

*) $\lim_{x \rightarrow 1^-} (1-x) \cdot \tan \frac{\pi}{2} x = ?$

$$\begin{aligned} 1-x &= u \text{ olsun. } x \rightarrow 1 \text{ ise } u \rightarrow 0 \text{ olur. } \tan \frac{\pi}{2} x = \frac{\sin \frac{\pi}{2} x}{\cos \frac{\pi}{2} x} \\ \lim_{u \rightarrow 0} &\frac{u \cdot \sin \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} u \right)}{\cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} u \right)} \\ &= \lim_{u \rightarrow 0} \frac{u \cdot \cos \frac{\pi}{2} u}{\sin \frac{\pi}{2} u} \\ &= \lim_{u \rightarrow 0} \frac{\frac{\pi}{2} u}{\sin \frac{\pi}{2} u} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\cos \frac{\pi}{2} u}{1} = \frac{2}{\pi} \end{aligned}$$

*) $f(x) = \begin{cases} ax+b, & x \leq 0 \\ x, & 0 < x < 1 \\ bx^2+a, & x \geq 1 \end{cases}$ fonksiyonunun $x=0$ de sürekli, $x=1$ de sürekli olması için a ve b hangi şartları sağlamalı?

$x=0$ da sürekli olması için: $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

olmalı.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \neq \lim_{x \rightarrow 0^-} ax+b \Rightarrow b \neq 0 \text{ olmalı.}$$

$x=1$ de sürekli olması için: $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1)$

olmalı.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} bx^2+a = \lim_{x \rightarrow 1^-} x \Rightarrow$$

$$a+b=1$$

$\begin{cases} a+b=1 \\ b \neq 0 \end{cases}$ olursa $f(x)$ $x=0$ de sürekli, $x=1$ de sürekli olur.

18.10.2018

Sevgili Matematik 1 Öğrencileri,

Bugün mail atan/odama gelen öğrenciler sebebiyle bu bilgilendirme notunu yazma ihtiyacı hissettim. Bilmenizi isterim ki; genellikle fotokopicilerden edindiğiniz bu ders notlarınızı/uygulama sorularınızı 2 dönemdir Avesis sayfama (<http://avesis.yildiz.edu.tr/pkanar/dokumanlar>) yükliyorum. Notlara ulaşmak için fotokopi ücreti ödemenize, kağıt israfı yapmanıza hiç gerek yok :)

Ayrıca yine bilmenizi isterim ki; bu notları yüklemekteki amacım tabii ki “ders takibi yapmadan Matematik dersini geçebilmenizi sağlamak” değil. Aslına bakarsanız ben bu notları hem dersi takip edip hem de tahtadakileri yazmaka zorlanan öğrencilerime kolaylık olsun diye paylaşmaya başlamıştım; notlarının tek muhatabı kendi öğrencilerimdi başlangıçta. Sonrasında nasıl olduysa bütün öğrencilerin kullandığı bir kaynak haline geldi. Unutmayın ki hiçbir not/kitap bir öğretmenin aktardığı bilgiden daha faydalı/değerli/kalıcı değildir; lütfen ders takibinizi aksatmayın, dersi derste dinleyip kendi notunu tutun, bir eksığınız var mı diye merak ederseniz de benim notlara bilgisayarдан göz atarsınız :)

Ayrıca son bir haftadır mail ile en çok sorulan soruya da cevap vermek istiyorum:

Soru: Matematik sınavları test mi, klasik mi olacak **Cevabım:** Tabii ki klasik olacak :)

Hepinize yaklaşan sınavlarınızda başarılar dilerim. Umarım tüm sorular bildiğiniz yerlerden gelir :)

Sevgiler,

Pınar Albayrak

$$\textcircled{*} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2\sqrt{x} + \sqrt[3]{x} + \sqrt[5]{x}}{\sqrt{3x-2} + \sqrt[3]{2x-3}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{\frac{1}{2}}(2 + x^{-\frac{1}{6}} + x^{-\frac{1}{10}})^0}{x^{\frac{1}{2}}(\sqrt{3 - \frac{2}{x}} + \sqrt[3]{\frac{2}{x} - \frac{3}{x^{3/2}}})^0} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\textcircled{*} f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{1-\sqrt{2-x}}, & x < 1 \\ 2a, & x = 1 \\ \frac{\sin(x-1)}{b \cdot (2x-2)}, & x > 1 \end{cases}$$

fonksiyonu $x=1$ de
sürekli ise $a, b = ?$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \text{ olmalı..} \quad |f(1)=2a$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sin(x-1)}{b \cdot (2x-2)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sin(x-1)}{b} \cdot \frac{1}{2x-2} = \frac{1}{2b} = 2a \Rightarrow a \cdot b = \frac{1}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x-1}{1-\sqrt{2-x}} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)(1+\sqrt{2-x})}{1-2+x} = 2 = 2a \Rightarrow a = 1$$

$$b = \frac{1}{4}$$

$$\textcircled{*} \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+\sqrt{x}} - \sqrt{x}) = ?$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x+\sqrt{x}} - \sqrt{x})(\sqrt{x+\sqrt{x}} + \sqrt{x})}{\sqrt{x+\sqrt{x}} + \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x+\sqrt{x}} - \sqrt{x}}{\sqrt{x+\sqrt{x}} + \sqrt{x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\sqrt{x}} + 1}}}{\sqrt{x} \cdot (\sqrt{1 + \frac{1}{\sqrt{x}} + 1})} = \frac{1}{2}$$

*) $f(x) = x^2 + x$, $[0,1]$ de türevlenebilir mi?

