Üzleti Elemzések Módszertana

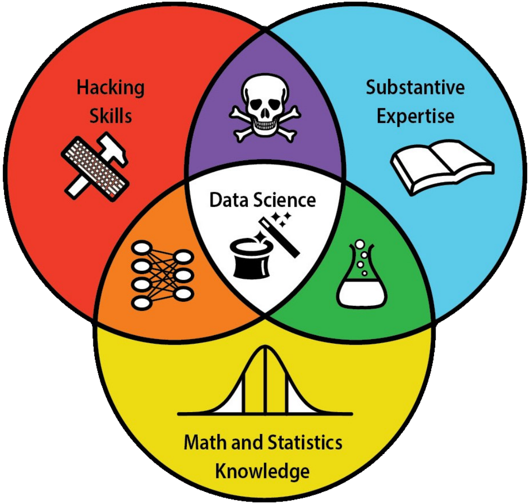
1. Előadás: Regresszió

Kuknyó Dániel
Budapesti Gazdasági Egyetem

2023/24
2.félév

Hol vagyunk?

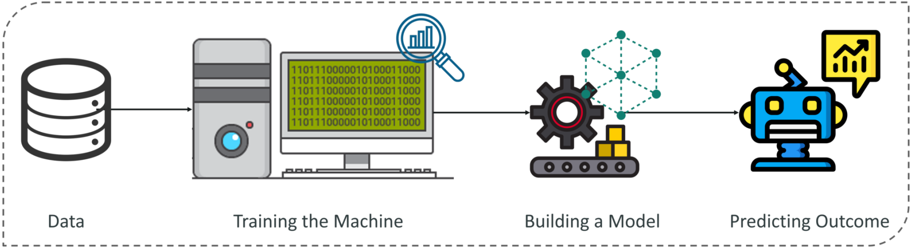
- **Programozási készségekre** van szükség nagy mennyiségű elektronikus adat kezeléséhez
- **A matematika és statisztika** ismerete lehetővé teszi a megfelelő módszerek és eszközök kiválasztását
- **A szaktudás** egy tudományos területen elengedhetetlen az eredmények értelmezéséhez



A gépi tanulás mögötti megfontolás

A hagyományos szemléletmódban a programozó utasításokat írt egymás után a probléma megoldására.

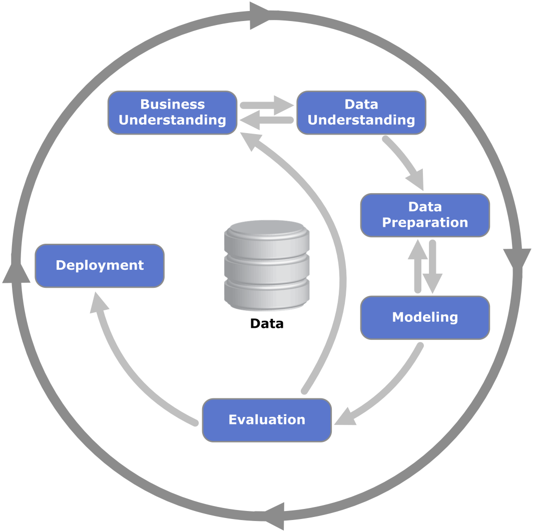
A gépi tanulás szemléletmódjában az algoritmus explicit programozás nélkül tanulja meg megoldani a problémát azáltal, hogy tapasztalat alapján tanul.



A CRISP-DM módszertan

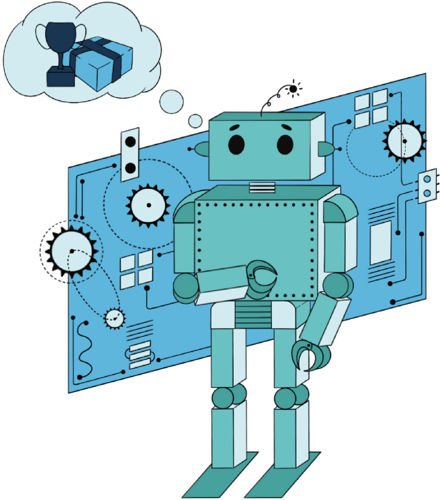
A **C**ross **I**ndustry **S**tandard **P**rocess for **D**ata **M**ining egy folyamatmodell ami az adatbányászati projektek folyamatát adja meg.

