$\boxed{2019.\ 10.\ 16.}$

$$F_c = \int d^d r \left\{ \psi_0(T) + \frac{a}{2} s^2 + \frac{u}{4} s^4 + \frac{c}{2} (\vec{\nabla} s)^2 - h s \right\}$$

$$\begin{cases} s(\underline{r}),\ h(\underline{r}) \\ u > 0,\ c > 0 \\ a = a'(T - T_c) \end{cases}$$

- variációs eljárás!

$$s(\underline{r}) \longrightarrow s(\underline{r}) + \delta s(\underline{r})$$

$$s^2 \longrightarrow s^2 + 2s\delta s + \cancel{\delta s^2}$$

lin. rend!

$$s^4 \longrightarrow s^4 + 4s^3 \delta s + \ldots$$

$$(\vec{\nabla} s)^2 \longrightarrow (\vec{\nabla} s)^2 + 2 \vec{\nabla} s \vec{\nabla} \delta s + \cancel{(\vec{\nabla} \delta s)^2}$$

$$\delta F_c = \int d^d r \left\{ a s \delta s + u s^3 \delta s + \underbrace{\frac{c}{2} (\vec{\nabla} s)(\vec{\nabla} \delta s)}_{\text{parc. int.}} - h \delta s \right\}$$

$$(\vec{\nabla} s)(\vec{\nabla} \delta s) = \mathrm{div}(\delta s \vec{\nabla} s) - \delta s \Delta s$$

többi tag

$$\int d^d r\, \mathrm{div}(\delta s \vec{\nabla} s) = \int dA\, \delta s\, (\vec{\nabla} s)_n = 0$$

$\rightsquigarrow$ periodikus hfi

a szemközti lapokon a felületi integrálok eltűnnek.

$\rightsquigarrow$ végtelen rsz. $\to$ csengjen le!

$\rightsquigarrow$ véges rsz.-ben nem hagyható el! $\Rightarrow$ határfeltételi átalakulás

$$\delta F_c = \int d^d r \left\{ a s + u s^3 - c\Delta s - h \right\} \delta s \stackrel{!}{=} 0 \quad \forall \delta s$$

$$\boxed{a s + u s^3 - c\Delta s - h = 0}$$

megkaptuk az E-L egyenletet.

• tfh. $h(\underline{r}) = H + \delta h(\underline{r})$ ahol H, m a homogén egyenlet megoldásai.

$s(\underline{r}) = m + \delta s(\underline{r})$

$$\boxed{a m + u m^3 = H}$$

• lin összefüggés (~~[illegible]~~)

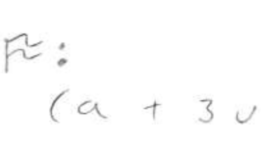
$$a\delta s + 3 u m^2 \delta s - c\Delta \delta s = \delta h$$

FT:

$$\underbrace{(a + 3 u m^2 + c q^2)}_{\chi^{-1}(q)} \delta s_{\underline{q}} = \delta h_{\underline{q}}$$

$$C(q) = k_B T\, \chi(q) = \frac{k_B T}{a + 3um^2 + cq^2} = \frac{k_B T}{c} \frac{1}{\xi^{-2} + q^2}$$

Ornstein-Zernike formula



$$\xi^{-2} = \frac{a + 3um^2}{c} = \begin{cases} \frac{a}{c} & H = 0,\ a > 0 \\ -\frac{2a}{c} & H = 0,\ a < 0 \\ \frac{3u}{c}\left(\frac{H}{u}\right)^{2/3} & H \neq 0 \quad a = 0 \end{cases}$$

$$\xi \sim \begin{cases} \sqrt{\frac{1}{a}} \sim (T - T_c)^{-1/2} \\ \sqrt{\frac{1}{|a|}} \sim |T - T_c|^{-1/2} \\ H^{-1/3} \end{cases}$$

$\rightsquigarrow$ hatványfv. szerint divergál

$\rightsquigarrow$ egyre koncentráltabb $C(q)$ ahogy krit pont-hoz közelítünk.

$\underline{d = 3:}$ $C(r) = \frac{k_B T}{c} \frac{1}{4\pi} \frac{e^{-r/\xi}}{r}$ $\to$ krit. pontban hosszú-távú lecsengés.

