

Introduction à l'Optimisation

Comment les maths trouvent *le meilleur des mondes* ?

Thibault Louis Bastien
Lamsade

Février 2026

Qui sommes-nous ?

Thibault de Surrel



- Doctorant 3ème année
- Statistiques

Louis



- Doctorant 2ème année
- Recherche opérationnelle

Bastien



- Doctorant 2ème année
- Optimisation

Selon vous, qu'est-ce que l'optimisation ?

Selon vous, qu'est-ce que l'optimisation ?

En un mot...

L'optimisation, c'est trouver **le meilleur choix possible** parmi toutes les options.

Selon vous, qu'est-ce que l'optimisation ?

En un mot...

L'optimisation, c'est trouver **le meilleur choix possible** parmi toutes les options.

Minimiser un coût
(argent, électricité, temps...)

ou

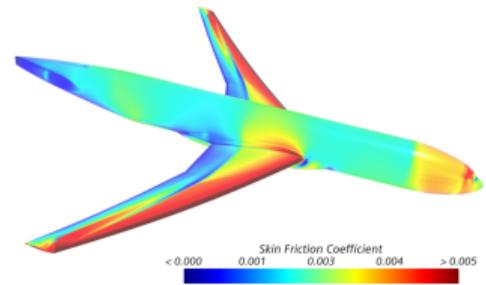
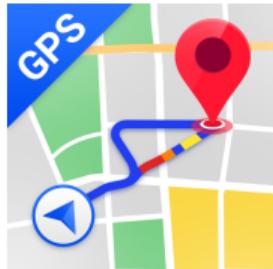
Maximiser un gain
(profit, score à un jeu...)

=

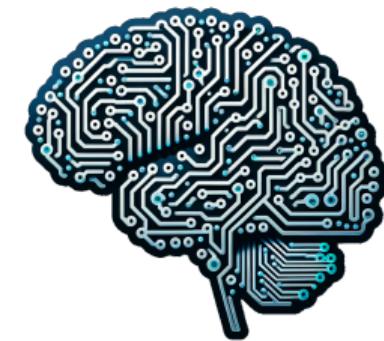
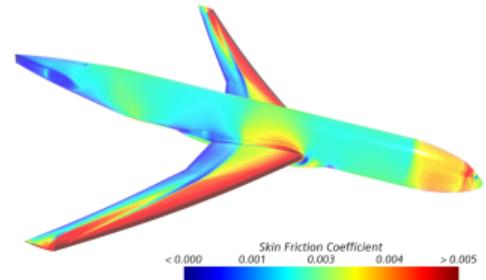
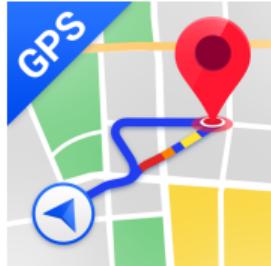
Trouver le meilleur x

L'optimisation est partout !

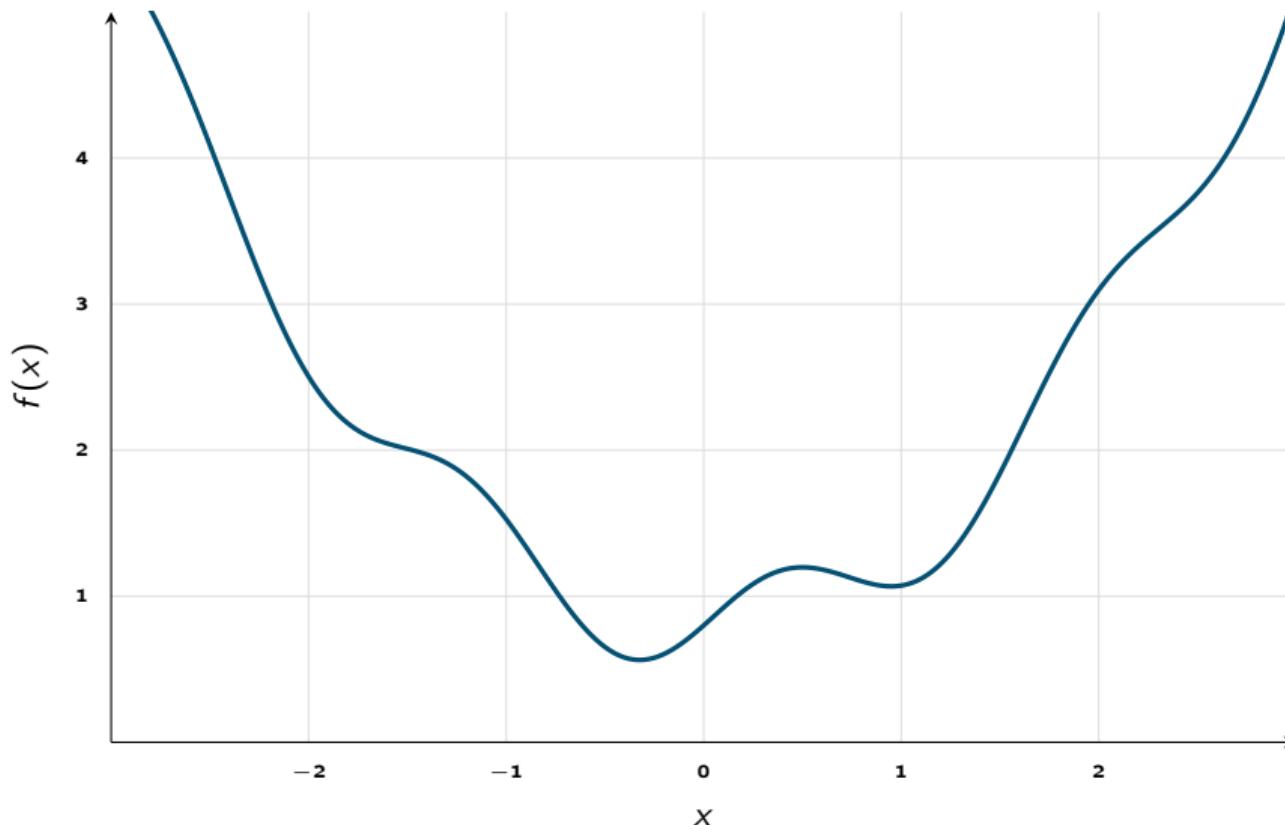
L'optimisation est partout !



