu en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

$$\left(1+\frac{1}{6(x-1)}\right)^{6x} = y$$

$$6x \cdot \ln\left(\frac{6x-5}{6x-6}\right) = \ln y$$

a) $[-2, 0]$

b) $\left[-2, -\frac{3}{2}\right) \cup \left(-\frac{3}{2}, 0\right]$

c) $[-4, -2] \cup (2, 4)$

d) $\left(-2, \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}, 2\right]$

e) $\left(-4, -\frac{3}{2}\right) \cup \left(-\frac{3}{2}, 4\right)$

$\lim\limits_{x\to\infty} 6x.$

2.

$\lim\limits_{x\to\infty} \left(1+\dfrac{1}{6(x-1)}\right)^{6x}$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

$$\left(\frac{6x-5}{6x-6}\right)^{6x} = y$$

a) 1

b) 0

c) e

d) $\dfrac{1}{e}$

e) Limit mevcut değildir.

3. x x+h

$$\lim_{h \to 0} \frac{f\left(x - \frac{h}{2}\right) - f\left(x + \frac{h}{2}\right)}{h}$$ limitinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

a) $-f'(x)$

b) $f'(x)$

c) $2f'(x)$

d) $\frac{1}{2}f'(x)$

e) $-\frac{1}{2}f'(x)$

4. +1 −2 $\frac{(x-2).(x+1)}{(x-6).(x+1)}$

$f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 5x - 6}$ fonksiyonu için aşağıdaki ifadelerden hangisi ya da hangileri doğrudur?

−6 +1

I. $x = -1$ noktasında kaldırılabilir süreksizliği vardır.

II. $x = 6$ noktasında sonsuz süreksizdir.

III. $x = 2$ noktasında sıçramalı süreksizliği vardır.

a) Yalnız I

b) I ve II

c) II ve III

d) Yalnız II

e) I, II ve III

$\frac{1}{\pi} - 1 = b$

5.

$\frac{x}{y} + \cos xy + \cancel{ax}^{\,0} = b$ eğrisinin $(1, \pi)$ noktasındaki teğet doğrusunun eğiminin π olmasını sağlayan a ve b değerleri için $a + b$ kaçtır?

$$\frac{y - x.y'}{y^2} \underbrace{- \sin xy.(xy')}_{0} + \cancel{a}^{\,0} = 0$$

$$\frac{\pi - y'}{\pi^2} + a = 0$$

~~a) $\frac{1}{\pi}$~~

~~b) $\frac{2}{\pi}$~~

c) $\frac{1}{\pi} - 1$

~~d) 2~~

~~e) 3~~

$$x = \frac{a\sqrt{(b^2 - y^2)}}{b}$$

6.

a ve b sabit olmak üzere, $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$ biçiminde verilen $y = f(x)$ fonksiyonu için y'' türevi aşağıdakilerden hangisidir?

$$2b^2x + 2a^2y.y' = 0$$

$$y' = \frac{-2b^2x}{2a^2y}$$

$$-4a^2b^2y + 4a^2b^2x\,y.y'$$

$$\frac{(-2b^2.2a^2y) - (-2b^2x).(2a^2y.y')}{(2a^2y)^2}$$

$$a^2y^2 - a^2b^2$$

$$(-y + xy.y')$$

a) $\frac{b^4}{a^2y^2}$

b) $\frac{a^4}{b^2y^2}$

c) $-\frac{a^4}{b^2y^3}$

d) $-\frac{b^4}{a^2y^3}$

e) $\frac{b^4}{a^3y^2}$

$$\frac{b^2.(y^2 - b^2 - y)}{a^2y} \qquad \frac{b^2.\ (xy' - 1)}{a^2y}$$

$$\frac{(y^2 - b^2)}{y} - 1$$

$$\frac{b^2y^2 - b^4 - b^2y}{a^2y}$$

7.