$x_0 \in (0,1)$ için

$$f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x_0+h)^2 + x_0 + h - x_0^2 - x_0}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x_0^2 + 2x_0h + h^2 + x_0 + h - x_0^2 - x_0}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2x_0h + h^2 + x_0 + h - x_0^2 - x_0}{h} = 2x_0 + 1$$

(sağda x_0 aralıktan türerli)

$$f'_+(0) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(0+h) - f(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{x^2 + x - 0}{h} = 1 \quad (\text{Sol ucta sağdan türerli})$$

$$f'_-(0) = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{1+2h+h^2 + 1+h - 2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{h+3}{h} = 3 \quad [0,1] \text{ de türerkenin}$$

(Sağ ucta soldan türerli)

*) $f(x) = |x^2 - 1|$ in $x=1$ de sürekli ama türevlenemez olduğunu gösteriniz.

gösteriniz.

$$f'_-(1) = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{1 - (1+h)^2 - 0}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{-2h - h^2}{h} = -2$$

$$f'_+(1) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{(1+h)^2 - 1 - 0}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{h^2 + 2h}{h} = 2 \quad \neq x=1 \text{ de } f(x) \text{ türrevlenemez.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} |1-x^2| = 0 \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} |1-x^2| = 0 \quad f(1) = 0 \Rightarrow x=1 \text{ de sürekli.}$$

*) $y = x^2 - 2x$ eğrisinin $x+2y=1$ doğrusuna dik olan teğeti?

$$y = x^2 - 2x \rightarrow y' = 2x - 2 \Rightarrow \text{teğetin eğimi}$$

$$x+2y=1 \rightarrow y = \frac{1}{2} - \frac{x}{2} \rightarrow \text{doğrunun eğimi} = -\frac{1}{2} \quad] \text{dik} \Rightarrow (2x-2), -\frac{1}{2} = -1$$

$$2x-2=2 \Rightarrow x=2$$

$y = x^2 - 2x$ in $x=2$ deki teğeti denklemi

$$y - y_0 = m(x - x_0) \rightarrow$$

$$(x=2 \rightarrow y=2^2 - 2 \cdot 2 = 0)$$

$$(m=2x-2 \rightarrow x=2 \Rightarrow m=2 \cdot 2 - 2 = 2)$$

$$y - 0 = 2(x - 2)$$

$$y = 2x - 4$$

$\textcircled{1} \quad f(x) = \begin{cases} x \cdot \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x=0 \end{cases}$

Fonksiyonunun $x=0$ daki türevlenebilirliğini gösteriniz.

* Sürekli mi?

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \sin \frac{1}{x}}{0} = 0 = f(0) \vee$ sürekli

* $f'(0)$ mevcut mu?

$f'(0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(0+h) - f(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x \cdot \sin \frac{1}{h} - 0}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{1}{h}}{\frac{1}{h}} \rightarrow$ limiti mevcut değildir.

Fonksiyon $x=0$ de türevlenemez

$\textcircled{2} \quad f$ ve g türevlenebilir iki fonksiyon ve $f'(2)=3$, $g'(1)=2$, $g'(1)=1$ olsun. $h(x) = (f \circ g)(x^2)$ ise $h'(1)=?$

$h(x) = f(g(x^2)) \Rightarrow h'(x) = 2x \cdot g'(x^2) \cdot f'(g(x^2))$

$\underline{h'(1)} = 2 \cdot \underline{g'(1)} \cdot \underline{f'(g(1))} = 2 \cdot 3 = 6$

$\textcircled{3} \quad$ Hangi $x \in \mathbb{R}$ noktaları için $f(x) = x^3 - 3x$ eğrisine teğet doğrular yeraydır?

Teğet doğrusu yeraya eğimi 0 dir.

$m_T = f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow \boxed{x = \pm 1}$

* $\cos(3x+y) + \sin(x+3y) = -1$ denklemi ile verilen kesişen fonksiyonun $A(0, \frac{\pi}{2})$ noktasındaki teğet ve normal doğrularını bulun.

($y' = -\frac{F_x}{F_y}$ formülünü kullanmayın)

$$-(3+y') \cdot \sin(3x+y) + (1+3y') \cdot \cos(x+3y) = 0$$

$$y'(-\sin(3x+y) + 3\cos(x+3y)) = 3\sin(3x+y) - \cos(x+3y)$$

$$y' = \frac{3\sin(3x+y) - \cos(x+3y)}{-\sin(3x+y) + 3\cos(x+3y)}$$

$$y'|_{(0, \frac{\pi}{2})} = \frac{3 \cdot \sin \frac{\pi}{2} - \cos \frac{3\pi}{2}}{-\sin \frac{\pi}{2} + 3 \cos \frac{3\pi}{2}} = \frac{3}{1} = 3$$

$$m_T = -3 \Rightarrow m_N = \frac{1}{3}$$

$$(0, \frac{\pi}{2}) \text{ deki teğet} \Rightarrow y - \frac{\pi}{2} = -3(x-0) \Rightarrow y = -3x + \frac{\pi}{2}$$

$$\text{" " " normal} \Rightarrow y - \frac{\pi}{2} = \frac{1}{3}(x-0) \Rightarrow y = \frac{x}{3} + \frac{\pi}{2}$$

* $f(x) = \cos x$ fonksiyonunun türevinin $f'(x) = -\sin x$ olduğunu gösteriniz.

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos(x+h) - \cos x}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos x \cos h - \sin x \sin h - \cos x}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{\cos x(\cos h - 1)}{h} - \sin x \cdot \frac{\sin h}{h} \right) = -\sin x$$

④ $y^3 - x^3 = xy \Rightarrow y'' = y$ x ve y cinsinden yazınız.

