第4章 微波网络概要和散射参量

第1节 等效电压与电流

第2节 阻抗和导纳矩阵

第3节 散射矩阵

第4节 网络的转移矩阵： ABCD 矩阵

第5节 信号流图

第6节 不连续性和模式分析

微波系统

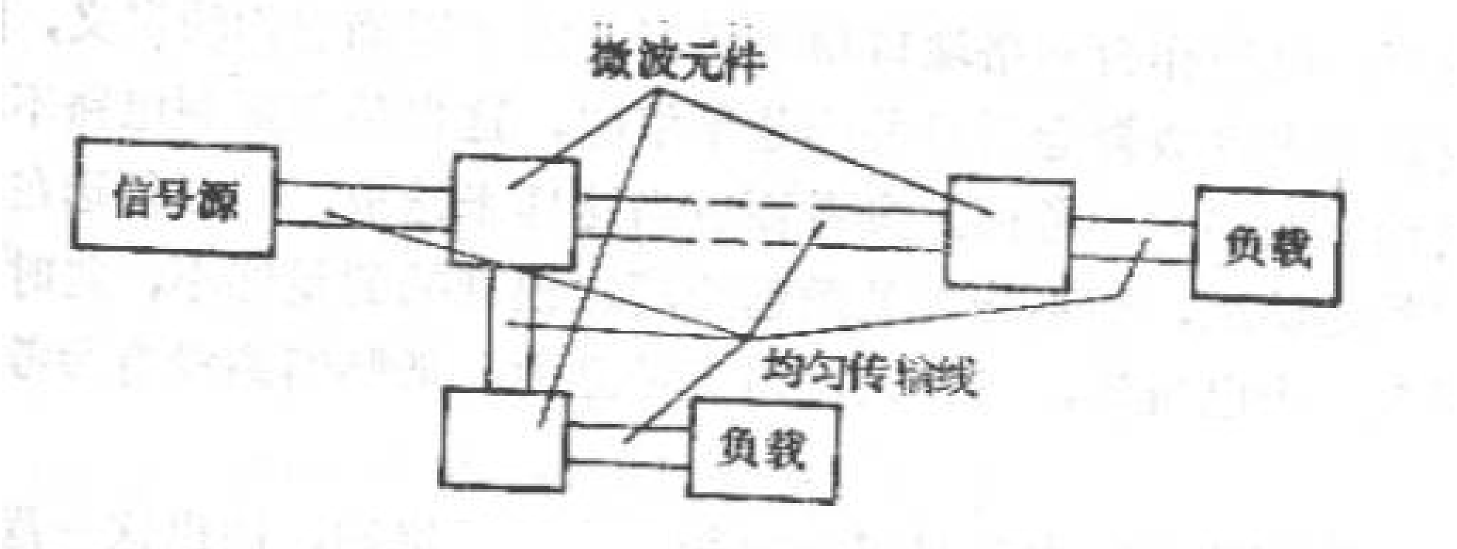
一般的微波系统都可概括为由下面几部分组成:

（1）能激励起电磁波的区段，称为信号源;

（2）能吸收电磁波的区段，称为负载;

（3）不均匀区段，称为微波元、器件;

（4）连接上述三种区段的部分，称为均匀传输线。



微波系统方框图

微波系统

- 对微波系统的分析：

  场的方法：相当困难
  路的方法：简单直观

场的方法是路的方法的基础

我们经常感兴趣的是在一组端口上的电压、电流或功率

而不是空间所有点上响应的瞬时描述

我们经常感兴趣的是把几个元件组合起来求响应

而不是详细分析每个元件的性能

微波网络

微波网络：是由微波元件和均匀传输线段构成的一个封闭的媒质空间。

“微波系统、电路”等的抽象化模型

微波元件可以等效为网络

网络方法

1.网络分析：给出一定的电路结构，分析其网络参量及各种工作特性

2.网络综合：根据预定的对工作特性的要求，进行网络的结构设计

微波网络理论可以把一个实际的微波系统抽象化为一种物理模型，这个模型就称为网络

网络分类

根据网络中元件物理量的分布特点分

1.低频网络： 由集总参数元件构成的电路系统

2.微波网络： 由微波传输线（波导）和微波元件（不均匀性）构成的分布参数电路系统

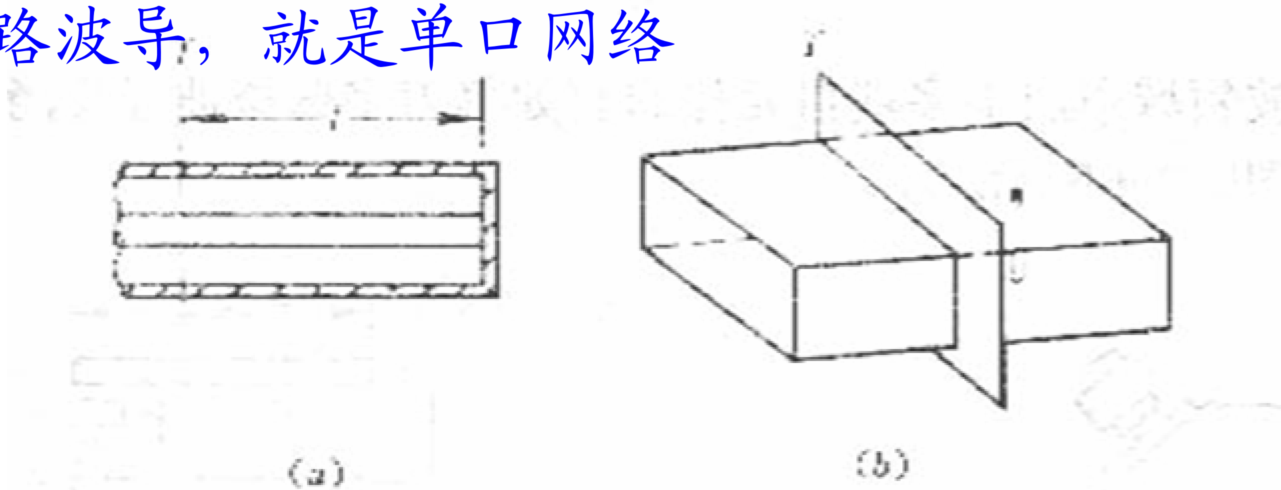
根据微波网络的端口数目分

根据微波元件（不均匀区）端口数目，微波网络可分为单口（二端）、二口（四端）、三口（六端）、四口（八端）、……N口（2N端）网络。

微波网络的种类

单口网络:

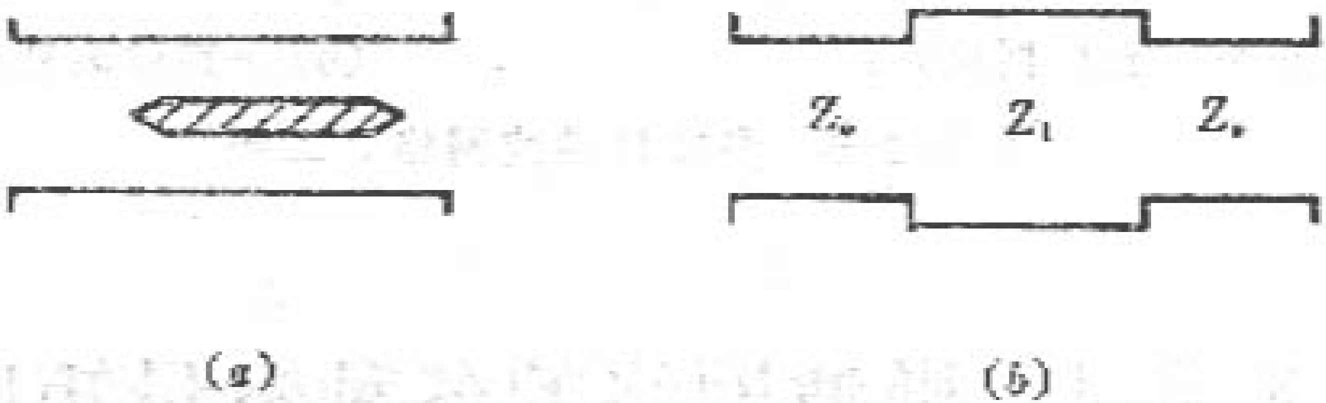
就是功率能进去或者能出来的单段波导或传输线的电路。图中所示的短路传输线和包含一个金属柱的短路波导，就是单口网络



(a) 短路同轴线，(b) 带有小柱的短路波导单端口元件

微波网络的种类

二端口网络　微波领域中多数微波元件属于二口元件，因此微波二口网络是大量的。图给出的是衰减器和一个对称接头作为二端口网络的两个例子。

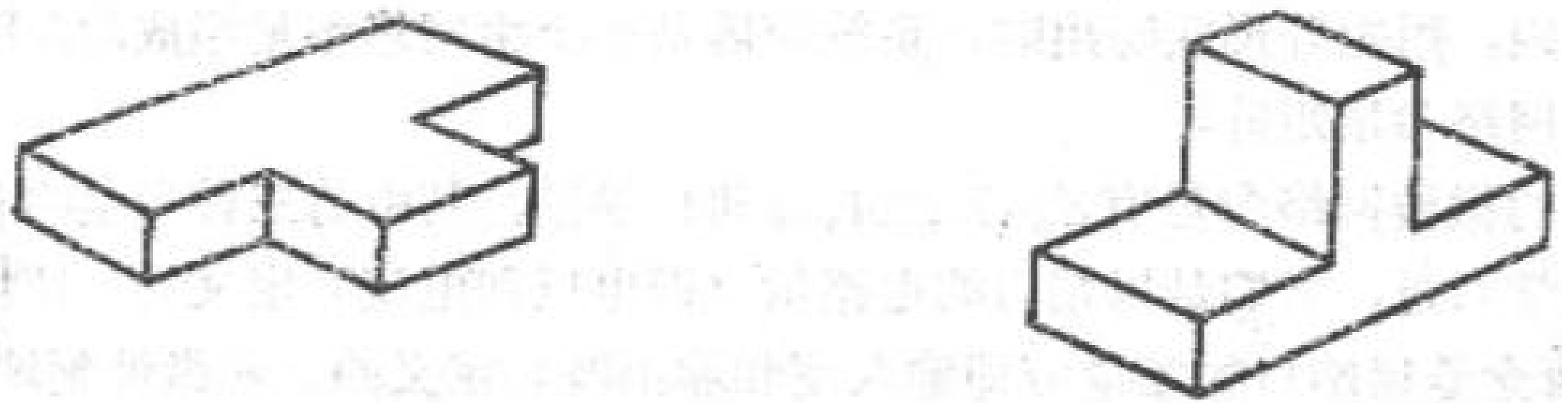


(a) 衰减器；　(b) 对称接头

二端口网络之二例

微波网络的种类

三端口网络 微波领域中属于三端口元件的有E型或H型波导分支、同轴线T型接头、单刀双掷微波开关等等。图给出的是H型面波导分支和E面波导分支作为三端口网络的两个例子。