- **Business understanding**: Üzleti igények felmérése
- **Data understanding**: Rendelkezésre álló adatok gyűjtése
- **Modeling**: Modell adatokra illesztése
- **Evaluation**: Illesztett modell kiértékelése
- **Deployment**: Átadás a tulajdonosoknak és használatba vétel



Kihívások a gépi tanulás területén

- Gyenge minőségű adatok
- Nem reprezentatív adatok
- Felesleges jellemzők
- Gép és ember kapcsolata
- Folyamatosan változó világ
- A problémák eredhetnek:
  - Rossz változókból
  - Rosszul általánosító algoritmusból
  - Nehezen értelmezhető eredményekből
  - Nagyon specifikus szakterületi specializációból
  - Elégtelen minőségű vagy mennyiségű adatból



Alapfogalmak

Regresszió

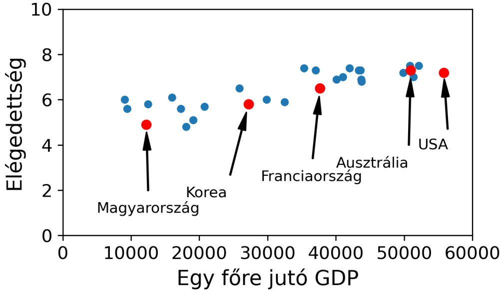
Statisztikai elemző eljárás, amely változók közötti kapcsolatot modellez. Eredménye a **modell**.

A regressziós elemzés **tárgya egy folytonos változó**.

A **felügyelt tanulás** kategóriájába tartozik, tehát a modellezés során ismertek a kívánt outputok.

A regresszió komponensei

- **Célváltozó**: Egy jelenség, amely az elemzés tárgyát képezi. Példában: élet elégedettség.
- **Független változó**: Azok a megfigyelések, amelyek alapján a célváltozó megbecsülhető.
- **Modell**: A változók közötti feltételezett kapcsolat, ami a valóságot leírja.

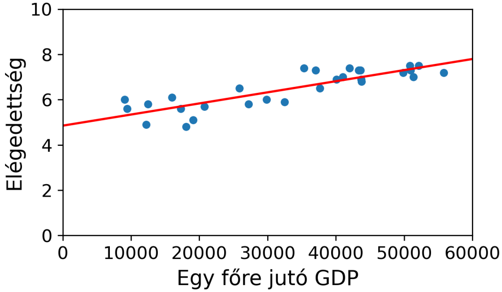


A regresszió alkalmazása

Tipikusan akkor használatosak a regressziós eljárások, amikor a vizsgálat tárgya, hogy **egyes jelenségek hogyan befolyásolnak másokat**. Ezzel lehetséges annak a feltárása, hogy milyen **kapcsolati rendszer szerint hozhatók összefüggésbe**.

Regresszió segítségével lehetséges **valamilyen választ előre jelezni**.

Például meg lehet jósolni az egy országban élők saját életükkel való elégedettséget az ország egy főre jutó GDP mutatója alapján.

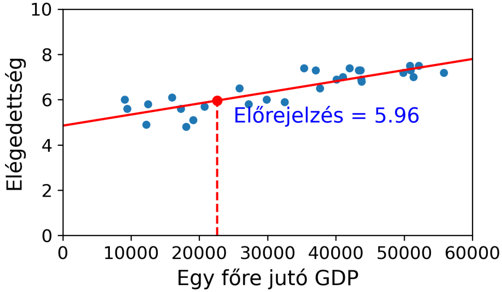


A regresszió alkalmazása

Tipikusan akkor használatosak a regressziós eljárások, amikor a vizsgálat tárgya, hogy **egyes jelenségek hogyan befolyásolnak másokat**. Ezzel lehetséges annak a feltárása, hogy milyen **kapcsolati rendszer szerint hozhatók összefüggésbe**.

Regresszió segítségével lehetséges **valamilyen választ előre jelezni**.

Például meg lehet jósolni az egy országban élők saját életükkel való elégedettséget az ország egy főre jutó GDP mutatója alapján.



A regresszió felírása

A lineáris regresszió célja, hogy valamely y változót megbecsülje adott $x = (x_1, x_2, \ldots, x_r)$ magyarázó változók alapján.