F: $y^3 - x^3 - xy = 0 \stackrel{\text{torem}}{\Rightarrow} 3y^2y' - 3x^2 - y - xy' = 0$

$$y = \frac{-3x^2 - y}{3y^2 - x} \approx \frac{3x^2 + y}{3y^2 - x}$$

$$y'' = \frac{(6x + y)(3y^2 - x) - (3x^2 + y)(6y^2 - 1)}{(3y^2 - x)^2}$$

$$y'' = \frac{(6x + \frac{3x^2 + y}{3y^2 - x})(3y^2 - x) - (3x^2 + y)(6y \cdot \frac{3x^2 + y}{3y^2 - x} - 1)}{(3y^2 - x)^2}$$

⑤ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2\sqrt[2]{x} + \sqrt[3]{x} + \sqrt[5]{x}}{\sqrt[3]{3x-2} + \sqrt[3]{2x-3}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2\sqrt[2]{x} + \sqrt[3]{x} + \sqrt[5]{x}}{\sqrt[3]{3x-2} + \sqrt[3]{(2x-3)^2}}$

~~$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x}(2 + x^{-1/6} + x^{-3/10})}{\sqrt[3]{x}(\sqrt[3]{3 - \frac{2}{x}} + \sqrt[3]{\frac{4}{x} - \frac{12}{x^2} + \frac{9}{x^3}})}$~~ $= \frac{2}{\sqrt{3}}$

⑥ $y = \frac{1}{\sqrt{|x|-x}}$ fonksiyonunun tanım kümeli?

$$|x|-x > 0 \text{ olmalı, } |x| > x \Rightarrow x < 0 \Rightarrow T.K = (-\infty, 0)$$

⑦ $y = \sqrt{\ln \frac{5x-x^2}{4}}$ tanım kümeli?

$$\ln \frac{5x-x^2}{4} > 0 \Rightarrow \frac{5x-x^2}{4} \geq 1 \Rightarrow 5x-x^2 \geq 4$$

$$\Rightarrow x^2 - 5x + 4 \leq 0 \text{ olmalı.}$$

$$\begin{array}{l} x=1 \\ x=4 \end{array}$$

	+	-	+
+	-	0	+

$$T.K = [1, 4]$$

④ $f(x) = \begin{cases} ax+b & , x < 0 \\ 2\sin x + 3\cos x & , x \geq 0 \end{cases}$

fonksiyonunun $x=0$ da
türevlenebilir olmasının
 $a, b = ?$

$x=0$ da türevlenebilir ise sürekli dir.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) \text{ dir.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} ax+b = b$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} 2\sin x + 3\cos x = 3 \Rightarrow \boxed{b=3}$$

$x=0$ da türevli ise $f'_+(0) = f'_-(0)$ dir.

$$f'_+(0) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(0+h) - f(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{2\sin h + 3\cos h - 3}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0^+} \left(2 \cdot \frac{\sin h}{h} + 3 \cdot \frac{\cos h - 1}{h} \right) = 2$$

$$f'_-(0) = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(0+h) - f(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{ah + 3 - 3}{h} = a \quad \boxed{a=2}$$

⑤ $y = x\sqrt{4-x^2}$ fonksiyonunun yerel ve mutlak ekstrumumlarını arastırın.

$$4-x^2 \geq 0 \Rightarrow 4 \geq x^2 \Rightarrow x \in [-2, 2] \text{ de tanımlı. } D(f) = [-2, 2]$$

$$\boxed{x=2 \mid x=-2} \text{ uç noktaları}$$

$$y' = \sqrt{4-x^2} - x \cdot \frac{2x}{2\sqrt{4-x^2}} = \frac{4-2x^2}{\sqrt{4-x^2}} \rightarrow y'=0 \Rightarrow \boxed{x=\pm\sqrt{2}} \text{ K.N.}$$

$$\rightarrow \boxed{x=\mp 2} \text{ K.N. (f' tərəmsiz)}$$

	-2	$-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	2
y'	-	+	-	-
y	\searrow	\nearrow	\searrow	\nearrow

$y_{\max} \quad y_{\min} \quad y_{\max} \quad y_{\min}$

$$f(-2) = f(2) = 0$$

$$f(\sqrt{2}) = 2 \rightarrow \text{mutlak max}$$

$$f(-\sqrt{2}) = -2 \rightarrow \text{mutlak min.}$$

$$x = -\sqrt{2}, x = 2 \rightarrow \text{yerel min. noktaları.}$$

$$x = \sqrt{2}, x = -2 \rightarrow \text{yerel max. "}$$

$$x = \sqrt{2} \rightarrow \text{loks. ekstr. noktası.}$$

$$x = -\sqrt{2} \rightarrow \text{mutlak min. "}$$

$$3.a \quad f(x) = \begin{cases} 4x, & x \leq 0 \\ ax^2 + bx + c, & 0 < x < 1 \\ 3 - 2x, & x \geq 1 \end{cases}$$

ile tanımlı f fonksiyonunun türevlenebilir bir fonksiyon olabilmesi için a , b ve c değerleri ne olmalıdır? $x=0$ ve $x=1$ 'de türevlidir.

