

## Jak zefektivnit

Vkládání seřazené posloupnosti do BVS.

Plníme BVS téměř seřazenými prvky.

## (ab)-stromy

Příklad stromové struktury s více položkami v uzlech

Jaké invarianty udržují ab-stromy?

Jaká je složitost operací? Jak implementovat uzly? Hint: Jaké operace musí uzly umět?

Implementujme si Insert. Proč musí platit  $b \geq 2a - 1$ ?

Implementujme a Delete. Hint: budeme krást

Navrhněte, jak oddálit štěpení vrcholů při Insertu.

Navrhněte, jak udělat Insert a Delete tak, že projde stromem pouze jednou (shora dolů), optimalizuje se tak práce s pamětí. Hint: co se musí udělat dělejšně preventivně

## RB-stromy

Jaké invarianty vyvažují RB-stromy? Lze definovat pro vrcholy nebo pro hrany (barva hrany je barva jejího horního konce).

Jak vypadají komponenty indukované červenými hranami?

Dokažte logaritmickou hloubku RB-stromu.

Postavme vyvažování po Insertu pomocí dvou operací: 1) Invert barev červené (hranové) komponenty a černé hrany na které visí. 2) Rotace červené hrany.

## Domácí úkol

Úkoly z tohoto cvičení můžete odevzdávat až do 11. cvičení (14.5.)

### První část

Určete (přesně) horní a spodní odhad počtu prvků v  $ab$ -stromu hloubky  $h$  v závislosti na hodnotách  $a$  a  $b$ . Předpokládejme, že všechny hodnoty jsou v listech.

Připomeňme si, že  $ab$ -stromy splňují tato omezení:

- Každý uzel má pod sebou nejméně  $a$  a nejvýše  $b$  potomků (nebo listů)
- Vyjímkou je kořen, který může mít 2 až  $b$  potomků
- Všechny listy jsou na stejné hladině.

### Druhá část

V obyčejných BVS (bez přidané funkcionality) si uzly pamatují tři ukazatele, dva na potomky pro pohyb dolů a jeden na otce pro pohyb nahoru. Jak zúspornit reprezentaci tak, aby si každý uzel pamatoval pouze dva ukazatele?

### Bonusová část

Pokud v invariantech  $ab$ -stromů vypustíme vyjímku pro kořen, budou se špatně udržovat. Ale není zde i jiný důvod? Možná hypotéza: pokud nedovolíme kořeni mít málo potomků, mohlo by se stát, že pro některé počty prvků neexistuje validní strom. Tzn. existují hodnoty  $a, b, l$  ( $2a - 1 \leq b$ ) t.ž. pokud do maximálního  $ab$ -stromu hloubky  $l$  vložíme prvek, bude ve stromě méně prvků než by mělo být v minimálním  $ab$ -stromu hloubky  $l + 1$  a tedy nemůžeme prvek validně vložit. Rozhodněte, zda je to pravda, dokažte nebo vyvráťte.