2019.10.09.

$$f(x) = \cos x - K\cos(2x) \qquad K = \frac{J_2}{J_1}$$

$$f'(x) = -\sin x + 2K\sin(2x) = -\sin x + 4K\sin x\cos x \overset{!}{=} 0$$

maximumhoz.

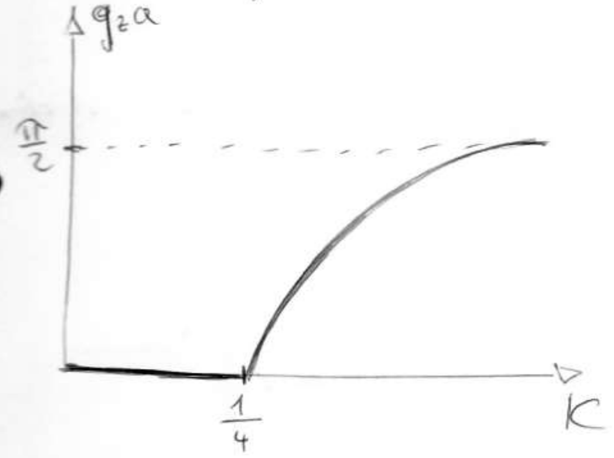
$$f''(x) = -\cos x + 4K\underbrace{\cos(2x)}_{2\cos^2 x - 1} \overset{!}{<} 0$$

$$\sin x = 0 \longrightarrow x = 0, \pi$$

$$\sin x \neq 0 \longrightarrow \cos x = \frac{1}{4K} \quad \left(K > \frac{1}{4}\right)$$

$$f'' \begin{cases} -1 + 4K < 0 & \left(K < \frac{1}{4}\right) \\ 1 + 4K > 0 & \rightsquigarrow \forall \text{ minimum} \\ \frac{1 - 16K^2}{4K} < 0 & \left(K > \frac{1}{4}\right) \end{cases}$$

$\rightsquigarrow K = \frac{1}{4}$ egy választó vonal a 2 maximum között

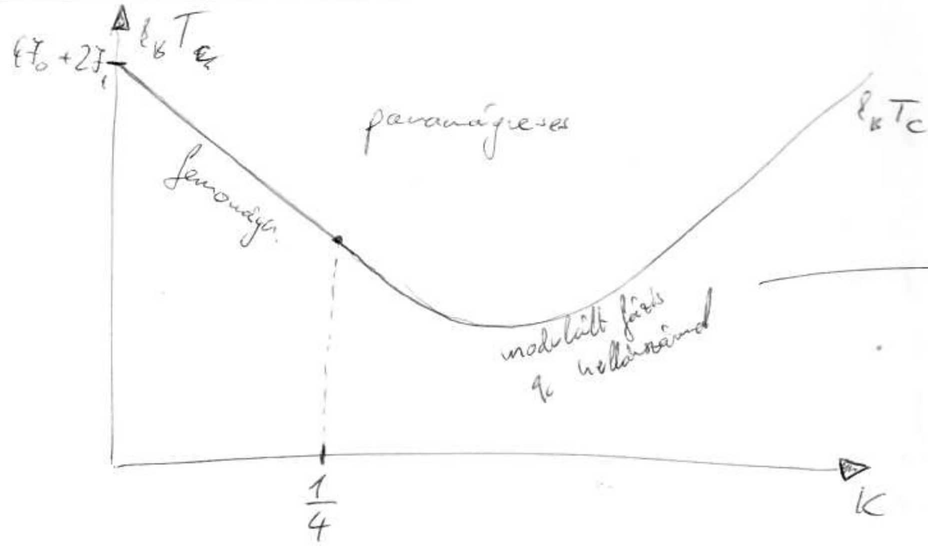


$K < \frac{1}{4}$ $\quad q_c = (0,0,0)$ ferromágneses

$K > \frac{1}{4}$ $\quad q_c = \left(0, 0, \frac{1}{a}\arccos\frac{1}{4K}\right)$ modulált fázis (q_c hullámszám)

$$k_B T_c = J(q_c)$$

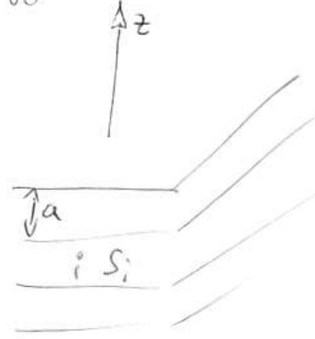
$$J(q_c) = \begin{cases} 4J_0 + 2J_1(1 - K) \\ 4J_0 + 2J_1\left(\frac{1}{8K} + K\right) \end{cases}$$