Ohalde $x=0$ ve $x=1$ de sürekliidir.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (ax^2 + bx + c) = \lim_{x \rightarrow 0^-} 4x = 0 \rightarrow c = 0$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 1^+ \\ 1}} 3 - 2x = \lim_{x \rightarrow 1^-} (ax^2 + bx) \Rightarrow a + b = 1$$

$x=0$ 'da türevli ise: $f'_-(0) = f'_+(0)$

$$\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{4 \cdot h}{h} = 4 = f'_-(0) \quad \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{ah^2 + bh}{h} = b = f'_+(0) \Rightarrow b = 4 \Rightarrow a = -3$$

Kontrol: $a = -3$, $b = 4$, $c = 0$ ise $x=1$ 'de türevli mi?

$$f'_+(1) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{3 - 2(1+h) - 1}{h} = -2 \quad f'_-(1) = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{-3(1+h)^2 + 4(1+h) - 1}{h} = -2 \quad \checkmark$$

3.b. $\sqrt[3]{8,1}$ nin yaklaşık değerini lineer yaklaşım kullanarak hesaplayınız.

$$a = 8 \quad f(x) = \sqrt[3]{x} \quad f'(x) = \frac{1}{3} \cdot x^{-\frac{2}{3}}$$

$$L(x) = f(8) + f'(8) \cdot (x - 8) \quad f(8) = 2 \quad f'(8) = \frac{1}{12}$$

$$L(x) = \frac{1}{12} + 2(x - 8)$$

$$f(x) \approx L(x) = \frac{1}{12} + 2(x - 8)$$

$$f(8,1) \approx L(8,1) = \frac{1}{12} + 2 \cdot (8,1 - 8) = \frac{1}{12} + \frac{1}{5} = \frac{17}{60}$$

$$\sqrt[3]{8,1} \approx \frac{17}{60}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1-\sqrt{1-x}}{x}, & x < 0 \\ x^2 + \frac{1}{2}, & x \geq 0 \end{cases}$$

fonksiyonunun $x=0$ daki türevlenebilirliğini araştırın.

$x=0$ 'da sürekli mi?

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \quad f(0) = \frac{1}{2} \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1-\sqrt{1-x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - x + x^{-1}}{x(1+\sqrt{1-x})} = \frac{1}{2}$$

$\swarrow \quad \searrow \quad \Rightarrow f(x) \quad x=0$ 'da sürekli

$$f'_+(0) \stackrel{?}{=} f'_-(0)$$

$$f'_+(0) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(0+h) - f(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{\cancel{h}^x + \cancel{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}}{h} = 0$$

$$f'_-(0) = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(0+h) - f(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{\frac{1-\sqrt{1-h}}{h} - \frac{1}{2}}{h}$$

$$\begin{aligned} &= \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{\frac{1-h}{2} - \sqrt{1-h}}{h^2} = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{(1-\frac{h}{2})^2 - 1+h}{h^2(1-\frac{h}{2} + \sqrt{1-h})} \\ &\quad (1-\frac{h}{2} + \sqrt{1-h}) \\ &= \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{\cancel{h^2} - \cancel{h} + h - \cancel{h}}{\cancel{h^2}(1-\frac{h}{2} + \sqrt{1-h})} = \frac{1}{8} \end{aligned}$$

$f'_+(0) \neq f'_-(0)$ $f(x) \quad x=0$ da türevlenemez.



YTU – Fen-Edebiyat Fakültesi ,
Mazeret Sınav Soru ve Cevap
Kağıdı

Not Tablosu

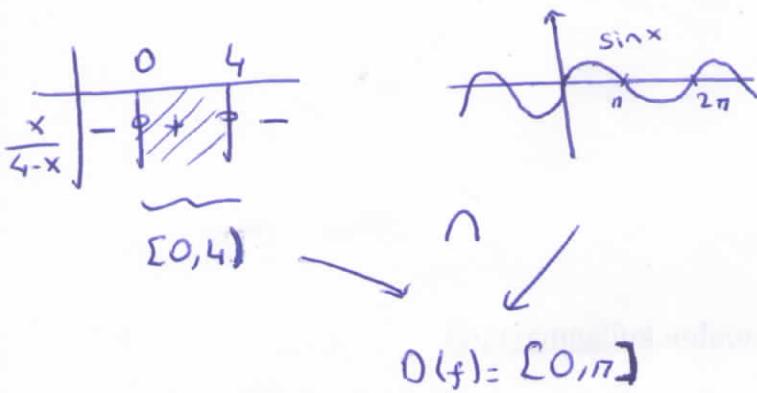
1.a	1.b	2.a	2.b	3.	4.a	4.b	Toplam
-----	-----	-----	-----	----	-----	-----	--------

Adı Soyadı							
Numarası							
Bölümü		Gr No			Tarih	27.12.2016	
Dersin Adı	MAT1071 Matematik I			Süre	90 dk	Sınıf	
Öğretim Üyesi				İmza			

YÖK nun 2547 sayılı Kanunun *Öğrenci Disiplin Yönetmeliğinin* 9. Maddesi olan “*Sınavlarda kopya yapmak ve yaptırmak veya buna teşebbüs etmek*” fiili işleyenler bir veya iki yarıyıl uzaklaştırma cezası alırlar.

