Universidad Técnica Federico Santa María
Departamento de Física
FIS210
2°. Semestre 2021

FIS210: Clase 21

Bastián Castorene[1]

26 de diciembre de 2021

[1] *Estudiante de Licenciatura en Física, Departamento de Física, UTFSM*

1. Transformaciones Canonicas

En el lagragiano uno puede cambiar las coordenadas y las ecuaciones resultantes tendrán la misma forma.
En el formalismo Hamiltoniano pasa lo mismo, se pueden cambiar las coord. generalizadas pero igual se deben cambiar los momentos generalizados.

$$\boxed{\textit{Por ahora 1 grado de libertad}}$$

$$\mathcal{H}(q,p) \implies \dot{q} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial p} \bigg| \dot{p} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial q}$$

Que posibilidades hay de cambiar las coordenadas

$$q, p \to Q, P$$

Tales que

$$\mathcal{H}(Q,P) \implies \dot{Q} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial P} \bigg| \dot{P} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial Q}$$

Forma canonicas de las ecuaciones de hamilton.
No cualquier cambio funciona para esto, pero si lo logra se llaman Transformaciones canonicas.

$$P = P(q,p) \implies \dot{P} = \frac{\partial P}{\partial q}\dot{q} + \frac{\partial P}{\partial p}\dot{p} \tag{1}$$

$$\dot{P} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial Q} = -\left(\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial q}\frac{\partial q}{\partial Q} + \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial p}\frac{\partial p}{\partial Q}\right) \tag{2}$$

$$\dot{P} = \dot{p}\frac{\partial q}{\partial Q} - \dot{q}\frac{\partial p}{\partial Q} \tag{3}$$

$$\dot{Q} + \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial P} = \left(\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial q}\frac{\partial q}{\partial P} + \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial p}\frac{\partial p}{\partial P}\right) \tag{4}$$

$$\dot{Q} = -\dot{p}\frac{\partial q}{\partial P} + \dot{q}\frac{\partial p}{\partial P} \tag{5}$$

Si combinados todos los terminos semejantes obtendremos:

$$\dot{q}\left(\frac{\partial P}{\partial q} + \frac{\partial p}{\partial Q}\right) + \dot{p}\left(\frac{\partial P}{\partial p} - \frac{\partial q}{\partial Q}\right) = 0 \tag{6}$$

$$\dot{q}\left(\frac{\partial Q}{\partial q} - \frac{\partial p}{\partial P}\right) + \dot{p}\left(\frac{\partial Q}{\partial p} + \frac{\partial q}{\partial P}\right) = 0 \tag{7}$$

Tenemos un sistema lineal de ecuaciones con solucion no trivial cuando el determinante de la matriz es cero.

$$\begin{vmatrix} \left(\frac{\partial P}{\partial q} + \frac{\partial p}{\partial Q}\right) & \left(\frac{\partial P}{\partial p} - \frac{\partial q}{\partial Q}\right) \\ \left(\frac{\partial Q}{\partial q} - \frac{\partial p}{\partial P}\right) & \left(\frac{\partial Q}{\partial p} + \frac{\partial q}{\partial P}\right) \end{vmatrix} = 0 \tag{8}$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial q} + \frac{\partial p}{\partial Q}\right) \cdot \left(\frac{\partial Q}{\partial p} + \frac{\partial q}{\partial P}\right) - \left(\frac{\partial Q}{\partial q} - \frac{\partial p}{\partial P}\right) \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial p} - \frac{\partial q}{\partial Q}\right) = 0 \tag{9}$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial q}\frac{\partial Q}{\partial p} - \frac{\partial P}{\partial p}\frac{\partial Q}{\partial q}\right) + \left(\frac{\partial p}{\partial Q}\frac{\partial q}{\partial P} - \frac{\partial q}{\partial Q}\frac{\partial p}{\partial P}\right) + \underbrace{\left(\frac{\partial P}{\partial q}\frac{\partial q}{\partial P} + \frac{\partial P}{\partial p}\frac{\partial p}{\partial P}\right)}_{1} + \underbrace{\left(\frac{\partial Q}{\partial p}\frac{\partial p}{\partial Q} + \frac{\partial Q}{\partial q}\frac{\partial q}{\partial Q}\right)}_{1} \tag{10}$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial q}\frac{\partial Q}{\partial p} - \frac{\partial P}{\partial p}\frac{\partial Q}{\partial q}\right) + \left(\frac{\partial p}{\partial Q}\frac{\partial q}{\partial P} - \frac{\partial q}{\partial Q}\frac{\partial p}{\partial P}\right) + 2 \tag{11}$$