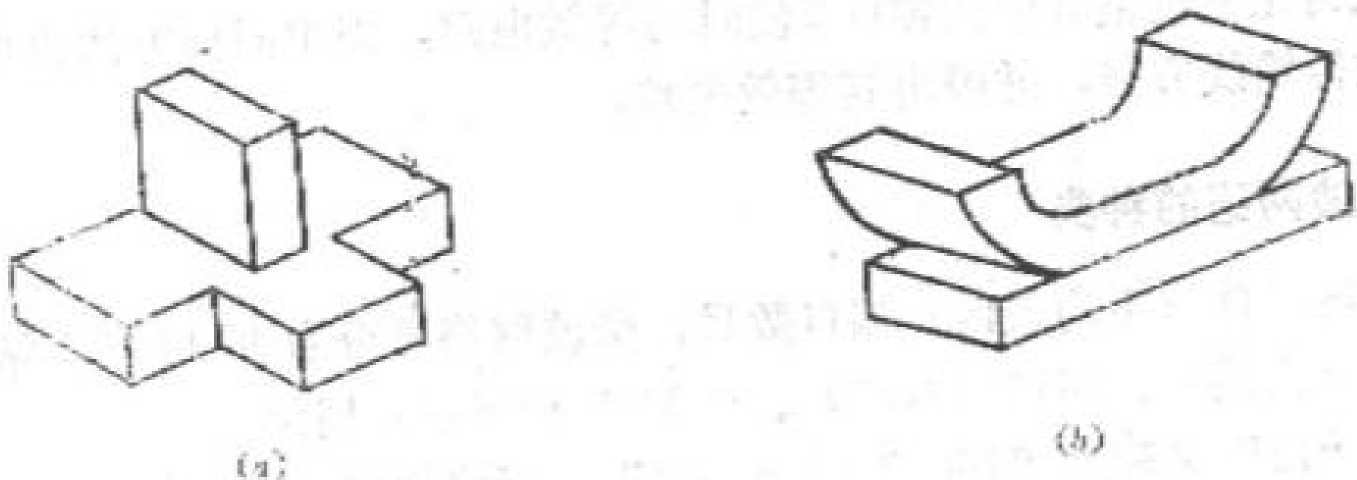


(a) H面分支　　(b) E面分支

三口网络之二例

微波网络的种类

四端口网络 微波领域中属于四端口元件的也有多种，如双T接头、双匹配双T（魔T）、定向耦合器等等。图给出的是双T和定向耦合器作为四端口网络的两个例子。

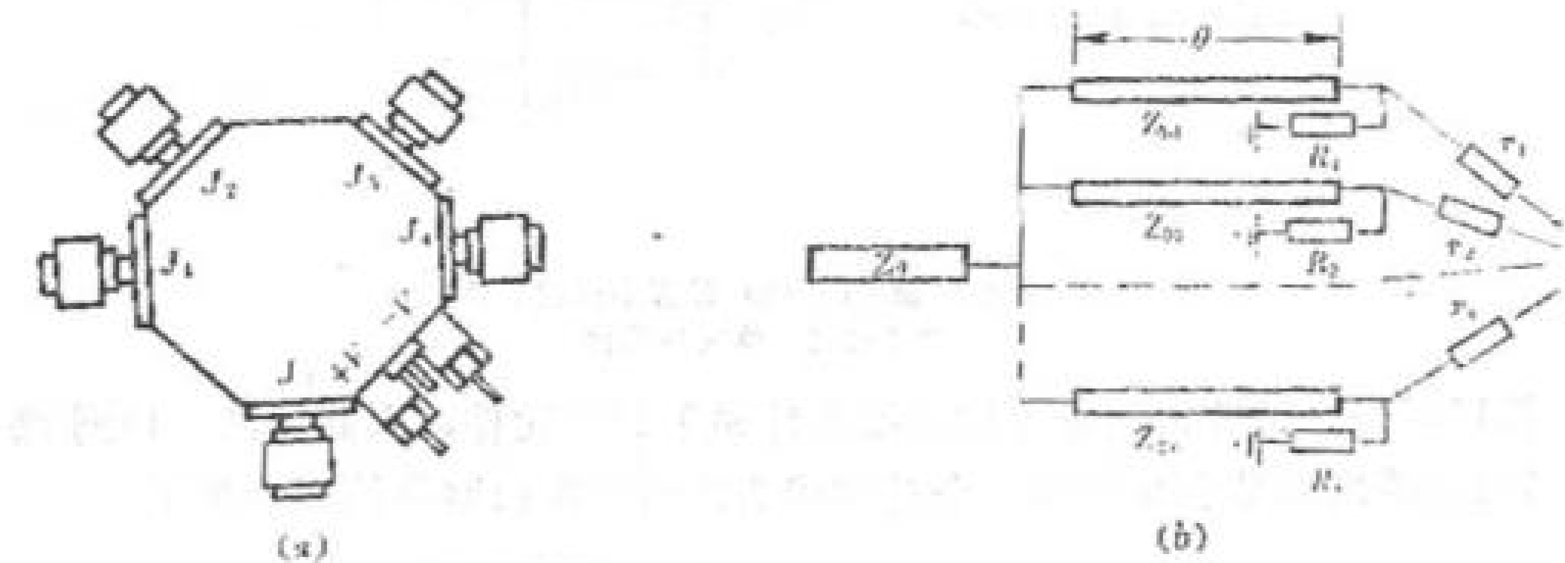


(a) 双T接头；(b) 定向耦合器

四口网络之二例

微波网络的种类

多端口网络 微波领域中属于多端口元件的有如单刀多掷微波开关、多路功分器（功率合成器）等等，如图所示



(a) 单刀四掷微波开关（五口网络）；　(b) n路微波功率混合器原理

多端口微波网络之二例

微波网络的特点

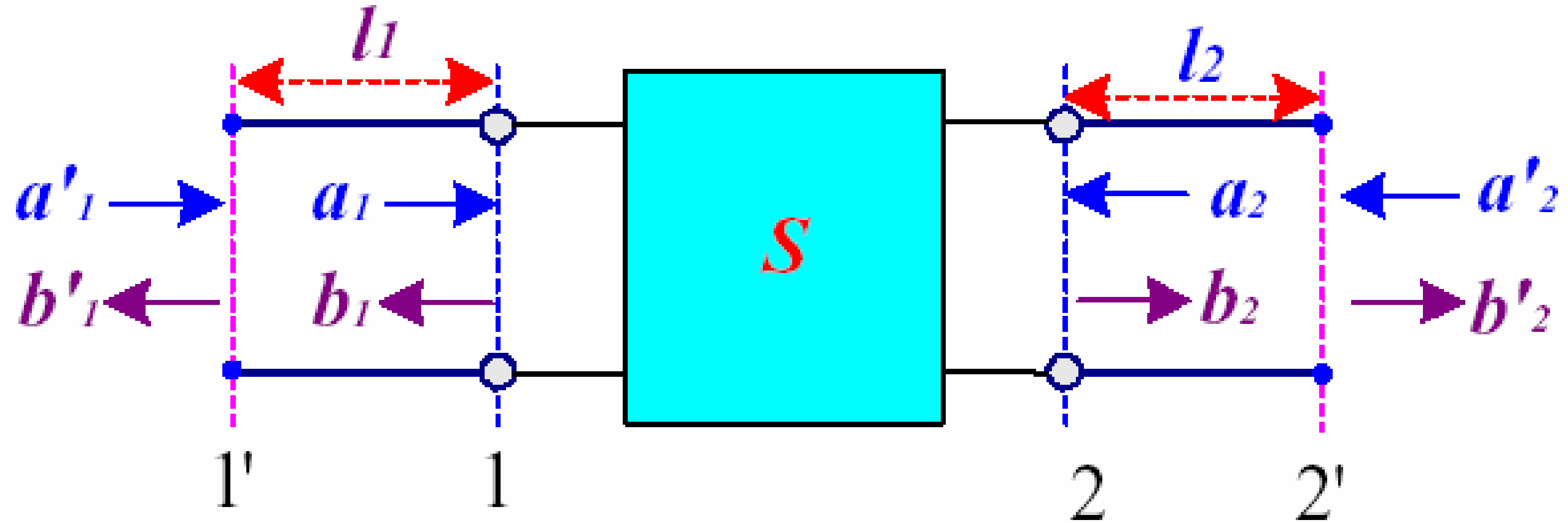
1、普通电路网络——“ 集中参数”

电路尺寸远远小于工作波长，电路分析理论

微波电路网络——“ 分布参数”

微波系统中的连接线段（波导）都是具有分布参数的传输线，线段本身也是一个微波元件，其长短直接影响着网络参量。

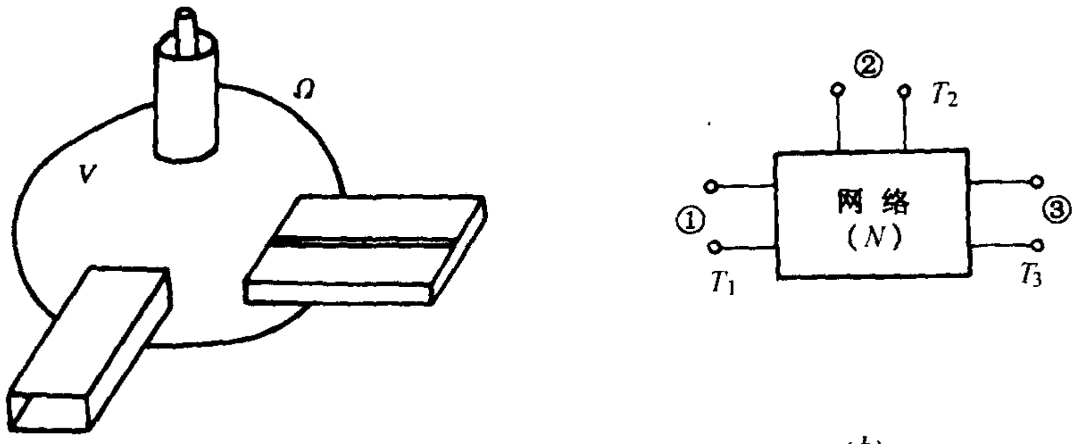
在将微波系统等效为网络时，端口面（参考面）位置的选择是很重要的



微波网络的特点

2. 不同的模式等效为不同的网络:

微波元件：由不均匀区域（微波结）和与其相连接的n条均匀波导构成的



(a) (b)

微波网络分析模型

每条波导只传输主模 $\xrightarrow{\text{等效为}}$ 一个具有**n**端口的网络

每条波导只传输**m**个模式 $\xrightarrow{\text{等效为}}$ **n**×**m**个端口的网络

微波网络的特点

3. 微波元件等效电感、电容和电阻或电导都是频率的函数。因此，微波元件与网络之间的等效关系仅对某一频率或某一窄频带才是正确的

4. 网络端口参考面上的等效电压和电流应分别与电场的横向分量和磁场的横向分量成比例端口参考面上的等效电压和电流不是唯一的

微波网络参量

- **场的唯一性定理：在由封闭曲面所包围的空间内存在着确定的场源（或者无源）时，只要知道了边界上（或部分边界上）各点处场的切向分量（切向场），则空间内各点的场就唯一地确定了。**

网络所限定的边界是由**良导体**构成的

所以，若参考面上的切向场一经确定，则网络所限定的空间内各点的场也就唯一地确定了

微波网络参量

网络参量的分类:

1、电路参量:当端口信号为电压和电流时的参量

用阻抗、导纳等来描述

阻抗参量(Z参量),导纳参量(Y参量)

传输参量(A参量)

2、波参量

端口信号为(输入波和输出波)场强振幅归一化值,用散射、传输描述

散射参量(S参量)

第1节 等效电压与电流

微波频率下，电压和电流的测量很困难

电压？

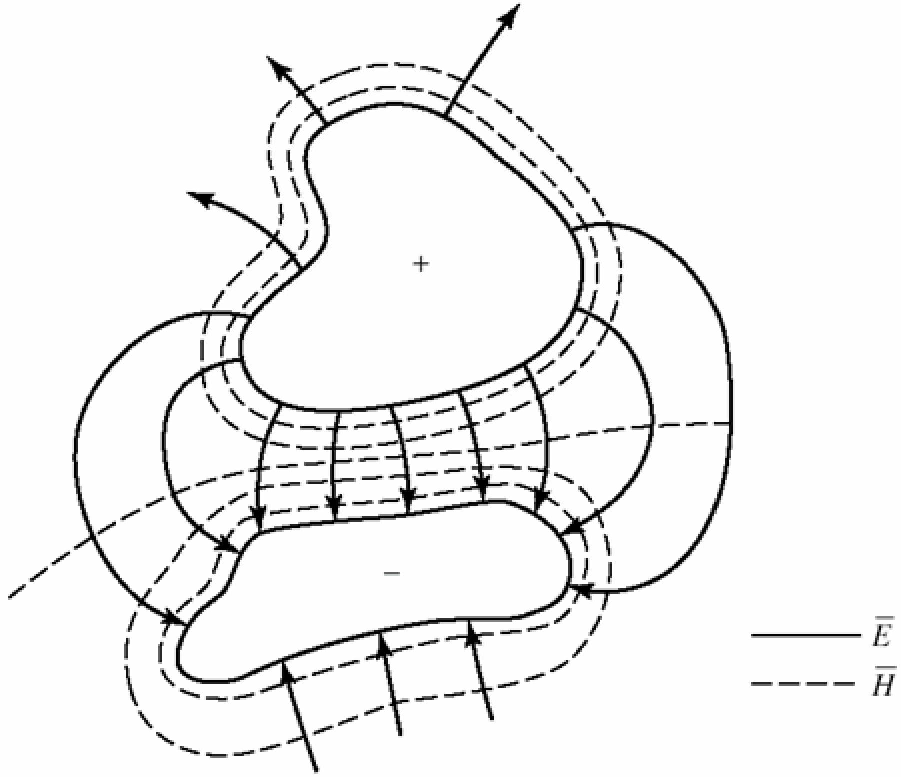
$$U = \int_{+}^{-} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

电流？

$$I = \oint_{C^+} \vec{H} \cdot d\vec{l}$$

特性阻抗定义为

$$Z_0 = \frac{U}{I}$$



任意双导体TEM传输线的电力线和磁力线

等效电压与电流

等效电压波和电流波定义为:

$$U(z)=U^{+}e^{-j\beta z}+U^{-}e^{+j\beta z}$$

$$I(z)=\frac{1}{Z_0}(U^{+}e^{-j\beta z}-U^{-}e^{+j\beta z})$$

特性阻抗为 $$Z_0=\frac{U^{+}}{I^{+}}=\frac{U^{-}}{I^{-}}$$

遇到过多种阻抗概念

阻抗?

