

# Programmation linéaire

## Épreuve complémentaire

**Durée de l'épreuve: 1h30.**

**Les documents ne sont pas autorisés**

*Les calculatrices non programmables sont autorisées.*

On considère les programmes linéaires suivants respectivement nommés (A), (B), (C), (D), (E) et (F).

$$(A) \begin{cases} \text{maximize} & 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 \\ \text{subject to} & \\ & -x_1 - 2x_2 - 3x_3 \leq 5 \\ & 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 3 \\ & -x_1 - x_2 + x_3 \leq 1 \\ \text{with} & x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

$$(B) \begin{cases} \text{minimize} & x_1 + x_2 - x_3 \\ \text{subject to} & \\ & -x_1 - 2x_2 + 3x_3 \leq 1 \\ & -x_1 - x_2 + 2x_3 \geq 2 \\ \text{with} & x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

$$(C) \begin{cases} \text{maximize} & 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 \\ \text{subject to} & \\ & -x_1 - 2x_2 - 3x_3 \leq 5 \\ & 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 3 \\ & -x_1 - x_2 + x_3 \leq 1 \\ \text{with} & x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$(D) \begin{cases} \text{maximize} & -x_1 - x_2 + x_3 \\ \text{subject to} & \\ & -x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 1 \\ & x_1 + x_2 - 2x_3 \leq -2 \\ \text{with} & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0. \end{cases}$$

$$(E) \begin{cases} \text{maximize} & -x_1 - x_2 + x_3 \\ \text{subject to} & \\ & -x_1 - 2x_2 + 3x_3 \leq 1 \\ & -x_1 - x_2 + 2x_3 \geq 2 \\ \text{with} & x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

$$(F) \begin{cases} \text{maximize} & 6x_1 + 4x_2 + 6x_3 \\ \text{subject to} & \\ & -x_1 - 2x_2 - 3x_3 \leq 5 \\ & 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 3 \\ & x_1 + x_2 - x_3 \geq -1 \\ \text{with} & x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

## 1 Équivalence et dualité

**Question 1-1.** Grouper les programmes linéaires précédents suivant leurs classes d'équivalences ; deux programmes sont dans la même classe s'ils sont équivalents.

3 P.

**Question 1-2.** Donner les tableaux associés à (F) et (B).

2 P.

**Question 1-3.** Quels sont les programmes duaux de (A) et de (E) ?

2 P.

**Question 1-4.** Deviner des solutions admissibles de  $(A)$  et de  $(D)$ .

2 P.

## 2 Algorithme du simplexe

**Question 2-5.** Résoudre le programme linéaire  $(A)$  en suivant l'algorithme du simplex.

4 P.

**Question 2-6.** À partir d'une solution de  $(A)$  donner un point optimal de son dual. Quelle est sa valeur objective ?

2 P.

**Question 2-7.** Résoudre le programme duale de  $(E)$ .

5 P.