$$f_x(x,y) = \frac{\partial f(x,y)}{\partial x}$$

$$f_x(\lambda^a x, \lambda^b y) \cdot \lambda^a = \lambda^p f_x(x,y)$$

a parciális deriváltak is ált. homogén fv.-ek lesznek.

- - - - - - - - - -

$$\xi = t^{-\nu}$$

$$\frac{\xi}{\lambda} = \frac{t^{-\nu}}{\lambda} = \left(\lambda^{1/\nu} t\right)^{-\nu}$$

$$\boxed{C(\lambda q, \lambda^{1/\nu} t) = \lambda^{-\gamma/\nu} C(q,t)}$$

2019. 11. 20.

- egyik vált. együtthatója 1-nek választható
- mágneses térre is általánosítható:

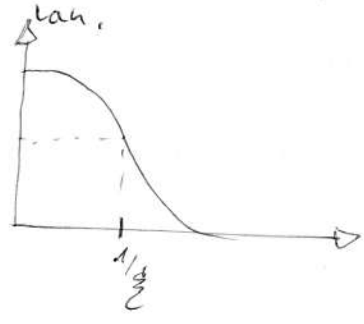
$$C(q,t,H) = \lambda^{\gamma/\nu} C(\lambda q, \lambda^{1/\nu} t, \lambda^{1/\mu} H)$$

$$\langle \Delta_q \Delta_{-q} \rangle$$

$$C(q=0, t, H) \cdot \frac{1}{2} = C(1/\xi, t, H)$$

$$\Rightarrow \xi(t,H)$$

↳ korrelációs hossz a félérték szélességgel van.



$$\frac{1}{2}\cancel{\lambda}^{\gamma/\nu} C(q=0, \lambda^{1/\nu}t, \lambda^{1/\mu}H) = C\left(\frac{\lambda}{\xi}, \lambda^{1/\nu}t, \lambda^{1/\mu}H\right)\cdot \cancel{\lambda}^{\gamma/\nu}$$

$$\frac{\xi(t,H)}{\lambda} = \xi(\lambda^{1/\nu}t, \lambda^{1/\mu}H)$$

$\rightarrow$ ξ is ált. homogén-fv.-e t-nek, H-nak.

$$\xi(t,0) = \lambda\,\xi(\lambda^{1/\nu}t, 0)$$

$$\lambda^{1/\nu}t = t_0 \quad \text{(rögzített)}$$

$$\lambda = \left|\frac{t_0}{t}\right|^{\nu}$$

$$\xi(t,0) = \left|\frac{t_0}{t}\right|^{\nu}\underbrace{\xi(t_0,0)}_{\text{véges}} \sim t^{-\nu}$$

$$\xi(0,H) = \lambda\,\xi(0, \lambda^{1/\mu}H)$$

$$\xi(0,H) \sim H^{-\mu}$$

- más ξ definícióra is igazak a fentiek.

- termodinamikai mennyiségek:

$$k_B T\,\chi(q,t,H) = C(q,t,H)$$

<u>Lecdő szuszceptibilitás</u>

$$\chi(t,H) = \chi(q=0,t,H) = \lambda^{\gamma/\nu}\chi(q=0, \lambda^{1/\nu}t, \lambda^{1/\mu}H)$$

$$\chi(t,H) = \lambda^{\gamma/\nu}\chi(\lambda^{1/\nu}t, \lambda^{1/\mu}H)$$

$\rightsquigarrow$ is ált. homogén fv.

$$\lambda^{1/\nu} = \lambda'$$

$$\boxed{\chi(t,H) = \lambda^{\gamma}\chi(\lambda t, \lambda^{\Delta}H)} \qquad \Delta = \frac{\gamma}{\mu}$$

• tfh. χ egy ált. hom. fv. differenciálásából származik.

$$\chi = \left(\frac{\partial m}{\partial H}\right)_T \qquad m(t, H) = \lambda^{\gamma - \Delta} m(\lambda t, \lambda^\Delta H)$$

$$m = -\left(\frac{\partial f}{\partial H}\right)_T \qquad \boxed{f(t, H) = \lambda^{\gamma - 2\Delta} f(\lambda t, \lambda^\Delta H)}$$

• két feltételezés: korr. fv. és szabadenergia ált. hom fv.-ek

$\quad\to$ őket a fluktuáció - disszipáció tétel köti össze.

skálahipotézis

<u>következmények</u>:

• skálatörvények (exponensek nem függetlenek)

• skálázott állapotegyenlet

(adat összeesés / "data collapse")

$$C(q, 0, 0) = \lambda^{\gamma/\nu} C(\lambda q, 0, 0)$$

$$\lambda q = q_0 \quad (\text{rögzített})$$

$$C(q, 0, 0) = \left(\frac{q_0}{q}\right)^{\gamma/\nu} \underbrace{C(q_0, 0, 0)}_{\text{véges}}$$

