

Mathe Hausaufgaben in \LaTeX

Tim Meusel

©7. Mai 2018

1 Aufgabe

$$V(t) = 10t^3 - 50t^2 - 60t$$

Einheit: cm / min Intervall: $[0; 3,5]$ (Minuten)

2 Fragen

2.1 Wann befindet sich der Schlitten in Ruhe?

Bei $V(t) = 0$ bewegt sich der Schlitten nicht. Die möglichen Positionen können über die Nullstellen von V ermittelt werden. Vorgehensweise:

- Formel nach $V(t) = 0$ umstellen
- In eine quadratische Funktion umwandeln, welche 0 ergibt
- Faktor vor der Variable mit dem Exponent 2 entfernen
- PQ Formel anwenden
- Ausrechnen

Realisierung:

$$V(t) = 10t^3 - 50t^2 - 60t$$

$$V(t) = 0 \Leftrightarrow 10t^3 - 50t^2 - 60t = 0$$

$$V(t) = 0 \Leftrightarrow t * (10t^2 - 50t - 60) = 0$$

$$V(t) = 0 \Leftrightarrow t = 0 \vee 10t^2 - 50t + 60 = 0$$

$$0 = 10t^2 - 50t + 60$$

$$0 = t^2 - 5t + 6$$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{2} - q}$$

$$x_{1,2} = -\frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{5^2}{2} - 6}$$

$$x_{1,2} = 2,5 \pm 0,5$$

$$x_1 = 3$$

$$x_2 = 2$$

Da $V(t) = 0 \Leftrightarrow t = 0 \vee 10t^2 - 50t + 60 = 0$ ist eine Nullstelle bei $x = 0$. Die weiteren Nullstellen befinden sich bei $x = 3$ und $x = 2$.

2.2 Wann ist die größte und die kleinste Geschwindigkeit im Intervall erreicht und wie groß sind diese?

- Ableiten
- Faktor vor der Variable mit dem Exponent 2 entfernen
- PQ Formel anwenden
- Ausrechnen

$$V(t) = 10t^3 - 50t^2 - 60t$$

$$V'(t) = 30t^2 - 100t + 60$$

$$V'(t) = t^2 - 4\frac{1}{3}t + 2$$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{1,2} = \frac{\frac{1}{3}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-1\frac{1}{3}}{2}\right)^2 - 2}$$

$$x_{1,2} = \frac{\frac{1}{3}}{2} \pm \frac{\sqrt{7}}{3}$$

$$x_1 = 1,0485$$

$$x_1 = -0,7152$$

$$V''(t) = 60t - 100$$

$$V''(-0,7152) = -142,912$$

$$V''(1,0485) = 60,385$$

2.3 Die maximale Beschleunigung beträgt $20\text{cm}/\text{minute}^2$. Wird dieser Wert im Intervall $[1;2]$ min überschritten?

- $V'(t) = 30t^2 - 100t + 60$ ausrechnen bei $x_1 = 1$ und $x_2 = 2$
- Nullstellen von $V''(t) = 60t - 100$ ausrechnen
- Die errechneten Nullstellen als t in $V'(t) = 30t^2 - 100t + 60$ einsetzen

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = 2$$

$$V'(t) = 30t^2 - 100t + 60$$

$$V'(x_1) = 30 * 1^2 - 100 * 1 + 60$$

$$V'(x_1) = -10$$

$$V'(x_2) = 30 * 2^2 - 100 * 2 + 60$$

$$V'(x_2) = -20$$

An den Intervallgrenzen $x_1 = 1$ und $x_2 = 2$ beträgt die Beschleunigung -10 beziehungsweise -20 .

Bestimmung der Nullstelle:

$$V''(t) = 60t - 100$$

$$0 = 60t - 100$$

$$100 = 60t$$

$$\frac{5}{3} = t$$

Ermitteln das lokalen Extremwerts:

$$t = \frac{5}{3}$$

$$V'(t) = 30t^2 - 100t + 60$$

$$V'(t) = 30 * \frac{5^2}{3} - 100 * \frac{5}{3} + 60$$

$$V'(t) = -56\frac{2}{3}$$

Der lokale Extremwert liegt bei $-56\frac{2}{3}$. Die maximale Beschleunigung wird im Intervall $[1;2]$ min nicht überschritten.

2.4 Welcher Weg wird im Intervall $[0;3,4]$ zurückgelegt?

reference