

## Bài 1. ONEGCD

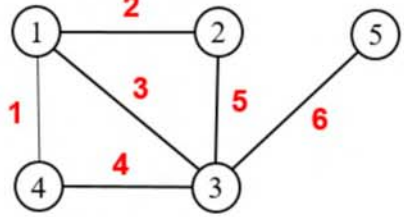
Cho  $G$  là đồ thị vô hướng liên thông không chứa khuyên (khuyên là cạnh nối một đỉnh với chính nó) với  $N$  đỉnh và  $M$  cạnh. Các đỉnh của đồ thị được đánh số từ 1 đến  $N$ . Hãy tìm cách gán cho mỗi cạnh của  $G$  một nhãn là một số từ 1 đến  $M$  sao cho không có hai cạnh nào có cùng nhãn, và mỗi đỉnh với bậc lớn hơn 1, ước chung lớn nhất của các nhãn trên các cạnh kề nó là 1.

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản ONEGCD.INP:

- Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên dương  $N$  và  $M$  được ghi cách nhau bởi dấu cách ( $N \leq 100000$ ;  $M \leq 250000$ );
- Mỗi dòng trong số  $M$  dòng tiếp theo chứa hai số  $x$  và  $y$  được ghi cách nhau bởi dấu cách, cho biết có cạnh nối giữa các nút  $x$  và  $y$ .

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản ONEGCD.OUT  $M$  dòng, mỗi dòng chứa ba số nguyên dương  $x$   $y$   $v$  được ghi cách nhau bởi dấu cách cho biết cạnh  $(x, y)$  được gán nhãn  $v$ .

**Ví dụ:**

| ONEGCD . INP                                  | ONEGCD . OUT                                       | Minh họa  |
|---|--|---|
| 5 6<br>1 2<br>2 3<br>1 3<br>4 1<br>3 4<br>3 5 | 1 2 2<br>1 4 1<br>1 3 3<br>3 2 5<br>3 4 4<br>3 5 6 |  |

**Giải thích:**

Đồ thị có 5 đỉnh và 6 cạnh. Một cách gán nhãn cho các cạnh được cho trong hình vẽ minh họa (nhãn là các số màu đỏ bên cạnh các cạnh) thỏa mãn điều kiện đầu bài. Thực vậy:

- Với đỉnh 1: Nhãn của ba cạnh kề nó là 2, 1 và 3 có  $\text{UCLN}(2, 1, 3) = 1$ .
- Với đỉnh 2: Nhãn của hai cạnh kề nó là 2 và 5 có  $\text{UCLN}(2, 5) = 1$ .
- Với đỉnh 3: Nhãn của bốn cạnh kề nó là 3, 4, 5 và 6 có  $\text{UCLN}(3, 4, 5, 6) = 1$ .
- Với đỉnh 4: Nhãn của hai cạnh kề nó là 1, 4 có  $\text{UCLN}(2, 1, 3) = 1$ .
- Với đỉnh 5: Đỉnh này có bậc bằng 1, do đó không cần kiểm tra điều kiện.

## Bài 2. Tam giác

Cho  $S$  là tập các điểm có tọa độ nguyên trên mặt phẳng. Có ba thao tác có thể được thực hiện đối với tập điểm đã cho:

- Thao tác 1: thêm một điểm vào tập  $S$ .
- Thao tác 2: loại bỏ một điểm khỏi tập  $S$ .

- Thao tác 3: trả lời câu hỏi “Cho trước một điểm, hỏi diện tích lớn nhất trong số các diện tích của các tam giác vuông với đỉnh góc vuông tại một điểm cho trước có hai cạnh bên song song với các trục tọa độ và hai đỉnh còn lại thuộc vào tập  $S$  là bao nhiêu?”.

**Yêu cầu:** Cho tập  $S$  và dãy gồm  $N$  thao tác được thực hiện đối với nó, hãy viết chương trình thực hiện dãy các thao tác đã cho và đưa ra câu trả lời cho mỗi câu hỏi (khi thực hiện thao tác 3).