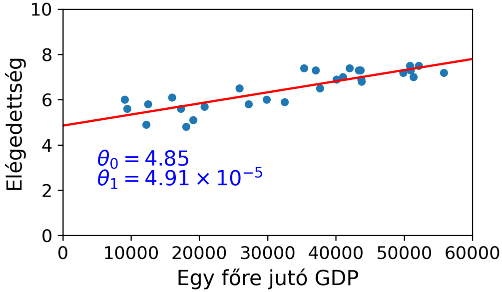
Lineáris regresszió

A regresszió egyenlete:

$$\hat{y} = \theta_0 + \theta_1 \cdot x + \varepsilon$$

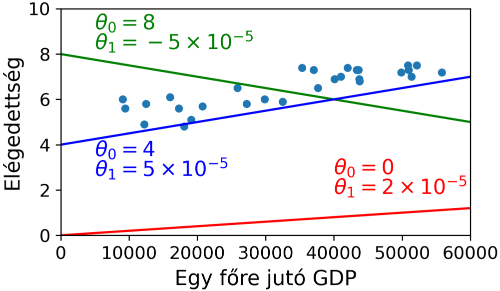
Ahol $\hat{y}$ a becsült érték, θ értékek a regressziós együtthatók vagy **paraméterek**, ε pedig a véletlen hiba.

Ebben az esetben θ_0 az egyenes eltolása, θ_1 pedig a meredeksége.



A regresszió teljesítménye

A gépi tanulás esetén szükség van arra, hogy meglehessen mondani, mennyire jó a modell. Regresszió esetén a feladat a legkisebb hibához tartozó modell megkeresése.



Rezidum

Az y_i valós érték és $\hat{y}_i$ becsült érték távolsága adott d távolságfüggvény szerint:

$$r_i = d\left(y_i, \hat{y}_i\right), \quad r_i \in \mathbb{R}$$

Költségfüggvény

A rezidumok összege az összes minta adatpontra:

$$L\left(y, \hat{y}\right) = \sum_{i=1}^{n} r_i = \sum_{i=1}^{n} d\left(y_i, \hat{y}_i\right)$$

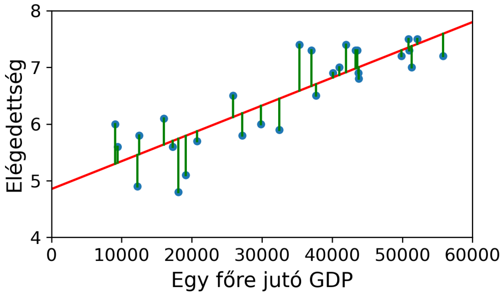
Hiba kiszámítása MSE módszerrel

Az egyik legismertebb költségfüggvény az átlagos négyzetes hiba.

MSE (Mean Squared Error)

$$MSE = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2$$

Ahol y_i az aktuális minta adatpont és $\hat{y}_i$ a regressziós modell által adott becsült érték.

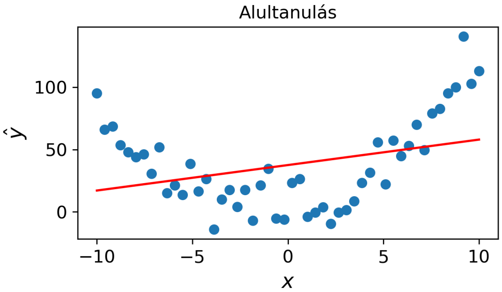


Alultanulás és túltanulás

A gépi tanulásban két egymással ellentétes célra kell optimalizálni a modelleket. Ez a jó általánosító képesség és a pontos becslés.

Alultanulás

Alultanulás esetén az illesztett modell **túlságosan általános**, nem képes hitelesen leképezni a valóságban rejlő komplex kapcsolati rendszert. Az alultanult modell **egyformán rosszul teljesít mind a tanító és előre nem látott adatokon**.

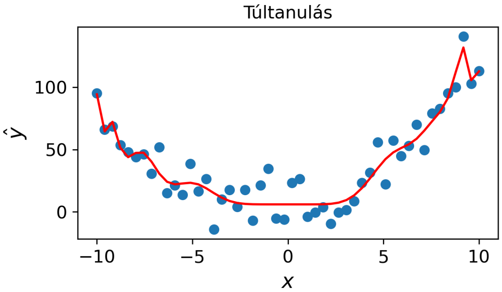


Alultanulás és túltanulás

A gépi tanulásban két egymással ellentétes célra kell optimalizálni a modelleket. Ez a jó általánosító képesség és a pontos becslés.

