Üzleti Intelligencia

5. Előadás: Q-tanulás

Kuknyó Dániel
Budapesti Gazdasági Egyetem

2023/24
1.félév

1. Bevezetés
2. Függvény illesztés
3. Gradiens ereszkedés
4. Neurális hálózatok
5. Mély Q-tanulás

1 Bevezetés

2 Függvény illesztés

3 Gradiens ereszkedés

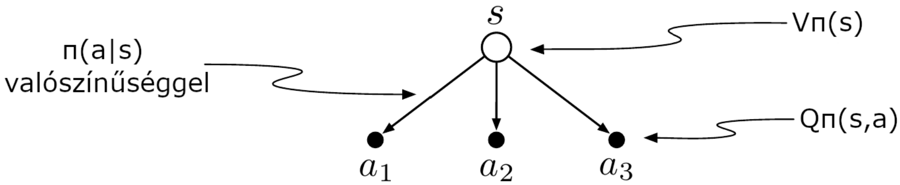
4 Neurális hálózatok

5 Mély Q-tanulás

Bevezetés a Q-tanulásba

A megerősítéses tanulásban a $Q_\pi(s,a)$ minőségfüggvény megadja, hogy mennyire jövedelmező az ügynöknek, ha s állapotban állva, a cselekvést végrehajtva majd onnan π politikát követve mekkora a várható hozam.

Ha adott minden állapotra és cselekvésre az optimális $Q(s,a)$ érték, onnan levezethető a π_* optimális politika, amelynek várható hozama maximális.



$$Q_\pi(s,a) = E_\pi\left[G_t | s_t = s, a_t = a\right] = E_\pi\left[\sum_{k=0}^{\infty} \gamma^k r_{t+k+1} | s_t = s, a_t = a\right]$$

Q-tanulás: politikafüggetlen TD irányítás

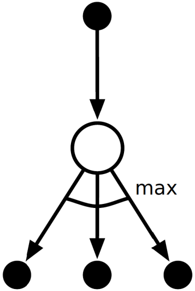
A megerősítéses tanulásban az egyik nagy áttörést egy politikafüggetlen TD algoritmus kifejlesztése hozta el.

Ebben az esetben a becsült állapot-cselekvés minőség függvény, Q, direkten becsüli meg q_* optimális állapot-cselekvés minőség függvényt a követett politikától teljesen függetlenül.

Q-tanulás

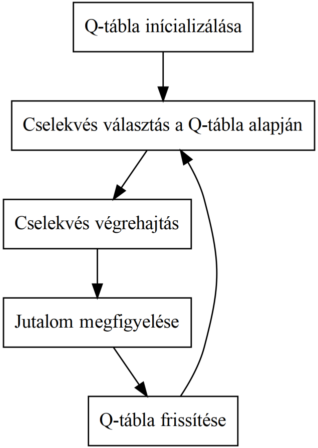
$$Q(s,a) \leftarrow Q(s,a) + \alpha \left[r + \gamma \underset{a'}{max} Q(s',a') - Q(s,a) \right]$$

Az egyetlen különbség a SARSA algoritmusától, hogy a referencia a következő állapotból elérhető legjobb minőségű cselekvés értéke: $\underset{a}{max} Q(s_{t+1},a)$.



Q-tanulás eljárása

A Q-tanulás folyamata



Példa Q-táblára

	a_0	a_1	a_2	a_3
s_0	0.76	0.41	0.92	-0.14
s_1	-0.65	0.31	-0.07	0.55
s_2	0.23	-0.99	0.67	-0.43
s_3	-0.81	0.79	-0.58	0.17
s_4	0.62	-0.28	0.96	-0.72
s_5	-0.36	0.08	-0.51	0.64

A Q-tábla tárolja el a $Q(s, a)$ értékeket minden $s \in S$ és $a \in A$ párosra.

Algoritmus 1: Q-tanulás algoritmusa $\pi \approx \pi_*$ megbecslésére

Input: α tanulási sebesség; $\varepsilon > 0$ hibahatár

```
Q(s, a) ← random() for s ∈ S, a ∈ A;          /* Q értékek inícializálása */
Q(s_T, ·) ← 0;                          /* Terminális állapot 0-ra állítása */
for i = 0 → max_i do
    s ← s_0;                                           /* s inícializálása */
    while s ≠ s_T do
        a ← π(s);        /* Cselekvés választása π szerint, pl. ε-mohó */
        a végrehajtása, r, s' megfigyelése;
        Q(s, a) ← Q(s, a) + α [r + γ max_{a'} Q(s', a') − Q(s, a)];
        s ← s';                                           /* s frissítése */
    end
end
```

$$Q(s,a) \leftarrow Q(s,a) + \alpha \left[r + \gamma \max_{a'} Q(s', a') - Q(s,a) \right];$$

A politikát a Q-tábla határozza meg.