- kritikus viselkedés $\to$ "koherens módon együtt fluktuálnak"

<u>Izotróp ferromágneses</u>

- $E \vee O$
- folytonos szimm. (forg.) sérül

$\underline{s}(\underline{r})$ vektor!

$$F_c = \int d^d r \left\{ w_0(T) + \frac{a}{2} \underline{s}^2(\underline{r}) + \frac{u}{4} \left(\underline{s}^2(\underline{r}) \right)^2 + \frac{c}{2} (\vec{\nabla} \underline{s})^2 - \underline{h}(\underline{r}) \underline{s}(\underline{r}) \right\}$$

$$(\vec{\nabla} \underline{s})^2 = (\vec{\nabla} s_x)^2 + (\vec{\nabla} s_y)^2 + (\vec{\nabla} s_z)^2$$

- homogén külső térben:

$a \underline{m} + u \underline{m}^2 \cdot \underline{m} = \underline{H}$ ahol $\underline{m}$ a funkcionált minimalizáló megoldás $\underline{s}$-re.

$\underline{m} \parallel \underline{H}$

$\rightsquigarrow$ $am + vm^3 = H$

• inhomogén tér: $\underline{s}(\underline{r}) \to \underline{s}(\underline{r}) + \delta\underline{s}(\underline{r})$

$$\boxed{a\underline{s} + v\underline{s}^2\cdot\underline{s} - c\Delta\underline{s} = \underline{h}}$$

$\underline{s}(\underline{r}) = \underline{m} + \delta\underline{s}(\underline{r})$

$\underline{h}(\underline{r}) = \underline{H} + \delta\underline{h}(\underline{r})$ ahol $\underline{m}, \underline{H}$ a homogén tét megoldásai

$$a\delta\underline{s} + v(m^2)\delta\underline{s} + 2v(\underline{m}\,\delta\underline{s})\underline{m} - c\Delta\delta\underline{s} = \underline{h}$$

• spec. eset: $\underline{H} = (0, 0, H)$

$\underline{m} = (0, 0, m)$

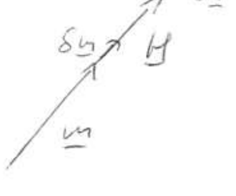
• z - komponens:

$$a\delta s_z + vm^2\delta s_z + 2vm^2\delta s_z - c\Delta\delta s_z = \delta h_z$$

$\downarrow \mathcal{F}$

$$\underbrace{(a + 3vm^2 + cq^2)}_{\chi_L^{-1}(q)}\widetilde{\delta s_z} = \widetilde{\delta h_z}$$

$\chi_L^{-1}(q)$ → longitudinális szuszceptibilitás



• x - komponens:

$$a\delta s_x + vm^2\delta s_x - c\Delta\delta s_x = \delta h_x$$

$$\underbrace{(a + vm^2 - cq)}_{\chi_T^{-1}(q)}\widetilde{\delta s_x} = \widetilde{\delta h_x}$$

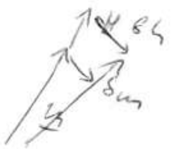
$\chi_T^{-1}(q)$ → transzverzális szuszceptibilitás.

$$a m + u m^3 = H$$

$$a + u m^2 = \frac{H}{m}$$

$$\chi_T^{-1}(q) = \frac{H}{m} + c q^2$$

↳ $q = 0$ olyan mintha H-t forgatjuk:

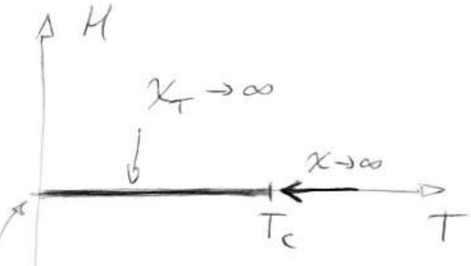


$$\rightsquigarrow \frac{\delta h}{\delta m} = \frac{H}{m}$$

$$H \to 0 \quad \chi_T^{-1}(q \to 0) = \frac{H}{m} \to \begin{cases} \chi^{-1} & T > T_c \\ 0 & T < T_c \end{cases}$$

→ $\chi_T(0)$ divergál $\forall\, T < T_c$ hőmérs.

→ $\frac{1}{q^2}$ szerint divergál.



koegzisztencia-görbe (vajon χ_T végig divergál! nem csak T_c-ben.)

"Goldstone - szingularitás"

↓

hosszútávú transzverzális korrelációk.