Es hora de ingresar la notacion del Corchete de Poisson.
f(q,p) y g(q,p).

$$[f, g] = \frac{\partial f}{\partial q}\frac{\partial g}{\partial p} - \frac{\partial f}{\partial p}\frac{\partial g}{\partial q} \tag{12}$$

Si introducimos esta notaciónen Ecuación [11] tenemos:

$$[P, Q]_{q,p} + [p, q]_{Q,P} + 2 = 0 \tag{13}$$

$[P, Q]_{p,q}$ *Es el determinante del Jacobiano de la transformacion del cambio de variable*

$$p, q \rightarrow P, Q$$

$[p, q]_{p,q}$ *Es el determinante del Jacobiano de la transformacion* ***Inversa*** *del cambio de variable*

$$[p, q]_{Q,P} = (\ [P, Q]_{q,p}\ )^{-1}$$

Si ahora introducimos esta propiedad del inverso del Jacobiano en la Ecuación [13] tenemos:

$$[P, Q]_{q,p} + ([P, Q]_{q,p})^{-1} + 2 = 0 \Big/ \cdot [P, Q]_{q,p} \tag{14}$$

$$([P, Q]_{q,p})^2 + \cancelto{1}{[P, Q]_{q,p}([P, Q]_{q,p})^{-1}} + 2[P, Q]_{q,p} = 0 \tag{15}$$

$$([P, Q]_{q,p})^2 + 2[P, Q]_{q,p} + 1 = 0 \tag{16}$$

$$([P, Q]_{q,p} + 1)^2 = 0 \tag{17}$$

$$\boxed{[P, Q]_{q,p} = -1}$$

O equivalentemente, porque el corchete de Poisson es anti conmutativo:

$$\boxed{[Q, P]_{q,p} = 1}$$

O equivalentemente

$$\boxed{[q, p]_{Q,P} = 1}$$

$\therefore$ una transformacion es canonica si se cumple cualquiera de las 3 propiedades anteriores.

Ejemplo

$$q, p \to \theta, J \Bigg/ \frac{p^2}{2m} = J\omega \cos^2(\theta) \Bigg/ \frac{k}{2} q^2 = J\omega \sin^2(\theta)$$

$$\omega^2 + \frac{k}{m}$$

Si la transformación fuera canonica nos simplificaria todo el Hamiltoniano.Lo es?
Procedemos a despejar las variables q y p.

$$q = \sqrt{\frac{2J\omega}{k}} \sin(\theta) \Bigg| p = \sqrt{2m\omega J} \cos(\theta) \tag{18}$$

Ahora calculamos el corchete de Poisson de las nuevas coordenadas.

$$[p, q]_{\theta, J} = \frac{\partial p}{\partial \theta}\frac{\partial q}{\partial J} - \frac{\partial p}{\partial J}\frac{\partial q}{\partial \theta} \tag{19}$$

$$= -\sqrt{2m\omega J} \sin(\theta) \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2\omega}{Jk}} \sin(\theta) - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2\omega}{J}} \cos(\theta) \sqrt{\frac{2J\omega J}{k}} \cos(\theta) \tag{20}$$

$$= -1 \tag{21}$$

$\therefore$ Se verificó que esta transformación es canonica.

$$\mathcal{H} = J\omega \Bigg| \dot{\theta} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial J} = \omega \tag{22}$$

La ecuacion quedo extremadamente sencilla, aunque claro, nos sacamos esta transformacion de la manga.

$$\theta = \omega t + \phi_n$$

$$\dot{J} = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \theta} \implies J = Const$$

Si introducimos este resultado en la Ecuación [18] tenemos:

$$q = \sqrt{\frac{2J\omega}{k}} \sin(\theta) = \sqrt{\frac{2E}{k}} \sin(\omega t + \phi_n) \tag{23}$$

$$p = \sqrt{2mE} \cos(\omega t + \phi_n) \tag{24}$$

Encontramos las soluciones del oscilador armonico. con un metodo novedoso.
Si visualizamos el espacio de fases en terminos de las nuevas coordenadas tenemos a diferencia de las elipses de las coordenadas originales:
Se puede observar es que en la nuevas variables, la elipse se aplanó y el área es igual.
si pudieramos encontrar coord y momentos que nos aplanen los espacios de fases sería maravilloso.