1.a. $f(x) = \sqrt{\frac{x}{4-x}} - \sqrt{\sin x}$ fonksiyonunun tanım kümesini bulunuz.

$$\frac{x}{4-x} \geq 0, x \neq 4, \sin x \geq 0 \text{ olmalı.}$$



1.b. $h(2) = 2$, $h'(2) = 1$, $f'(8) = -1$ olmak üzere, $g(x) = f(x^2 + xh(x))$ ile tanımlı g fonksiyonu için $g'(2)$ değerini hesaplayınız.

$$g(x) = f(x^2 + xh(x)) \Rightarrow g'(x) = f'(x^2 + xh(x)) \cdot [2x + h(x) + xh'(x)]$$

$$g'(2) = f'(\underbrace{4+2h(2)}_{\frac{8}{2}}) \cdot [\underbrace{4+h(2)}_{\frac{5}{2}} + \underbrace{2h'(2)}_{\frac{-1}{1}}]$$

$$g'(2) = -1 \cdot 8 = \boxed{-8}$$

*) $\frac{y^2}{2} \cdot \sin\left(\frac{1}{y}\right) = x - y^2$ şeklinde kartezi olarak verilen

$y=y(x)$ fonksiyonunun $P\left(\frac{6}{\pi^2}, \frac{2}{\pi}\right)$ noktasındaki teğet denklemi? (2016-Mazeret Sınav sorusu)

$$\frac{y^2}{2} \cdot \sin\left(\frac{1}{y}\right) = x - y^2 \quad \xrightarrow{\text{Türev}} \quad y \cdot y' \sin\left(\frac{1}{y}\right) + \frac{y^2}{2} \cdot \left(-\frac{y'}{y^2}\right) \cos\left(\frac{1}{y}\right) = 1 - 2yy'$$
$$\downarrow x = \frac{6}{\pi^2} \quad y = \frac{2}{\pi}$$

$$\underbrace{\frac{2}{\pi} \cdot y' \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}_1 + \underbrace{\frac{2}{\pi^2} \cdot \left(-\frac{y'}{4}\right) \cos\left(\frac{\pi}{2}\right)}_0 = 1 - \frac{4}{\pi} y'$$

$$\frac{2}{\pi} y' = 1 - \frac{4}{\pi} y' \Rightarrow \boxed{y' = \frac{\pi}{6} = m_T}$$

Teğet denklem: $\boxed{y - \frac{2}{\pi} = \frac{\pi}{6} \left(x - \frac{6}{\pi^2}\right)}$

*) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \sqrt{2} \sin x}{\cot^2 x - 1} = ?$ (L'Hopital kullanmayıınız) (2016-Mazeret Sınavı sorusu)

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \sqrt{2} \sin x}{\cot^2 x - 1} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\frac{1 - 2 \sin^2 x}{\sin^2 x} \cdot \frac{1}{1 + \sqrt{2} \sin x}}{\frac{\cot^2 x}{\sin^2 x} - 1} \quad \left(\begin{array}{l} \cot 2x = 1 - 2 \sin^2 x \\ = \cot^2 x - \sin^2 x \end{array} \right)$$

olduğundan

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\frac{\cos 2x}{\sin^2 x} \cdot \frac{1}{1 + \sqrt{2} \sin x}}{\frac{\cot^2 x}{\sin^2 x} - 1}$$
$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\frac{\sin^2 x}{1 + \sqrt{2} \sin x}}{\frac{\cot^2 x}{\sin^2 x} - 1} = \frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}{1+1} = \frac{1}{4}$$



Adı Soyadı				Sınav Tarihi	14/11/2015	
Öğrenci Numarası		Grup No				
Bölümü						
Dersin Adı	Mat1071 Matematik I			Sınav Süresi	100dk	Sınav Yeri
Dersi veren Öğretim Üyesinin Adı Soyadı				İmza		
YÖK nun 2547 sayılı Kanunun <i>Öğrenci Disiplin Yönetmeliğinin</i> 9. Maddesi olan "Sınavlarda kopya yapmak ve yaptırmak veya buna teşebbüs etmek" fiili işleyenler bir veya iki yarıyıl uzaklaştırma cezası alırlar.						

NOT: Bu sınavda L'Hôpital kuralı kullanılmayacaktır.

S1. a) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu $f(x) = \begin{cases} x & , \quad x \leq -2 \\ 1/(x+2) & , \quad -2 < x \leq 1 \\ \frac{\sin(1-\sqrt{x})}{x-1} & , \quad x > 1 \end{cases}$ şeklinde tanımlanıyor. Buna göre;

i) $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$ ve $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ limitlerini hesaplayınız.

(15 puan)

ii) $x = -2$ ve $x = 1$ noktalarındaki süreksizlik tiplerini belirleyiniz.

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{1}{x+2} = +\infty$$

\Rightarrow limit yok

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} x = -2$$

$x = -2$ de sonuz süreksiz (esos)

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x+2} = \frac{1}{3}$$

\Rightarrow limit yok

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sin(1-\sqrt{x})}{-(1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x})} = -\frac{1}{2}$$

\Rightarrow limit yok

$x = 1$ sürekli

b) Diferansiyel hesap ya da lineer yaklaşım kullanarak $\sqrt[3]{28}$ in yaklaşık değerini hesaplayınız. (10 puan)

$$f(x) = \sqrt[3]{x} \quad a = 27$$

$$f'(x) = \frac{1}{3} x^{-2/3} \quad f'(27) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{27}$$

$$f(27) = 3$$

$$L(x) = 3 + \frac{1}{27}(x-27)$$

$$f(x) \approx L(x) = 3 + \frac{1}{27}(x-27)$$

$$f(28) = 3 + \frac{1}{27}(28-27) = 3 + \frac{1}{27} = \frac{82}{27}$$

Başarılar dilerim.