$\longrightarrow m \sim e^{iq_c a m_z}$

- alapállapot meghat.

  - x-y síkban ferromágneses rendeződés van
  - egymás utáni síkok áll. egymáshoz képest a kérdés.



$\rightsquigarrow$ M spin az xy-síkban

$\rightsquigarrow$ N db sík van.

egy lesz a láncolatból sík

$$\underbrace{-M J_0 \cdot 2 \cdot N}_{\text{1 spinre jutó energia}} - M J_1 \sum_i S_i S_{i+1} + M J_2 \sum_i S_i S_{i+2} = E$$

$\rightsquigarrow$ a határfeltételtől függ, hogy az utolsó elem mit csinál

$\longrightarrow$ M osztó végül az 1D Ising:

$$\frac{E}{M} = -2 J_0 N - J_1 \sum_i S_i S_{i+1} + J_2 \sum_i S_i S_{i+2} \qquad \text{"Ising-lánc"}$$

- $J_2 = 0$ esetben ez ferromágnes.
- ferromágneses alapállapot:

  ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑

- összes lehetséges áll. előáll domain-falak elhelyezésével.

↑ ↑ ↑ ↓ ↓ ↓ $\quad \Delta E_1 = 2J_1 - 2J_2 \cdot 2 = 2J_1(1-2K)$

⇝ 2 domain fal:

↑↑↑ ¦ ↓↓ ¦ ↑↑↑ $\quad \Delta E_2 = 2\cdot 2J_1 - 2\cdot 2J_2 = \Delta E_1 + 2J_1$.

⇝ mindenképp növeli az energiát

↑↑ ¦ ↓ ¦ ↑ ¦ ↓ ¦ ↑↑ $\quad \Delta E_2' = 4J_1 - 4\cdot 2J_2 = 2\cdot 2J_1(1-2K) = 2\Delta E_1$

⇝ ha $\Delta E_1 < 0$ akkor ez is csökk. az energiát.

⇒ domain-falak közt kh. ha 1 spin van köztük

⇝ nincs, ha legalább 2 van.

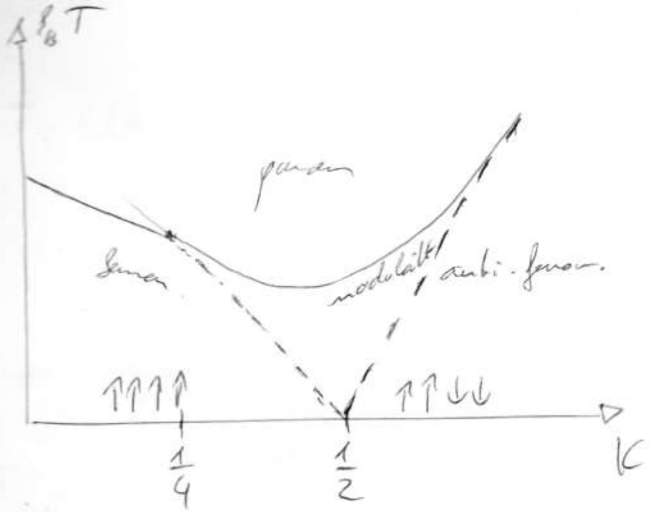
↓

Legalacsonyabb E ($K \gtrless \frac{1}{2}$)-re akkor lesz

ha a lehető legtöbb domain fal van: ↑↑ ¦ ↓↓ ¦ ↑↑ ¦ ↓↓

ha $K < \frac{1}{2}$ akkor ferromágn. alapállapot.