$f(x) = \ln(3x - 1)$ olduğuna göre $f^{-1}(0) + (f^{-1})'(0)$ kaçtır?

$$f^{-1}(\ln(3x-1)) = x$$

$$\log_e(3x-1) = 0$$

$$3x - 1 = 1$$

$$\boxed{x = \frac{2}{3}}$$

$$(f^{-1})'(\ln(3x-1)).\frac{3}{3x-1} = 1$$

$$= \frac{3x-1}{3}$$

$$\frac{\cancel{3}\frac{2}{\cancel{3}} - 1}{3} = \frac{1}{3}$$

~~a) −2~~

~~b) −1~~

~~c) 0~~

d) 1

~~e) 2~~

$x^3+7x+9=0$

8.

$x^3 + 7x = -9$ denkleminin aşağıdaki aralıklardan hangisinde en az bir reel çözümü vardır?

a) $[-2, -1]$

b) $[-1, 0]$

c) $[0, 1]$

d) $[1, 2]$

e) $[2, 3]$

9.

$\lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{\sqrt{1-\cos x}}{x}$ limitinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

$$\frac{\sqrt{1-\cos x}\cdot\sqrt{1+\cos x}}{x\cdot\sqrt{1+\cos x}}$$

$$\frac{\sqrt{1-\cos^2 x}}{x\cdot\sqrt{2}} \quad \sin x$$

$$-\frac{\sqrt{2}}{2}$$

a) $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

b) $\dfrac{1}{2}$

c) $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

d) 0

e) Limit mevcut değildir.

$9d-4=3c+d$

$8d$

10.

$f(x) = \begin{cases} cx + d, & x \le 3 \\ dx^2 - 4, & x > 3 \end{cases}$ fonksiyonu $x = 3$ noktasında türevlenebilir ise c ve d sabit olmak üzere $c - d$ kaçtır?

$c=6d$ $\quad 8d-4c=0$

$8d-3c=4$

$3c$

$8d-3c=4$

$-4/\ 2d-c=0 \qquad 8d-3c=4$

$+4c \qquad -18d+3c=0$

$c=4 \qquad -10d=4$

$d=2 \qquad d=\frac{-4}{10}$

$\frac{-24}{10}+\frac{4}{10}=-2$

a) $-\dfrac{2}{5}$

b) -1

c) -2

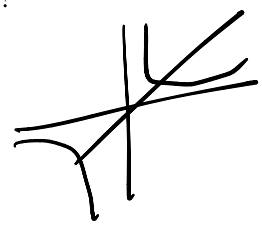
d) $-\dfrac{12}{5}$

e) 3

$f(x) = x$

11.

$f(x)$ fonksiyonu bir (a, b) aralığında pozitif tanımlı ve artan ise aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi bu aralıkta azalandır?



a) $-\frac{1}{f(x)}$

b) $-\frac{1}{f^2(x)}$

c) $f^2(x)$

d) $f^3(x)$

e) $2f(x)$

$1 = b$

12.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\tan x}{x}, & x < 0 \\ ax + b, & 0 \le x \le 1 \\ \frac{1-x}{|1-x|}, & x > 1 \end{cases}$$ fonksiyonunun $x = 0$ ve $x = 1$ noktalarında sürekli olmasını sağlayan a ve b değerleri için $b - a$ kaçtır?

-1

$1+2$

$a + b = -1$

$-2 \quad 1$

a) -1

b) 0

c) 1

d) 2

e) 3

$\sin(4x+3x) = \cancel{\sin 4x . \cos 3x} + \cos 4x . \sin 3x$

13.

$\lim_{x \to 0} \frac{[\sin 7x - \sin 4x \cos 3x]^{100}}{x^{99}}$ limitinin değeri kaçtır?

$$\frac{[\cos 4x . \sin 3x]^{100}}{x^{99}}$$

a) 0

b) 3^{100}

c) $\frac{1}{3^{100}}$

d) 7^{100}

e) $\frac{1}{7^{100}}$

$$\frac{[\cos 4x]^{99} . \cos 4x . (\sin 3x)^{100}}{x^{99}}$$

14.

$$\lim_{t\to 0} \frac{\tan\left(\frac{\pi}{6}+t\right)-\frac{\sqrt{3}}{3}}{t}$$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

a) $\frac{4}{3}$

b) $\sqrt{3}$

c) 0

d) $\frac{3}{4}$

e) 1

$\sec^2\left(\frac{\pi}{6}\right)$

$\frac{1}{\cos^2 30^\circ} \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$

$\frac{3}{4}$

15.