阻抗

首先于19世纪由亥维赛提出，

描述的是含有电阻器、电感器和电容器的交流电路中复数比 $U\ /\ I$

应用由传输线推广到电磁场

阻抗概念成为场理论和传输线（电路）理论间的纽带

阻抗分类

- 本征阻抗
- 波阻抗
- 特征阻抗
- 输入阻抗

阻抗分类

本征阻抗 等于平面波波阻抗，仅与媒质材料有关

$$\eta = \sqrt{\mu / \varepsilon}$$

波阻抗 不同波型有不同波阻抗 **TEM波、TE波、TM波**

$$Z_w = E_t / H_t$$

波阻抗为Z_{TEM} Z_{TE} Z_{TM}

与传输线、波导类型、材料性质及工作频率有关

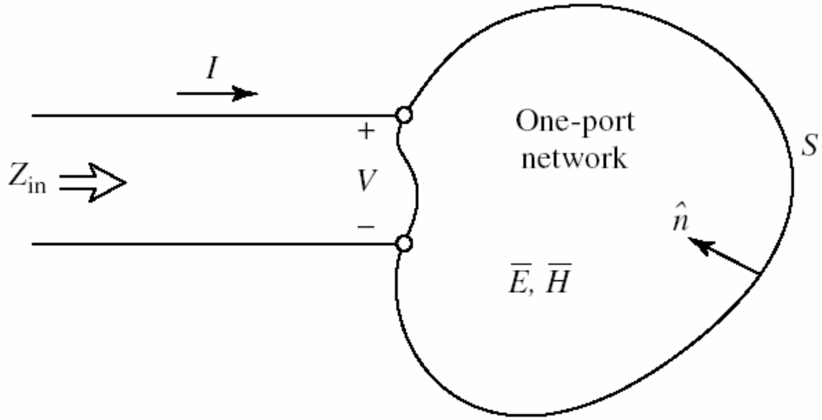
特征阻抗 为传输线上的行波电压与电流之比

$$Z_0 = \sqrt{L / C}$$

输入阻抗 某点朝负载端看过去的阻抗

定义：传输线上某点的总电压和总电流之比

$$Z_{in} = \frac{\tilde{U}(z)}{\tilde{I}(z)} = \frac{U^+ e^{-\gamma z} + U^- e^{+\gamma z}}{U^+ e^{-\gamma z} - U^- e^{+\gamma z}} Z_0$$



传送到一端口网络的复功率为

$$P=\frac{1}{2}\oint_S \vec{E}\times\vec{H}^*\cdot d\vec{S}=P_l+2j\omega\left(W_m-W_e\right)$$

P_l 为耗散在网络中的平均功率

W_m 为磁场储能 W_e 为电场储能

输入阻抗为 $Z_{in}=R+jX=\dfrac{V}{I}=\dfrac{VI^*}{|I|^2}=\dfrac{P}{\frac{1}{2}|I|^2}=\dfrac{P_l+2j\omega\left(W_m-W_e\right)}{\frac{1}{2}|I|^2}$

输入阻抗的实部与耗散功率有关，虚部与网络净储能有关

无耗网络 $P_l=0$ $R=0$ 所以 Z_{in} 是纯虚数

电抗为 $X=\dfrac{4\omega\left(W_m-W_e\right)}{|I|^2}$ 对感性负载 $W_m>W_e$ X为正

对容性负载 $W_m<W_e$ X为负

第2节 阻抗和导纳矩阵

如网络中不同点的电压和电流确定

可利用电路理论的阻抗导纳矩阵把这些端点或端口联系起来

例

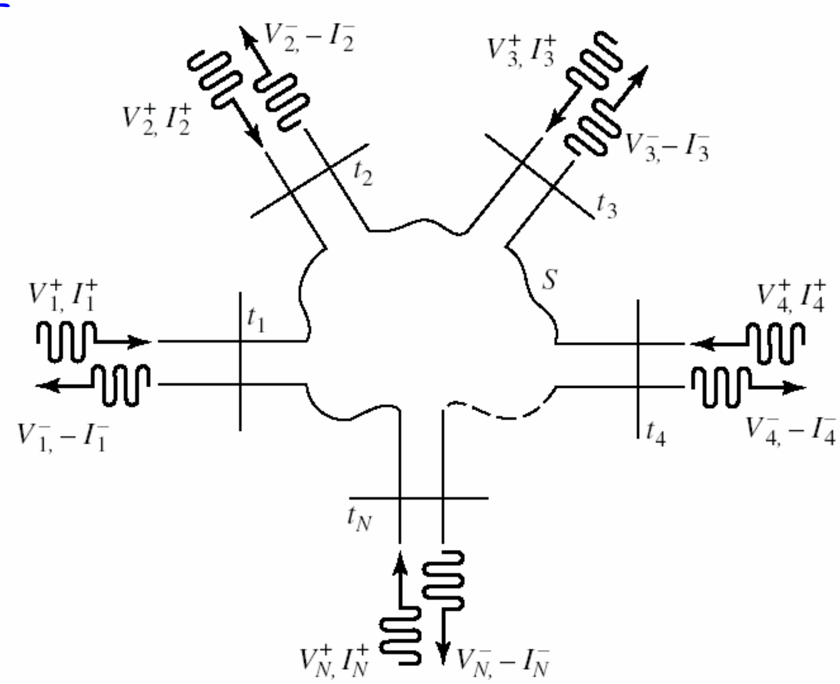
在第n个端口上定义一个端参考平面 t_n

定义等效入射波电压和电流为 V_n^+, I_n^+

等效反射波电压和电流为 V_n^-, I_n^-

在第n个端平面上总电压和电流为:

$$V_n = V_n^+ + V_n^- \qquad I_n = I_n^+ - I_n^-$$



任意N端口网络

考察两端口网络

反映端口电压、电流关系

流入为正

流出为负

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$[U] = [Z][I]$$

网络的“开路”参数：“自阻抗”和“转移阻抗”

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$Z = \frac{U}{I}$$

$$U_1 = Z_{11} \cdot I_1 + Z_{12} \cdot I_2$$

$$U_2 = Z_{21} \cdot I_1 + Z_{22} \cdot I_2$$

$$Z_{11} = \left. \frac{U_1}{I_1} \right|_{I_2 = 0} \qquad Z_{21} = \left. \frac{U_2}{I_1} \right|_{I_2 = 0}$$

$2^{\#}$端口开路

$$Z_{22} = \left. \frac{U_2}{I_2} \right|_{I_1 = 0} \qquad Z_{12} = \left. \frac{U_1}{I_2} \right|_{I_1 = 0}$$

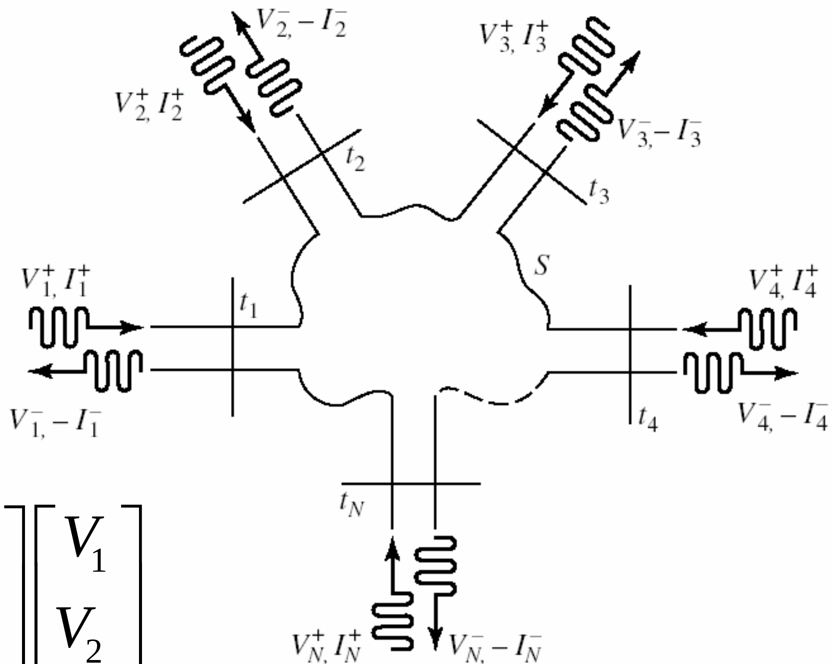
$1^{\#}$端口开路

阻抗和导纳矩阵

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1N} \\ Z_{21} & & & \vdots \\ \vdots & & & \vdots \\ Z_{N1} & \cdots & \cdots & Z_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix},$$

联系电压和电流的是阻抗矩阵 $[Z]$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1N} \\ Z_{21} & & & \vdots \\ \vdots & & & \vdots \\ Z_{N1} & \cdots & \cdots & Z_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix}$$



写成矩阵形式为

$$[V] = [Z][I]$$

导纳矩阵为

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1N} \\ Y_{21} & & & \vdots \\ \vdots & & & \vdots \\ Y_{N1} & \cdots & \cdots & Y_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_N \end{bmatrix}$$

写成矩阵形式为 $[I] = [Y][V]$

$$[Y] = [Z]^{-1}$$

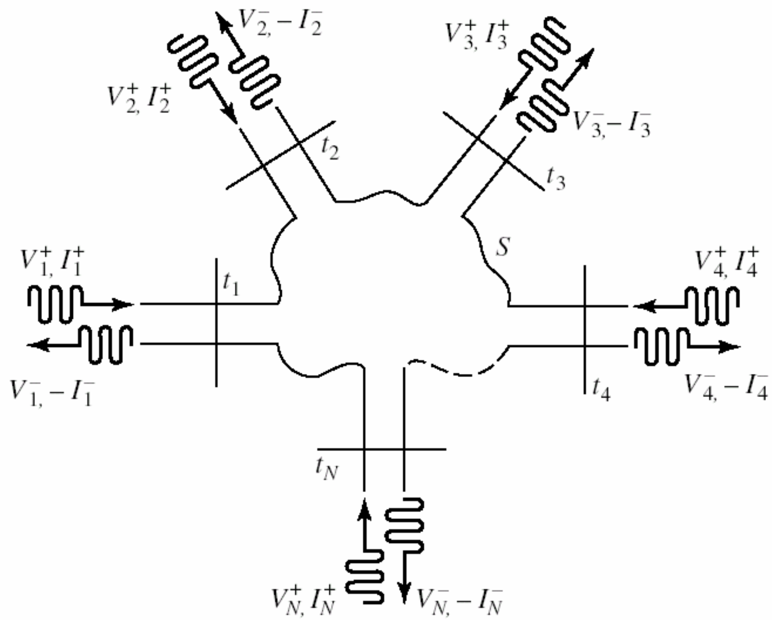
$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1N} \\ Z_{21} & & & \vdots \\ \vdots & & & \vdots \\ Z_{N1} & \cdots & \cdots & Z_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix},$$

阻抗和导纳矩阵

由
$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1N} \\ Z_{21} & & & \vdots \\ \vdots & & & \vdots \\ Z_{N1} & \cdots & \cdots & Z_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix}$$

即 $[V] = [Z][I]$

有 $Z_{ij} = \left.\dfrac{V_i}{I_j}\right|_{I_k = 0,\, k \neq j}$



可以看出如何得到 Z_{ij}

端口j通电流 I_j 其他端口 $I_k = 0, \quad k \neq j$ 即其他端口开路

然后测量i端口电压 利用公式即可得到 Z_{ij}

Z_{ii} 含义 端口i通电流 I_i 其他端口开路 然后测量i端口电压

即i端口输入阻抗 因此 Z_{ij} 为端口i和j之间的转移阻抗

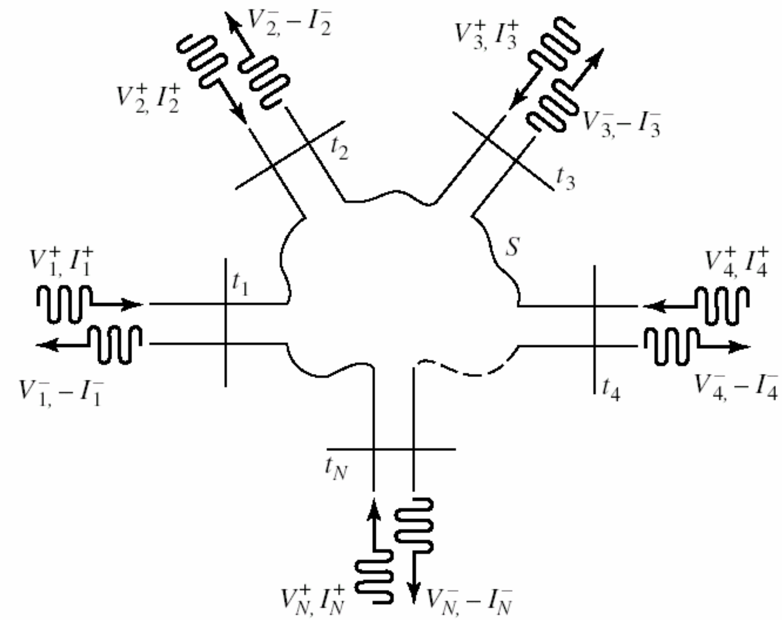
阻抗和导纳矩阵

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1N} \\ Z_{21} & & & \vdots \\ \vdots & & & \vdots \\ Z_{N1} & \cdots & \cdots & Z_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix},$$