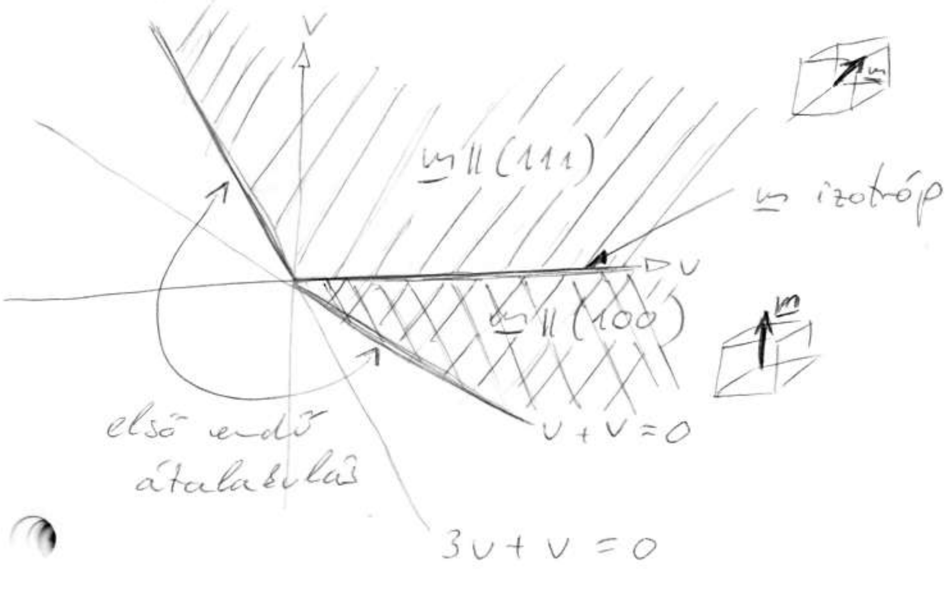
Köbös szimmetria

$$\frac{F_c}{V} = f_c = \frac{a}{2}\underline{m}^2 + \frac{u}{2}(\underline{m}^2)^2 + \frac{v}{4}\sum_{\alpha=1}^{3} m_\alpha^4$$

köbös invariánsok.
(a harmadik nem függ ettől a 2től)

$$\frac{\partial f_c}{\partial m_\alpha} = (a + u m^2 + v m_\alpha^2)\, m_\alpha = 0 \qquad \alpha = 1, 2, 3.$$

$$\frac{\partial^2 f_c}{\partial m_\alpha \partial m_\beta} = \delta_{\alpha\beta}(a + u m^2 + 3 v m_\alpha^2) + 2u\, m_\alpha m_\beta \qquad \text{poz. def.}$$



pl.: $SrTiO_3$ $\quad \underline{\Phi} = (\Phi, 0, 0)$

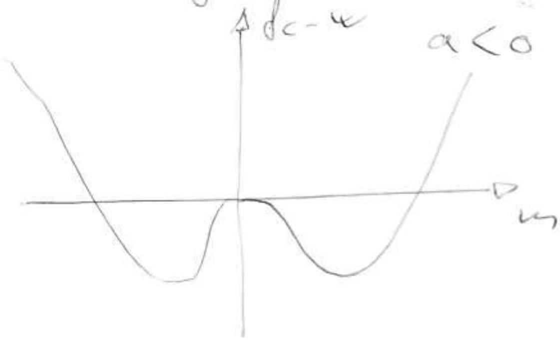
$LaAlO_3$ $\quad \underline{\Phi} = \frac{1}{\sqrt{3}}(\Phi, \Phi, \Phi)$

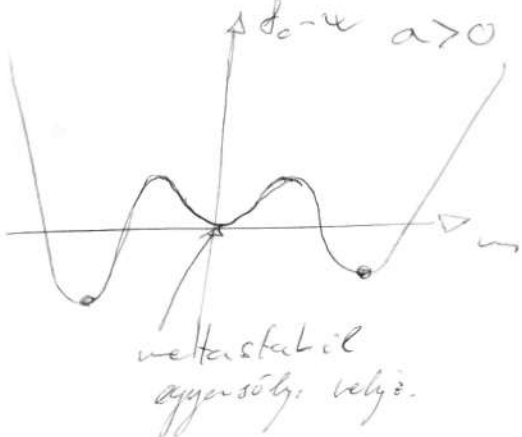
egytengelyű mágnes

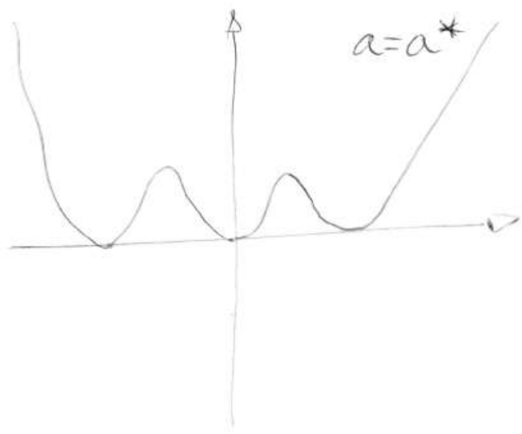
$$f_C = u + \frac{a}{2} m^2 + \frac{u}{4} m^4 + \frac{v}{6} m^6$$