<u>def</u>: $C(q, 0, 0) \sim \frac{1}{q^{2-\eta}}$

$$\to \boxed{\gamma = \nu(2 - \eta)}$$

$H = 0$

$$m(t,0) = \lambda^{\gamma-\Delta} m(\lambda t, 0)$$

$$\lambda t = -t_0 \qquad t < 0$$

$$\lambda = \left|\frac{t_0}{t}\right|$$

$$m(t,0) = \left|\frac{t_0}{t}\right|^{\gamma-\Delta} \underbrace{m(-t_0,0)}_{\text{véges}} \sim |t|^{\Delta-\gamma}$$

def: $m \sim |t|^{\beta} \longrightarrow \boxed{\beta = \Delta - \gamma}$

$$m(0,H) = \lambda^{\gamma-\Delta} m(0, \lambda^{\Delta} H)$$

$$\lambda^{\Delta} H = H_0 \quad (\text{rögzített})$$

$$\lambda = \left(\frac{H_0}{H}\right)^{1/\Delta}$$

$$m(0,H) = \left(\frac{H_0}{H}\right)^{\frac{\gamma-\Delta}{\Delta}} \underbrace{m(0,H_0)}_{\text{véges}}$$

def: $m \sim H^{1/\delta} \longrightarrow \boxed{\delta = \frac{\Delta}{\Delta-\gamma}}$

$$\delta = \frac{\Delta}{\beta}$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{\delta\beta = \Delta}$$

$$f(t,0) = \lambda^{\gamma-2\Delta} f(\lambda t, 0)$$

$$\lambda |t| = t_0$$

$$\lambda = \left|\frac{t_0}{t}\right|$$

$$f(t,0) = \left|\frac{t_0}{t}\right|^{\gamma-2\Delta} f(\pm t_0, 0)$$

$$\sim |t|^{-\alpha} \quad (\text{def}) \qquad \text{fajhő}$$

$$s = -\frac{\partial f}{\partial t} \quad \text{(entrópia - sűrűség)}$$

$$C = T\frac{\partial s}{\partial T}$$

$$\rightsquigarrow f \sim |t|^{2-\alpha}$$

$$\boxed{2\Delta - \gamma = 2 - \alpha}$$

- korábban definiált exponensek:

$$\underbrace{\gamma \; \nu \; \mu}_{} \; \beta \; \delta \; \eta \; \alpha$$

$$\left.\begin{aligned} \beta &= \Delta - \gamma \\ \beta\delta &= \Delta \\ \gamma &= \nu(2-\eta) \\ 2-\alpha &= 2\Delta - \gamma \end{aligned}\right\}$$

$$2 - \alpha = \underbrace{2\Delta - 2\gamma}_{2\beta} + \gamma$$

$$\boxed{2\beta + \gamma + \alpha = 2}$$

Rushbrook - egyenlőtlenség egyenlőség ként teljesül a skálahipotézis szerint.

- skálázott állapot 1let:

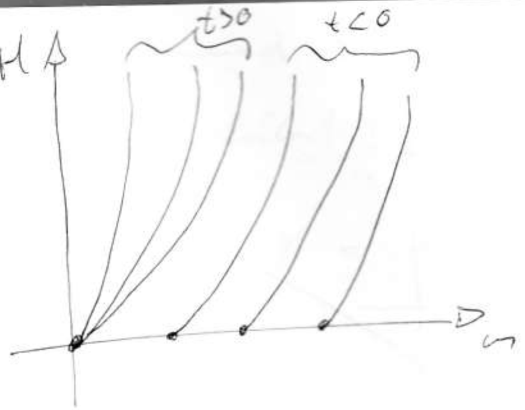
$$m(t,H) = \lambda^{\gamma-\Delta} m(\lambda t, \lambda^\Delta H) = \lambda^{-\beta} m(\lambda t, \lambda^\Delta H)$$

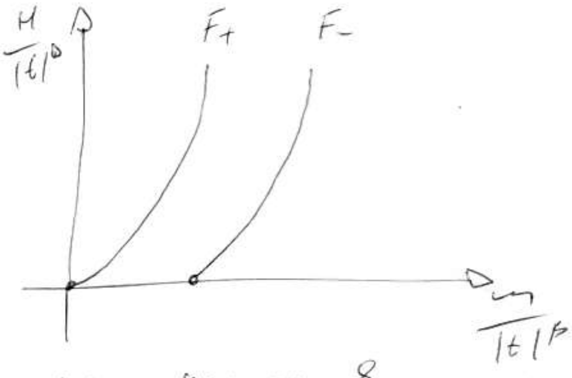
$$\lambda |t| = t_0$$

$$m(t,H) = \left|\frac{t_0}{t}\right|^{-\beta} m\left(\pm t_0, \left|\frac{t_0}{t}\right|^{\Delta} H\right)$$

$$\frac{m}{|t|^\beta} = F_\pm\left(\frac{H}{|t|^\Delta}\right)$$

$\rightsquigarrow$ mágnesezettség megadható egy egyváltozós fv.-re $\forall$ H-ra, t-re





∘ az isotermák skálázás után összeesnek két görbére.