Dupla Q-tanulás

A kettős tanulás ötlete természetesen kiterjed a teljes MDP algoritmusaira. A Q-tanulásban a becsült Q-értékek torzítottak lehetnek, ha alacsony a minta számossága, vagy zaj van a rendszerben. Egy módja a Q-tanulás regularizálásának, ha egy helyet **két Q-táblát tart nyilván az algoritmus**, Q_1-et és Q_2-t.

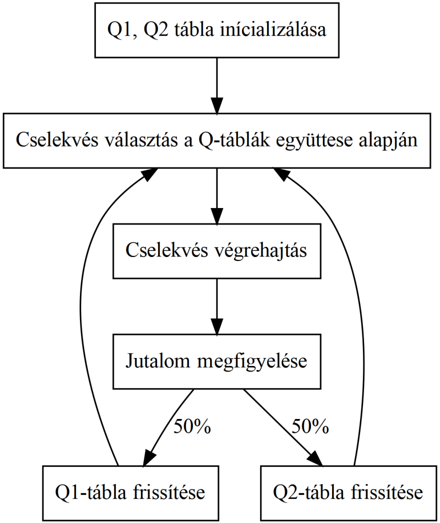
A Q-tanulással analóg dupla Q-tanulás nevű kettős tanulási algoritmus két részre osztja az időlépéseket, **minden lépésnél egy érmét feldobva**. Ha az érme fejre esik, a frissítés a következő:

$$Q_1(s,a) \leftarrow Q_1(s,a) + \alpha \left[r + \gamma Q_2 \left(s', \underset{a'}{argmax} Q_1(s',a') \right) - Q_1(s,a) \right]$$

Ha az érme pedig írásra esik, akkor ugyanez a frissítés Q_1 és Q_2 felcserélésével történik, így Q_2 frissül. A két közelítő értékfüggvényt teljesen szimmetrikusan kezeli az algoritmus. Például egy ε-mohó politika a dupla tanulás esetében az egyes cselekvési értékbecslések **átlagára vagy összegére épülhet**.

Dupla Q-tanulás eljárása

Mivel két Q táblát kell nyilván tartania, az algoritmus memóriaigénye megkétszereződik. A becsült értékek viszont jóval torzítatlanabbak lesznek, mint az egyszeres Q tanulás esetében. A lépésenkénti számításigény nem növekszik az extra Q-tábla bevonásával.



Algoritmus 2: Dupla Q-tanulás algoritmusa

Input: α tanulási sebesség; $\varepsilon > 0$ hibahatár
$Q_1(s,a) \leftarrow random()$, $Q_2(s,a) \leftarrow random()$ for $s \in S$, $a \in A$;
$Q_1(s_T,\cdot) \leftarrow 0$, $Q_2(s_T,\cdot) \leftarrow 0$; /* Terminális állapotok 0-ra állítása */
for $i = 0 \rightarrow max_i$ **do**
  s inícializálása;
  while $s \neq s_T$ **do**
    $a \leftarrow \pi(s)$; /* Cselekvés választása π szerint, pl. ε-mohó */
    a végrehajtása, r és s' megfigyelése;
    if $p > 0.5$ **then**

$$Q_1(s,a) \leftarrow Q_1(s,a) + \alpha \left[r + \gamma Q_2 \left(s', \underset{a'}{argmax} Q_1(s',a') \right) - Q_1(s,a) \right]$$

    else

$$Q_2(s,a) \leftarrow Q_2(s,a) + \alpha \left[r + \gamma Q_1 \left(s', \underset{a'}{argmax} Q_2(s',a') \right) - Q_2(s,a) \right]$$