Túltanulás

Túltanulás esetén a modell nagyon pontosan, akár hiba nélkül illeszkedik a tanító adatpontokra, de **komplexitása miatt elveszíti a jó általánosító képességét**, és nem fog jól teljesíteni előre nem látott adatokon.

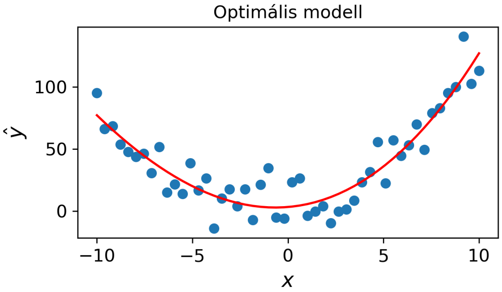


Alultanulás és túltanulás

A gépi tanulásban két egymással ellentétes célra kell optimalizálni a modelleket. Ez a jó általánosító képesség és a pontos becslés.

Optimális modell

Az optimális modell **egyszerre** képezi le hűen a valóság kapcsolatait és általánosít olyan módon, hogy az előre nem látott adatokon is jó előrejelzéseket legyen képes adni.



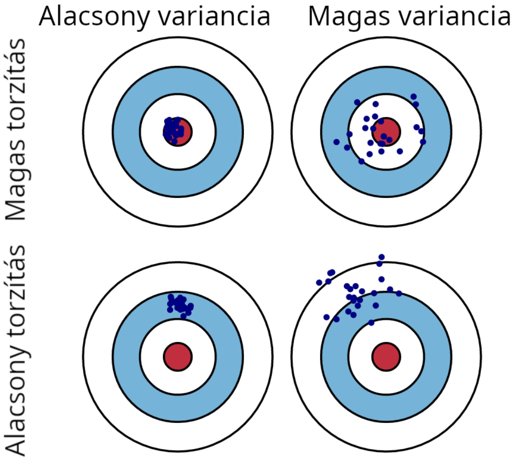
Torzítás és variancia

A modellezés két szélsőértéke a torzítás és variancia.

Torzítás

Ez arra utal, hogy **mennyire jól képes a modell leképezni a valós kapcsolatokat** a tanító adatokon.

Magas torzítás azt jelenti, hogy a modell túlságosan egyszerű, és nem képes megragadni az adatok összefüggéseit.



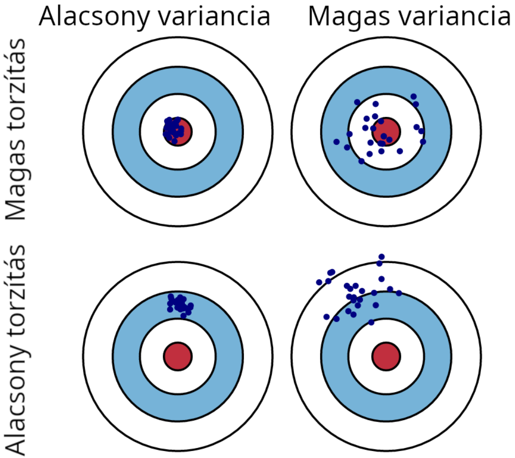
Torzítás és variancia

A modellezés két szélsőértéke a torzítás és variancia.

Variancia

A variancia azt mutatja meg, hogy a modell **hogyan reagál a különböző tanító adatkészletekre**.

Magas variancia esetén a modell túlzottan érzékeny a tanító adatok kis változásaira, tehát túlilleszti magát a tanító adatokra, és nem képes jól generalizálni új, látatlan adatokra.

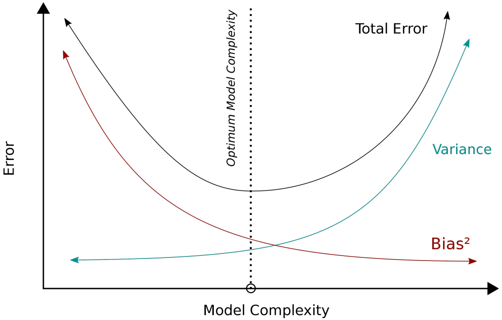


A modell optimalitása

A modellezés során egyszerre kell úgy illeszteni a függvényt, hogy jól általánosítson, ugyanakkor a valóság kapcsolatait ne hamisítsa meg.

