Domácí úkol: Maticové násobení a operace

Problém 1 (Problém 6.1.1 ze sbírky)

Popište maticí lineární zobrazení $A : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^2$, pro které platí

$$Ae_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$Ae_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$Ae_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$Ae_4 = \begin{pmatrix} 11 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Spočtěte hodnotu Ax pro vektor $x = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Problém 2 (Problém 6.3.1 (1) ze sbírky)

Pokud to jde, spočtěte $B \cdot A$ pro reálné matice A a B.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Problém 3 (Problém 5.1.3 ze sbírky)

Pro matice

$$A = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

nad $\mathbb{Z}_5$ spočtěte maticové součiny $A \cdot B$ a $B \cdot A$.

Problém 4 (Problém 6.1.4 ze sbírky)

Rozhodněte, zda lze spočíst $A \cdot (B + C)$ kde

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 5 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

jsou matice nad $\mathbb{R}$. Pokud to lze, matici $A \cdot (B + C)$ spočtěte.

Problém 5 (Problém 5.1.7 ze sbírky)

Dejte geometrický význam reálné matici

$$\begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

kde a je nenulové reálné číslo.

Problém 6 (Problém 6.3.2 ze sbírky)

Ukažte, že pro každé přirozené číslo n platí rovnost

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

kde, pro jakoukoli matici $M : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definujeme

$$M^n = \begin{cases} E_2 & \text{pro} \quad n = 0 \\ M \cdot M^{n-1} & \text{pro} \quad n > 0 \end{cases}$$