    end
    $s \leftarrow s'$; /* s frissítése */
  end
end

1 Bevezetés

2 Függvény illesztés

3 Gradiens ereszkedés

4 Neurális hálózatok

5 Mély Q-tanulás

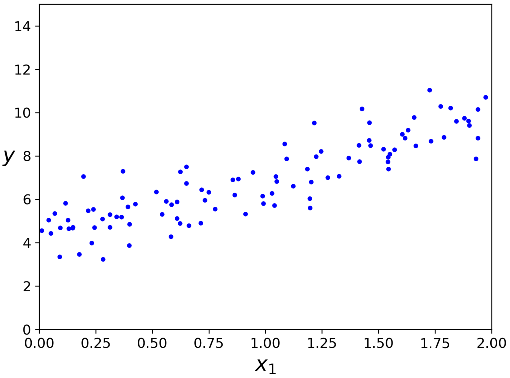
Függvény illesztés alapjai

A függvény illesztés eljárása szerint valamely x **független változóból** vett minta alapján szeretnénk előre jelezni egy y **függő változó** értékét azért, hogy feltárja az adatpontok közötti mintázatokat.

Két eljárása ismert:

- **Regresszió**: tárgya egy folytonos változó
- **Osztályozás**: tárgya egy diszkrét változó

A függvény illesztés eredménye a **modell**.



Függvény illesztés alapjai

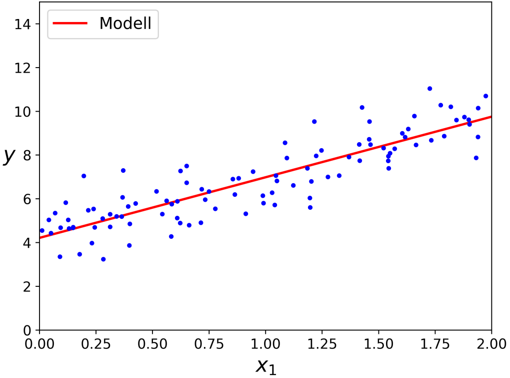
Az illesztett modell alakját és viselkedését a **paraméterei** határozzák meg, amelyek együtthatókként viselkednek a modell egyenletében. A lineáris modell egyenlete:

$$y_i = \theta_0 + \theta_1 x_i + \varepsilon_i$$

Ahol:

- θ_0: az y tengely metszéspontja, vagy eltolás
- θ_1: az egyenes meredeksége
- ε: a véletlen hiba, amit a modell nem tud előre jelezni

$\theta = [\theta_0, \theta_1, ..., \theta_n]$ a paraméterek vektora.

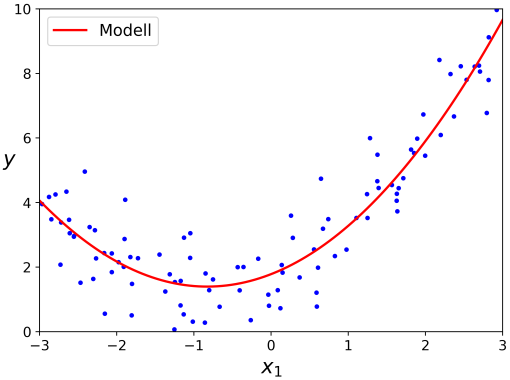


Függvény illesztés több paraméterrel

Függvényt lehetséges nemlineáris adatokra is illeszteni. Ebben a példában a minta adatpontok kvadratikusak, **nem írhatók le egy lineáris egyenlettel**. A modellnek ebben az esetben 3 paramétere van: θ_0, θ_1 és θ_2. Az illesztett modell egyenlete:

$$y = 1.78 + 0.93x + 0.56x^2$$

Tehát ebben az esetben $\theta_0 = 1.78$, $\theta_1 = 0.93$ és $\theta_2 = 0.56$.



1 Bevezetés

2 Függvény illesztés

3 Gradiens ereszkedés

4 Neurális hálózatok

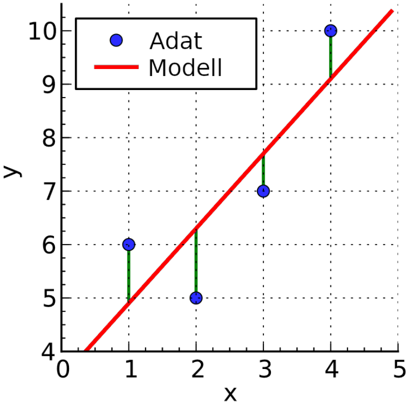
5 Mély Q-tanulás

A költségfüggvény

A modell illesztő algoritmusok mindegyike úgy találja meg az optimális függvényt, hogy valamilyen költségfüggvényt minimalizál. A leggyakoribb ilyen költségfüggvény az **átlagos négyzetes hiba**:

$$MSE = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - f(x)_i)$$

- y_i: Megfigyelt adatpont
- $f(x)_i$: Modell által adott becslés



A gradiens

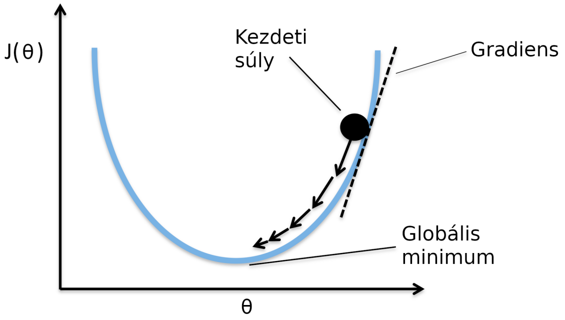
A függvény illesztés célja, hogy megtalálja azt a modellt, ami a legjobban illeszkedik az adatpontokra, tehát **minimalizálja a költségfüggvényt** (MSE).

Gradiens

Olyan vektor, amely megmutatja hogyan változik a függvény, és megadja a legnagyobb változás irányát minden dimenzióban.

$$df = \nabla f * dx$$

A gradiens segítségével meg lehet határozni, merre és mennyivel érdemes változtatni a paramétereket a célfüggvény értékének csökkentése érdekében.

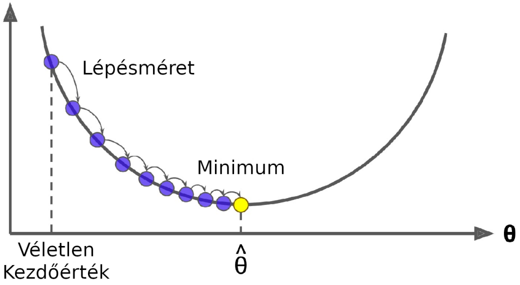


Gradiens ereszkedés

A gradiens ereszkedés egy iteratív minimalizálási algoritmus egy tetszőleges függvény lokális minimum helyének megtalálására. Az algoritmus lépésről lépésre mozog a függvény értékének csökkentése érdekében.

Tanulási sebesség (α vagy η)

A tanulási sebesség meghatározza, mennyire nagy lépéseket tesz a gradiens ereszkedés az optimalizációs folyamat során.

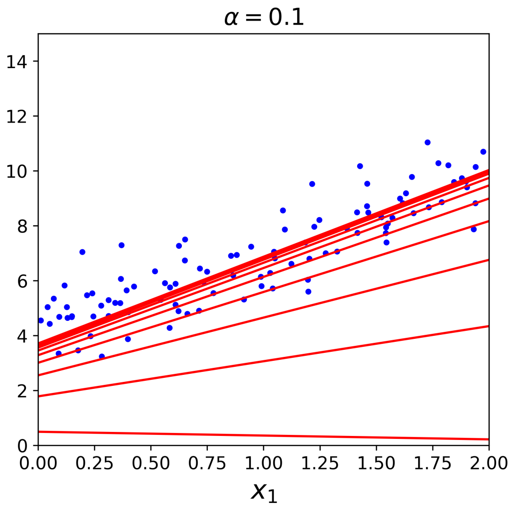


Gradiens ereszkedés

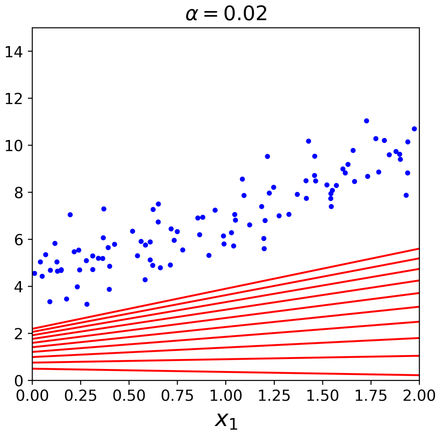
A gradiens ereszkedés paraméter frissítése:

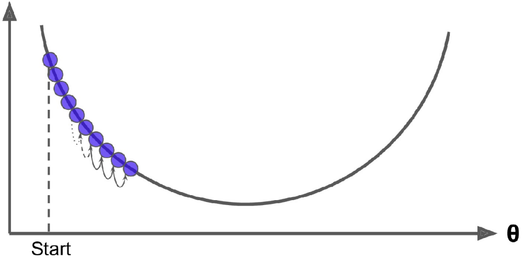
$$\theta' \leftarrow \theta - \alpha \, \nabla_\theta \, J(\theta)$$

