Úkol 4-1: Uvažme kružnici C_n a obarvěme dvěma barvami všechny její chordy. Chordy jsou všechny hrany spojující vrcholy, které nesousedí na kružnici (tedy všechny chordy dohromady s kružnicí tvoří K_n). Hrany kružnice nebarvíme.

Dokažte, že pro $n \geq 7$ není možné se vyhnout jednobarevnému cyklu z chord. Hint: není třeba rozebírat případy, stačí jednoduchá úvaha

Ukažte, že pro $n = 6$ existuje konstrukce jak se jednobarevným cyklům vyhnout.

Úkol 4-2: [OPRAVENO - chyba v parametrech]

Uvažme bipartitní úplný graf $K_{n,n}$ a obarvěme jeho hrany dvěma barvami.

Pro $n = 4$ existuje triviální konstrukce barvení hran neobsahující jednobarevnou C_4. Pro $n = 5$ už není možné se C_5 vyhnout, ale není lehké to dokázat. Ukažte, že pro $n \geq 6$ (můžete předpokládat, že n je sudé) se již nelze C_4 vyhnout.

Jak to třeba udělat? Třeba následovně. Vezměme jednu partitu a všimněme si, že pro fixní v z této partity každý pár sousedů připojených stejnou barvou už nesmím být spojen stejnou barvou s žádným jiným vrcholem. Každý takový pár tedy tvoří "zakázaný" pár pro jednu barvu. Ukažte, že alespoň jeden pár protější partity je nutně dvojitě zakázaný pro alespoň jednu barvu.

Úkol 4-3: Mějme trojprvkovou abecedu $1, 2, 3$ a následující kód

$$1123, 2231, 3312, 2311, 3122, 1233$$

Kód má vzdálenost 2. Proč? Každé slovo má dvě poloviny, buď první nebo druhá obsahuje dvakrát stejný znak, opačná polovina pak obsahuje zbylé dva znaky. Protože žádná levá ani pravá polovina se neopakuje, každá slovo se může s každým jiným shodovat v každé polovině nejvýše jedním znakem.

Rozšiřte tento kód o alespoň 8 dalších slov tak, aby vzdálenost zůstala 2.