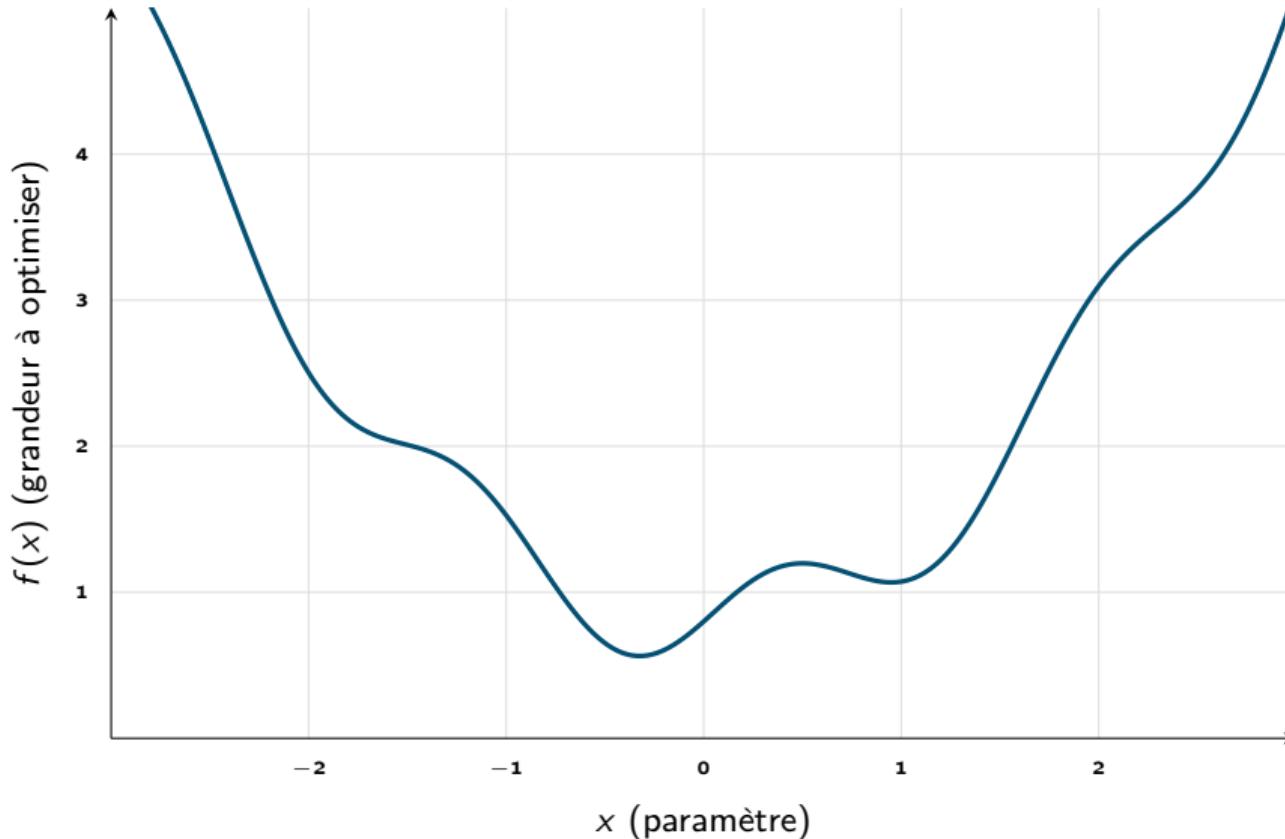
L'optimisation est partout !



