

# Programmation linéaire

*Durée de l'épreuve: 2h00.*

*Les documents ne sont pas autorisés*

*Les calculatrices non programmables sont autorisées.*

On considère les programmes linéaires suivants respectivement nommés (A), (B), (C), (D), (E) et (F).

$$(A) \left\{ \begin{array}{ll} \text{maximize} & x_1 - 2x_2 + x_3 + 5 \\ \text{subject to} & \\ & x_1 - x_2 - 2x_3 \geq 5 \\ & x_1 - x_2 + x_3 \leq 3 \\ & -x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 1 \\ \text{with} & x_1, x_2 \geq 0. \end{array} \right.$$

$$(B) \left\{ \begin{array}{ll} \text{maximize} & x_1 + x_2 - x_3 \\ \text{subject to} & \\ & -x_1 - 2x_2 + 3x_3 \leq 1 \\ & -x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 2 \\ \text{with} & x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{array} \right.$$

$$(C) \left\{ \begin{array}{ll} \text{minimize} & -x_1 - 2x_2 - 3x_3 \\ \text{subject to} & \\ & -x_1 - 2x_2 - 3x_3 \leq 5 \\ & -2x_1 + x_2 + x_3 \geq 3 \\ & -x_1 - x_2 + x_3 \leq 1 \\ \text{with} & x_1, x_2 \geq 0. \end{array} \right.$$

$$(D) \left\{ \begin{array}{ll} \text{maximize} & x_1 + x_2 - x_3 + x_4 + 5 \\ \text{subject to} & \\ & x_1 - x_2 - 2x_3 + 2x_4 \geq 5 \\ & x_1 + x_2 - x_3 + x_4 \leq 3 \\ & -x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 \leq 1 \\ \text{with} & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0. \end{array} \right.$$

$$(E) \left\{ \begin{array}{ll} \text{minimize} & -x_1 - x_2 + x_3 \\ \text{subject to} & \\ & -x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 1 - x_4 \\ & -x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 2 \\ \text{with} & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0. \end{array} \right.$$

$$(F) \left\{ \begin{array}{ll} \text{maximize} & x_1 + x_2 \\ \text{subject to} & \\ & x_1 + 2x_2 \leq 4 \\ & 4x_1 + 2x_2 \leq 12 \\ & -x_1 + x_2 \leq 1 \\ \text{with} & x_1, x_2 \geq 0. \end{array} \right.$$

## 1 Équivalence et dualité

**Question 1-1.** Grouper les programmes linéaires précédents suivant leurs classes d'équivalences ; deux programmes sont dans la même classe s'ils sont équivalents. 3 P.

**Question 1-2.** Deviner des solutions admissibles de (E) et de (F). 1 P.

**Question 1-3.** Donner les tableaux associés à (D) et (C). 1 P.

**Question 1-4.** Quels sont les programmes linéaires qui n'ont pas une solution de base admissible ? Justifier le fait que  $(B)$  ne soit pas borné.

2 (+1) P.

## 2 Algorithme du simplexe

**Question 2-5.** Quel est le nombre maximum d'itérations de l'algorithme du simplexe (nombre d'opérations d'entrée-sortie en base) qu'on peut avoir dans le cas de  $(B)$  ?

(+2 P.)

**Question 2-6.** Résoudre les programmes linéaires  $(C)$  et  $(F)$  en suivant l'algorithme du simplex.

7 P.

**Question 2-7.** Est-ce que le programme linéaire  $(D)$  est admissible ? Si oui, en donner une forme équivalente qui a une solution de base admissible.

6 P.