<u>const. H görbék</u>

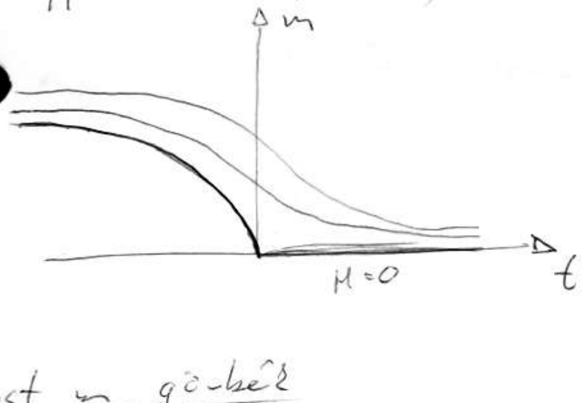
$$\lambda^{\Delta} H = H_0$$

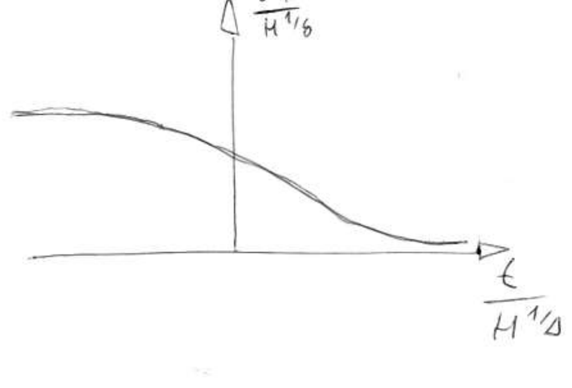
$$\lambda = \left(\frac{H_0}{H}\right)^{1/\Delta}$$

$$m(t, H) = \left(\frac{H}{H_0}\right)^{\beta/\Delta} m\left(\left(\frac{H_0}{H}\right)^{1/\Delta} t,\ H_0\right)$$

$$\frac{\beta}{\Delta} = \frac{1}{\delta}$$

$$\frac{m}{H^{1/\delta}} = G\left(\frac{t}{H^{1/\Delta}}\right)$$





<u>const m görbék</u>

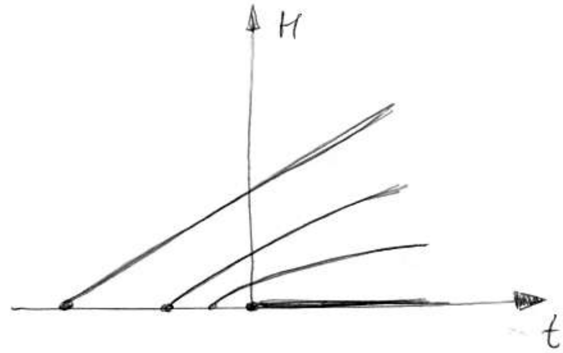
$$\lambda^{\beta} m = m_0$$

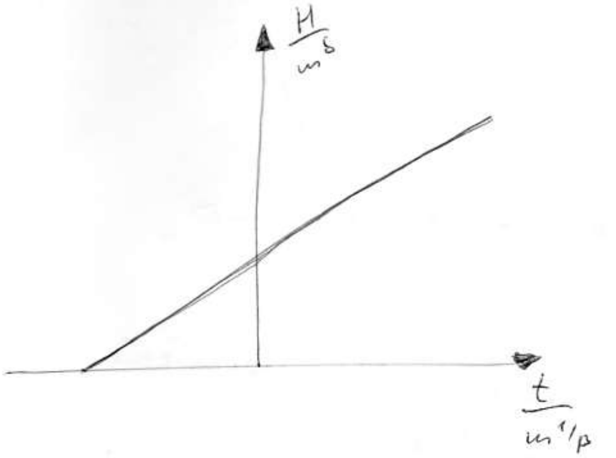
$$\lambda = \left(\frac{m_0}{m}\right)^{1/\beta}$$

$$\lambda^{\beta} m = m_0 = m\left(\left(\frac{m_0}{m}\right)^{1/\beta} t,\ \left(\frac{m_0}{m}\right)^{\Delta/\beta} H\right)$$

⇝ egyik vált. a másik fv.-e.

$$\frac{H}{m^\delta} = h\left(\frac{t}{m^{1/\beta}}\right)$$





<u>hiperskálatörvény</u>

- nem következik az ált. homogén fv. tulajdonságból.

$$\frac{\langle \Delta m^2 \rangle}{\langle m \rangle^2} = \frac{k_B T \chi}{m^2 V} \qquad \text{(Ginzburg - kritérium)}$$

ha $\frac{\langle \Delta m^2 \rangle}{\langle m \rangle^2} \ll 1$ $\quad V \sim \xi^d$ térfogatban

$\Longrightarrow$ Landau - elmélet konzisztens.