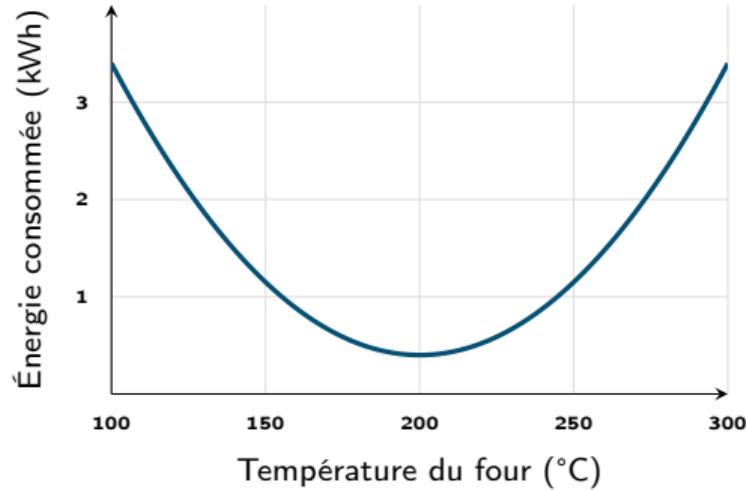
Représenter une fonction



Représenter une fonction

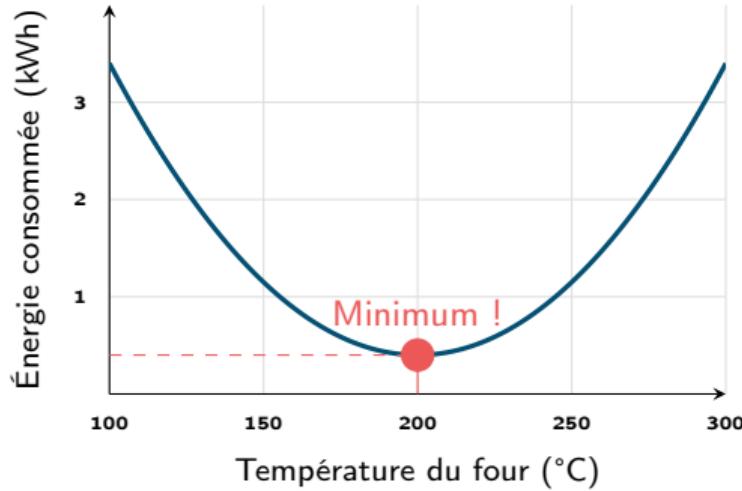


Où est le minimum ? (1/2)



Où est le **point le plus bas** sur ce graphique ?

Où est le minimum ? (1/2)

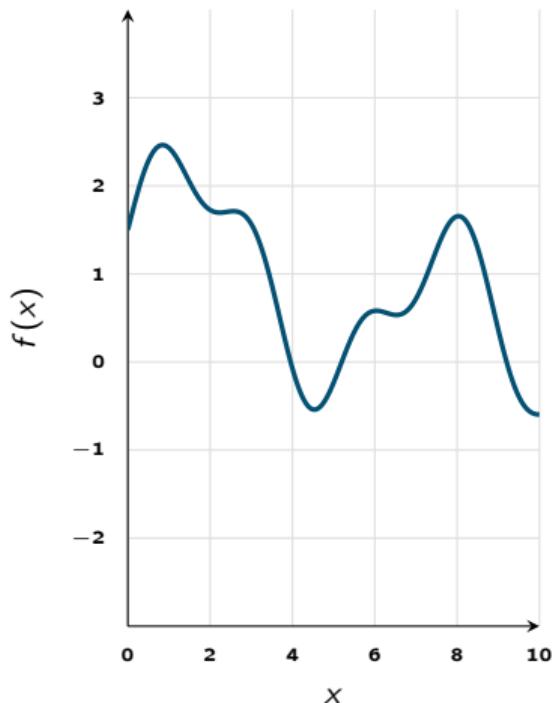


Où est le **point le plus bas** sur ce graphe ?

Réponse

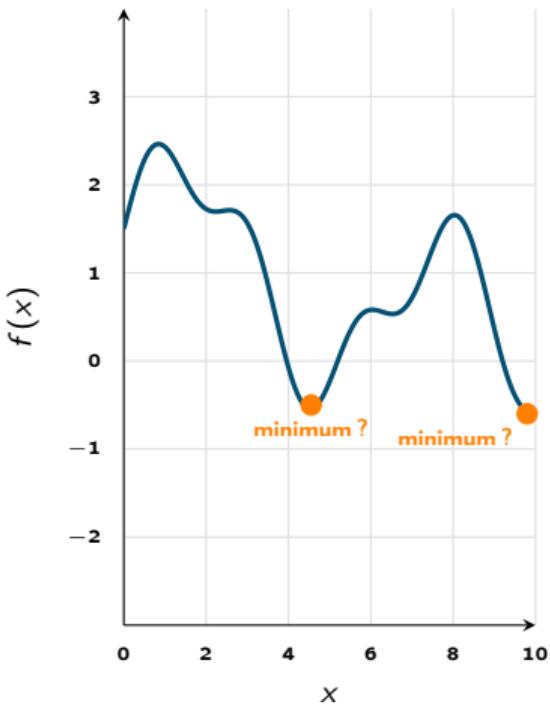
Le **minimum** est en $x^* = 200^\circ\text{C}$ avec $f(x^*) = 0,4 \text{ kWh}$.