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản TRIANGLE.INP:

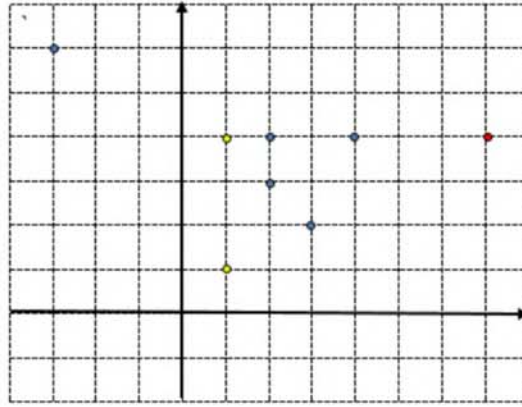
- Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên dương  $N$  và  $Q$  được ghi cách nhau bởi dấu cách theo thứ tự là số lượng phần tử trong tập  $S$  lúc xuất phát và số lượng thao tác cần thực hiện,  $3 \leq N \leq 100\,000$ ;  $1 \leq Q \leq 200\,000$ .
- Mỗi dòng trong số  $N$  dòng tiếp theo chứa hai số nguyên được ghi cách nhau bởi dấu cách là tọa độ của một điểm trong tập xuất phát  $S$ .
- Tiếp đến là  $Q$  dòng, mỗi dòng trong số các dòng này chứa thông tin về một thao tác cần thực hiện có một trong ba dạng sau đây:
  - $1\ x\ y$ : yêu cầu thực hiện thao tác 1, cần bổ sung điểm có tọa độ  $(x, y)$  vào tập  $S$ ;
  - $2\ x\ y$ : yêu cầu thực hiện thao tác 2, cần loại bỏ điểm có tọa độ  $(x, y)$  khỏi tập  $S$ ;
  - $3\ x\ y$ : yêu cầu thực hiện thao tác 3 với điểm cho trước có tọa độ  $(x, y)$ .

Đối với thao tác 2, dữ liệu đảm bảo rằng điểm cần loại bỏ có mặt trong tập  $S$ . Dữ liệu cũng đảm bảo là tại bất cứ thời điểm nào, tập  $S$  luôn không chứa hai điểm trùng nhau, tức là hai điểm có cùng tọa độ. Tọa độ của các điểm có giá trị tuyệt đối không vượt quá  $10^9$ .

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản TRIANGLE.OUT: Đối với mỗi thao tác loại 3 hãy đưa ra một số nguyên hoặc số thực với 1 chữ số sau dấu phẩy nếu như kết quả không là số nguyên, là câu trả lời cho truy vấn tương ứng. Nếu không có tam giác vuông với các tính chất đã nêu thì hãy đưa ra số 0.

**Ví dụ:**

| TRIANGLE . INP | TRIANGLE . OUT | Giải thích: Tam giác cần tìm có 3 đỉnh là |
|----------------|----------------|---|
| 7 10           | 2              | (1, 2) (3, 2) (1, 4)                      |
| 1 1            | 2              | (3, 4) (3, 2) (1, 4)                      |
| 1 4            | 1              | (3, 4) (3, 2) ((2, 4) hoặc (4, 4))        |
| 2 3            | 4              | (3, 4) (3, 2) (7, 4)                      |
| 2 4            | 1              | (1, 2) (1, 1) (3, 2)                      |
| 3 2            | 4.5            | (4, 1) (1, 1) (4, 4)                      |
| 4 4            | 0              | Không có tam giác                         |
| -3 6           |                |   |
| 3 1 2          |                |   |
| 3 3 4          |                |   |
| 2 1 4          |                |   |
| 3 3 4          |                |   |
| 1 7 4          |                |   |
| 3 3 4          |                |   |
| 3 1 2          |                |   |
| 3 4 1          |                |   |
| 2 1 1          |                |   |
| 3 1 2          |                |   |



Hình vẽ minh họa cho ví dụ bài 2

### Bài 3. Bông ngô

Bông ngô là một món ăn rất hấp dẫn. Để chuẩn bị bữa tiệc cuối năm, Bờm đã mua  $N$  loại ngô hạt để nổ trong lò vi sóng thành bông ngô. Thông tin về ngô hạt loại  $i$  mà Bờm đã mua được cho bởi ba số:

- $a_i$  - thời gian (tính bằng giây): khi được rang trong lò vi sóng, sau thời gian này bất kỳ hạt nào thuộc loại ngô hạt  $i$  cũng nổ thành bông ngô;
- $b_i$  - thời gian (tính bằng giây): khi được rang trong lò vi sóng, sau thời gian này bất cứ hạt nào thuộc loại ngô hạt  $i$  cũng bị cháy;
- $c_i$  - số lượng hạt thuộc loại ngô hạt  $i$  mà Bờm đã mua.