*) $(1,002)^3 - 2\sqrt{1,002} + 3$ soyisiminin yeklasyk degerini
 a) Lineerlestirme ile
 b) Diferansiyel ile hesaplayın.

$$f(x) = x^3 - 2\sqrt{x} + 3 \quad a = 1 \quad \text{olsun.}$$

a) $L(x) = f(1) + f'(1) \cdot (x-1)$

$$f(1) = 1 - 2 + 3 = 2$$

$$f'(x) = 3x^2 - \frac{1}{\sqrt{x}} \Rightarrow f'(1) = 3 - 1 = 2$$

$$L(x) = 2 + 2(x-1) \rightarrow f(x) \approx L(x) = 2 + 2(x-1)$$

$$\begin{aligned} f(1,002) &\approx L(1,002) = 2 + 2 \cdot (1,002-1) \\ &= 2 + 2 \cdot 0,002 = \underline{\underline{2,004}} \end{aligned}$$

b) Diferansiyel ile: $dx = \Delta x = 1,002 - 1 = 0,002$

$$dy = f'(1) \cdot dx = 2 \cdot 0,002 = 0,004$$

$$\Delta y = f(1,002) - f(1) = f(1,002) - 2$$

$$dy \approx \Delta y \Rightarrow f(1,002) - 2 \approx 0,004$$

$$f(1,002) \approx 2 + 0,004 = \underline{\underline{2,004}}$$

*) $x^2y^2 + \tan(x+y) - 1 = 0$ eğrisine $P\left(\frac{\pi}{4}, 0\right)$ noktasında teğet olan doğrunun denklemi?

$$x^2y^2 + \tan(x+y) - 1 = 0$$

↓

$$2xy^2 + 2yy'x^2 + (1+y') \cdot \sec^2(x+y) = 0$$

$$\downarrow x = \frac{\pi}{4} \quad y = 0$$

$$(1+y') \cdot \sec^2 \frac{\pi}{4} = 0 \Rightarrow y' = -1 \rightarrow \text{Teğetin eğimi:}$$

$$\text{Teğet denklemi: } y - 0 = -\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow \boxed{y = \frac{\pi}{4} - x}$$

4.a. $f(x) = \frac{3|x-2|}{x^2(4-x^2)}$ fonksiyonunun sürekliliğini inceleyiniz. Eğer varsa süreksizlik noktalarını sınıflandırınız.

(13)

Fonksiyon $x^2(4-x^2)=0 \rightarrow x=0, -2, 2$ de incelenmelidir.

Diğer her noltada sürekli dir. (3)+3+3 +5

$x=0$ iain

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{3(2-x)}{x^2(2-x)(2+x)} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{3}{x^2(2+x)} = \infty = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3(2-x)}{x^2(2-x)(2+x)} = \infty$$

oldugundan $x=0$ da sonsuz (esas) süreksiz

$x=-2$ iain

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{3(2-x)}{x^2(2-x)(2+x)} = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{3(2-x)}{x^2(2-x)(2+x)} = +\infty$$

oldugundan $x=0$ da sonsuz (esas) süreksiz

$x=2$ iain

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3(2-x)}{x^2(2-x)(2+x)} = \frac{3}{16} \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3(2-x)}{x^2(2-x)(2+x)} = \frac{-3}{16}$$

oldugundan $x=2$ de signamalı süreksiz

4.b. $f(x)$ ve $g(x)$ türevlenebilir iki fonksiyon olsun. $f(g(x)) = x$ ve $f'(x) = 1 + (f(x))^2$ olduğunu kabul edelim. O zaman $g'(x) = \frac{1}{1+x^2}$ olduğunu ispatlayınız. (12)

$$[f(g(x))]' = 1 \Rightarrow f'(g(x)) \cdot g'(x) = 1$$

$$f'(g(x)) = 1 + [f(g(x))]^2 = 1 + x^2 \text{ oldugundan}$$

$$(1+x^2)g'(x) = 1 \Rightarrow g'(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

*) $x > 0$ olmak üzere $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ fonksiyonunun türevini türev tanımı ile hesaplayın. (2015-sınav sorusu)

$$\begin{aligned}
 f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{\sqrt{x+h}} - \frac{1}{\sqrt{x}}}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x+h}}{h \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{x+h}} \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{x+h}) \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x - x - h}{x \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{x+h}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x+h}} = -\frac{1}{2x\sqrt{x}}
 \end{aligned}$$

*) f türevlenebilir bir fonksiyon, $f(-1)=5$ ve $f'(-1)=2$ olsun.

$f(-0,9)$ değerini lineerleştirmek kullanarak hesaplayınız.
yaklaşık olarak

$$L(x) = \underbrace{f(-1)}_5 + \underbrace{f'(-1)}_2 \cdot (x+1) = 5 + 2(x+1)$$

$$f(x) \approx L(x) \Rightarrow f(-0,9) \approx L(-0,9) = 5 + 2(-0,9+1) = 5 + 0,2 = 5,2$$

*) $\sin(xy) = 1 - x^2 - y^2 + x^2y^3$ eğrisinin x -eksenini kestiği noktaları bulunuz ve bu noktalardaki teğet doğruların birbirine paralel olup olmadığını belirtiniz. (2017-1. vize sorusu)

$$y=0 \Rightarrow 0 = 1 - x^2 \Rightarrow x = \pm 1 \text{ de eksen keşer}$$

$$\sin xy = 1 - x^2 - y^2 + x^2y^3 \rightarrow (y+xy') \cos xy = -2x - 2yy' + 2x^2y^3 + 3x^2y^2y'$$

$$\begin{aligned}
 &\text{Nokta 1: } x=1, y=0 \quad \text{Nokta 2: } x=-1, y=0 \\
 &\left\{ m_1 = y' = -2 \right. \quad \left. \left\{ m_2 = y' = -2 \right. \right.
 \end{aligned}$$

$m_1 = m_2 = -2 \Rightarrow$ Doğrular paraleldir



		Not Tablosu				
		1. S	2. S	3. S	4. S	Σ
Adı Soyadı						
Numarası		Grup No				
Bölümü						
Dersin Adı	MAT1071 MATEMATİK I			Tarih	11.11.2017	
Öğretim Üyesi		Süre	100 dk.	Sınıf		
YÖK nun 2547 sayılı Kanunun <i>Öğrenci Disiplin Yönetmeliğinin</i> 9. Maddesi olan "Sınavlarda kopya yapmak ve yaptırmak veya buna teşebbüs etmek" fiili işleyenler bir veya iki yarıyıl uzaklaştırma cezası alırlar.			İmza			

UYARI: Sınavdaki limit hesabı gerektiren sorularda L'HÔPITAL KURALI KULLANILMAYACAKTIR.

