Příklad 1: Zopakujte si jaké exiomy definují konečené projektivní roviny. Najděte defektivní KPR, která porušuje axiom (P0) o čtveřici bodů.

Příklad 2: Dokažte, že axiom (P0) můžeme nahradit za
(P0'): Existují alespoň dvě různé přímky mající alespoň 3 body.

Příklad 3: Nechť X je množina n^2+n+1 prvků a P je systém n^2+n+1 podmnožin X s $(n+1)$-prvky t.ž. každé dvě množiny mají nejvýše jeden společný prvek. Dokažte, že (X,P) je projektivní rovina.

(a) Dokažte, že dvojice $x, y \in X$ je obsažena v právě jedné $p \in P$ (b) Dokažte, že každým bodem prochází nejvýše $n+1$ množin. (c) Dokažte, že každým bodem prochází právě $n+1$ množin. (d) Dokažte, že každé dvě množiny se protínají.

Příklad 4: Pomocí počítacího argumentu lze ukázat, že graf bez $K_{2,2}$ má nejvýše $\frac{1}{2}(m^{3/2}+m)$ hran. Pomocí KPR ukážeme, že existují grafy bez $K_{2,2}$ s alespoň $0.35m^{3/2}$ hranami.

Příklad 5: Mějme 7-prvkovou množinu X a množinu P trojic z X. Jako 2-obarvení (X,P) chápeme přiřazení jedné ze dvou barev prvkům z X t.ž. žádné trojice z P není monochromatická. Ukažte, že pokud (X,P) je projektivní rovina, potom neexistuje 2-obarvení. Dokažte, že pokud P obsahuje nejvýše 6 množin, potom existuje 2-obarvení.

Příklad 6: Nechť A, B jsou dva ortogonální latinské čtverce řádu n. Definujeme čtverec C předpisem $c_{i,j} = a_{i,j} + b_{i,j}$. Jaké "magické" vlastnosti má tento čtverec?