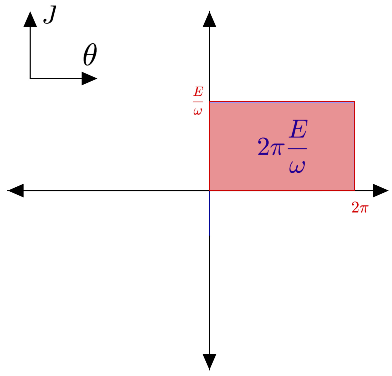

Figura 1: Espacio de fases q,p nuevas

2. Corchetes de Poisson

f(q,p) y g(q,p).

$$[f,g] = \frac{\partial f}{\partial q}\frac{\partial g}{\partial p} - \frac{\partial f}{\partial p}\frac{\partial g}{\partial q} \tag{25}$$

Se puede demostrar que si las variables son canonicas, el corchete de Poisson da el mismo resultado. Y no depende de q y p siempre y cuando estas sean canonicas.
Sea f(q,p,t)

$$\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial q}\dot{q} + \frac{\partial f}{\partial p}\dot{p} = \frac{\partial f}{\partial t} \tag{26}$$

$$+\frac{\partial f}{\partial t} + \left(\frac{\partial f}{\partial q}\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial p} - \frac{\partial f}{\partial p}\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial q}\right) \tag{27}$$

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial f}{\partial t} + [f,\mathcal{H}]}$$

Con esto, podemos condensar las **Ecuaciones de Hamilton**.
Si f=q

$$\boxed{\dot{q} = [q,\mathcal{H}] = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \dot{p}}}$$

Si f= p

$$\boxed{\dot{p} = [q,\mathcal{H}] = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \dot{q}}}$$

Si f= $\mathcal{H}$

$$\boxed{\dot{\mathcal{H}} = [\mathcal{H},\mathcal{H}] = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \dot{t}} + [\mathcal{H},\mathcal{H}]}$$

Estas notaciones nos dicen si

$$\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t} = 0\ \frac{\partial f}{\partial t} = -[f,\mathcal{H}] \tag{28}$$

En particular, si el Hamiltoniano no depende explicitamente del tiempo, entonces

$$\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t} = 0\, si\, [f,\mathcal{H} = 0]$$

Si una función depende de q y p, pero **no** explicitamente del tiempo **es** constante de movimiento si su corchete con el Hamiltoniano es 0

$$\boxed{[f, \mathcal{H} = 0] \implies f = \textit{constante de movimiento.}}$$

2.1. Propiedades del Corchete de Poisson

$$[f, g] = -[g, f] \tag{29}$$
$$[f, c] = 0 \tag{30}$$
$$[c_1 f_1 + c_2 f_2, g] = c_1 [f_1, g] + c_2 [f_2, g] \tag{31}$$
$$[f_1 f_2, g] = [f_1, g] f_2 + f_1 [f_2, g] \tag{32}$$
$$[f, q_a] = \frac{\partial f}{\partial p_a}, \quad [f, p_a] = -\frac{\partial f}{\partial q_a} \tag{33}$$
$$[q_a, q_b] = 0, \quad [p_a, p_b] = 0, \tag{34}$$
$$[p_a, q_b] = \delta_{ab}, \tag{35}$$
$$[[f, g], h] + [[h, f], g] + [[gh], f] = 0 \tag{36}$$

Sería interesante encontrar transformadas que logre que las ecuaciones finales sean constantes. Este sería el formalismo de Hamilton-Jacobi.

3. Ecuaciones de Hamilton: Caso General n-grados de libertad.

$$q_i, p_i \; i = 1, 2, \cdots, n \tag{37}$$

$$\mathcal{H}(q, p, t) = \sum_{i=1}^{n} p_i \dot{q}_i - \mathcal{L}(q, \dot{q}, t) \tag{38}$$

$$p_i = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \tag{39}$$

$$d\mathcal{H} = \sum_{i}^{n} (p_i d\dot{q}_i + \dot{q}_i dp_i) - \sum_{i}^{n} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} d\dot{q}_i \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t} dt \tag{40}$$

$$d\mathcal{H} = \sum_{i}^{n} \left(\cancelto{\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i}}{p_i} d\dot{q}_i + \dot{q}_i dp_i \right) - \sum_{i}^{n} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} d\dot{q}_i \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t} dt \tag{41}$$

$$d\mathcal{H} = \sum_{i}^{n} \left(\cancel{\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} d\dot{q}_i} + \dot{q}_i dp_i - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} - \cancel{\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} d\dot{q}_i} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t} dt \tag{42}$$

$$d\mathcal{H} = \sum_{i}^{n} \left(\dot{q}_i dp_i - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t} dt \tag{43}$$

$$d\mathcal{H} = \sum_{i}^{n} \left(\dot{q}_i dp_i - \cancelto{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i}\right) = \dot{p}_i}{\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i}} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t} dt \tag{44}$$

$$d\mathcal{H} = \sum_{i}^{n} (\dot{q}_i dp_i - \dot{p}_i dq_i) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t} dt \tag{45}$$

