



blatt6

Unter der Bedingung, dass folgendes Typsystem gilt, beweise die unteren Aussagen:

$$(Ax) \frac{}{\Gamma \vdash \text{True} : \text{bool}} \quad (Ax) \frac{}{\Gamma \vdash \text{false} : \text{bool}} \quad \dots \quad (Ax) \frac{}{\Gamma \vdash 42 : \text{int}} \quad (Ax) \frac{}{\Gamma \vdash x_1 + x_2 + \dots + x_n : \text{int}}$$

$e, e_1, e_2 \text{ Expr} :$

$$\frac{\Gamma \vdash e_1 : \text{int} \quad \Gamma \vdash e_2 : \text{int}}{\Gamma \vdash e_1 + e_2 : \text{int}} \text{ (Add)} \quad \frac{\Gamma \vdash e_1 : \text{int} \quad \Gamma \vdash e_2 : \text{int}}{\Gamma \vdash e_1 - e_2 : \text{int}} \text{ (Sub) ... (USub)}$$

$$\frac{\Gamma \vdash e_1 : \text{bool} \quad \Gamma \vdash e_2 : \text{bool}}{\Gamma \vdash e_1 == e_2 : \text{bool}} \text{ (Eq) (bzw. NotEq)} \quad \dots \quad (Lt) \dots \quad \frac{\Gamma \vdash e : \text{bool}}{\Gamma \vdash !e : \text{bool}} \text{ (Not) ...}$$

$s_1, s_2 \text{ Statements} :$

$$\frac{\Gamma \vdash x : \text{int} \quad \Gamma \vdash e : \text{int}}{\Gamma \vdash x = e : \text{unit}} \text{ (Assign) ... (print)} \quad \frac{\Gamma \vdash e : \text{bool} \quad \Gamma \vdash s_1 : \text{unit} \quad \Gamma \vdash s_2 : \text{unit}}{\Gamma \vdash \text{if } e : s_1 \text{ else } s_2 : \text{unit}} \quad \frac{\Gamma \vdash s_1 : \text{unit} \dots \Gamma \vdash s_n : \text{unit}}{\Gamma \vdash \{s_1, \dots, s_n\} : \text{unit}} \text{ (Liste von statements)}$$

- Gilt $\Gamma \vdash \text{if } 2 == 3 : x = 4 \text{ else } x = \text{True} : \text{unit}$?

Beh Es gilt nicht $\Gamma \vdash \text{if } 2 == 3 : x = 4 \text{ else } x = \text{True} : \text{unit}$

Bew ~~(*)~~ Unter der Annahme, dass $\Gamma = \{ \dots, x \mapsto \text{int}, \dots \}$

$$\frac{(Ax) \frac{}{\Gamma \vdash 2 : \text{int}} \quad (Ax) \frac{}{\Gamma \vdash 3 : \text{int}} \quad (Ax) \frac{}{\Gamma \vdash x : \text{int}} \quad (Ax) \frac{}{\Gamma \vdash 4 : \text{int}} \quad (Ax) \frac{}{\Gamma \vdash x : \text{bool}} \quad (Ax) \frac{}{\Gamma \vdash \text{True} : \text{bool}}}{\Gamma \vdash 2 == 3 : \text{bool} \quad \Gamma \vdash x = 4 : \text{unit} \quad \Gamma \vdash x = \text{True} : \text{unit}} \quad \Gamma \vdash \text{if } 2 == 3 : x = 4 \text{ else } x = \text{True} : \text{unit}$$

~~(*)~~ Unter der Annahme, dass $\Gamma = \{ \dots, x \mapsto \text{bool}, \dots \}$

Wegen ~~(*)~~ und ~~(*)~~ kann es keine eindeutige Umgebung und somit keinen Beweis geben. \square

- Gilt $\Gamma \vdash [x = 42, y = \text{True}, x = x + 3, \text{if } y : x = 4 \text{ else } x = 7] : \text{unit}$?

Beh Es gilt $\Gamma \vdash [x = 42, y = \text{True}, x = x + 3, \text{if } y : x = 4 \text{ else } x = 7] : \text{unit}$

Bew

~~(*)~~ Unter der Annahme, dass $\Gamma = \{ \dots, x \mapsto \text{int}, \dots \}$ gilt

$$\frac{(Ax) \frac{}{\Gamma \vdash x : \text{int}} \quad (Ax) \frac{}{\Gamma \vdash 42 : \text{int}} \quad (Ax) \frac{}{\Gamma \vdash y : \text{bool}} \quad (Ax) \frac{}{\Gamma \vdash \text{True} : \text{bool}} \quad (Ax) \frac{}{\Gamma \vdash x : \text{int}} \quad (Ax) \frac{}{\Gamma \vdash x + 3 : \text{int}} \quad (Ax) \frac{}{\Gamma \vdash y : \text{bool}} \quad (Ax) \frac{}{\Gamma \vdash x = 4 : \text{unit}} \quad (Ax) \frac{}{\Gamma \vdash x = 7 : \text{unit}}}{\Gamma \vdash [x = 42, y = \text{True}, x = x + 3, \text{if } y : x = 4 \text{ else } x = 7] : \text{unit}}$$

~~(*)~~ Unter der Annahme, dass $\Gamma = \{ \dots, y \mapsto \text{bool}, \dots \}$ gilt

Im oben aufgeführten System gibt es keine Konflikte und somit gilt die Aussage unter der Bedingung $\Gamma = \{ x \mapsto \text{int}, y \mapsto \text{bool} \}$. \square