- 1.a) $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu $g(1) = g'(1) = 4$ şartlarını sağlayan türevlenebilen bir fonksiyon olsun ve $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu da $f(x) = \frac{g(x^2)}{1+x^2}$ ile tanımlı olsun. Lineer yaklaşım veya diferansiyel hesap kullanarak $f(1.25)$ in yaklaşık değerini bulunuz. (13 Puan)

$$L(x) = f(1) + f'(1)(x-1) \quad ; \quad f(1) = \frac{g(1)}{1+1} = \frac{4}{2} = 2$$

$$f'(x) = \frac{2x \cdot g'(x^2)(1+x^2) - g(x^2) \cdot 2x}{(1+x^2)^2}$$

$$f'(1) = \frac{2 \cdot 4 \cdot 2 - 4 \cdot 2}{2^2} = 2$$

$$f(x) \approx L(x) = 2 + 2(x-1)$$

$$f(1.25) \approx L(1.25) = 2 + 2(1.25-1) = 2.5$$

1. b) $f(x) = \frac{|x^2-9|}{x^2-4x+3}$ ile tanımlı f fonksiyonunun süreksiz olduğu tüm noktaları bulunuz. Bulduğunuz bu süreksizlik noktalarını sınıflandırınız. (12 Puan)

$$x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow x=3, x=1 \text{ için süreksiz,}$$

$$\underline{x=1 \text{ için:}} \lim_{x \rightarrow 1^-} -\frac{(x-3)(x+3)}{(x-3)(x-1)} = +\infty, \lim_{x \rightarrow 1^+} -\frac{(x-3)(x+3)}{(x-3)(x-1)} = -\infty$$

$\Rightarrow x=1$ sonsuz (esas) süreksizlik noktasıdır.

$$\underline{x=3 \text{ için:}} \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{(x-3)(x+3)}{(x-3)(x-1)} = 3, \lim_{x \rightarrow 3^-} -\frac{(x-3)(x+3)}{(x-3)(x-1)} = -3$$

$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) \Rightarrow x=3$ sıyrılmakla süreksizlik noktasıdır.

3. a) $f(x) = \begin{cases} \tan(\sin x), & x \leq 0 \\ \frac{1}{x} \sin x^2, & x > 0 \end{cases}$ ile tanımlı f fonksiyonunun $x = 0$ noktasında türe sahip olup olmadığını belirleyiniz. (15 Puan)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} \cdot \sin x^2 = \lim_{x \rightarrow 0^+} \underbrace{\frac{\sin x^2}{x^2}}_1 \cdot x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \tan(\sin x) = 0, \quad f(0) = 0$$

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$ olduğundan fonksiyon $x=0$ 'da süreklidir.

$$f'_+(0) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(0+h) - f(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{\frac{1}{h} \sin h^2 - 0}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{\sin h^2}{h^2} = 1$$

$$f'_-(0) = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(0+h) - f(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{\tan(\sinh) - 0}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{\tan(\sinh)}{\sinh} \cdot \frac{\sinh}{h}$$

$$= 1$$

$f'_+(0) = f'_-(0) = 1$ olduğundan $f(x)$, $x=1$ 'de türeylenebilirdir. $f'(0) = 1$.

3. b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(2x + \sqrt{4x^2 + 3x} \right) = ?$ (10 Puan)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x + \sqrt{4x^2 + 3x}) \rightarrow \infty - \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(2x + \sqrt{4x^2 + 3x})(2x - \sqrt{4x^2 + 3x})}{2x - \sqrt{4x^2 + 3x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^2 - 4x^2 - 3x}{2x - \sqrt{4x^2 + 3x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x}{2x - \underline{|x|} \sqrt{4 + \frac{3}{x}}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x}{x(2 + \sqrt{4 + \frac{3}{x}})} = -\frac{3}{4}$$

$$3) f(x) = \begin{cases} ax + b & \text{if } x < 0 \\ x & \text{if } x \geq 0 \end{cases}$$

Fonksiyonunun $x=0$ noktasında türevlenebilir olması için a ve b nin alacağı değerleri bulunuz.

Gözüm: $\rightarrow f(x)$ fonk. $x=0$ nok. da sürekli olmalıdır.

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} (ax + b) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x = f(0)$$

$$b = \overbrace{0}^0 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{b=0}$$

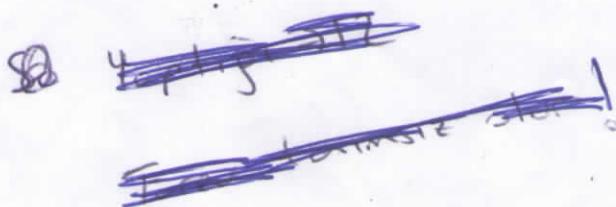
$\rightarrow f(x)$ fonk. $x=0$ nok. 'da türevlenebilir olması için

$$\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{a\sin(0+h) - 0}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{a\sin h}{h} = a$$

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{(0+h) - 0}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} 1 = 1$$

$$\Rightarrow \boxed{a=1}$$

bulunur.