Où est le minimum ? (2/2)



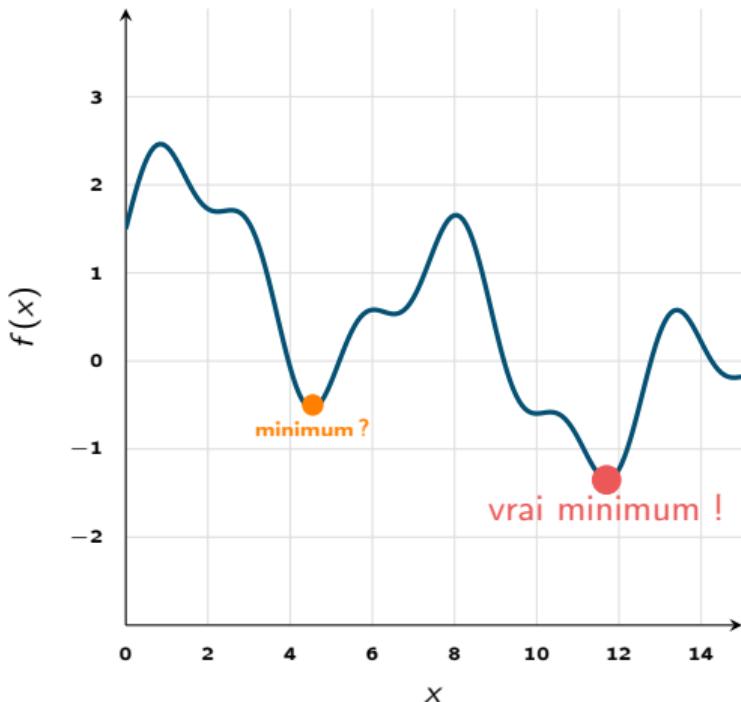
Et maintenant ? Repérez le **minimum** !

Où est le minimum ? (2/2)



Et maintenant ? Repérez le **minimum** !

Où est le minimum ? (2/2)



Et maintenant ? Repérez le **minimum** !

Piège !

On peut se tromper de minimum.
C'est un des grands défis de l'optimisation !

Traduire un problème de la vraie vie en maths ("modéliser")

Un producteur de poire observe :

- s'il y a 60 poiriers sur son champs, chaque arbre produit 480 poires par an.
- à chaque fois qu'un poirier est ajouté, tous les poiriers produisent 5 poires de moins.

Combien doit-il planter d'arbre pour produire le plus de poires ?

Traduire un problème de la vraie vie en maths ("modéliser")

Un producteur de poire observe :

- s'il y a 60 poiriers sur son champs, chaque arbre produit 480 poires par an.
- à chaque fois qu'un poirier est ajouté, tous les poiriers produisent 5 poires de moins.

Combien doit-il planter d'arbre pour produire le plus de poires ?

Recette

- Si on ajoute 1 poirier : $(480 - 5 \times 1) \times (60 + 1)$ poires produites.

Traduire un problème de la vraie vie en maths ("modéliser")

Un producteur de poire observe :

- s'il y a 60 poiriers sur son champs, chaque arbre produit 480 poires par an.
- à chaque fois qu'un poirier est ajouté, tous les poiriers produisent 5 poires de moins.

Combien doit-il planter d'arbre pour produire le plus de poires ?

Recette

- Si on ajoute 1 poirier : $(480 - 5 \times 1) \times (60 + 1)$ poires produites.
- Si on ajoute 2 poirier : $(480 - 5 \times 2) \times (60 + 2)$ poires produites.

Traduire un problème de la vraie vie en maths ("modéliser")

Un producteur de poire observe :

- s'il y a 60 poiriers sur son champs, chaque arbre produit 480 poires par an.
- à chaque fois qu'un poirier est ajouté, tous les poiriers produisent 5 poires de moins.

Combien doit-il planter d'arbre pour produire le plus de poires ?

Recette

- Si on ajoute 1 poirier : $(480 - 5 \times 1) \times (60 + 1)$ poires produites.
- Si on ajoute 2 poirier : $(480 - 5 \times 2) \times (60 + 2)$ poires produites.
- Si on ajoute p poirier : $(480 - 5 \times p) \times (60 + p)$ poires produites.