由 $$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1N} \\ Y_{21} & & & \vdots \\ \vdots & & & \vdots \\ Y_{N1} & \cdots & \cdots & Y_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_N \end{bmatrix}$$

即 $[I] = [Y][V]$

有 $$Y_{ij} = \left.\frac{I_i}{V_j}\right|_{V_k = 0,\, k \neq j}$$



可以看出如何得到 Y_{ij}

端口j加电压 V_j 其他端口 $V_k = 0, \quad k \neq j$ 即其他端口短路

然后测量i端口短路电流 利用公式即可得到 Y_{ij}

Y_{ii} 含义 即i端口输入导纳 Y_{ij} 为端口i和j之间的转移导纳

思考阻抗矩阵元与导纳元关系

阻抗和导纳矩阵

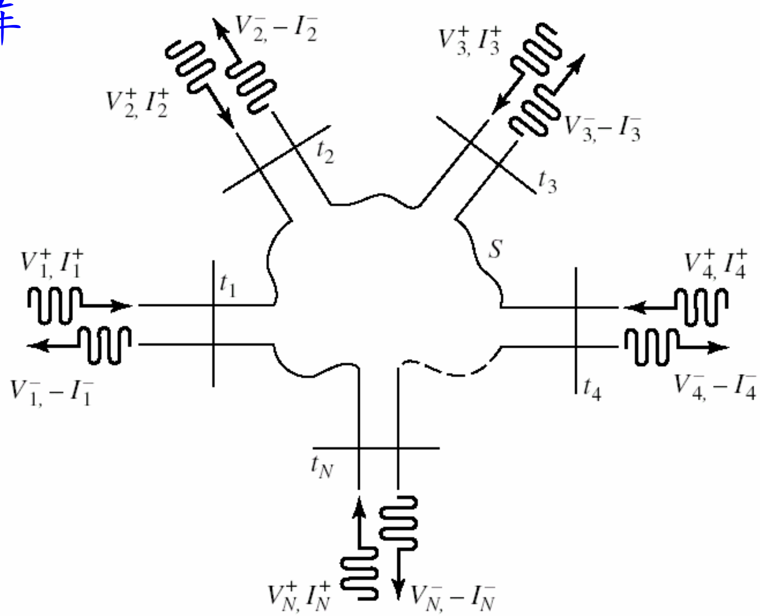
$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1N} \\ Z_{21} & & & \vdots \\ \vdots & & & \vdots \\ Z_{N1} & \cdots & \cdots & Z_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix},$$

每个矩阵元 Y_{ij} Z_{ij} 可能是复数

任意N端口网络，阻抗和导纳是N × N阶矩阵

有 $2 \times N^2$ 个独立变量

实际网络中 有互易的、无耗的等



互易：阻抗与导纳矩阵对称的，即

$$Z_{ij} = Z_{ji} \qquad Y_{ij} = Y_{ji}$$

独立变量减少

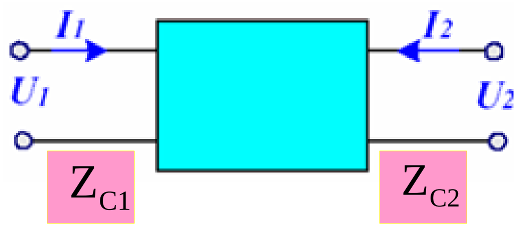
如网络中无非互易性媒质：如铁氧体、等离子体、有源器件等

无耗：Z_{ij} Y_{ij} 是纯虚数 独立变量降为 N^2

归一化阻抗参数[z]：用Z_{c1}、Z_{c2}归一化

定义

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{Z_{C1}}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{Z_{C2}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{Z_{C1}} & 0 \\ 0 & \sqrt{Z_{C2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{Z_{C1}} & 0 \\ 0 & \sqrt{Z_{C2}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{Z_{C1}}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{Z_{C2}}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{Z_{C1}}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{Z_{C2}}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{Z_{C1}} & 0 \\ 0 & \sqrt{Z_{C2}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{Z_{C1}}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{Z_{C2}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{Z_{C1}} & 0 \\ 0 & \sqrt{Z_{C2}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{Z_{C1}}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{Z_{C2}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{Z_{C1}} & 0 \\ 0 & \sqrt{Z_{C2}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

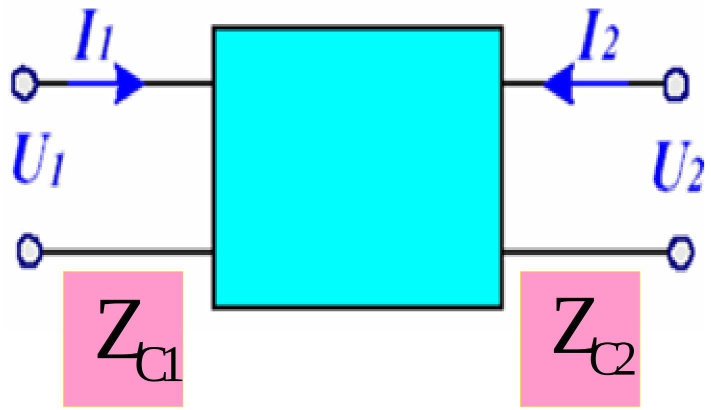
$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Z_{11}}{Z_{C1}} & \frac{Z_{12}}{\sqrt{Z_{C1} \cdot Z_{C2}}} \\ \frac{Z_{21}}{\sqrt{Z_{C1} \cdot Z_{C2}}} & \frac{Z_{22}}{Z_{C2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

$$[u] = [z][i]$$

n端口

$$[u] = \begin{bmatrix} \frac{Z_{11}}{Z_{C1}} & \frac{Z_{12}}{\sqrt{Z_{C1} \cdot Z_{C2}}} & \cdots & \frac{Z_{1n}}{\sqrt{Z_{C1} \cdot Z_{Cn}}} \\ \frac{Z_{21}}{\sqrt{Z_{C2} \cdot Z_{C1}}} & \frac{Z_{22}}{Z_{C2}} & \cdots & \frac{Z_{2n}}{\sqrt{Z_{C2} \cdot Z_{Cn}}} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{Z_{n1}}{\sqrt{Z_{Cn} \cdot Z_{C1}}} & \frac{Z_{n2}}{\sqrt{Z_{Cn} \cdot Z_{C2}}} & \cdots & \frac{Z_{nn}}{Z_{Cn}} \end{bmatrix} [i]$$

网络的“短路”参数：“自阻抗”和“转移阻抗”



导纳矩阵

$$[I] = [Y][U]$$

$$[i] = [y][u]$$

例3：阻抗参量的计算

计算二端口T型网络的Z参量

$$Z_{ij} = \left.\frac{V_i}{I_j}\right|_{I_k=0,\ k\neq j}$$

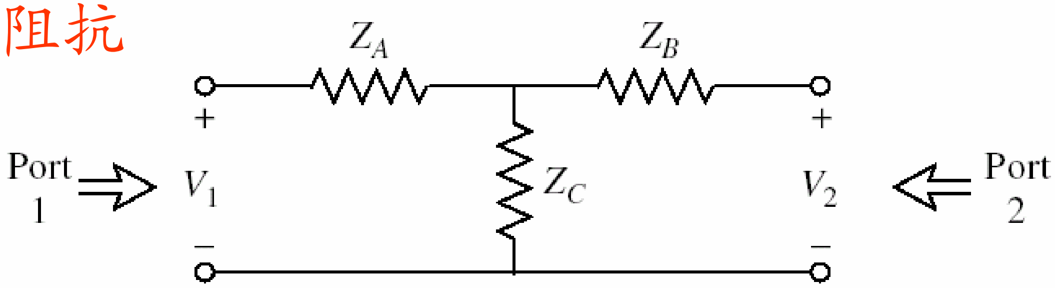
解 $Z_{11} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{I_2=0}$

为端口2开路时端口1的输入阻抗

所以 $Z_{11} = Z_A + Z_C$

同理 $Z_{22} = Z_B + Z_C$

转移阻抗 $Z_{12} = \left.\frac{V_1}{I_2}\right|_{I_1=0}$



二端口T型网络

端口2通电流 I_2 其他端口 即端口1开路

然后测量1端口开路电压

$$Z_{12} = \left.\frac{V_1}{I_2}\right|_{I_1=0} = \frac{V_2}{I_2}\frac{Z_C}{Z_B+Z_C} = Z_C$$

网络中无非互易性媒质，因此是互易的，所以 $Z_{21} = Z_{12} = Z_C$

由于$I_1=0$,所以$V_1=V_C$,$I_2=I_C$ $\frac{V_1}{Z_C} = \frac{V_2}{Z_B+Z_C} = I_C$

第3节 散射矩阵

$$[I]=[Y][V]$$

阻抗导纳矩阵把端口的电压和电流联系起来

$$[V]=[Z][I]$$

散射矩阵联系的是 端口的入射电压波和反射波

HP8510B网络分析仪

可以测散射参量
及其它矩阵参量

散射矩阵

图中V_n^+ 为入射到n端口的电压波振幅　　散射矩阵 $[S]$

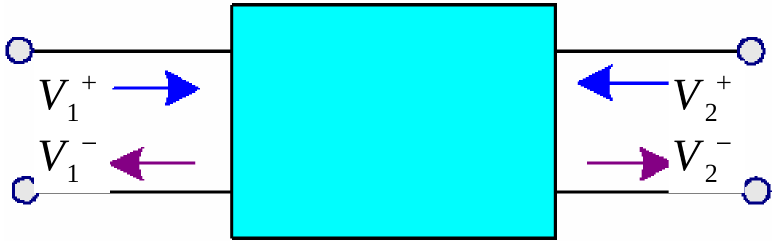
V_n^- 为自n端口反射的电压波振幅　　与入射和反射电压波关系

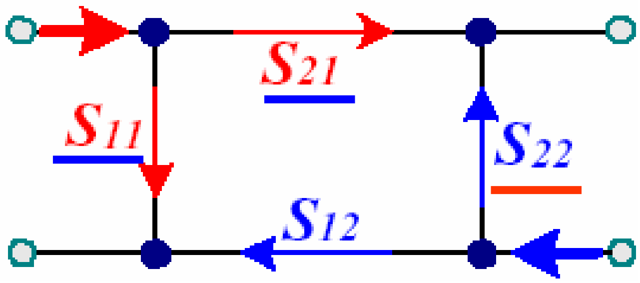
$$\begin{bmatrix} V_1^- \\ V_2^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^+ \\ V_2^+ \end{bmatrix}$$

$$[V^-] = [S][V^+]$$

$$V_1^- = S_{11}V_1^+ + S_{12}V_2^+$$

$$V_2^- = S_{21}V_1^+ + S_{22}V_2^+$$





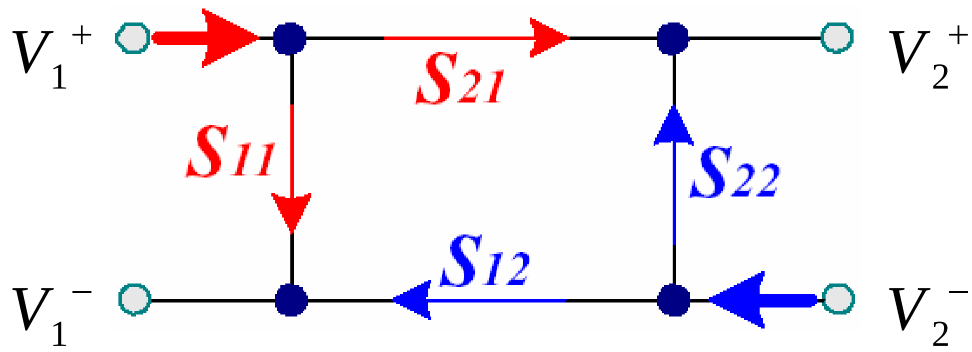
$$S_{11} = \left.\frac{V_1^-}{V_1^+}\right|_{V_2^+=0} \qquad S_{21} = \left.\frac{V_2^-}{V_1^+}\right|_{V_2^+=0}$$