Để chuẩn bị bông ngô, Bờm có  $M$  túi sử dụng một lần có dung lượng rất lớn (được xem là vô hạn) và một lò vi sóng. Dĩ nhiên, không ai thích bông ngô vụn cũng như bông ngô bị cháy, do đó Bờm muốn tìm cách phân bố các loại ngô hạt đã mua một cách hợp lý vào  $M$  túi và sau đó lần lượt đặt các túi vào lò vi sóng (mỗi lần đặt một túi), thiết lập thời gian thích hợp để rang ngô cho mỗi lần, để cuối cùng, sau  $M$  lần thực hiện có thể nhận được càng nhiều **bông ngô ăn được** càng tốt.

Dựa vào các thông tin đã cho về các loại ngô hạt có thể xác định thời gian cần thiết lập cho lò vi sóng để rang loại ngô hạt  $i$  thành bông ngô ăn được. Một cách hình thức, ngô hạt loại  $i$  bỏ vào túi  $j$ , đặt thời gian rang trong lò vi sóng (tính bằng giây) là  $\text{prep}[j]$  sẽ nổ thành **bông ngô ăn được** khi và chỉ khi

$$a_i \leq \text{prep}[j] < b_i.$$

**Yêu cầu:** Cho biết thông tin về  $N$  loại ngô hạt Bờm đã mua và  $M$  túi, hãy giúp Bờm tìm cách phân bố thích hợp các loại ngô hạt đã mua vào các túi và thời gian rang tối ưu trong lò vi sóng cho mỗi túi để có thể nhận được số lượng bông ngô ăn được là lớn nhất.

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản POPCORN.INP:

- Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên dương  $N$  và  $M$  được ghi cách nhau bởi dấu cách theo thứ tự là số lượng loại ngô hạt và số lượng túi dùng để rang ngô trong lò vi sóng;
- Dòng thứ  $i$  trong số  $N$  dòng tiếp theo chứa các giá trị  $a_i, b_i, c_i$  là thông tin về ngô hạt loại  $i$  mà Bờm đã mua.  $1 \leq a_i < b_i \leq 200000$ .

Giả thiết là:

- $1 \leq M \leq N \leq 200000$ ;  $1 \leq a_i < b_i \leq 200000$ ;
- Số lượng bỏng ngô ăn được có thể thu được là không vượt quá  $10^9$ .

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản POPCORN.OUT một số nguyên là số lượng bỏng ngô lớn nhất có thể rang được.

**Chú ý:** Một số túi có thể là rỗng (nghĩa là không nhất thiết phải sử dụng tất cả các túi để rang ngô).

**Ví dụ:**

| POPCORN . INP                                       | POPCORN . OUT |
|---|---------------|
| 5 2<br>2 4 3<br>1 5 6<br>4 8 10<br>7 8 2<br>10 11 2 | 21            |
| 3 3<br>1 2 2<br>2 3 3<br>1 3 5                      | 10            |

**Giải thích:**

Trong ví dụ thứ nhất, có 5 loại bỏng ngô và 2 túi. Một trong những cách rang ngô tối ưu có thể là:

- Túi 1 chứa ngô hạt loại 1, 2 và thiết lập thời gian rang trong lò vi sóng là 3.
- Túi 2 chứa ngô hạt loại 3, 4, 5 và thiết lập thời gian rang trong lò vi sóng là 7.

Tất cả các loại ngô hạt đã mua đều nổ thành bỏng ngô ăn được, ngoại trừ loại 5 vẫn còn ở dạng hạt chưa nổ thành bỏng ngô (không ăn được!).

Đối với ví dụ 2, một lời giải có thể là:

- Túi 1 chứa hai loại ngô hạt 1, 3 và thiết lập thời gian rang trong lò vi sóng là 1.
- Túi 2 chứa hạt loại 2 và thiết lập thời gian rang trong lò vi sóng là 2.
- Túi 3 rỗng (không dùng đến)