$\arctan(1) = 45$

arctan(1.04) ifadesinin yaklaşık değeri aşağıdakilerden hangisidir?

$f(x) = \arctan x$

$f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$

$f'(1) = \frac{1}{2}$

a) $\frac{25\pi+2}{100}$

b) $\frac{50\pi+2}{100}$

c) $\frac{5\pi+4}{100}$

d) $\frac{50\pi+4}{100}$

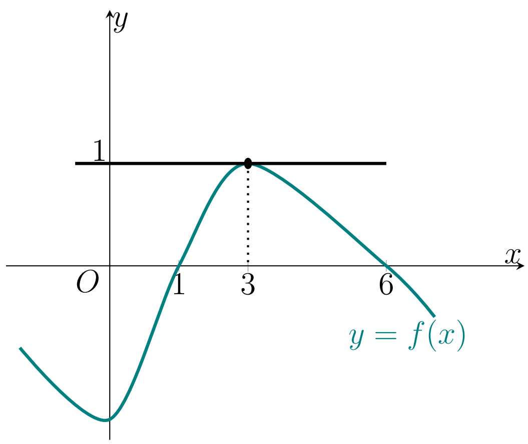
e) $\frac{5\pi+2}{100}$

$y - \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}\cdot(x-1)$

$y - \frac{\pi}{4} = \frac{x-1}{2} \rightarrow \frac{2}{100} = -\frac{\pi}{4} + y$

$\boxed{\frac{2+25\pi}{100}} = y$

16.



$f(x)$ fonksiyonunun grafiği yandaki şekilde verilmiştir. $g(x) = \dfrac{f(x)}{x}$ biçiminde tanımlandığına göre $g(x)$ fonksiyonunun $x = 3$ noktasındaki normal doğrusunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

$$\frac{f'(x).x - f(x)}{x^2} = g'(x)$$

$$-\frac{1}{9} = g'(3)$$

$$\frac{1}{3} = g(3)$$

$$+9(x-3) = y - \frac{1}{3}$$

$9x - 27$

a) $y = 3x - \dfrac{40}{3}$

b) $y = 9x - \dfrac{80}{3}$

$\dfrac{-1}{9} \cdot \overset{-9}{x} = 1$

c) $y = -3x + \dfrac{20}{3}$

d) $y = -9x - \dfrac{40}{3}$

e) $y = 3x + \dfrac{80}{3}$

$\dfrac{\frac{1}{2\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} \cdot \log_5 e$

$\dfrac{1}{2x}$

17.

$f(x) = [\log_5(\sqrt{x})]\,[\sin(x^e)]$ ise $f'(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

a) $f'(x) = \dfrac{1}{2\ln 25 \cdot x} \cos(x^e) + \sin(x^e)\,(ex^{e-1})\log_5(\sqrt{x})$

b) $f'(x) = 2\ln 5 \cdot x \sin(x^e) + \cos(x^e)\,(ex^{e-1})\log_5(\sqrt{x})$

c) $f'(x) = 2\ln 25 \cdot x \sin(x^e) + \cos(x^e)\left(ex^{e^{-1}}\right)\log_5(\sqrt{x})$

d) $f'(x) = 2\ln 25 \cdot x \sin(x^e) + \cos(x^e)\,(\ln x^e)\log_5(\sqrt{x})$

e) $f'(x) = \dfrac{1}{2\ln 5 \cdot x} \sin(x^e) + \cos(x^e)\,(ex^{e-1})\log_5(\sqrt{x})$