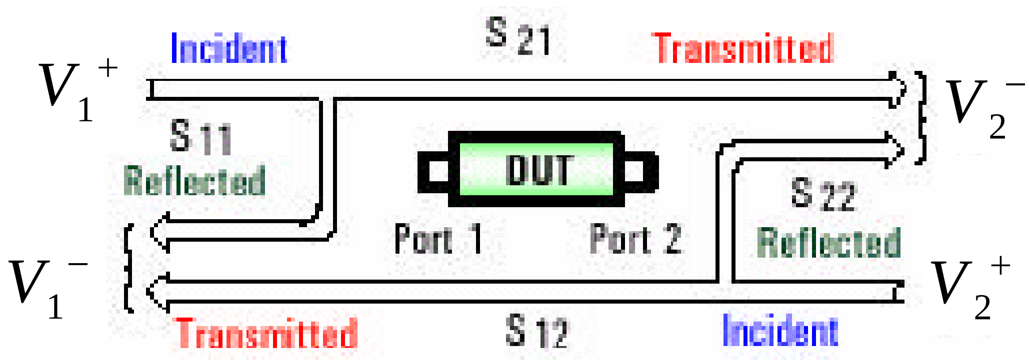
2端口负载匹配

$$S_{22} = \left.\frac{V_2^-}{V_2^+}\right|_{V_1^+=0} \qquad S_{12} = \left.\frac{V_1^-}{V_2^+}\right|_{V_1^+=0}$$

1端口负载匹配

S参数模型 用途





$$\begin{bmatrix} V_1^- \\ V_2^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^+ \\ V_2^+ \end{bmatrix}$$

$$V_1^- = S_{11}V_1^+ + S_{12}V_2^+$$

$$V_2^- = S_{21}V_1^+ + S_{22}V_2^+$$

$$V_1^- = S_{11}V_1^+ + S_{12}V_2^+$$

V_1^+ V_2^+

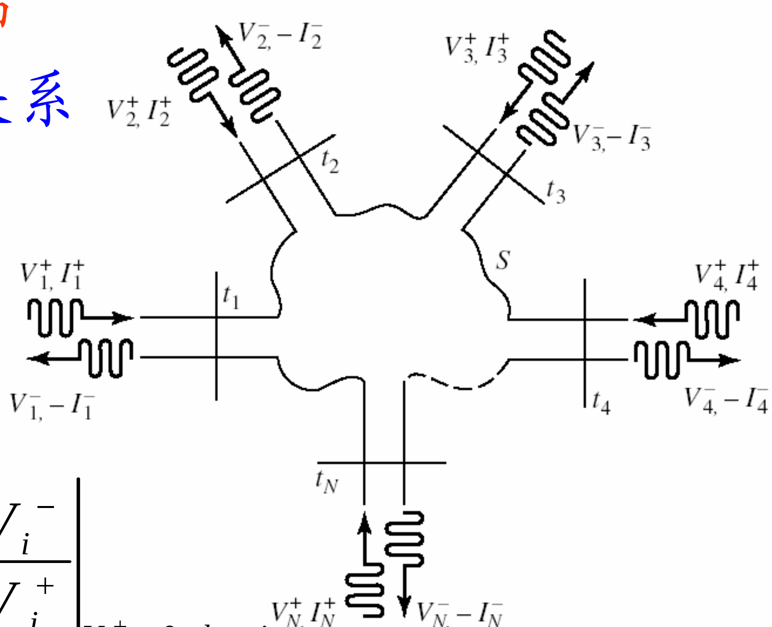
散射矩阵

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1N} \\ Z_{21} & & & \vdots \\ \vdots & & & \vdots \\ Z_{N1} & \cdots & \cdots & Z_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix},$$

图中V_n^+ 为入射到n端口的电压波振幅

V_n^- 为自n端口反射的电压波振幅

散射矩阵$[S]$与入射和反射电压波关系



$$\begin{bmatrix} V_1^- \\ V_2^- \\ \vdots \\ V_N^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1N} \\ S_{21} & & & \vdots \\ \vdots & & & \vdots \\ S_{N1} & \cdots & \cdots & S_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^+ \\ V_2^+ \\ \vdots \\ V_N^+ \end{bmatrix}$$

即 $[V^-] = [S][V^+]$ 因此 $S_{ij} = \left.\dfrac{V_i^-}{V_j^+}\right|_{V_k^+ = 0,\ k \neq j}$

可以看出如何得到 S_{ij} 由公式可以看出 j端口加入射波电压 V_j^+

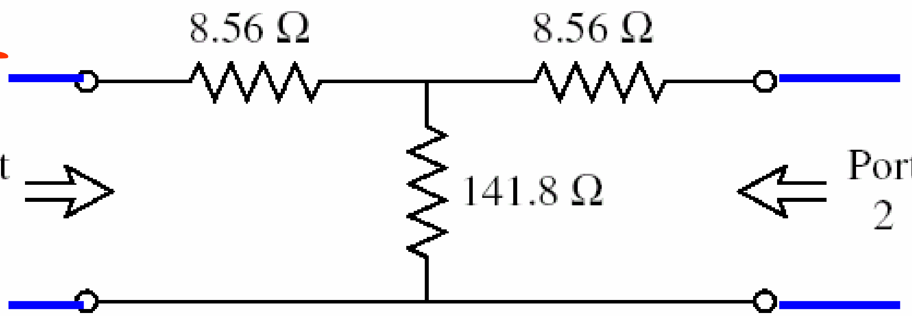
其它端口入射波电压为0 即接匹配负载避免反射

然后测量i端口反射电压V_i^- 利用公式即可得到 S_{ij}

S_{ii} 含义 其他端口接匹配负载时 端口i的反射系数

S_{ij} 除了j端口其他端口接匹配负载时 从j端口到i端口的传输系数

例4：散射参量的计算



计算3dB衰减器电路的S参量

50欧姆特性阻抗的3dB匹配衰减器

50欧姆

解

由 $$S_{ij} = \left.\frac{V_i^-}{V_j^+}\right|_{V_k^+ = 0,\, k \neq j}$$

当端口2接匹配负载时 $Z_0 = 50\Omega$

从端口1看的反射系数即为 S_{11}

所以 $$S_{11} = \left.\frac{V_1^-}{V_1^+}\right|_{V_2^+ = 0} = \left.\Gamma^{(1)}\right|_{V_2^+ = 0} = \left.\frac{Z_{in}^{(1)} - Z_0}{Z_{in}^{(1)} + Z_0}\right|_{Z_0\ at\ Port1}$$

而 $Z_{in}^{(1)} = 8.56 + \left[141.8\left(8.56 + 50\right)\right] / \left(141.8 + 8.56 + 50\right) = 50\Omega$

所以有 $S_{11} = 0$

按电路对称性有 $S_{22} = 0$

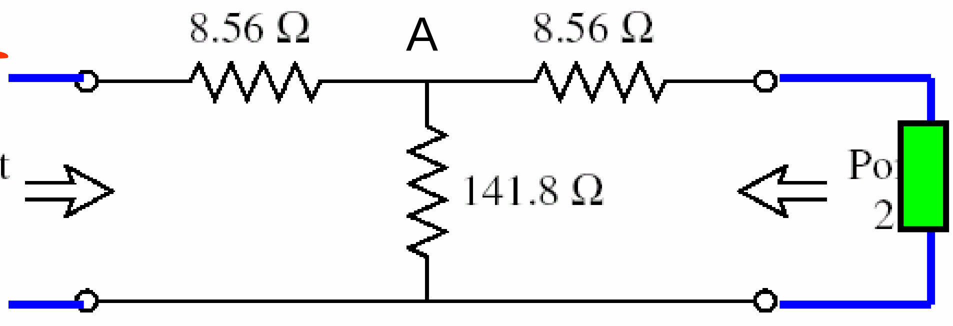
$$S_{21} = \left.\frac{V_2^-}{V_1^+}\right|_{V_2^+ = 0}$$

2端口接匹配负载

端口1加入射波电压 V_1^+ 然后测量端口2出射波电压 V_2^- 即可求出 S_{21}

等效于端口1到端口2的传输系数

例4：散射参量的计算



计算3dB衰减器电路的S参量

解 $S_{21}=\left.\dfrac{V_2^-}{V_1^+}\right|_{V_2^+=0}$

由 $S_{11}=0$ $S_{22}=0$ 可见 50欧姆特性阻抗的3dB匹配衰减器

当端口2端接 $Z_0=50\Omega$ 时$V_1^-=0$

且$V_2^+=0$ 这时有$V_1^+=V_1$ $V_2^-=V_2$

在端口1上加电压 V_1 端口2上接50欧姆负载时的分压为$V_2^-=V_2$

$50\Omega+8.56\Omega$与141.8Ω 并联 并联电阻为41.44Ω

所以

$$V_2^-=V_2=V_1\left(\frac{41.44}{41.44+8.56}\right)\left(\frac{50}{50+8.56}\right)=0.707V_1$$

所以 $S_{21}=S_{12}=0.707$ 输入功率为 $\left|V_1^+\right|^2/2Z_0$

输出功率为 $\left|V_2^-\right|^2/2Z_0=\left|S_{21}V_1^+\right|^2/2Z_0=\left|S_{21}\right|^2\left|V_1^+\right|^2/2Z_0=\left|V_1^+\right|^2/4Z_0$

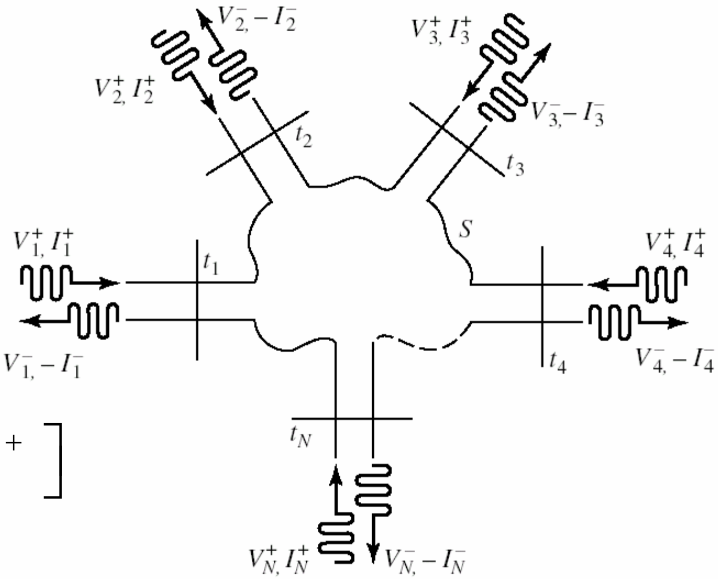
是输入功率的一半（－3dB）

散射矩阵与阻抗导纳矩阵关系

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1N} \\ Z_{21} & & & \vdots \\ \vdots & & & \vdots \\ Z_{N1} & \cdots & \cdots & Z_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix},$$

设所有端口特性阻抗Z_{0n}相等

并设$Z_{0n} = 1$ 由$V_n = V_n^+ + V_n^- \quad I_n = I_n^+ - I_n^-$



所以 $V_n = V_n^+ + V_n^- \quad I_n = I_n^+ - I_n^- = V_n^+ - V_n^-$

所以 $[Z][I] = \underline{[Z][V^+]} - \underline{[Z][V^-]}$

$= [V] = \underline{[V^+]} + \underline{[V^-]}$

可以写成

$$([Z]+[U])[V^-] = ([Z]-\underline{[U]})[V^+]$$

考虑 $[V^-] = [S][V^+]$ 所以

$$[S] = ([Z]+[U])^{-1}([Z]-[U])$$

对一端口网络 $S_{11} = \dfrac{z_{11}-1}{z_{11}+1}$

可以写成 $[Z][S]+[U][S] = [Z]-[U]$

所以 $[Z] = ([U]+[S])([U]-[S])^{-1}$

$$[U] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & & \vdots \\ \vdots & & 1 & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

互易网络与无耗网络

互易网络的[S]矩阵是对称的

即[S]矩阵与[S]矩阵的转置矩阵相等

$$[S]=[S]^t$$

$$\delta_{ij}=\begin{cases}1 & i=j\\ 0 & i\neq j\end{cases}$$

无耗网络的[S]矩阵是幺正的

$$[S]^*=\left\{[S]^t\right\}^{-1}$$

写成累加形式为:

$$\sum_{k=1}^{N} S_{ki}S_{kj}^{*}=\delta_{ij}$$

$i=j$

$$\sum_{k=1}^{N} S_{ki}S_{ki}^{*}=1$$

$i\neq j$

$$\sum_{k=1}^{N} S_{ki}S_{kj}^{*}=0,\quad i\neq j$$

例5：散射参量的应用

互易网络的[S]矩阵是对称的

某个二端口网络散射矩阵为

$$[S]=\begin{bmatrix} 0.1\angle 0^{\circ} & 0.8\angle 90^{\circ} \\ 0.8\angle 90^{\circ} & 0.2\angle 0^{\circ} \end{bmatrix}$$

