

Z minule Co je a jak se určuje dolní odhad časové složitosti? Jaký odhad platí pro vyhledávání v setříděném poli?

Rozcvička Jak se v BFS a DFS vyhnout opakovanému spouštění vyhledávání z nenavštívených vrcholů?

Doktor Zlo, Federální agenti a Špióni

Bludiště Máme plánec federální základny, ta obashauje konstantně typů zamčených dveří. V základně pracuje několik špiónů v utajení, kteří nám nechají své kódy schované na dohodnutých místech. U zadního vchodu čeká skupina špiónů, každý s jiným cílem v základně. Jak najít současně nejkratší cesty pro všechny špióny v lineárním čase? (lineární ve velikosti grafu a výstupu, nikoliv počtu agentů).

Roboti Ve ventilaci základny se zasekli dva infiltrační roboti. Oba je ovládá jeden ovladač, jenže současně. Jak najít nejkratší sekvenci rozkazů (pohyby 4-mi směry) aby se oba dostali ven?

Agenti používají k distribuci rozkazů síť speciálních komunikátorů. Každý komunikátor má kódy umožňující poslat zprávu některým agentům (každý jednomu), kteří jsou podřízeni nebo na stejné úrovni. Kódy nefungují obousměrně. Po infoltaci velitelství špióni samozřejmě dokáží nabourat libovolný komunikátor a chtějí napáchat co nejvíce škody.

Mosty Jak najít kód jehož smazáním se (neorientovaná) síť agentů rozpadne?

Artikulace Jak poznat agenta jehož eliminací se (neorientovaná) síť rozpadne?

Silná souvislost Chceme najít agenta a jeden z jeho kódů t.ž. pokud pošleme jeho jménem falešnou zprávu, nikdy se to nedozví.

Zdroj Jak najít zařízení jehož infiltrací můžeme rozesílat zprávy, které se nakonec dostanou ke všem agentům?

Topologické pořadí Špiónům se povedlo rozbít všechny orientované cykly v síti agentů. Teď potřebují najít pořadí v jakém agenty eliminovat tak, aby nemohli nikoho varovat.

Nezávislá množina Do hry vstupuje Doktor Zlo a jeho mikrovlnný paprsek zkázy. Doktor Zlo může zacílit libovolně mnoho agentů zároveň, ale jejich eliminace chvíli trvá. Pokud zacílí dva agenty, kteří spolu mohou komunikovat, dokáží společně triangulovat polohu zdroje paprsku. Jak najde největší podmnožinu agentů, kterou může zacílit aniž by byl odhalen?

Domácí úkol

První část

Mějme neorientovaný souvislý graf G na vstupu. Chceme najít nějaké pořadí vrcholů v_1, \dots, v_n s tou vlastností, že podgraf indukovaný vrcholy v_i, \dots, v_n je souvislý pro všechny hodnoty i . Jinými slovy, pokud budeme z G odebrat vrcholy v pořadí v_1, \dots, v_n , G se bude v každém kroku souvislý.

Stručně popište, jak se takové pořadí dá najít. Není třeba psát pseudokód nebo zdůvodňovat složitost, nicméně váš postup by měl jít uskutečnit v lineárním čase (takže zkoušet co se stane po odebrání je příliš pomalé).

Druhá část

Mějme mapu městečka. Chceme rozvěšet elektrické lampiony ve všech ulicích na oslavu nového euklidovského roku. Lampiony jsou v řetězech, které délky přesně dvou ulic. Jak rozvěšet lampiony bez plýtvání?

Na vstupu je neorientovaný souvislý graf G se sudým počtem hran. Chceme rozložit celý graf na vidličky, tedy dvojice hran sdílející jeden vrchol, kde každá hrana je v právě jedné vidličce.

Slovně popište myšlenku, jak graf rozložit (mazat vidličky až nic nezbyde) a dokažte, že funguje. Napište i pseudokód algoritmu běžící v nejvýše kvadratickém čase. Zdůvodněte časovou a prostorovou složitost.

Navrhněte, jaké úpravy je třeba udělat, aby algoritmus vyřešil úlohu v lineárním čase. To už nemusíte popisovat pseudoalgoritmem.

Pseudokód

- V pseudokódu používejte vysokoúrovňové operace např. "proved BFS které spočítá stupně a vytvoří seznam mostů" nebo "pro všechny vrcholy sudého stupně udělej [něco]". Pamatujte, že takové operace mají určitou složitost, která závisí i na tom co už máme předpočítané.
- Nemusíte vidličky explicitně vypisovat. Například "Dokud má v více než jednoho souseda stupně 1, mazej vidličky." Je přijatelná formulace pseudoalgoritmu.
- Předpokládejte ideální reprezentaci grafu, tedy základní operace v konstantním čase a je možné si k vrcholům a hranám všet značky a seznamy. Fungování seznamů není třeba popisovat.
- Vysokoúrovňový pseudokód lze napsat na 10 řádek. Zkuste se vejít do 20. Když to nepůjde, zkuste to více vysokoúrovňově.