Pojmy: Dinicův algoritmus, zlepšující tok, vrstevnatá síť, čištění sítě

Příklad 1: Dinicův algoritmus

- Najděte příklad, kde Ford-Fulkersonův algorimus může běžet (libovolně) dlouho, ale Dinicův skončí mnohem rychleji (po konstantně mnoho iteracích).
- Jak se zkonstruuje vrstevnatá síť? Jaké má výhodné vlastnosti? Jak ji udržujeme?
- Dokažte, že když tok zvýšíme zlepšující cestou nebo zlepšujícím tokem, tak se vzdálenost stoku od zdroje v nové vrstevnaté síti nikdy nesníží.
- Ukažte, že pokud máme v síti rezerv řez, potom můžeme tok zlepšit maimálně o velikost tohoto řezu.

Příklad 2: Najděte v grafu největší množinu hran takovou, že se každého vrcholu dotýká nejvýše k hran.

Příklad 3: Máme seznam činností, závislostní graf činností (AB je hrana pokud A musí být provedena před B) a každá činnost má předepsaný maximální počet pracovníků (ale neznáme její časovou náročnost). Určete, kolik můžeme nejvíce najmout pracovníků, aby bylo garantováno, že všichni budou od začátku projektu mít stále co na práci (s vyjímkou konce).

Příklad 4: Máme čtvercovou mřížku kde některá políčka chybí. Chceme plochu vyplnit co nejvíce kostkami domina (obdélníky 1×2 čtvereček).

Příklad 5: Máme děravou šachovnici, chceme na ní umístit co nejvíce věží tak, aby se navzájem neohrožovaly. Můžeme předpokládat, že se věže mohou nebo nemohou pohybovat přes díry.

Pojmy: Dinicův algoritmus, zlepšující tok, vrstevnatá síť, čištění sítě

Příklad 1: Dinicův algoritmus

- Najděte příklad, kde Ford-Fulkersonův algorimus může běžet (libovolně) dlouho, ale Dinicův skončí mnohem rychleji (po konstantně mnoho iteracích).
- Jak se zkonstruuje vrstevnatá síť? Jaké má výhodné vlastnosti? Jak ji udržujeme?
- Dokažte, že když tok zvýšíme zlepšující cestou nebo zlepšujícím tokem, tak se vzdálenost stoku od zdroje v nové vrstevnaté síti nikdy nesníží.
- Ukažte, že pokud máme v síti rezerv řez, potom můžeme tok zlepšit maimálně o velikost tohoto řezu.

Příklad 2: Najděte v grafu největší množinu hran takovou, že se každého vrcholu dotýká nejvýše k hran.

Příklad 3: Máme seznam činností, závislostní graf činností (AB je hrana pokud A musí být provedena před B) a každá činnost má předepsaný maximální počet pracovníků (ale neznáme její časovou náročnost). Určete, kolik můžeme nejvíce najmout pracovníků, aby bylo garantováno, že všichni budou od začátku projektu mít stále co na práci (s vyjímkou konce).

Příklad 4: Máme čtvercovou mřížku kde některá políčka chybí. Chceme plochu vyplnit co nejvíce kostkami domina (obdélníky 1×2 čtvereček).

Příklad 5: Máme děravou šachovnici, chceme na ní umístit co nejvíce věží tak, aby se navzájem neohrožovaly. Můžeme předpokládat, že se věže mohou nebo nemohou pohybovat přes díry.

Úkol 2 - Dinicij a jedničkové kapacity

Uvažme případ kdy graf na vstupu má všechny kapacity 1.

Ukažte, že v tomto případě poběží Dinicův algorimus v asymptoticky lepším čase. Určete jeho složitost v tomto případě a svou analýzu **důkladně argumentujte**. Postupujte podobně jako na přednášce/v průvodci, můžete využít faktů, dokázaných na přednáškách nebo cvičeních.

Jak se situace změní, pokud místo kapacit 1 budou všechny (celočíselné) kapacity omezeny konstantou k?

Úkol 2 - Dinicij a jedničkové kapacity

Uvažme případ kdy graf na vstupu má všechny kapacity 1.

Ukažte, že v tomto případě poběží Dinicův algorimus v asymptoticky lepším čase. Určete jeho složitost v tomto případě a svou analýzu **důkladně argumentujte**. Postupujte podobně jako na přednášce/v průvodci, můžete využít faktů, dokázaných na přednáškách nebo cvičeních.

Jak se situace změní, pokud místo kapacit 1 budou všechny (celočíselné) kapacity omezeny konstantou k?