判断网络的互易性和无耗性，端口2短路，求端口1处总回波损耗

解：由于 $S_{21}=S_{12}$ 所以网络是互易的

对无耗网络有 $\sum_{k=1}^{N} S_{ki}S_{ki}^{*}=1$ 取 $i=1$

$$|S_{11}|^2+|S_{21}|^2=0.1^2+0.8^2=0.65\neq 1$$ 所以网络是有耗的

端口2短路时，端口1处反射系数：由 $S_{ij}=\left.\dfrac{V_i^-}{V_j^+}\right|_{V_k^+=0,\,k\neq j}$

$V_2^+=-V_2^-$

$$V_1^-=S_{11}V_1^+ + S_{12}V_2^+ = S_{11}V_1^+ - S_{12}V_2^-$$

$$V_2^-=S_{21}V_1^+ + S_{22}V_2^+ = S_{21}V_1^+ - S_{22}V_2^-$$

例5：散射参量的应用

互易网络的[S]矩阵是对称的

某个二端口网络散射矩阵为

$$[S]=\begin{bmatrix} 0.1\angle 0^{\circ} & 0.8\angle 90^{\circ} \\ 0.8\angle 90^{\circ} & 0.2\angle 0^{\circ} \end{bmatrix}$$

判断网络的互易性和无耗性，端口2短路，求端口1处总回波损耗

解：

$$V_1^- = S_{11}V_1^+ + S_{12}V_2^+ = S_{11}V_1^+ - S_{12}V_2^-$$

$$V_2^- = S_{21}V_1^+ + S_{22}V_2^+ = S_{21}V_1^+ - S_{22}V_2^- \Rightarrow V_2^- = \frac{S_{21}V_1^+}{1+S_{22}}$$

$$\Gamma = \frac{V_1^-}{V_1^+} = S_{11} - S_{12}\frac{V_2^-}{V_1^+} = S_{11} - \frac{S_{12}S_{21}}{1+S_{22}}$$

$$= 0.1 - \frac{(j0.8)(j0.8)}{1+0.2} = 0.633$$

所以回波损耗为 $RL = -20\lg|\Gamma| = 3.97dB$

例5（2）：散射参量的应用 互易网络的[S]矩阵是对称的

某个二端口网络散射矩阵为

$$[S]=\begin{bmatrix} 0.15\angle 0^{\circ} & 0.85\angle -45^{\circ} \\ 0.85\angle 45^{\circ} & 0.2\angle 0^{\circ} \end{bmatrix}$$

判断网络的互易性和无耗性，端口2接匹配负载，求端口1回波损耗

端口2短路，求端口1处总回波损耗

解：由于 $[S]$ 非对称，所以网络是非互易的

对无耗网络有 $\sum_{k=1}^{N} S_{ki}S_{ki}^{*}=1$ 取 $i=1$

$$|S_{11}|^2+|S_{21}|^2=0.15^2+0.85^2=0.745\neq 1$$ 所以网络不是无耗的

端口2接匹配负载，向端口1看反射系数为 $\Gamma=S_{11}=0.15$

所以回波损耗为 $RL=-20\lg|\Gamma|=16.5dB$

例5（2）：散射参量的应用 互易网络的[S]矩阵是对称的

某个二端口网络散射矩阵为

$$[S]=\begin{bmatrix} 0.15\angle 0^{\circ} & 0.85\angle -45^{\circ} \\ 0.85\angle 45^{\circ} & 0.2\angle 0^{\circ} \end{bmatrix}$$

判断网络的互易性和无耗性，端口2接匹配负载，求端口1回波损耗

端口2短路，求端口1处总回波损耗

解： $V_2^{+} = -V_2^{-}$

端口2短路时，端口1处反射系数： 由 $S_{ij} = \left.\dfrac{V_i^{-}}{V_j^{+}}\right|_{V_k^{+}=0,\, k\neq j}$

$$V_1^{-} = S_{11}V_1^{+} + S_{12}V_2^{+} = S_{11}V_1^{+} - S_{12}V_2^{-}$$

$$V_2^{-} = S_{21}V_1^{+} + S_{22}V_2^{+} = S_{21}V_1^{+} - S_{22}V_2^{-}$$

例5（2）：散射参量的应用 互易网络的[S]矩阵是对称的

某个二端口网络散射矩阵为

$$[S]=\begin{bmatrix} 0.1\angle 0^{o} & 0.8\angle 90^{o} \\ 0.8\angle 90^{o} & 0.2\angle 0^{o} \end{bmatrix}$$

判断网络的互易性和无耗性，端口2短路，求端口1处总回波损耗

解：
$$V_1^- = S_{11}V_1^+ + S_{12}V_2^+ = S_{11}V_1^+ - S_{12}V_2^-$$

$$V_2^- = S_{21}V_1^+ + S_{22}V_2^+ = S_{21}V_1^+ - S_{22}V_2^- \Rightarrow V_2^- = \frac{S_{21}V_1^+}{1+S_{22}}$$

$$\Gamma = \frac{V_1^-}{V_1^+} = S_{11} - S_{12}\frac{V_2^-}{V_1^+} = S_{11} - \frac{S_{12}S_{21}}{1+S_{22}}$$

$$= 0.15 - \frac{\left(0.85\angle -45^{o}\right)\left(0.85\angle 45^{o}\right)}{1+0.2} = -0.452$$

所以回波损耗为 $RL = -20\lg\left|\Gamma\right| = 6.9dB$

注意

其它所有端口都接匹配负载情况下

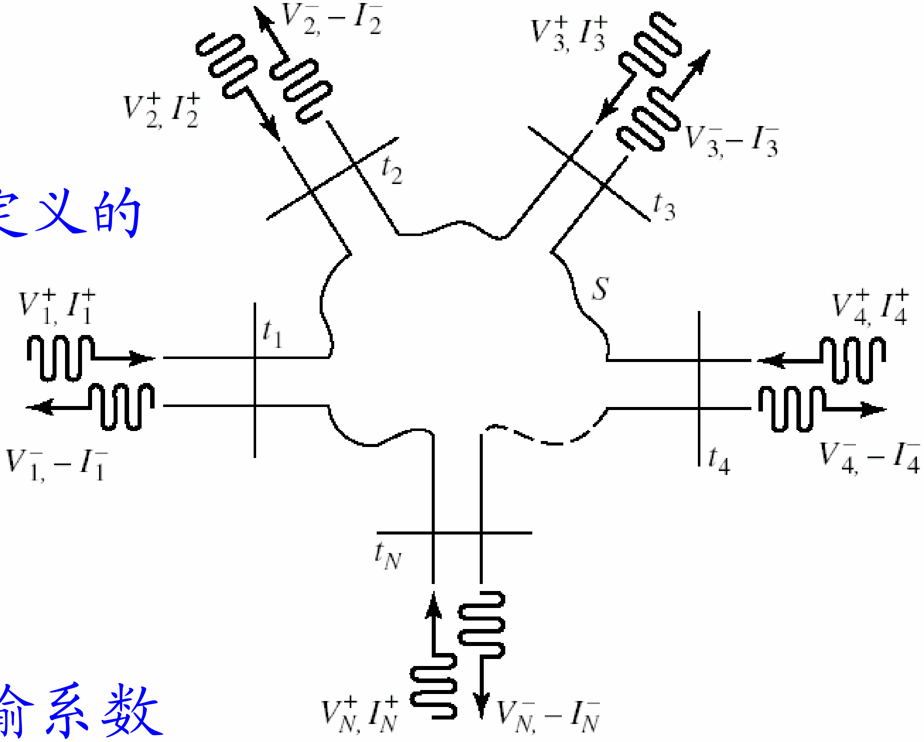
端口n的反射系数为 S_{nn}

端口m到n的传输系数为 S_{nm}

$$\begin{bmatrix} V_1^- \\ V_2^- \\ \vdots \\ V_N^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1N} \\ S_{21} & & & \vdots \\ \vdots & & & \vdots \\ S_{N1} & \cdots & \cdots & S_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^+ \\ V_2^+ \\ \vdots \\ V_N^+ \end{bmatrix}$$

S参数是网络固有特性

是所有端口都接匹配负载情况下定义的



改变网络端接或激励状况

不会改变S参量

但会改变反射系数和传输系数

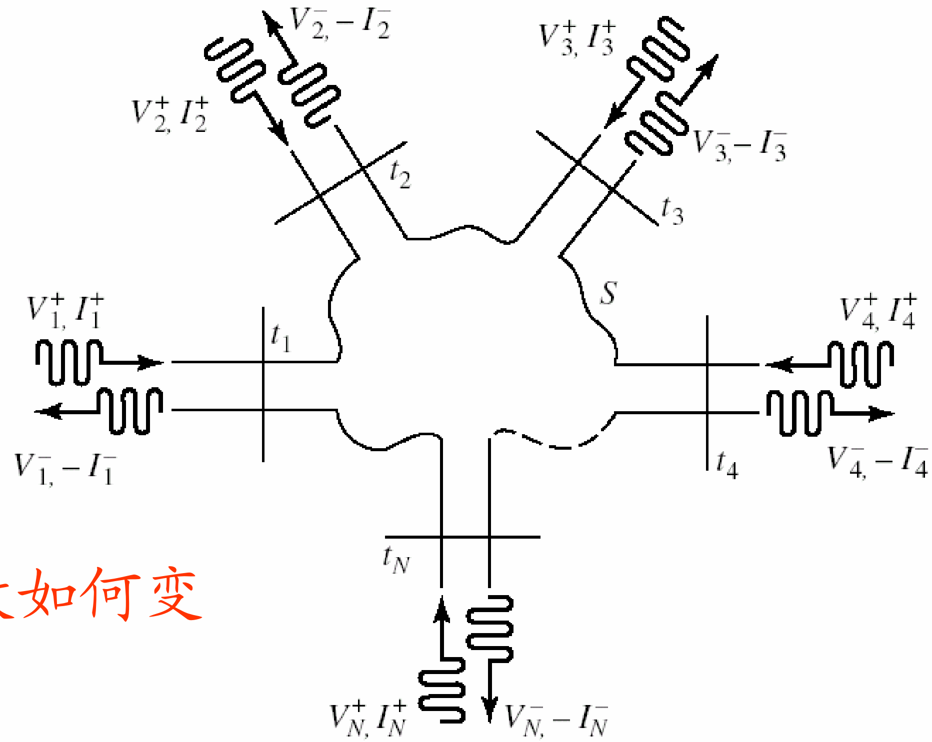
参考面的移动

$$\begin{bmatrix} V_1^- \\ V_2^- \\ \vdots \\ V_N^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1N} \\ S_{21} & & & \vdots \\ \vdots & & & \vdots \\ S_{N1} & \cdots & \cdots & S_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^+ \\ V_2^+ \\ \vdots \\ V_N^+ \end{bmatrix}$$

