**Pojmy:** Dinicův algoritmus, zlepšující tok, vrstevnatá síť, čištění sítě

**Příklad 1:** Goldbergův algoritmus (Preflow-Push method)

- Co je vlna? (preflow)
- Jak algoritmus funguje?
- Jak se algoritmus analyzuje?

**Příklad 2:** Na louce je $s$ svištů a $d$ děr zadaných jako body v rovině. Když se nad loukou se objeví orel, zvládne každý svišť uběhnout pouze $k$ metrů do díry než orel stihne jednoho sviště ulovit. Dokáží se všichni zachránit, když se do každé díry vejde jenom jeden?

**Příklad 3:** Máme trojrozměrnou mřížku a v ní zadaná nebezpečná pole. Najděte izolační podmnožinu políček mřížky $M$ takovou, že $M$ obsahuje v3echny nebezpečná políčka a má minimální možný povrch.

**Příklad 4:** Máme množinu dolů a továren s bipartitním grafem závislotí výroby udávající pro továrnu jaké suroviny potřebuje. Každý důl má cenu, kolik stojí jeho provoz; každá továrna má daný profit, který získáváme pokud ji zásobíme všemi surovinami. Jaké doly máme financivat abychom maximalizovali profit?

**Příklad 5:** Mějme tokový problém přepravy více typů komodit. Máme $k$ komodit a pro každou jiný zdroj a stok s daným požadavkem. Ukažte, že převedením na jednokomoditní tok neumíme rozlišit případ kdy lze splnit nejvýše jeden požadavek od případu kdy lze splnit všechny. A to ani v případě kdy všechny kapacity a požadavky jsou 1 a $k = \omega(\sqrt{n})$.

Hint: Uvažme jako graf čtvercovou mřížku. Rozmyslete, že tvrzení platí když se toky nesmí křížit. Pak upravte graf aby se skutečně křížit nemohly.

**Pojmy:** Dinicův algoritmus, zlepšující tok, vrstevnatá síť, čištění sítě

**Příklad 1:** Goldbergův algoritmus (Preflow-Push method)

- Co je vlna? (preflow)
- Jak algoritmus funguje?
- Jak se algoritmus analyzuje?

**Příklad 2:** Na louce je $s$ svišťů a $d$ děr zadaných jako body v rovině. Když se nad loukou se objeví orel, zvládne každý svišť uběhnout pouze $k$ metrů do díry než orel stihne jednoho sviště ulovit. Dokáží se všichni zachránit, když se do každé díry vejde jenom jeden?

**Příklad 3:** Máme trojrozměrnou mřížku a v ní zadaná nebezpečná pole. Najděte izolační podmnožinu políček mřížky $M$ takovou, že $M$ obsahuje v3echny nebezpečná políčka a má minimální možný povrch.

**Příklad 4:** Máme množinu dolů a továren s bipartitním grafem závislotí výroby udávající pro továrnu jaké suroviny potřebuje. Každý důl má cenu, kolik stojí jeho provoz; každá továrna má daný profit, který získáváme pokud ji zásobíme všemi surovinami. Jaké doly máme financivat abychom maximalizovali profit?

**Příklad 5:** Mějme tokový problém přepravy více typů komodit. Máme $k$ komodit a pro každou jiný zdroj a stok s daným požadavkem. Ukažte, že převedením na jednokomoditní tok neumíme rozlišit případ kdy lze splnit nejvýše jeden požadavek od případu kdy lze splnit všechny. A to ani v případě kdy všechny kapacity a požadavky jsou 1 a $k = \omega(\sqrt{n})$.

Hint: Uvažme jako graf čtvercovou mřížku. Rozmyslete, že tvrzení platí když se toky nesmí křížit. Pak upravte graf aby se skutečně křížit nemohly.

**Úkol 3 - Přechod šachovnice**

Máme šachovnici $n \times n$ s některými políčky zablokovanými. Na spodním řádku stojí (nějak rozmístěných) $k$ figurek. Figurky se mohou pohybovat pouze nahoru o jedno políčko, nebo šikmo nahoru o jedno políčko (tedy mají pouze 3 možné tahy). V každém tahu se všechny figurky pohnou naráz, figurky nesmí vstoupit na blokovaná políčka a více figurek nemůže stát na stejném políčku. Chceme se všemi figurkami dojít na opačnou stranu šachovnice. Najděte instrukce jak všechny figurky dosáhnou horního řádku nebo rozhodněte, že řešení neexistuje. Vyřešte následující dvě varianty:

- Figurky nesmí místo tahu zůstat stát na místě, a každá musí dojít na jiné políčko horního řádku.
- Začínáme s $n$ figurkami, tedy spodní řádek je plný. Figurky mohou místo pohybu i zůstat na místě. Jakmile figurka dosáhne horního řádku, odstraníme ji ze šachovnice (stále platí omezení 1 figurka na 1 políčko).

Analyzujte časovou složitost vzhledem k $n$. Nezapomeňte argumentovat korektnost. Při popisu sítě neřešte jak přesně se postaví dokud je jasné jak vypadá a jaká bude složitost stavby.

Poznámka: Na vypracování jsou 2 týdny. Úkol je možné odevdat na následujícím cvičení, následující řešení a opravy budou možné pouze emailem!!

**Úkol 3 - Přechod šachovnice**

Máme šachovnici $n \times n$ s některými políčky zablokovanými. Na spodním řádku stojí (nějak rozmístěných) $k$ figurek. Figurky se mohou pohybovat pouze nahoru o jedno políčko, nebo šikmo nahoru o jedno políčko (tedy mají pouze 3 možné tahy). V každém tahu se všechny figurky pohnou naráz, figurky nesmí vstoupit na blokovaná políčka a více figurek nemůže stát na stejném políčku. Chceme se všemi figurkami dojít na opačnou stranu šachovnice. Najděte instrukce jak všechny figurky dosáhnou horního řádku nebo rozhodněte, že řešení neexistuje. Vyřešte následující dvě varianty:

- Figurky nesmí místo tahu zůstat stát na místě, a každá musí dojít na jiné políčko horního řádku.
- Začínáme s $n$ figurkami, tedy spodní řádek je plný. Figurky mohou místo pohybu i zůstat na místě. Jakmile figurka dosáhne horního řádku, odstraníme ji ze šachovnice (stále platí omezení 1 figurka na 1 políčko).

Analyzujte časovou složitost vzhledem k $n$. Nezapomeňte argumentovat korektnost. Při popisu sítě neřešte jak přesně se postaví dokud je jasné jak vypadá a jaká bude složitost stavby.

Poznámka: Na vypracování jsou 2 týdny. Úkol je možné odevdat na následujícím cvičení, následující řešení a opravy budou možné pouze emailem!!