18.

f türevlenebilir bir fonksiyon olmak üzere,

$$f(1) = 1, \quad f'(1) = 2$$
$$f(2) = 3, \quad f'(2) = 4$$

ve $f\left(tf(s)\right) = 2t^2 - 5$ ise $\left.\dfrac{ds}{dt}\right|_{(t,s)=(2,1)}$ değeri kaçtır?

$$\underbrace{f'(t\cdot \underset{1}{f(s)})}_{4} \cdot \left(\underset{1}{f(s)} + t\cdot \underset{2}{f'(s)}\cdot s'\right) = 8$$

$$s' = \frac{1}{4}$$

a) $-\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{2}$

c) $-\frac{1}{4}$

d) $\frac{1}{4}$

e) -1

19.

$f(x) = \begin{cases} x^2 e^{\sin\left(\frac{1}{x}\right)}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ fonksiyonu için aşağıdaki ifadelerden hangisi ya da hangileri doğrudur?

$2\ln x + \sin\left(\frac{1}{x}\right) = \ln y$

I. Tanım kümesi $\mathbb{R} - \{0\}$ dır

II. $x = 0$ noktasındaki limiti 0 dır

III. $x = 0$ noktasında süreklidir

a) Yalnız I

b) Yalnız II

c) Yalnız III

d) II ve III

e) I, II ve III

20.

$\dfrac{d}{dx} \ln \left| \sin\left(\dfrac{\pi}{x}\right) \right|$ türevinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

a) $\dfrac{-\pi}{x^2 \sin\left(\dfrac{\pi}{x}\right)}$

b) $-\cot\left(\dfrac{\pi}{x}\right)$

c) $\dfrac{1}{\sin\left(\dfrac{\pi}{x}\right)}$

d) $\dfrac{\pi}{x} \cot\left(\dfrac{\pi}{x}\right)$

e) $-\dfrac{\pi}{x^2} \cot\left(\dfrac{\pi}{x}\right)$

$$\frac{\left(\sin\frac{\pi}{x}\right)' \cdot \dfrac{\cancel{\left|\sin\frac{\pi}{x}\right|}}{\sin\frac{\pi}{x}}}{\cancel{\left|\sin\frac{\pi}{x}\right|}}$$

$$\cos\frac{\pi}{x} \cdot \left(\pi x^{-1}\right)'$$

$$\downarrow$$

$$\frac{-\pi}{x^2}$$

Çıkarım

$f(x) \longrightarrow$ 1. adım $f'(x)=0$ x'ler bulunur $\longrightarrow$ Türevin işaret tablosu

Soru: $f(x)=x^3-27x+1$ fonk

a) f(x) in ekstremum apsisleri ± 3

b) artan azalan $(-\infty,3) \cup (3,\infty)$ artan

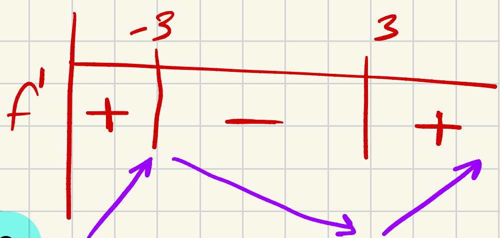
c) mak- min noktalarını bulun.

$3x^2-27=0$

$x^2=9$

$x=\pm 3$

$\underbrace{(-3,55)}_{\text{maks}} \,/\, \underbrace{(3,-53)}_{\text{min}}$



Not: $f'(x)=0$ yapan her x, ekstremum apsisi olmayabilir.

$f'(x)=0$ + türevin işareti o noktada değişmelidir $\Longrightarrow$ ekstremum apsisi

Daima Artan ve Azalan Fonksiyonlar

$f'(x) > 0$ ise artandır.

$f'(x) < 0$ ise azalandır.

Daima artanda $f'(x) = 0$ yapan x yoktur.
Bu durumda $f'(x) > 0$ olur.