- $\theta = [\theta_0, \theta_1, ..., \theta_n]$: Paraméterek vektora
- $\alpha \in [0, 1]$: Tanulási sebesség
- ∇_θ: Költségfüggvény gradiense (θ szerinti derivált)
- $J(\theta)$: Költségfüggvény θ szerint (pl. MSE)

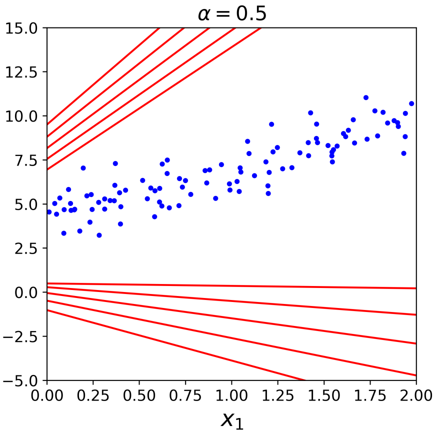


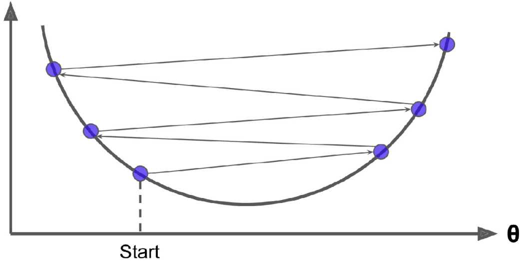
Túl alacsony tanulási sebesség





Túl magas tanulási sebesség

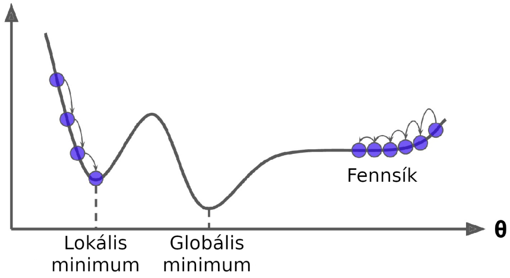




Egyéb problémák

A gradiens ereszkedés nem garantálja, hogy elér egy globális minimumot, hiszen a gradiens operátora csak lokális változásokat vesz figyelembe. Ebből adódóan az **algoritmus beragadhat egy lokális minimumon**.

Vannak esetek, amikor a gradiens nem meghatározható (szaturál), például amikor **elér egy fennsíkot a függvényen**. Ebben az esetben a futás vagy nagyon lassú lesz, vagy nem halad semerre.

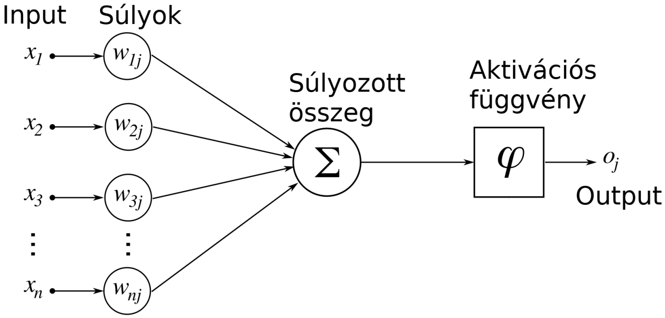


1. Bevezetés
2. Függvény illesztés
3. Gradiens ereszkedés
4. Neurális hálózatok
5. Mély Q-tanulás

A neuron

A neurális hálózatot **neuronok összessége** alkotja. Az egyes neuronok egyszerű elemi műveleteket végeznek. A neuronnak több inputja (kapcsolata) van, és mindegyikhez egy súly tartozik.

A neuron kiszámítja az inputjainak a súlyozott összegét ($z = x_1 w_1 + x_2 w_2 + \ldots + x_n w_n$), majd ezt az értéket behelyettesíti egy aktivációs függvénybe ($o = \varphi(z)$).



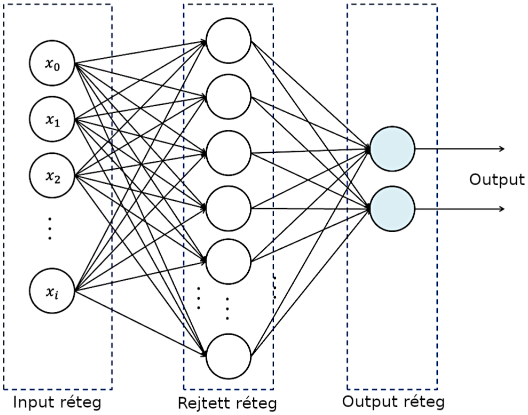
Többrétegű hálózatok

Ebben az esetben a neuronok rétegekben foglalnak helyet. A kapcsolataik az előző réteg kimeneteivel állnak összeköttetésben. A legelső réteg neuronjai a bemeneti adattal állnak összeköttetésben. Minden bemeneti jellemzőhöz egy neuron tartozik.