Traduire un problème de la vraie vie en maths ("modéliser")

Un producteur de poire observe :

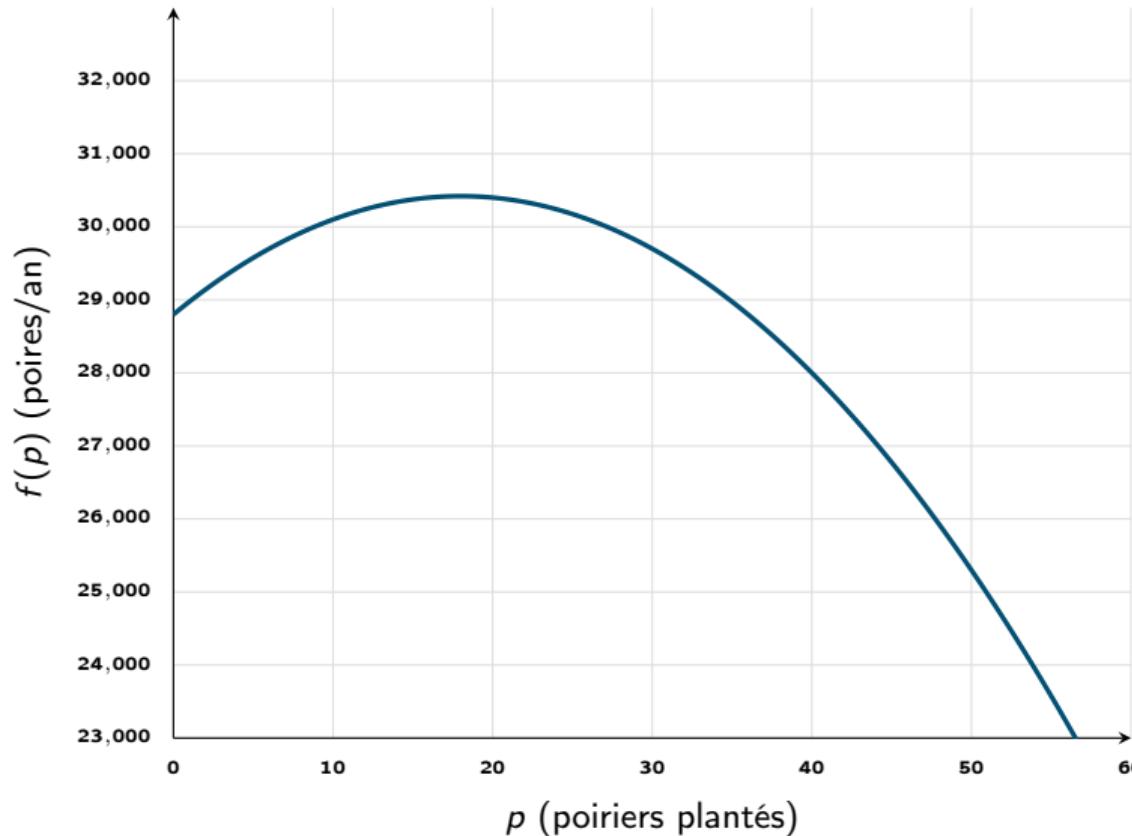
- s'il y a 60 poiriers sur son champs, chaque arbre produit 480 poires par an.
- à chaque fois qu'un poirier est ajouté, tous les poiriers produisent 5 poires de moins.

Combien doit-il planter d'arbre pour produire le plus de poires ?