Amikor a tanítás elején a modell nagyon egyszerű, jól képes általánosítani, viszont a hibája magas lesz a tanító adatpontokon.

Ahogy egyre tanultabb lesz a modell a hiba csökkenni fog, viszont annál specializáltabb lesz és veszíti el az általánosító képességét.



Gradiens

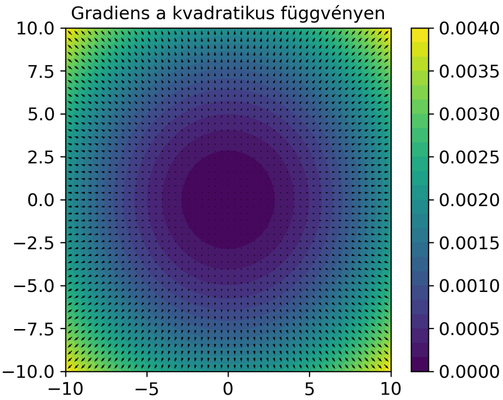
Gradiens

Egy $f(x, y, z)$ függvény esetén gradiens egy olyan vektor, amely arra az irányra mutat, ahol az f függvény a legmeredekebben emelkedik.

Ha f 3D térben van definiálva, (x, y, z) koordinátákkal, a gradiens:

$$\nabla f = \left[\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z}\right]$$

A gradiens tetszőleges dimenziószámra általánosítható.

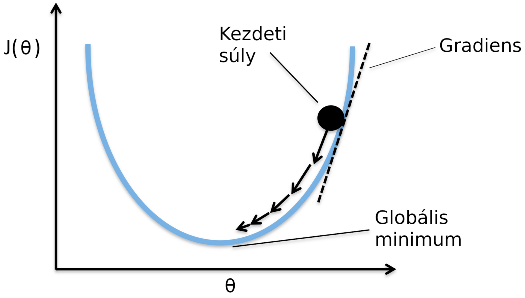


Gradiens ereszkedés

Gradiens ereszkedés

Iteratív optimalizálási módszer **egy célfüggvény minimum helyének megtalálására**, amely a célfüggvény gradiensét használja a keresési irány meghatározására.

Az eljárás alapvető elgondolása, hogy a függvény gradiensének ellentétes irányában haladva eljut a legkisebb értékhez, mivel a gradiens a függvény növekedésének legnagyobb irányát mutatja.



Gradiens ereszkedés

Egy alapvető algoritmus gradiens ereszkedésre:

Algoritmus 1: Gradiens ereszkedés

Input: α, $f(\theta)$

$\theta_0 \leftarrow 0$;

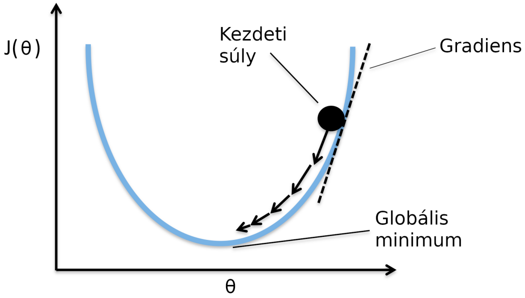
for $t = 0 \rightarrow max_t$ **do**

  $\nabla f(\theta_t)$ gradiens kiszámítása;

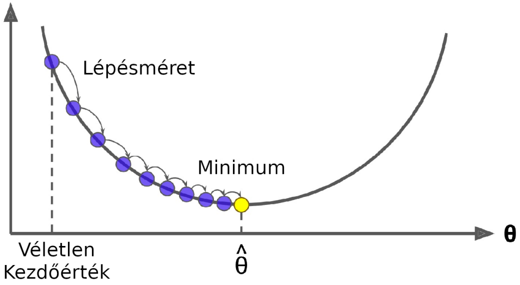
  $\theta_{t+1} = \theta_t - \alpha \cdot \nabla f(\theta_t)$;

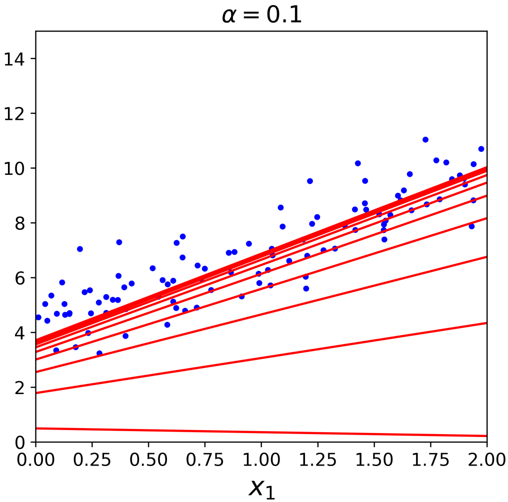
end

Ahol θ a célfüggvényt meghatározó paraméterek vektora, $\nabla f(\theta_t)$ a célfüggvény gradiense, $\alpha \in [0, 1]$ a tanulási sebesség.



