

**Úkol 3-1:** Mějme šachovnici rozměrů  $m \times n$ , kde  $m$  je sudé a  $n$  libovolné. Z šachovnice vyřízneme jeden černý a jeden bílý čtverec. Ukažte, že je možné šachovnici pokrýt dominem. Kus domina pokrývá vždy dvě sousední pole. Pokrytím myslíme aby kostky byly pouze na polích a nepřekrývaly se.

**Úkol 3-2:** Dokažte či vyvráťte: Mějme tokovou síť  $(G, c, s, t)$  s kapacitami  $c$ , maximálním tokem  $f$  a minimálním řezem  $S$ . Nechť  $P$  je cesta ze zdroje  $s$  do stoku  $t$  t.ž. každou hranou prochází ve směru toku  $f$  (a nemůže používat hrany s nulovým tokem). Pro libovolný minimální řez  $S$  a libovolnou volbu  $P$  platí, že  $P$  obsahuje **právě** jednu hranu z  $S$ .

**Úkol 3-3:** Mějme kružnici  $C_n$  na  $n$  vrcholech  $1, \dots, n$ . Přidáme všechny hrany spojující vrcholy ve vzdálenosti 2 (tedy jejich indexy se liší o 2 modulo  $n$ ). Určete vrcholovou a hranovou souvislost pro všechna  $n$ .

**Úkol 3-4:** Ukažte, že souvislý rovinný graf s méně než 30 hranami má vrchol stupně nejvýše 4.

**Úkol 3-5:** Dokažte či vyvráťte: Definujme magickou krychli (rozměru 3 a) magické síly  $k$  jako krychlovou mřížku  $3 \times 3 \times 3$  t.ž. každá buňka obsahuje nezáporné celé číslo a v každém slouci, řádku a ... tom třetím směru ... mají buňky součet  $k$ . Je pravda (pro rozměr 3), že lze každou magickou krychli síly 2 vyjádřit jako součet dvou magických krychlí síly 1? Součtem myslíme součet po složkách.