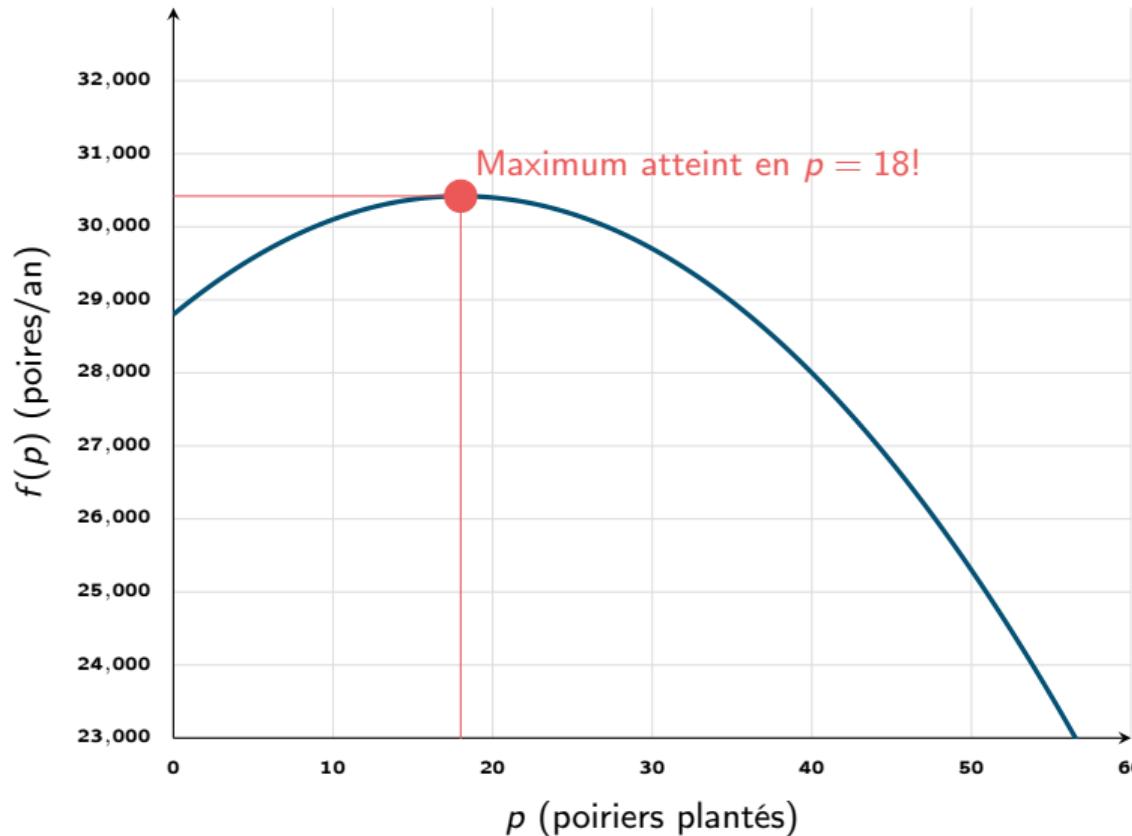
Recette

- Si on ajoute 1 poirier : $(480 - 5 \times 1) \times (60 + 1)$ poires produites.
Si on ajoute 2 poirier : $(480 - 5 \times 2) \times (60 + 2)$ poires produites.
Si on ajoute p poirier : $(480 - 5 \times p) \times (60 + p)$ poires produites.
- La nouvelle question est :
« Quel est le point le **plus haut** de la fonction $f(p) = (480 - 5 \times p) \times (60 + p)$? »

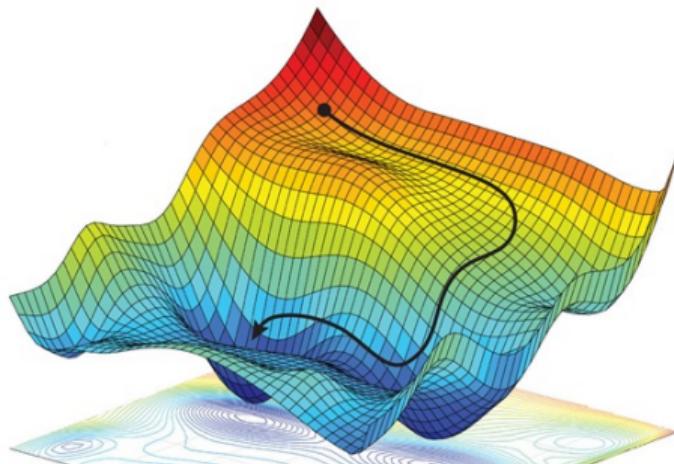
Représentation graphique du nombre de poires produites



Représentation graphique du nombre de poires produites



Pourquoi on a besoin d'algorithmes ?



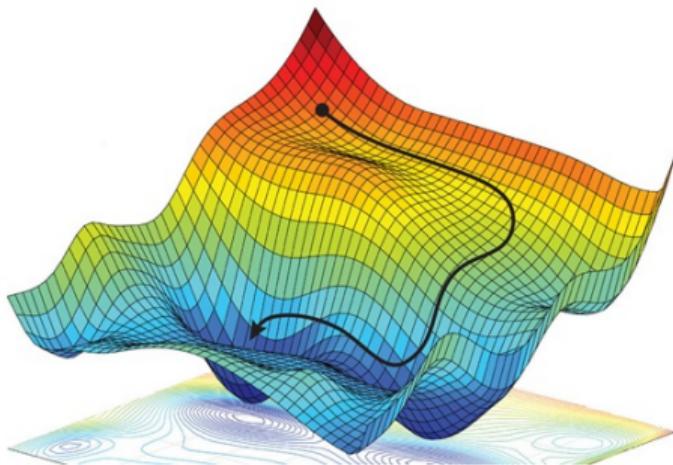
Plusieurs paramètres (latitude & longitude)

Le problème

Imaginez : vous êtes dans un paysage de montagnes et de vallées,
les yeux bandés.

Comment trouver le point le plus bas ?

Pourquoi on a besoin d'algorithmes ?



Plusieurs paramètres (latitude & longitude)

Le problème

Imaginez : vous êtes dans un paysage de montagnes et de vallées,
les yeux bandés.