Teljesen becsatolt neuronréteg kimenete

$$h_{w,b}(X) = \varphi(XW + b)$$

- X: Input jellemzők mátrixa
- W: Kapcsolati súlyok mátrixa
- b: Torzítások vektora
- φ: Aktivációs függvény



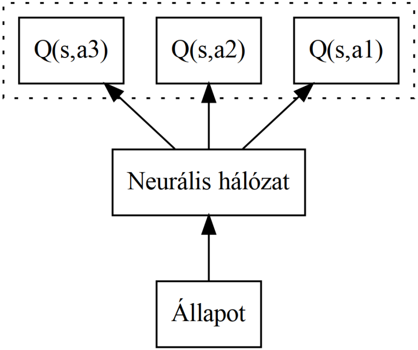
1. Bevezetés
2. Függvény illesztés
3. Gradiens ereszkedés
4. Neurális hálózatok
5. Mély Q-tanulás

A Q-hálózat (DQN)

A Q-hálózat egy természetes kiterjesztése a hagyományos Q-tanulásnak. A naív Q-hálózat inputja a **környezetet leíró változók** vektora vagy mátrixa, és az outputja pedig az ügynök számára elérhető **cselekvések** $Q(s,a)$ **értéke** minden $a_1, a_2, .., a_n$ cselekvéshez tartozóan.

A cselekvés választáshoz az ügynök kiválasztja a legnagyobb becsült Q értéket, és az ahhoz tartozó cselekvést fogja végrehajtani.

Miután először bemutatták 2013-ban, hamar kiderült hogy a naív Q-hálózat nem elég stabil, gyakran eredményez torz politikát a túltanulás miatt.

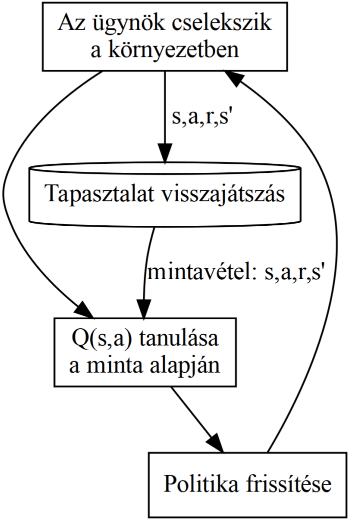


Tapasztalat visszajátszás

A tapasztalat visszajátszás az egyik változtatás, ami a Q-hálózat problémáján hivatott segíteni.

A tapasztalat memória (D_{replay}) $[s, a, r, s']$ **négyeseket tartalmaz**. Minden alkalommal amikor az ügynök cselekszik, az általa tapasztalt s_t, a_t, r_t, s_{t+1} elmentődik a tapasztalat memóriába.

Amikor tanulásra kerül a sor, az ügynök **véletlen és rendezetlen mintát** (miniköteget) kap a tapasztalat memóriából, melynek számossága megegyezik a kötegmérettel. Eszerint fogja kiszámolni a költségfüggvényt majd frissíteni a neurális hálózat paramétereit.



Költségfüggvény és frissítési szabály

A DQN költségfüggvénye

$$J(\theta) = E_{s,a,r,s' \sim D}\left[\left(r + \gamma \max_{a'} Q_\theta(s', a') - Q_\theta(s, a)\right)^2\right]$$

A költségfüggvény a **négyzetes Bellman hiba várható értéke**. Ahol s, a, r, s' a D **tapasztalat visszajátszásból vett minta**. Q_θ megkeresi az s' következő állapothoz tartozó legnagyobb cselekvés értéket (**célérték**), és lekérdezi s aktuális állapothoz és a aktuális cselekvéshez tartozó értéket.

A DQN paraméter frissítése

$$\theta' \leftarrow \theta + \alpha \; J(\theta) \; \nabla_\theta Q_\theta(s, a)$$

Ahol θ a paramétervektor, α a tanulási sebesség, $J(\theta)$ a költségfüggvény θ szerint és ∇_θ a költségfüggvény gradiense θ szerint.