- ha nem teljesül: van olyan méret $V \sim R^d$ amelyre a $\frac{\langle \Delta m^2 \rangle}{\langle m \rangle^2} \sim \mathcal{O}(1)$

$\frac{\chi}{m^2 R^d} \sim \mathcal{O}(1)$ definiál egy jellemző hosszúságot.

- ha csak 1 kar. hossz van, akkor

$\frac{R}{\xi} \to \text{const.} \qquad R \sim \xi$

$$\frac{\chi}{m^2 \xi^d} \sim \mathcal{O}(1)$$

$$\frac{\chi}{m^2 \xi^d} \sim |t|^{-\gamma - 2\beta + \nu d}$$

csak akkor marad $\Theta(1)$, ha $\boxed{\nu d - \gamma - 2\beta = 0}$

- ez a hiperskála törvény

$$\boxed{\nu d = 2\beta + \gamma = 2 - \alpha}$$

- 2 független kritikus exponens van.
- Landau-elmélet nem tud a hiperskála törvénnyel együtt létezni $d = 4$-en kívül.

$\downarrow$

$$\begin{cases} d < 4 : \text{hiperskála törvény} \\ d > 4 : \text{Landau-elmélet.} \\ \text{a többi skálatörvény } \forall \text{ dimenzióban teljesül} \end{cases}$$

- kísérleti adatok jól alátámasztják, nem csak mágneses rsz.-ekre, hanem folyadék-gáz átalakulásokra is.

$\downarrow$

univerzalitás

- L. Kadanoff $\leadsto$ nincs karakterisztikus hossz
  $\leadsto$ blokkosítjuk a rsz.-t.
  $\downarrow$
  blokkokon ugyanazt a módszert alk. mint előtte.

- K. Wilson $\leadsto$ RG-transzformáció
  $\leadsto$ lépés után más rsz. lesz.
  $\leadsto$ a minimális hosszúságot növeljük.

RG - transzformáció

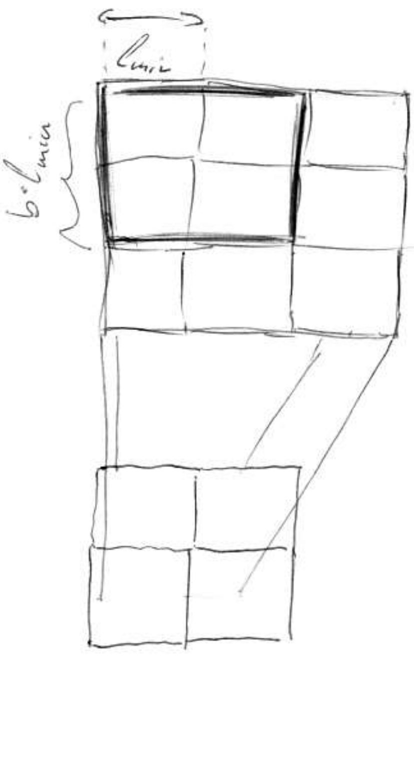
① $l_{min} \longrightarrow b \cdot l_{min} \qquad (b > 1)$

② átskálázás: $x' = \frac{x}{b}$

$$l'_{min} = \frac{b\, l_{min}}{b} = l_{min}$$

① nem triviális lépés

átlagolunk az $l_{min} < \lambda < b\, l_{min}$ hullámhosszú szabadsági fokokra.



- blokkon belül mi történik az nem érdekes.

S fázistér

$$S = S_1 + S_2$$

$\lambda > b\, l_{min} \qquad l_{min} < \lambda < b\, l_{min}$

P_s eloszlásfv.

$P_s \sim e^{-\mathcal{H}}$, $\mathcal{H}$ feltételes szabadenergia

transzformáció után:

$P_{s_1} \sim e^{-\mathcal{H}'}$

$\rightsquigarrow$ eloszlásfv. közötti transzformáció

- "ügyes" konstrukció

S és S_1 azonos struktúrájú

$(P_s, S) \Rightarrow (P_{S_1}, S_1)$

$\rightsquigarrow \mathcal{H} \Rightarrow \mathcal{H}'$ (kett. szabadenergia)

$\rightsquigarrow \underline{K} \Rightarrow \underline{K}'$ (paraméterek)