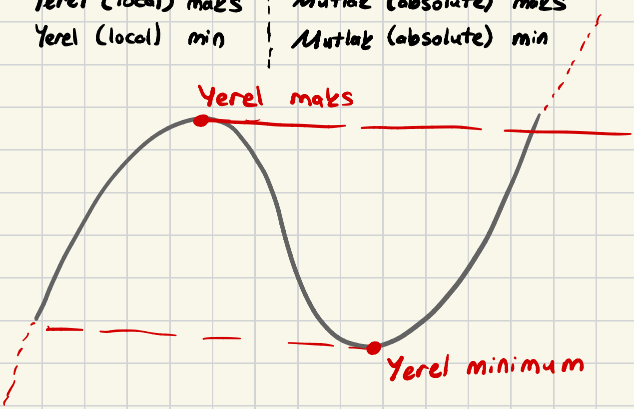
Örnek: $3x^2 + 1 = f'(x)$ ise
$f(x)$ daima artandır.

Daima azalanda $f'(x)$ daima negatiftir.

Yerel ve Mutlak Maks ve Min Arasındaki Fark

Maksimum

Yerel (local) maks	Mutlak (absolute) maks
Yerel (local) min	Mutlak (absolute) min

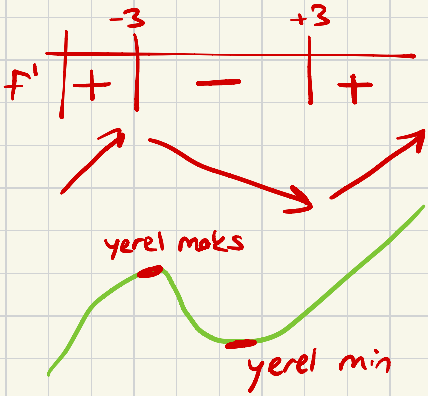


Not: Mutlak maks-min, aynı zamanda birer yerel maks-min olarak kabul edilir.

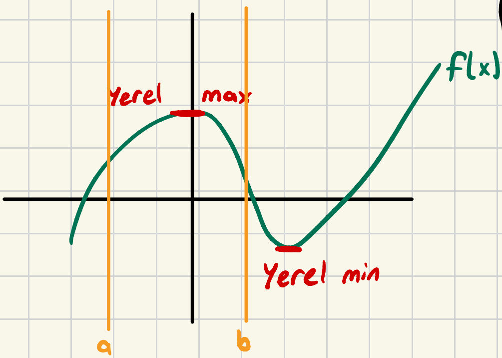
Soru: $x^3-27x+1$ maks, min bul.
sınıflandır.

$3x^2-27=f'(x)$

$x=\pm 3$



Verilen Aralıkta Maksimum – Minimum Noktalarını Bulma



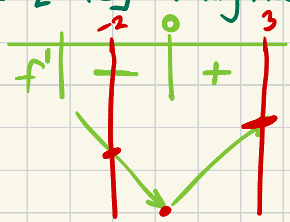
[a,b] aralığında
bu aralıkta mutlaka mutlak maks - min olur.

Adaylar

1. Sınırlar max- min adayıdır.
2. Sınırlar içindeki ekstremumlar

Soru: $f(x)=x^2$ fonk $[-2,3]$ aralığında mutlakları bul.

$f'(x)=2x \longrightarrow$

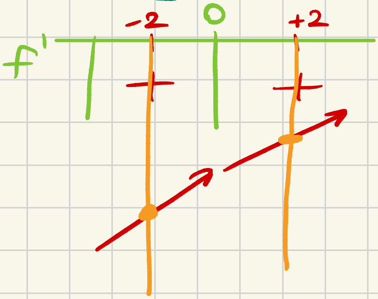


(0,0) mutlak minimum

(3,9) mutlak maksimum

Soru: $f(x) = x^3 + 1$ $\quad [-2, 2]$ ar. mutlak bul.

