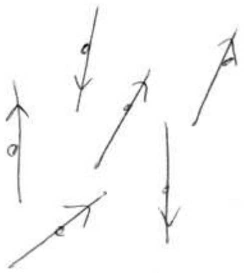
- trikritikus pont: folyt → első rendű átalakulás ($FeCl_2$)
- Folyadékkristályok
  - anizotróp optikai/elektromos/mágneses tul.
    ↳ mint egy kristálynak
  - szilárd fázis – izotróp folyadék között

rúd alakú molekulák

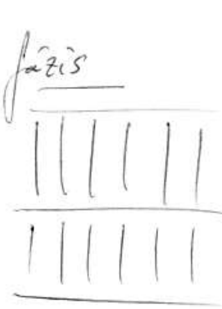
  - Van der Waals kh. van köztük
  - izotróp fázis
    véletlenszerű
    → hely.
    → irány



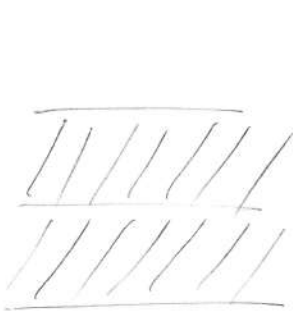
  - nematikus fázis
    véletlenszerű
    hely.
    irány rendezett

$\underline{u}$ direktor ($u^2=1$)

  - szmektikus fázis
    rendezett
    hely
    irány



"A"
síkra ⊥



"C"
síkkal szög

szilárd | szmektikus | nematikus | izotróp → T

• rendparaméter

$\underline{\nu}$ $(\underline{\nu}^2 = 1)$

eloszlás: szimmetrikus

$\underline{\nu} \to -\underline{\nu}$

$\overline{\nu_\alpha} = 0$

$\sum_\alpha \nu_\alpha^2 = 1$

$\overline{\nu_\alpha \nu_\beta} = \frac{1}{3} \delta_{\alpha\beta}$

várható ért.
izotróp fázisban

nematikus fázisban: $S_{\alpha\beta} = \overline{\nu_\alpha \nu_\beta} - \frac{1}{3}\delta_{\alpha\beta}$ a rendparaméter

2 indexes tenzor

$\underbrace{\mathrm{Tr}\,\underline{\underline{S}} = 0, \text{ szimmetrikus}}$

↳ csak 2 függő sajátérték

egy tengelyű nematikus:

↳ 2 sajátért. megegyezik.

$$\underline{\underline{S}} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3}S & & \\ & -\frac{1}{3}S & \\ & & -\frac{1}{3}S \end{pmatrix}$$

↳ mindössze az "S" lesz a rendparam 1 tengelyű esetben.

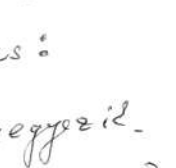
$$S_{\alpha\beta} = \frac{2}{3} S n_\alpha n_\beta - \frac{S}{3}\left(\delta_{\alpha\beta} - n_\alpha n_\beta\right)$$

(n egységvektor...)

• CH_4 molekula kristály
→ tetraéderes alakú
→ fcc rács ↳ benne a tetraéderek szabadon foroghatnak.

| II. | I. | folyadék → T

"szabad forgás"



• befagy
o ők mozoghatnak

→ CD_4 esetén van III. fázis
ilyenkor teljes rendeződés megvalósul.

- rugalmas átalakulás
  - spontán módon homogén átalakulás
  - pl. nyúlás
  - háttérben rugalmas instabilitás

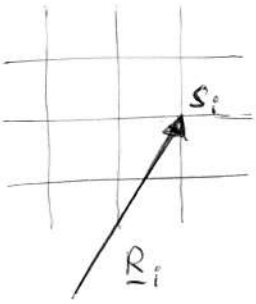
- szupravezetés
- szuperfolyékonyság (csak ^4He, ^3He)

  ^4He: 2.7 K, ^3He: 3 mK

Mágneses rendszerek: lokalizált mágneses momentumok

- effektív spin modellek → spinek rácson

Ising-modell



- ∀ rácspontban $S_i = \pm 1$
- fázistér: $\tilde{S} = \{S_1, S_2, \dots, S_N\}$
- eloszlás: $P(\tilde{S}) = \frac{1}{Z} e^{-\beta \mathcal{H}}$ $\qquad \beta = \frac{1}{k_B T}$
- kölcsönhatás: $\mathcal{H} = -J \sum_{\langle i,j \rangle} S_i S_j - H \sum_i S_i$

  $\langle i,j \rangle$: első szomszédok

$$-J S_i S_j = \begin{cases} -J, & S_i S_j = +1 \quad \uparrow\uparrow \text{ v. } \downarrow\downarrow \\ +J, & S_i S_j = -1 \quad \uparrow\downarrow \text{ v. } \downarrow\uparrow \end{cases}$$

$$Z = \sum_{\tilde{S}} e^{-\beta \mathcal{H}(\tilde{S})}$$

$F = -k_B T \ln Z$

$$M = \sum_i \langle S_i \rangle = -\left(\frac{\partial F}{\partial H}\right)_T$$

- egzakt megoldás:
  - $d = 1$ (Ising)
  - $d = 2$ (Onsager)

- egzisztencia tételek: $d \geq 2$ van fázisátalakulás

(• lehet, hogy $d = 3$ nincs is egzakt megoldás...)