S参数关联了网络每一个端口入射和反射行波的振幅和位相

参考面变化，S参数也变

必须事先指定相位参考面

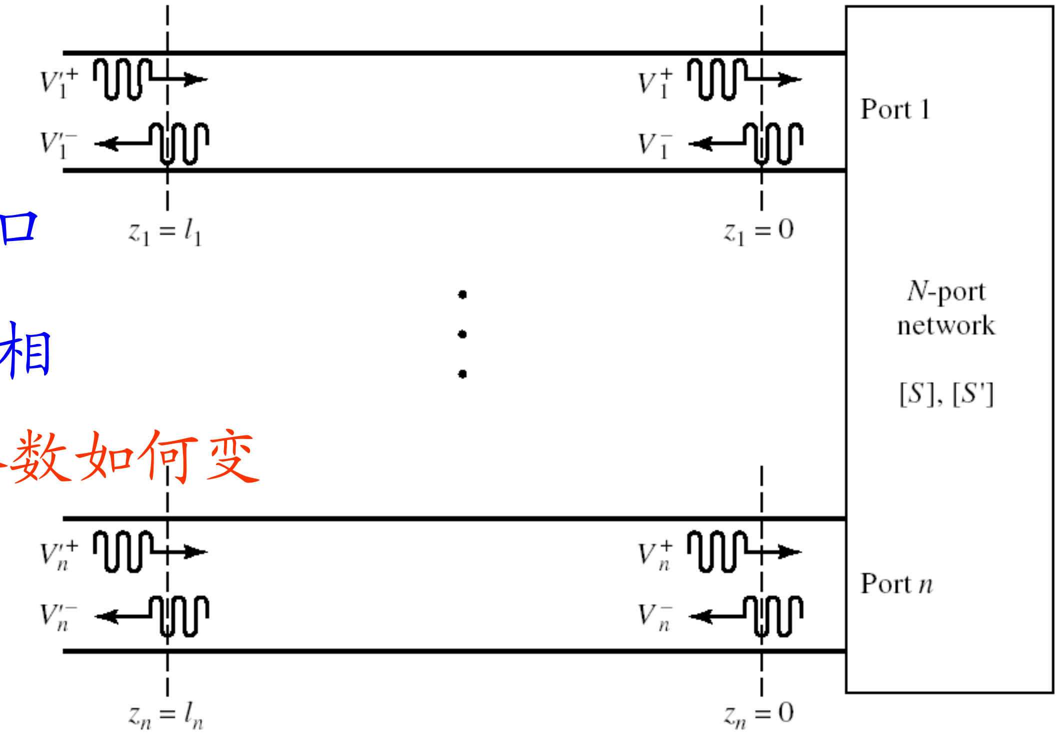


如果移动相位参考面，S参数如何变

参考面的移动

S参数关联了网络每一个端口入射和反射行波的振幅和位相

如果移动相位参考面，S参数如何变

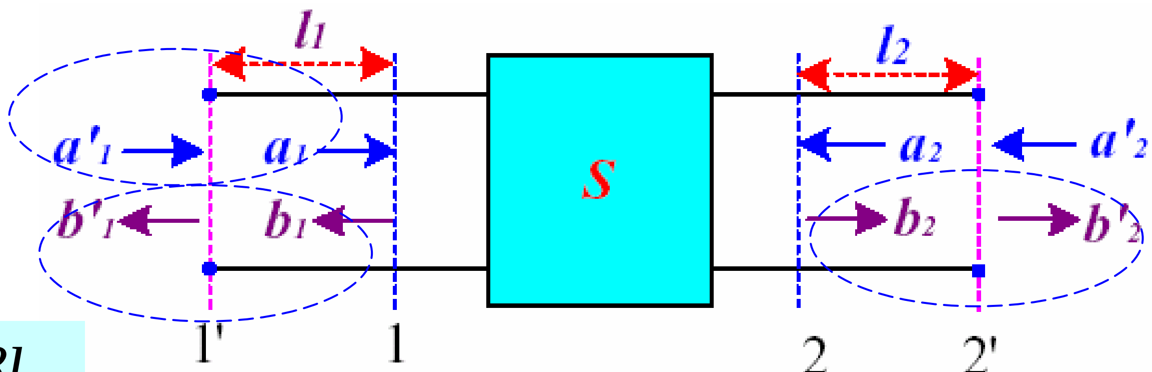


N端口网络参考面的移动

二端口网络参考面的移动

(1)l_1、l_2的散射矩阵

$$[S]=\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}$$



$$\begin{cases} \theta_1=\beta l_1 \\ \theta_2=\beta l_2 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} a'_1 \\ a'_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} e^{j\theta_1} & 0 \\ 0 & e^{j\theta_2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} b'_1 \\ b'_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} e^{-j\theta_1} & 0 \\ 0 & e^{-j\theta_2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} b_1' \\ b_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-j\theta_1} & 0 \\ 0 & e^{-j\theta_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$$

$$\because \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$$

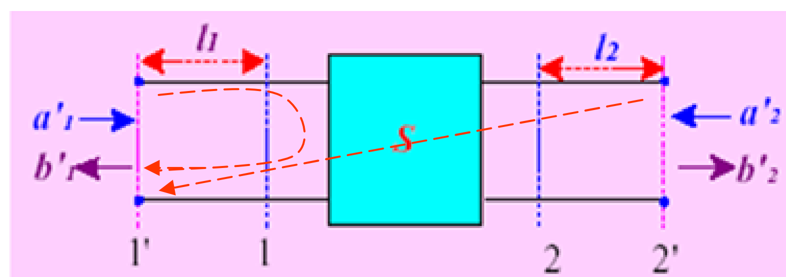
$$\begin{cases} \theta_1 = \beta l_1 \\ \theta_2 = \beta l_2 \end{cases}$$

$$\longrightarrow \begin{bmatrix} b_1' \\ b_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-j\theta_1} & 0 \\ 0 & e^{-j\theta_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$$

$$\because \begin{bmatrix} a_1' \\ a_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{j\theta_1} & 0 \\ 0 & e^{j\theta_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$$

$$\longrightarrow \begin{bmatrix} b_1' \\ b_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-j\theta_1} & 0 \\ 0 & e^{-j\theta_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{j\theta_1} & 0 \\ 0 & e^{j\theta_2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} a_1' \\ a_2' \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} b_1' \\ b_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11}' & S_{12}' \\ S_{21}' & S_{22}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1' \\ a_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} \cdot e^{-j2\theta_1} & S_{12} \cdot e^{-j(\theta_1+\theta_2)} \\ S_{21} \cdot e^{-j(\theta_1+\theta_2)} & S_{22} \cdot e^{-j2\theta_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1' \\ a_2' \end{bmatrix}$$



$l_1 = l_2 = 0$ 时，上式变为

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$$

结论:

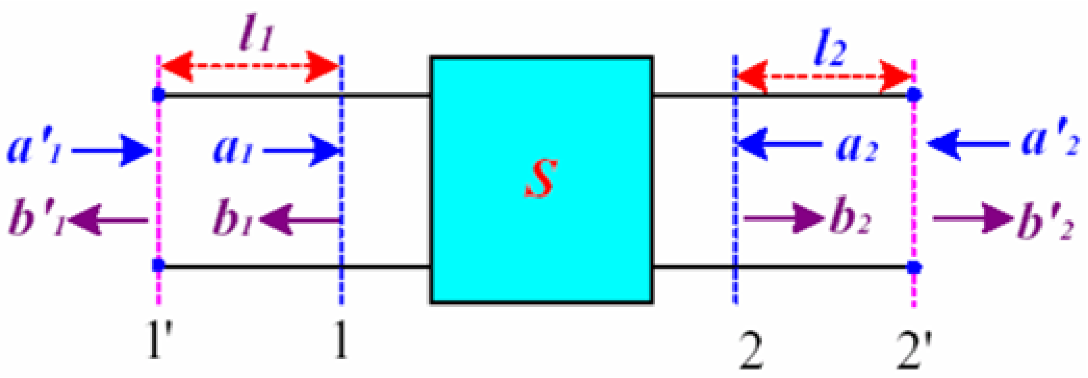
$$\begin{bmatrix} b_1' \\ b_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} \cdot e^{-j2\theta_1} & S_{12} \cdot e^{-j(\theta_1+\theta_2)} \\ S_{21} \cdot e^{-j(\theta_1+\theta_2)} & S_{22} \cdot e^{-j2\theta_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1' \\ a_2' \end{bmatrix} = [S'] \begin{bmatrix} a_1' \\ a_2' \end{bmatrix}$$

结论:

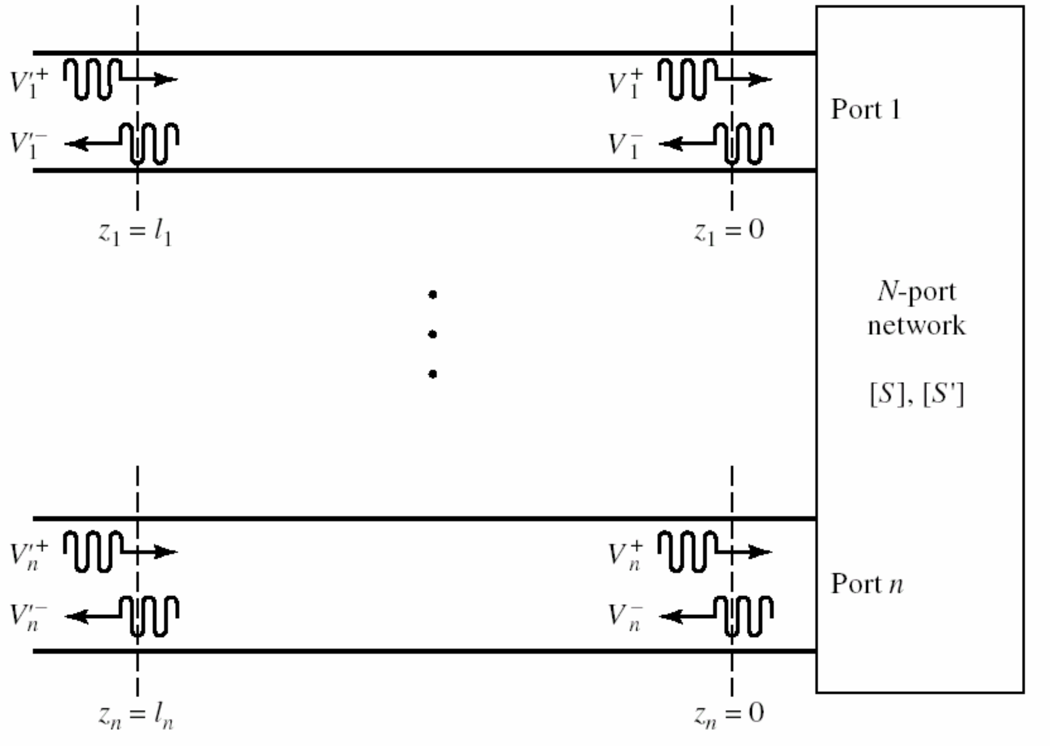
参考面的移动，仅对 **[S]** 的相位产生影响;

如何影响: **(向网络外为正，向网络内为负)**

$$[S'] = \begin{bmatrix} e^{-j\theta_1} & 0 \\ 0 & e^{-j\theta_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-j\theta_1} & 0 \\ 0 & e^{-j\theta_2} \end{bmatrix}$$



2: n端口时



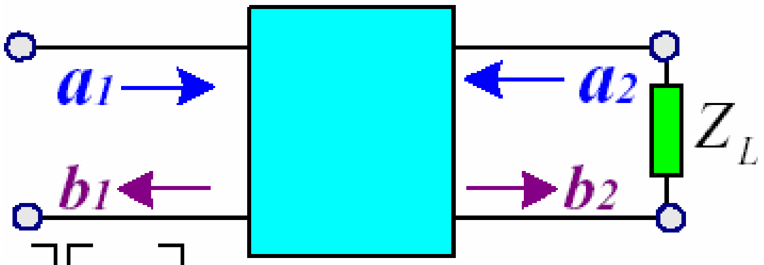
$$[S'] = \begin{bmatrix} e^{-j\theta_1} & 0 \\ 0 & e^{-j\theta_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-j\theta_1} & 0 \\ 0 & e^{-j\theta_2} \end{bmatrix}$$

$$[S'] = \begin{bmatrix} e^{-j\theta_1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & e^{-j\theta_2} & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & e^{-j\theta_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1n} \\ S_{21} & S_{22} & \cdots & S_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ S_{n1} & S_{n2} & \cdots & S_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-j\theta_1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & e^{-j\theta_2} & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & e^{-j\theta_n} \end{bmatrix}$$

例题：　某二端口网络，接有负载

已知：　网络的[S] 参数和负载端的反射系数 Γ_L

求：　网络输入端口处的反射系数 Γ_{in}



Solution:

(1) [S] 参数的概念

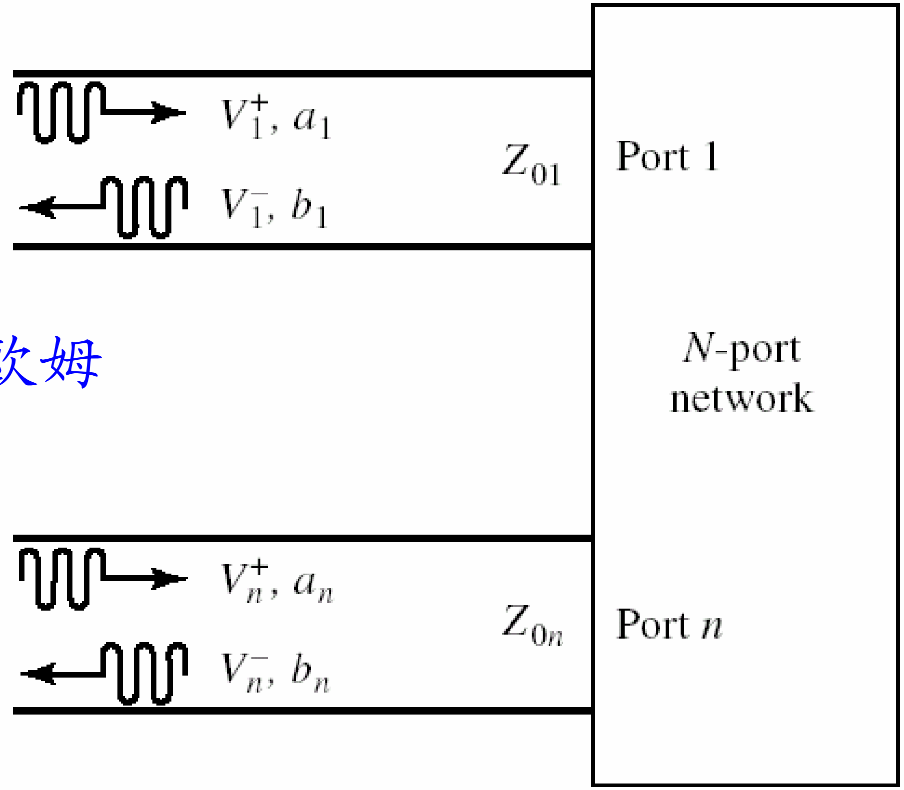
$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$$

(2) $\Gamma_L = ?$

$$\Gamma_L = \frac{a_2}{b_2}$$

(3) 输入端口反射系数的概念 $\Gamma_{in} = \dfrac{b_1}{a_1} \Rightarrow \Gamma_{in} = S_{11} + \dfrac{S_{12} \cdot S_{21} \cdot \Gamma_L}{1 - S_{22} \cdot \Gamma_L}$