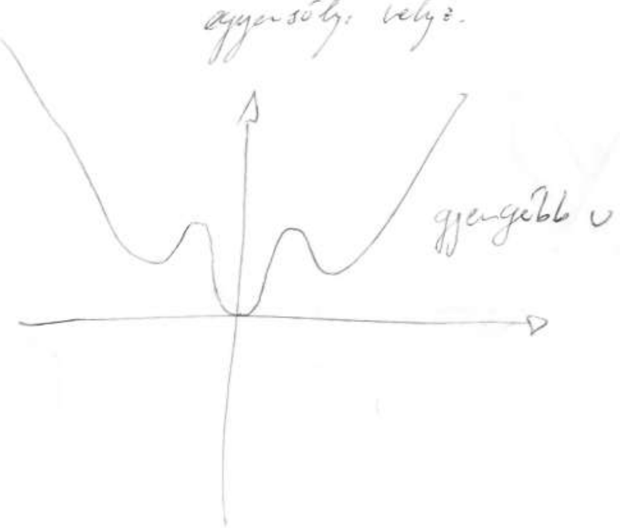
$u < 0$ eset

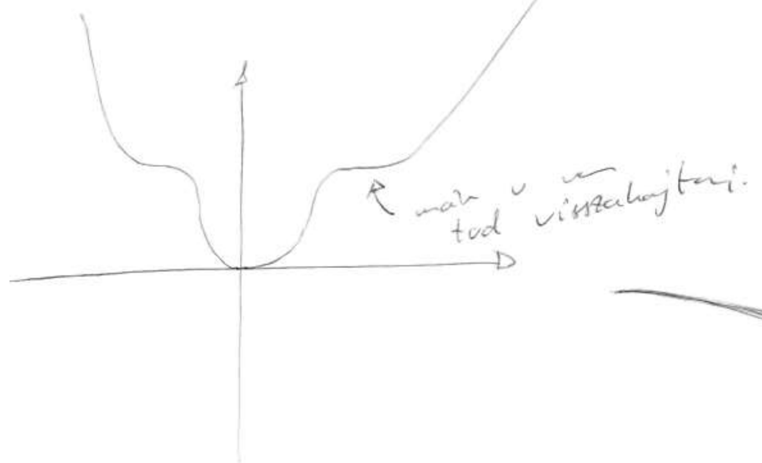
$\sim m^6$ tag stabilizálja

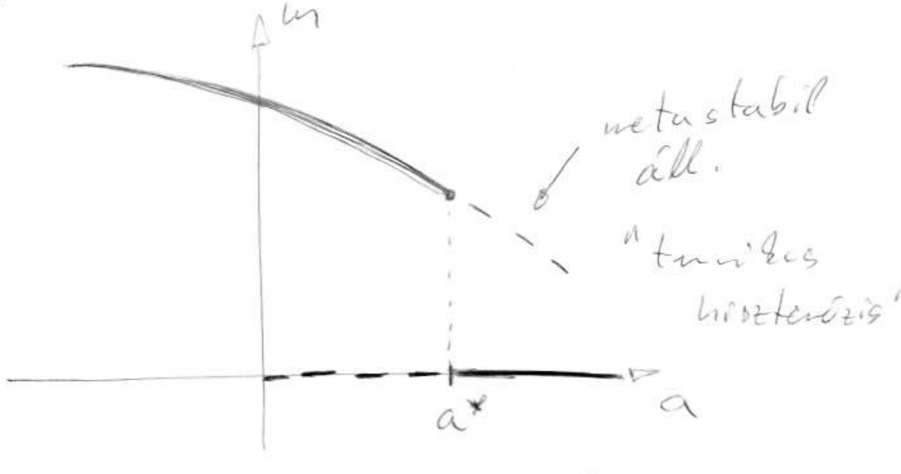


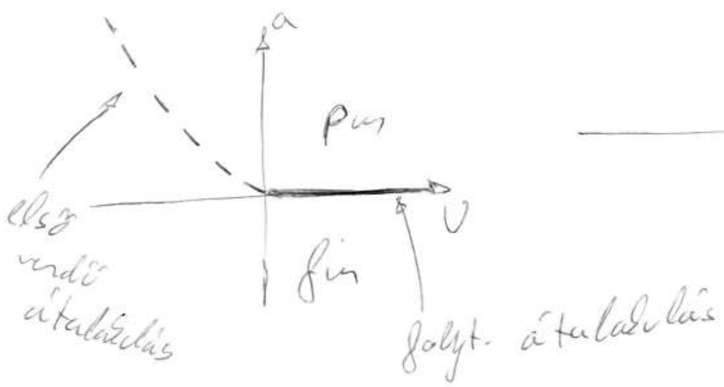






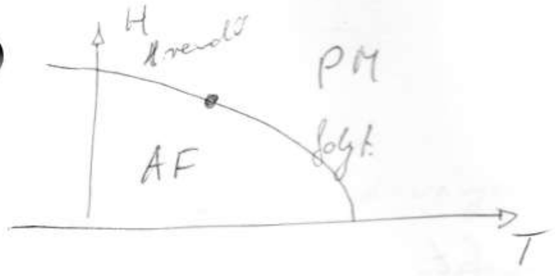






$$a^* = \frac{3}{16} \frac{u^2}{v}$$

• példa egy-tengelyű antiferromágnesek



$v = 0$

$$f_c = \ldots + \frac{a}{2} m^2 + \frac{V}{6} m^6$$

$$\frac{\partial f_c}{\partial m} = am + Vm^5 = m\left(a + Vm^4\right) \stackrel{!}{=} 0$$

$m = 0$

$m^4 = -\frac{a}{V}$

$m \sim |a|^{1/4}$

trikritikus pont

$$\chi^{-1} = \frac{\partial^2 f_c}{\partial m^2} = a + 5Vm^4 = \begin{cases} a & a > 0 \\ -4a & a < 0 \end{cases}$$

$$\chi \sim \frac{1}{|a|}$$

felületi jelenségek

• felületen jelenik meg mágneses rendeződés

• pl. "félték"

• inkommenzurábilis v.sz.-k

• $C(\vec{\nabla} s)^2$ mellé 4-ik hatvánnyal stb.

folyadék kristályok

$\underline{S}$ szimmetrikus tenzor

$Tr\, \underline{S} = 0$

erre kell felépíteni a skalár invariánsokat.

Átlagtér elmélet és Landau elmélet a kp. körül

(átlagtér globális ...)

- Ising-modell, sc rács, nn kh.

$h_i = k_B T\, Arth(m_i) - J \sum_{j(i)} m_j$ $\quad$ $j(i)$: i legközelebbi szomszédjai