- <u>Szimmetria</u>
  - spin konfiguráció átfordítása ($H = 0$)
    ↳ $\mathcal{H}$ nem változik (P sem)

- <u>Szimmetriasértés</u>
  - olyan áll. amiből a vsz. hogy szimmetria nem érv.
  - kvázi átlagolás
    ↳ számolunk véges külső H-nál
    ↳ H elrontja a szimm., lesz kitüntetett irány

$$\lim_{H \to 0} M(H,T) = \begin{cases} 0 \rightsquigarrow \text{paramágneses} \\ \text{véges} \rightsquigarrow \text{ferromágneses} \end{cases}$$

↳ <u>spontán mágnesezettség</u>

ez a termodinamikai határeset elvégzése után jelentkezik!

- $H = 0$ mellett számolunk
  $\langle S_i S_j \rangle$ korrelációs fv. $\rightsquigarrow$ távoli spinek egymástól függ $\not$-ek.

$$\langle S_i S_j \rangle \xrightarrow[|R_i - R_j| \to \infty]{} \langle S_i \rangle \langle S_j \rangle = m^2 \neq 0 \,!$$

$m = \frac{M}{N}$
(1 spinre jutó mágnesezettség)

– variációs elv.:

$$F = -kT \ln Z \;;\; Z = \sum_n e^{-\beta E_n}$$

$$F \leq \langle \mathcal{H} \rangle_Q - \cancel{k}T S_Q$$

valószín. elo. — Q-hoz tartozó információs entrópia

• kvantumosan: $F \leq \mathrm{Tr}(\rho \mathcal{H}) + k_B T \,\mathrm{Tr}(\rho \log \rho)$

ρ tetszőleges sűrűség op.

$\rightsquigarrow$ = ség akkor és csak akkor, ha $\rho = \frac{1}{Z} e^{-\beta \mathcal{H}}$

• az Ising-modellben

$Q(\bar{s})$ tetszőleges elo.

$$Z = \sum_{\bar{s}} e^{-\beta \mathcal{H}(\bar{s})}$$

$$F = -kT \ln Z \leq \sum_{\bar{s}} Q(\bar{s}) \mathcal{H}(\bar{s}) - T S_Q$$

$$S_Q = -k_B \sum_{\bar{s}} Q(\bar{s}) \ln Q(\bar{s})$$

$\rightsquigarrow$ = ség akkor, ha $Q(\bar{s}) = \frac{1}{Z} e^{-\beta \mathcal{H}(\bar{s})}$

– átlagtér közelítés:

• függ$\emptyset$ spin elo. $Q(\bar{s}) = \prod_i f_i(s_i)$

$$\mathcal{H} = -\frac{1}{2} \sum_{ij} J_{ij} S_i S_j - \sum_i h_i S_i$$

i,j szabadon fut

mágn. tér helyről helyre vált. $\rightsquigarrow$ inhomogén

tetszőleges 2 spin közt kh.

$$\left.\begin{aligned} f(1) + f(-1) &= 1 \\ f(1) - f(-1) &= \langle s \rangle = m \end{aligned}\right\} \begin{aligned} \oplus &\rightsquigarrow f(1) = \frac{1+m}{2} \\ \ominus &\rightsquigarrow f(-1) = \frac{1-m}{2} \end{aligned}$$

$$\Longrightarrow f(s) = \frac{1+ms}{2}$$

$$Q(\vec{s}) = \prod_i \left(\frac{1+m_i s_i}{2} \right)$$

$$\sum_{\vec{s}} Q(\vec{s}) \mathcal{H}(\vec{s}) = -\frac{1}{2} \sum_{ij} J_{ij} m_i m_j - \sum_i h_i m_i = \langle \mathcal{H} \rangle_Q$$

$$S_Q = -k \sum_i \left(\frac{1+m_i}{2} \ln \frac{1+m_i}{2} + \frac{1-m_i}{2} \ln \frac{1-m_i}{2} \right)$$

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial m_i} \left(\langle \mathcal{H} \rangle_Q - T S_Q \right) = 0 \\ &\frac{\partial^2}{\partial m_i \partial m_j} \left(\langle \mathcal{H} \rangle_Q - T S_Q \right) \text{ pozitív def.} \end{aligned}\right\}$$

sasvari.web.elte.hu/fazis/