YTU – Fen-Edebiyat Fakültesi,
I. Vize Sınav Soru ve Cevap
Kağıdı

Not Tablosu

	1.a	1.b	2.a	2.b	3.a	3.b	4.	Toplam
--	-----	-----	-----	-----	-----	-----	----	--------

Adı Soyadı

Numarası

Bölümü

Dersin Adı

MAT1071 Matematik I

Gr No

Tarih

12.11.2016

Öğretim Üyesi

CEVAP ANAHTARI

Süre

90 dk

Sınıf

İmza

YÖK nun 2547 sayılı Kanunun *Öğrenci Disiplin Yönetmeliğinin* 9. Maddesi olan "Sinavlarda kopya yapmak ve yaptırmak veya buna teşebbüs etmek" filled işleyenler bir veya iki yarıyıl uzaklaştırma cezası alırlar.

1.a. $y \sin\left(\frac{1}{y}\right) + x \cos\left(\frac{1}{y}\right) = -2x$ eğrisinin $P(0, \frac{1}{\pi})$ noktasındaki teğet doğrusunun denklemini bulunuz

$(y' = -\frac{F_x}{F_y}$ formülünü kullanmayınız). C

$$y' \sin\left(\frac{1}{y}\right) + y \left(-\frac{y'}{y^2}\right) \cos\left(\frac{1}{y}\right) + \cos\left(\frac{1}{y}\right) + x \left(-\frac{y'}{y^2}\right) \left(-\sin\left(\frac{1}{y}\right)\right) = -2$$

$$y' = \frac{-2 - \cos\left(\frac{1}{y}\right)}{\sin\left(\frac{1}{y}\right) - \frac{1}{y} \cos\left(\frac{1}{y}\right) + \frac{x}{y^2} \sin\left(\frac{1}{y}\right)}$$

$$y'|_P = \frac{-2 - \cos\pi}{\sin\pi - \pi \cos(\pi) + 0} = \frac{-1}{\pi} \quad \text{②}$$

Teğet doğrusu : $(y - \frac{1}{\pi}) = \frac{-1}{\pi} (x - 0)$ ②

1.b. $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ türevlenebilir bir fonksiyon ve $g(2) = -4$, $g'(x) = \sqrt{x^2 + 5}$ olmak üzere; lineer yaklaşımı kullanarak $g(2.05)$ 'in yaklaşık değerini bulunuz. ③

$g(x)$ fonksiyonunun $a=2$ deli lineerleştirimi

$$L(x) = g(2) + g'(2)(x-2) \quad \text{④}$$

$$L(x) = -4 + 3(x-2) \quad \text{④}$$

$$g(2.05) \approx L(2.05) = -4 + 3(2.05-2) = -4 + 0.15 = \boxed{-3.85} \quad \text{④}$$

2.a. Türev tanımını kullanarak,

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x}(1 - \cos x) & x \geq 0 \\ \sin x & x < 0 \end{cases}$$

ile tanımlı f fonksiyonunun $x = 0$ 'da türevlenebilir olup olmadığını inceleyiniz. Nedenlerini açıklayınız.

~~Wissenschaften = Technik und Naturwissenschaften~~

$$f'_-(0) = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(0+h) - f(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{\sin h - 0}{h} = 1 \quad (5)$$

$$f'_+(0) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(0+h) - f(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt[3]{h}(1-\cosh) - 0}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0^+} \sqrt[3]{h} \cdot \frac{1 - \cosh}{h} = 0 \cdot 0 = 0$$

$f'_-(0) \neq f'_+(0)$ olduğundan $x=0$ da türevlenemez.

2.b. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin(2x)}{x^2 - \pi x}$ limitini hesaplayınız (L'Hospital kuralını kullanmayınız).

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 2x}{x(x - \pi)} \quad x - \pi = t \text{ dönüşümü ile}$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin 2(t+\pi)}{(t+\pi) \cdot t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin 2t}{(t+\pi)t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin 2t}{2t} \cdot \frac{2}{t+\pi} = 1 \cdot \frac{2}{\pi} = \boxed{\frac{2}{\pi}}$$

(2) (2) (3) (3)

S.2 a) Eğer f fonksiyonunun $x = 1$ de türevi mevcut ise,

$$\lim_{h \rightarrow 1} \frac{f(h) - f(2-h)}{h-1}$$

limitini bulunuz.(15p)

$$\begin{aligned} &= \lim_{h \rightarrow 1} \frac{f(h) - f(2-h)}{h-1} \stackrel{(u=h-1)}{=} \lim_{u \rightarrow 0} \frac{f(1+u) - f(1-u)}{u} \\ &= \lim_{u \rightarrow 0} \left[\frac{f(1+u) - f(1)}{u} - \frac{f(1-u) - f(1)}{-u} \right] \\ &= f'(1) + f'(1) = 2f'(1). \end{aligned}$$

b) $f(x) = \begin{cases} x^2 + x, & x < 0 \\ x + 1, & x \geq 0 \end{cases}$ ile verilen f fonksiyonu için eğer mevcut ise $f'(0)$ değerini bulunuz.(8p)

$x=0$ da sürekli mi?

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (x^2 + x) = 0 \quad \left. \begin{array}{l} \text{olduğuundan } f, \\ x=0 \text{ da} \end{array} \right\} \text{sürekli değil.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x+1) = 1$$

Dolayısıyla; f' nin $x=0$ da türevinden bahsedilemez.