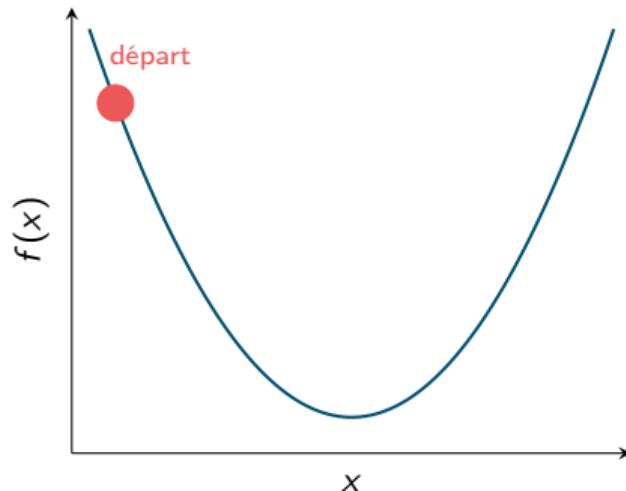
Comment trouver le point le plus bas ?

La solution

Des **algorithmes** qui explorent intelligemment le paysage.

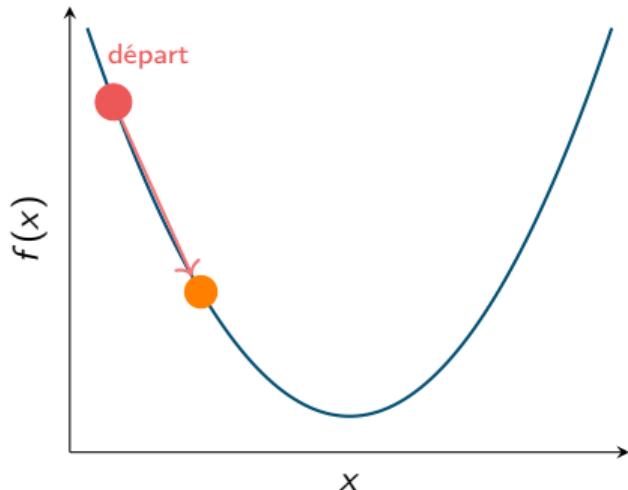
L'intuition : suivre la pente

Imaginez une balle au sommet d'une colline...



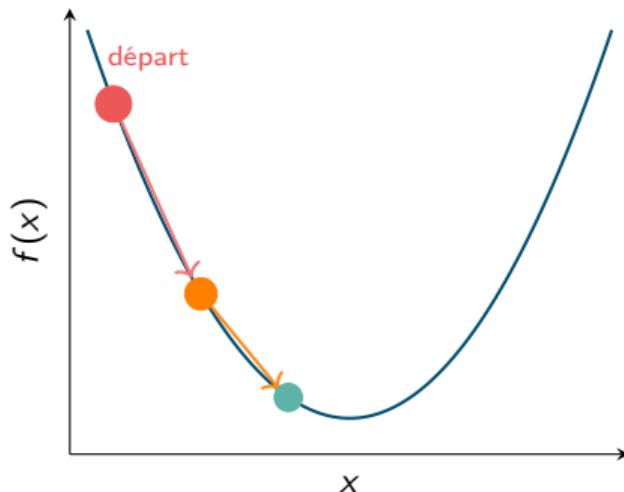
L'intuition : suivre la pente

Imaginez une balle au sommet d'une colline...



L'intuition : suivre la pente

Imaginez une balle au sommet d'une colline...

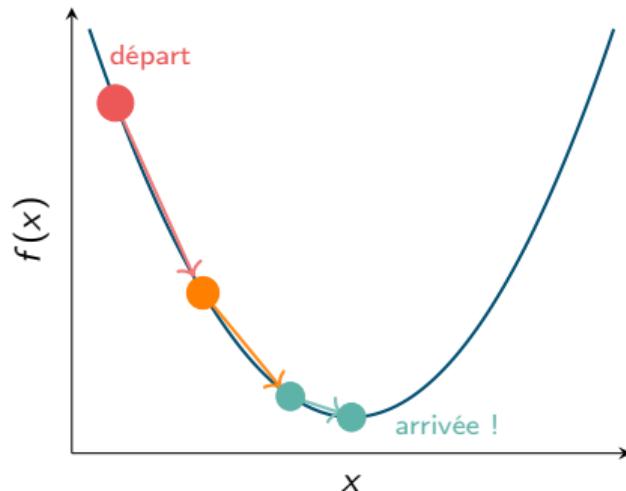


L'intuition : suivre la pente

Imaginez une balle au sommet d'une colline...

Descente de *gradient*

À chaque étape : faire un **pas dans la direction descendante**.



Et quand on ne voit pas la pente ? La *boîte noire*.

Exemple 1 : trouver la meilleure dose d'un médicament.



*On ne sait pas ce
qu'il y a dedans !*

Le problème

On ne peut pas **calculer la pente** de cette boîte noire.