A $K = \frac{1}{2}$ degenerált eset, maradék entrópia $T=0$-n.



- a további számolások numerikusan ⇝ átlagtér elmélet hibáit kell megoldani.

→ vagy alacsony T sorfejtés.

- pl. ritka-föld fémekben versengő kh.-k

⇝ hasonló!

Landau-elmélet

- feltételes szabadenergia:

pl.: Ising-modell mágnesezettség eloszlása

$$\mathcal{H} = -\frac{1}{2}\sum_{ij} J_{ij} S_i S_j - H \sum_i S_i$$

$$\mathcal{H}(\tilde{S})$$

$$P(\tilde{S}) = \frac{1}{Z} e^{-\beta \mathcal{H}(\tilde{S})} \qquad Z = e^{-\beta F} = \sum_{\tilde{S}} e^{-\beta \mathcal{H}(\tilde{S})}$$

$$P(M) = \sum_{\tilde{S}} \frac{1}{Z} e^{-\beta \mathcal{H}(\tilde{S})} = \frac{1}{Z} Z_M$$

$$\left(\sum_i S_i \overset{!}{=} M\right)$$

feltétel!

$$\rightsquigarrow Z_M = \sum_{\substack{\tilde{S} \\ \sum S_i = M}} e^{-\beta \mathcal{H}(\tilde{S})}$$

$$Z_M = e^{-\beta F_c}$$

$$P(M) = \frac{e^{-\beta F_c(T,H,M)}}{e^{-\beta F(T,H)}}$$

$$P(M) \sim e^{-\beta F_c(T,H,M)}$$

- elmélet alapfeltételezése: $\forall$ vsz. $P(M) \sim e^{-\beta F_c(T,H,M)}$

és $P(M)$ egy éles olo.

$$\downarrow$$

$$M^* \approx \overline{M}$$

max — átlag

$$P(M^*) = \text{max.} \qquad \frac{\partial P}{\partial M} = 0$$

$$F(T,H,M^*) = \text{min.} \qquad \frac{\partial F}{\partial M} = 0$$

⇝ élesség miatt Gauss-elo.-val közelítünk

→ általánosítható inhomogén mágnesezettségre is.

mágnesezettség sűrűsége: $s(\vec{r})$

$F_c[T, H, s(\vec{r})]$ ilyenkor funkcionál

$\downarrow$

variációs probléma

⇝ kis pont körül a mágnesezettség kicsi → sorfejtés $s(\vec{r})$ szerint $\vec{\nabla}s(\vec{r})$

⇝ sorfejtés alakját rsz. szimmetriái adják meg

⇝ paraméterek fenomenologikusak

egytengelyű mágnes

$s(r)$, $h(r)$

$$F_c(T, s(r), h(r)) = \int d^dr \left\{ w_0(T) + \frac{a}{2}s^2(r) + \frac{c}{2}(\vec{\nabla}s(r))^2 + \frac{u}{4}s^4(r) - h(r)s(r) \right\}$$

$\left.\begin{matrix} u>0 \\ c>0 \end{matrix}\right\}$ h. legyen min. ez kell.

• páros hatványok ⇝ időtükrözés szimmetria.

homogén mágneses tér

∀ pontban lehet külön minimalizálni

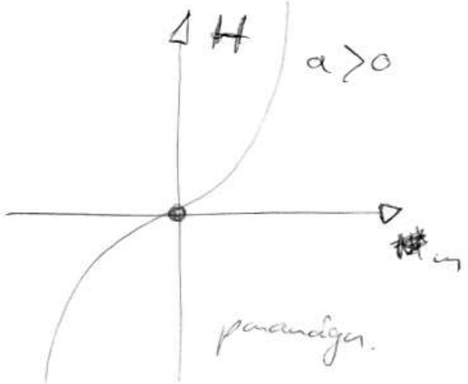
$$F_c(T, s(r), H) \geqslant \int d^dr \left\{ w_0 + \frac{a}{2}s^2 + \frac{u}{4}s^4 - Hs \right\} \geqslant$$