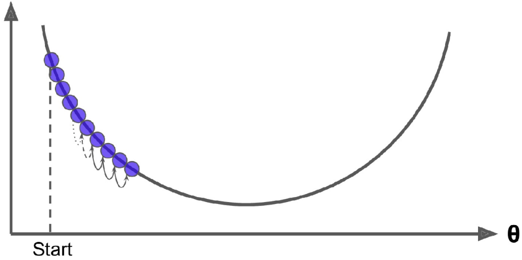
Gradiens ereszkedés optimális esetben

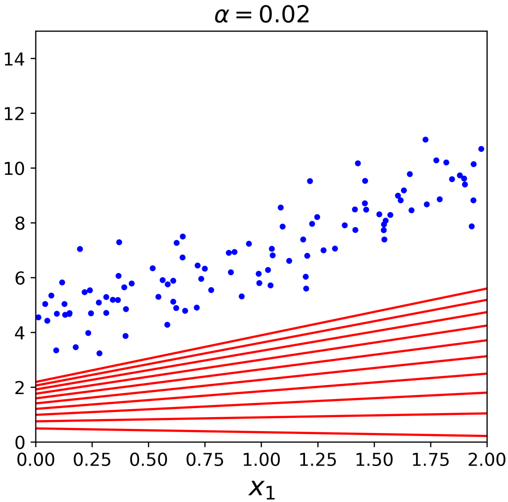




Túl alacsony tanulási sebesség

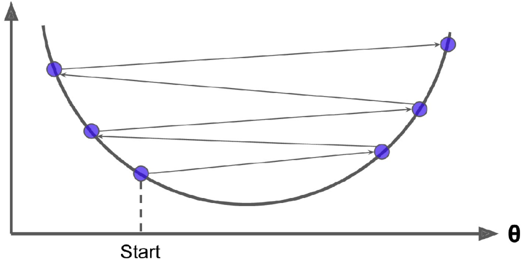
Ha a tanulási sebesség túlságosan alacsony, az optimalizáció lehet sosem éri el a minimumot.

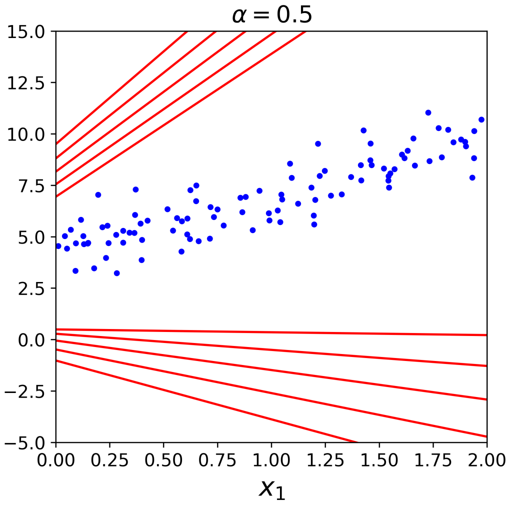




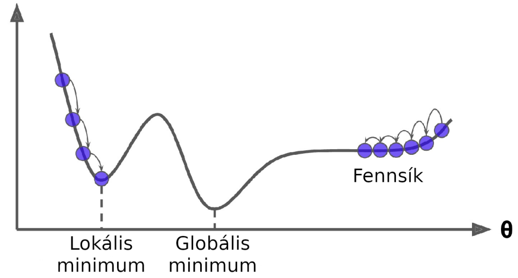
Túl magas tanulási sebesség

Túlságosan magas tanulási sebesség esetén az algoritmus divergálhat vagy nagyon lassú lesz az optimalizáció folyamata.





Egyéb problémák



- Az optimalizáció folyamata megakadhat egy lokális minimum helyen.
- Ha az algoritmus elér egy fennsíkot, az alacsony gradiens érték miatt instabillá válhat.