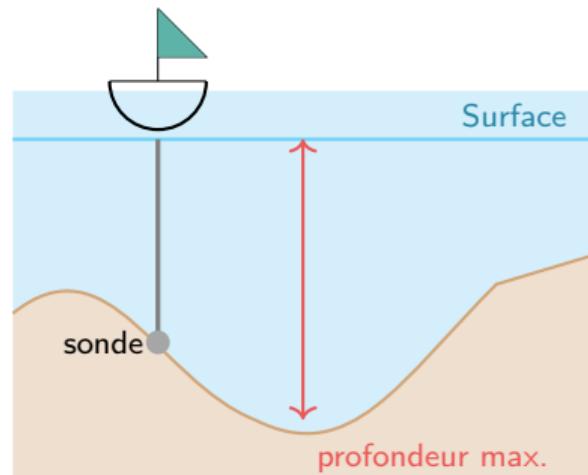
⇒ Comment trouver la meilleure dose quand même ?

Autre exemple de boîte noire

Mission : trouver l'endroit le plus profond d'un lac.

Problème

On ne peut **pas** mesurer la pente.



Autre exemple de boîte noire

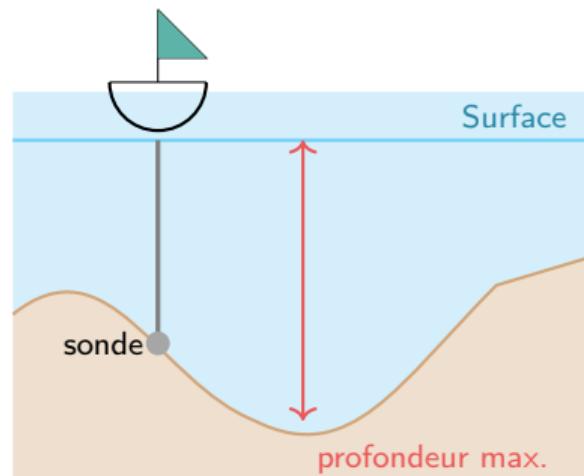
Mission : trouver l'endroit le plus profond d'un lac.

Problème

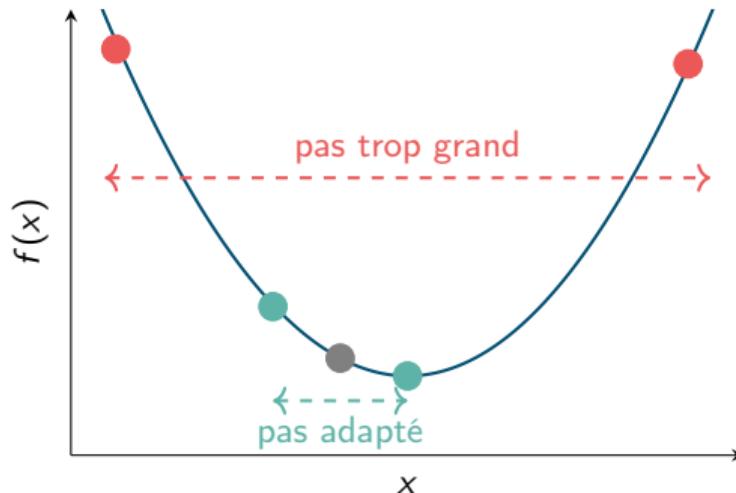
On ne peut **pas** mesurer la pente.

Stratégie

Regarder à droite, à gauche de l'endroit sondé.



La notion de pas



Votre mission

Contexte

Les tortues marines pondent leurs œufs sur la plage.

Notre tortue cherche l'**endroit le plus frais** pour le bon développement des bébé tortues.

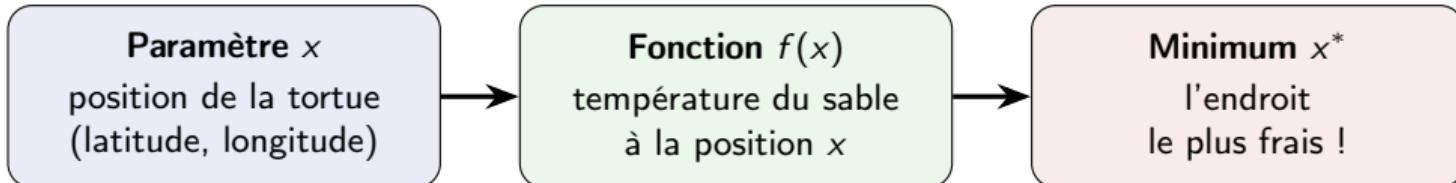
Votre rôle

Vous êtes la tortue !

Rejoignez l'endroit de **température minimale**



Le lien avec l'optimisation



Règles du jeu

- Vous pouvez **sonder** la température à plusieurs endroits
- Vous avez un nombre **limité de sondes**
- Objectif : trouver le minimum **en un minimum d'essais**

Contrainte

Vous ne voyez pas la carte de chaleur complète.
Vous ne mesurez la température qu'aux points où vous envoyez la tortue.

A vous de jouer !