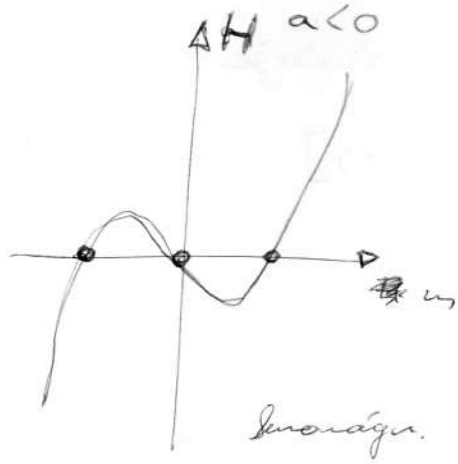
$$\geqslant V \cdot \min_m \left(w_0 + \frac{a}{2}m^2 + \frac{u}{4}m^4 - Hm \right)$$

mágnesezettséget meghat. egyenlet:

$$\frac{a}{2}m^2 + \frac{u}{4}m^4 - Hm = \min.$$

$$\boxed{am + um^3 = H}$$ állapotegyenlet





$H = 0$

$am + um^3 = 0 \longrightarrow m = 0 \leadsto a > 0$ stabilitás

$m^2 = -\frac{a}{u} \leadsto a < 0$!

$a(T)$ előjelet vált T_c-nél.

$a(T) = a'(T - T_c)$ a legegyszerűbb feltételezés

spontán mágnesezettség! $m^2 = -\frac{a}{u} = -\frac{a'}{u}(T - T_c) = \frac{a'}{u}(T_c - T)$

mint az Ising-modellnél.

$$\chi^{-1} = \left(\frac{\partial H}{\partial M}\right)_T = a + 3um^2 \underset{H=0}{=} \begin{cases} a & (a > 0) \\ -2a & (a < 0) \end{cases}$$

$$\chi \sim \frac{1}{|a|} \sim \frac{1}{|T - T_c|}$$ CW-törvény.

kritikus hőmérsékleten: $a = 0$ $\quad um^3 = H$

$\leadsto$ nem lineáris kapcsolat

$\leadsto \chi$ divergál.

fajhő $C_{H=0} = T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_{H=0}$ $\qquad S = -\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_{H=0}$

$$F_c = V\left(w_0 + \frac{a}{2}m^2 + \frac{u}{4}m^4\right)$$

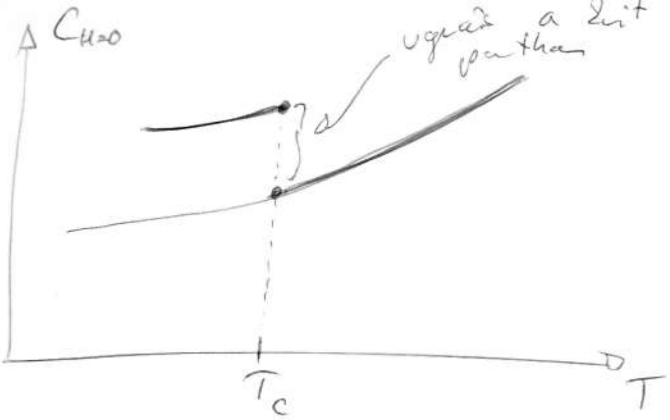
$\underline{T > T_c}$ $\qquad F_c = V w_0(T) \qquad m = 0$

$\underline{T < T_c}$ $\qquad m^2 = -\frac{a}{u} \qquad F_c = V\left(w_0 - \frac{a^2}{2u} + \frac{a^2}{4u}\right) =$

$$= V\left(w_0(T) - \frac{a^2}{4u}\right)$$

$$S = -V\left\{\frac{dw_0}{dT} + \frac{a'^2}{4u}2(T - T_c)\right\}$$

$$C_{H=0} = \underbrace{-VT\frac{d^2w_0}{dT^2}}_{\text{háttér}} + VT\frac{a'^2}{2u}$$



$$\Delta C_{H=0} = C_{H=0}(T \to T_c^-) - C_{H=0}(T \to T_c^+) = VT\frac{a'^2}{2u}$$

- fluktuációkat még nem vettük figyelembe