(1.)

$h_i = h(\underline{R}_i)$ }
$m_i = m(\underline{R}_i)$ } kontinuum-közelítés lassan változó fv.-ek

(2.) sorfejtés $m_i \ll 1$

$$Arth(x) \approx x + \frac{x^3}{3} + \dots$$

$$h(\underline{R}_i) = k_B T\, m(\underline{R}_i) + \frac{k_B T}{3}\left(m(\underline{R}_i)\right)^3 - J\left(m(\underline{R}_i + a\underline{e}_x) + m(\underline{R}_i - a\underline{e}_x) + \dots\right.$$

$$m(\underline{R}_i \pm a\underline{e}_x) = m(\underline{R}_i) \pm \left.\frac{\partial m}{\partial x}\right|_{\underline{R}_i} a + \frac{1}{2}\left.\frac{\partial^2 m}{\partial x^2}\right|_{\underline{R}_i} a^2$$

$$m(\underline{R}_i + a\underline{e}_x) + m(\underline{R}_i - a\underline{e}_x) = 2m(\underline{R}_i) + \left.\frac{\partial m^2}{\partial x^2}\right|_{\underline{R}_i} a^2$$

$$h(R_i) = k_B T m(R_i) + \frac{k_B T}{3} m(R_i)^3 - \underbrace{6J}_{kT_c} m(R_i) - Ja^2 \Delta m(R_i)$$

ez $\forall$ pontban érvényes!

$$h(R) = \underbrace{k_B(T-T_c)}_{a} m(R) + \underbrace{\frac{k_B T}{3}}_{b} m(R)^3 - \underbrace{Ja^2}_{c} \Delta m(R)$$

⇝ mint a Landau-elméletben.

⇝ fenomenologikus együtthatók helyett átlagtér elmélet együtthatói lesznek.

⇝ a két viselkedés szempontjából a két elmélet ekvivalens.