Ahora como sabemos la forma que tendran las ecuaciones de Hamilton estas son:

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}(q, p, t) \tag{46}$$

$$d\mathcal{H} = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial q_i} dq_i + \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial p_i} dp_i \right) + \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial t} dt \tag{47}$$

Como las ecuaciones de Hamilton Canonicas de la Ecuación [48] deben ser iguales a las ecuaciones provenientes de la Transformada de Legendre del Lagrangiano de la Ecuación [45] se van a igualar termino a termino cada una obteniendo:

$$\boxed{\dot{q}_i = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial q_i} \;\Big|\; \dot{p}_i = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial q_i} \;\Big|\; \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial t} = -\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t}}$$

$$i_1, i_2, \cdots, i_n$$

Ahora, si igualamos la Ecuación [45] realizando los cambios anteriores con la (48) tenemos que

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{H}}{\mathrm{dt}} = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial q_i} dq_i + \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial p_i} dp_i \right) + \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial t} dt = \sum_{i}^{n} (\dot{q}_i dp_i - \dot{p}_i) dq_i - \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial t} \tag{48}$$

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{H}}{\mathrm{dt}} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial t} \tag{49}$$

Con esto se sabe que el Hamiltoniano es constante cuando no hay dependencia temporal explicita tanto en el Lagrangiano como en el Hamiltoniano.

Ejemplo

3.1. Particula en potencial central

$$L(q,\theta,\dot{r},\dot{\theta}) = \frac{1}{2}\left(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2\right) - U(r) \Big/ \textit{Escogemos theta perpendicular} \tag{50}$$

$$p_r = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{r}} = m\dot{r} \; p_\theta = mr^2\dot{\theta} \tag{51}$$

$$\mathcal{H} = \frac{p_r^2}{2m} + \frac{p_\theta^2}{2mr^2} + U(r) \tag{52}$$

El angulo θ no aparece y por tanto es ciclica.

$$\dot{p}_\theta = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \theta} = cte = L \tag{53}$$

Esto conlleva algo muy importante, en este ejemplo θ es ignorable y automaticamente el hamiltoniano se reduce en 1 grado de libertad y podemos escribir que:

$$\mathcal{H} = \frac{p_r^2}{2m} + \frac{L^2}{2mr^2} + U(r) \tag{54}$$

Una diferencia entre el Lagrangiano y el Hamiltoniano es que podemos reemplazar a nivel del Hamiltoniano el L, en cambio en el Lagrangiano no.

Si escribimos las Ec. de Hamilton tenemos que:

$$\dot{r} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial p_r} = \frac{p_r}{m} \tag{55}$$

$$\dot{p}_r = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial r} = \frac{L^2}{mr^3} - \frac{\partial U}{\partial r} \tag{56}$$

$$\implies m\ddot{r} = \frac{L^2}{mr^3} - \frac{\partial U}{\partial r} = -\frac{\partial U_{eff}}{\partial r}, U_{eff} = U(r) + \frac{L^2}{2mr^2} \tag{57}$$

Con esto, se puede hacer la integral y encontrar $r(t) \to \theta(t)$

$$\dot{\theta} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial p_i} = -\frac{\partial H}{\partial L} \tag{58}$$

$$\theta = \int \frac{L^2}{mr^2(t)} dt \tag{59}$$

4. Coordenadas Ignorables

Si tenemos un sistema con n grados de libertad con k coordenadas ciclicas,

$$\implies \mathcal{H} = \mathcal{H}(q_1, q_2, \cdots, q_{n-k}, p_1, p_2, \cdots, p_{n-k}, \underbrace{l_{n-k+1}, l_{n-k+2}, \cdots, l_n}_{k-parametros}) \tag{60}$$

$$q_{n-k+i} = \int \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial l_{n-k+i}} dt, \quad i_1, i_2, \cdots, i_n \tag{61}$$

Estas tienen un nombre más fuerte que cíclicas y se llaman **ignorables**, en el sentido que a nivel del Hamiltoniano podemos reemplazar los momentos correspondientes por parámetros.