$3x^2 \longrightarrow f'$

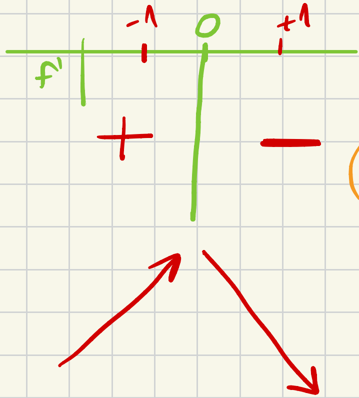


$(-2, -7)$ mutlak min

$(2, 9)$ mutlak max

Soru: $f(x) = \dfrac{1}{x^2+1}$, $[-1, 1]$

$f'(x) = \dfrac{-2x}{(x^2+1)^2} \longrightarrow$



$(0, 1)$ mutlak maks

$(-1, \frac{1}{2})$ ve $(1, \frac{1}{2})$ mutlak min

$\dfrac{-2x}{(x^2+1)^2} = 0$

$f'(1) = \dfrac{+2}{4}$

Maksimum ve Minimum Noktaları 2. Türev ile Belirleme

(Second Derivative Test)

1. Yol

$f(x) \longrightarrow f'(x)=0 \longrightarrow$ işaret tablo

2. Yol

$f(x) \longrightarrow f'(x)=0$ türevi 0 yapan bir nokta x_1 olsun.

$f'(x_1)=0$

$f'(x_1)=0$ iken

- $f''(x_1)>0$ min apsis
- $f''(x_1)<0$ maks apsis
- $f''(x_1)=0$ max – min değildir.

Soru: $x^3-27x+1=f(x)$

$3x^2-27 \quad f' \qquad x=\pm 3$

$\downarrow$

$6x \quad f'' \longrightarrow (+3,18) \longrightarrow$ min apsis

$(-3,-18) \longrightarrow$ max apsis

2. Türevin Yorumu

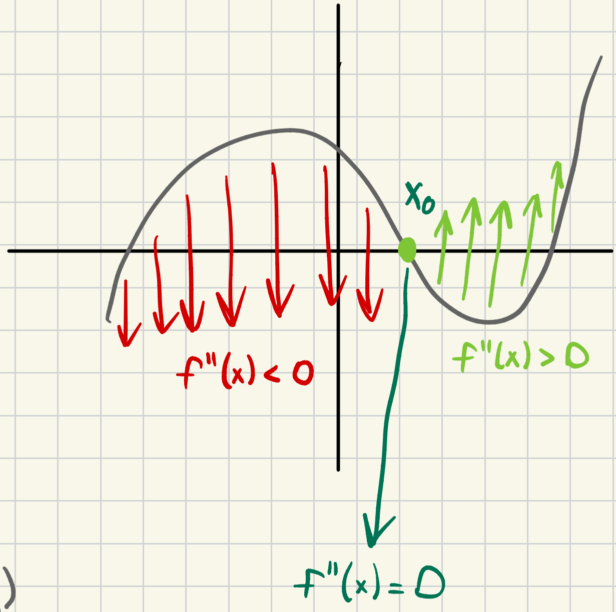
$f(x) \longrightarrow f''(x)$

?

$f''(x) = 0$ yapan noktaya dönüm, büküm (inflection point) noktası denir.

$f''(x) < 0$ eğriliğin yönü aşağı (iç bükey) (konkav)

$f''(x) > 0$ eğriliğin yönü yukarı (dış bükey) (konveks)



$f''(x) = 0$ yapan her x dönüm noktası olmayabilir.

		a	
f''	+		−

		a	
~~f''~~	~~+~~		~~+~~

Soru: $x^3 - 27x + 1$

a) büküm nok. $(0,1)$

b) içbükey, dışbükey nok. nelerdir.

$(-\infty, 0)$ iç bükey konkav

$(0, \infty)$ dış bükey konveks

$3x^2 - 27$

$6x = f''(x)$

$6x = 0$

$x = 0$

		0	
f''	$-$		$+$
	konkav		konveks

$(0,1)$ büküm noktası