4.1. Particula en campo eletromagnetico

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}mv^2 - q\phi + \frac{q}{c}\vec{A} \cdot \vec{v}, \Bigg| \ \vec{B} = \vec{v} \times \vec{A}, \Bigg| \ \vec{E} = \vec{\nabla}\phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \tag{62}$$

$$\vec{p} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \vec{v}} = m\vec{v} + \frac{q}{c}\vec{A} \tag{63}$$

$$\mathcal{H} = \vec{p} \times \vec{v} - \mathcal{L} \tag{64}$$

$$\left(m\vec{v} + \frac{q}{c}\vec{A}\right) \cdot \vec{v} - \mathcal{L} \tag{65}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 + q\phi \tag{66}$$

$$\mathcal{H} = \frac{\left|\vec{p} - \frac{q}{c}\vec{A}\right|^2}{2} + q\phi \tag{67}$$

Esto enfatiza las leyes de simetría y leyes de conservación. Porque si hay simetría de traslación se mantiene el momento generalizado $\vec{p}$.
Para newton la tercera ley de newton $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ era lo que le permitía obtener que $m\vec{v}$ es constante.
El caso es que en un campo electromagnetico no se mantiene el acción-reacción.
Ejemplo, en las notas de Feynman si una partícula carga se mueven perpendicularmente y en el momento cuando están pasando por las rectas de cada uno, las fuerzas eléctricas crean acción reacción pero la magnética no. Es el ejemplo más fácil donde la tercera ley no se cumple.

5. Transformación canónica: Función Generatriz

En las ecuaciones de Lagrange: $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{q}_i}\right)-\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial q_i}=0,\ i_1,i_2,\cdots,i_n.$

• Existen invariantes si $q_i = Q_i(q_1,q_2,\cdots,q_n,t)$ se les suele llamar • Transformaciones puntuales, es decir que las nuevas coordenadas son punto a punto y que las nuevas pueden depender hasta respecto al tiempo.

Tampoco cambian las ecuaciones si $L \to L` + \frac{\mathrm{d}F(q,t)}{\mathrm{d}t}$

• En las ecuaciones de Hamilton se pueden hacer lo mismo donde estas dependan de las anteriores coordenadas generalizadas y de los momentos.

$$q_i \to Q_i(q_1,q_2,\cdots,q_n,p_1,p_2,\cdots,p_n,t) \tag{68}$$
$$p_i \to P_i(q_1,q_2,\cdots,q_n,p_1,p_2,\cdots,p_n,t) \tag{69}$$

Para cualquier tipo de transformación se les conoce como Transformación de contacto. Pero no nos interesa, sino las cuales nos conserven la forma canónicas de las Ecuaciones de Hamilton.

Transformación canónica: Si conserva la forma canónica de las ecuaciones de Hamilton. Debe ser tal que a lo sumo que $\mathcal{L} \to \mathcal{L}` + \frac{\mathrm{d}F(q,t)}{\mathrm{d}t}$.

$$\mathcal{L}=\sum_{i=1}^{n}(p_i\dot{q}_i)-\mathcal{H}(q,p,t)\ \Bigg|\ \mathcal{L}`=\sum_{i=1}^{n}\left(P_i\dot{Q}_i\right)-\mathcal{H}`(Q,P,t) \tag{70}$$

El objetivo es que a lo sumo, estos dos nuevos Hamiltonianos no difieran por mas de una derivada respecto al tiempo, porque ya sabemos que el lagrangiano original conducen a las ecuaciones de hamilton a sus formas canonicas y el nuevo lagrangiano llevaran a las ecuaciones de Hamilton a lo sumo con una derivada total, porque asi aprovechamos esta propiedad y eso es lo que se a a trabajar.

$$\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}t}=\mathcal{L}-\mathcal{L}` \implies dF=(\mathcal{L}-\mathcal{L}`)dt \tag{71}$$
$$dF=\left[\left(\sum_{i=1}^{n}p_i\dot{q}_i-\mathcal{H}\right)-\left(\sum_{i=1}^{n}P_i\dot{Q}_i-\mathcal{H}`\right)\right]dt \tag{72}$$
$$=dF=\left[\sum_{i=1}^{n}(p_idq_i-P_idQ_i)-(\mathcal{H}-\mathcal{H}`)\right]dt \tag{73}$$
$$\tag{74}$$

De aquí se pueden identificar de que para que la transformacion sea canonica nos permite encontrar una relacion entre las nuevas y viejas coordenadas de la funcion, porque para que esta coordenada se cumpla, debe:

$$\boxed{p_i=\frac{\partial F}{\partial q_i}\ \Bigg|\ P_i=-\frac{\partial F}{\partial Q_i}\ \Bigg|\ \mathcal{H}`=\mathcal{H}+\frac{\partial F}{\partial t}}$$

Es por esto que a esta función F se les llama **Función Generatriz**.

Qué significa esto? esto es una función de tipo I. $F_1(Q,P,t)$.

Existen tambien $F_2(q,P,t)$ o $F_3(p,Q,t)$ o $F_4(p,P,t)$