广义散射矩阵



前面讨论的是常用情况，

即所有端口的特性阻抗都是50欧姆

有时候各端口特性阻抗不同

针对这种情况定义广义散射矩阵

具有不同特性阻抗的N端口网络

广义散射矩阵

物理含义

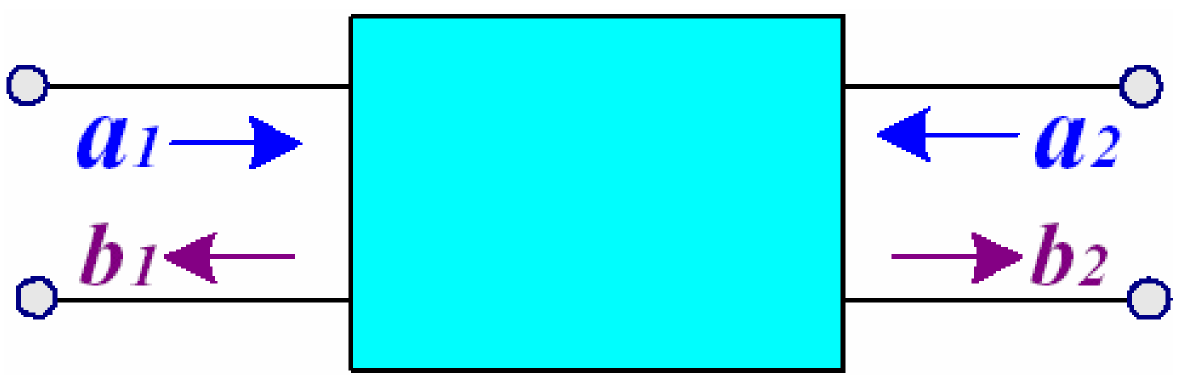
反映端口的入射波、反射波之间的关系

(1) 散射参量——[S]

(2) 传输参量——[T]

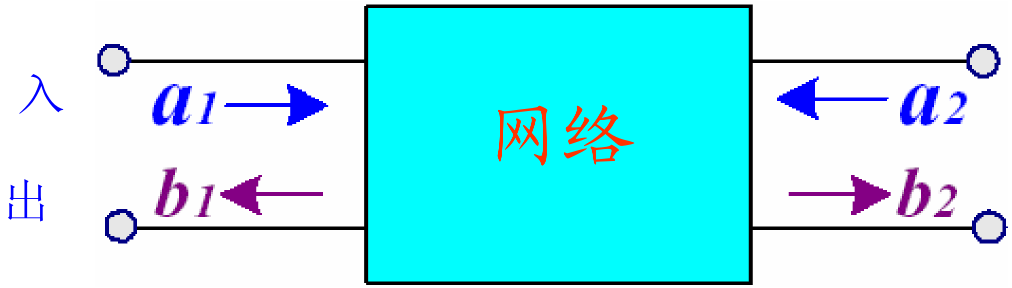
为描述广义散射矩阵

引入一个新的参量："场强复振幅归一化值"



$$P_{in} = \frac{1}{2} \cdot \frac{|U|^2}{Z} \xrightarrow[\text{归一化处理}]{} P_{in} = \frac{1}{2} \cdot |a|^2$$ 可以不用关心 Z

"场强复振幅归一化值"



定义:

$$P_{in1} = \frac{1}{2} \cdot |a_1|^2 \qquad P_{r1} = \frac{1}{2} \cdot |b_1|^2$$

所以

$$a_n = \frac{V_n^+}{\sqrt{Z_{0n}}} \qquad b_n = \frac{V_n^-}{\sqrt{Z_{0n}}}$$

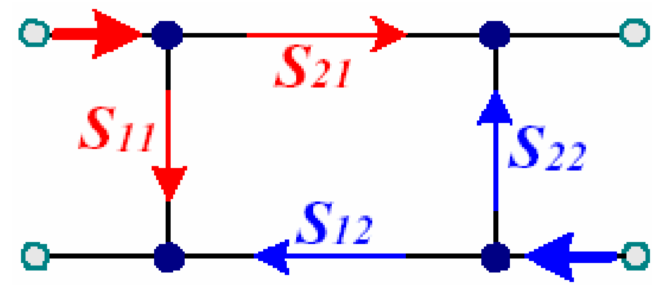
实际进入某个端口的功率 = $\mathbf{P_{in}}$-$\mathbf{P_r}$

如:

$$P_2 = P_{in2} - P_{r2} = \frac{1}{2} \cdot \left(|a_2|^2 - |b_2|^2 \right)$$

散射参量—广义散射矩阵

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \qquad [b]=[S][a] \qquad \begin{aligned} b_1 &= S_{11}a_1 + S_{12}a_2 \\ b_2 &= S_{21}a_1 + S_{22}a_2 \end{aligned}$$



$$S_{11} = \left.\frac{b_1}{a_1}\right|_{a_2=0} \qquad S_{21} = \left.\frac{b_2}{a_1}\right|_{a_2=0}$$ 2端口负载匹配

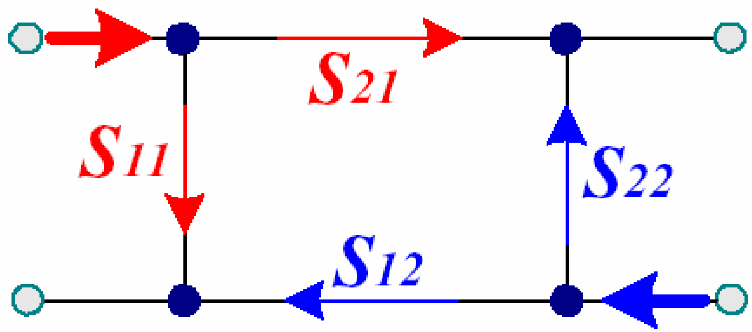
$$S_{22} = \left.\frac{b_2}{a_2}\right|_{a_1=0} \qquad S_{12} = \left.\frac{b_1}{a_2}\right|_{a_1=0}$$ 1端口负载匹配

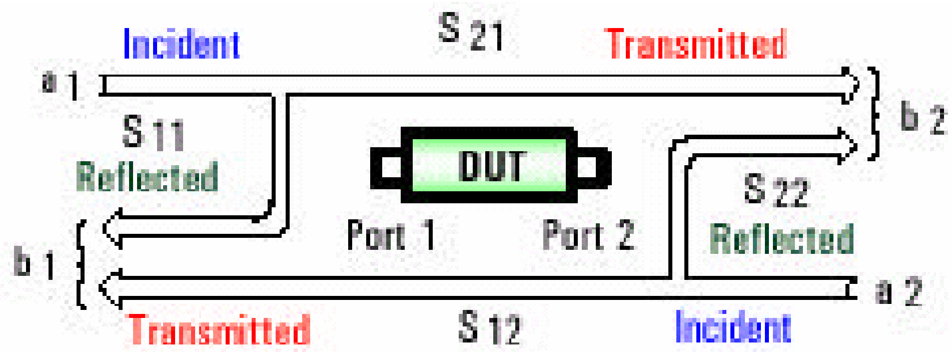
物理含义： … 匹配情况下的“反射系数”、“传输系数”

一般 $S_{12} = S_{21}$ 网络互易

S参数模型

用途





$$b_1 = S_{11}a_1 + S_{12}a_2$$

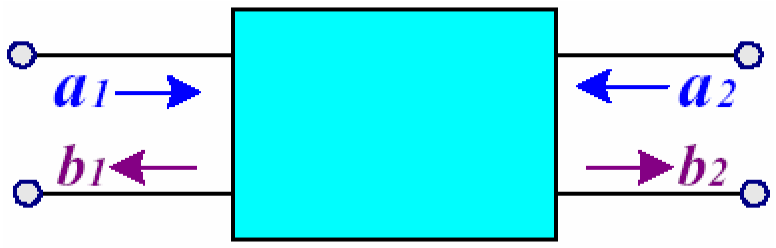
$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$$

$$b_1 = S_{11}a_1 + S_{12}a_2$$

$$b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2$$

思考题1：用S参数定义如下参数

假设负载匹配



根据定义

1.衰减损耗
2.反射损耗
3.传输损耗
4.回波损耗
5.插入损耗

如反射损耗：有两个（两个端口对应） 不是$\frac{b_1}{a_1}$ 而是b_1中与a_1有关的部分

复习

损耗总结

- 衰减损耗
- 反射损耗
- 传输损耗
- 回波损耗
- 插入损耗

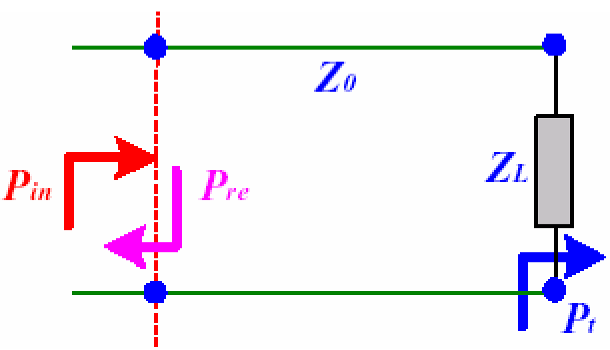
$$L_{att}=10\cdot\lg\left(\frac{P_{in}-P_{re}}{P_t}\right)$$

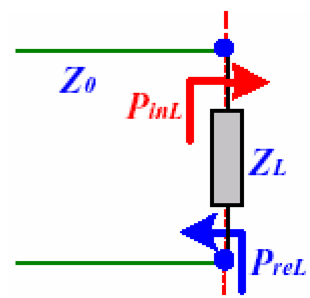
$$L_{re}=10\cdot\lg\left(\frac{P_{in}}{P_{in}-P_{re}}\right)$$

$$L_{TX}=10\cdot\lg\left(\frac{P_{in}}{P_t}\right)=L_{att}+L_{re}$$

$$L_{ru}=10\cdot\lg\left(\frac{P_{inL}}{P_{reL}}\right)=10\cdot\lg\left(\frac{1}{|\Gamma|^2}\right)$$

$$L_{insert}=10\cdot\lg\left(\frac{P_1}{P_2}\right)$$





广义散射矩阵

对n端口网络

$$a_n = \frac{V_n^+}{\sqrt{Z_{0n}}} \qquad b_n = \frac{V_n^-}{\sqrt{Z_{0n}}}$$

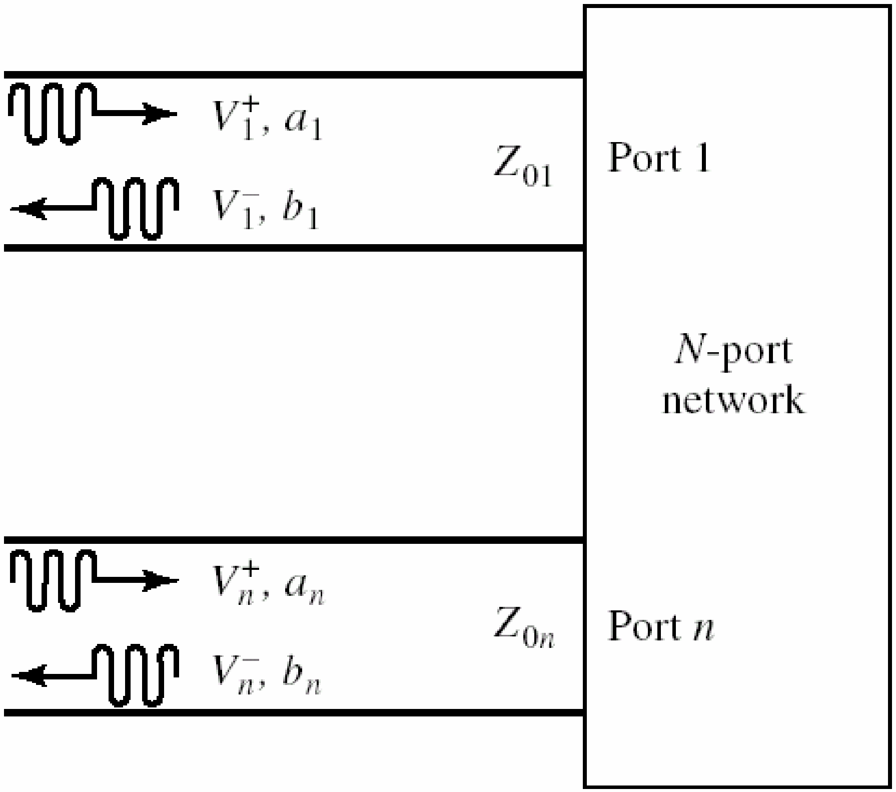
$$[b] = [S][a]$$

散射矩阵元为

$$S_{ij} = \left.\frac{b_i}{a_j}\right|_{a_k=0,\quad k\neq j}$$

代入得

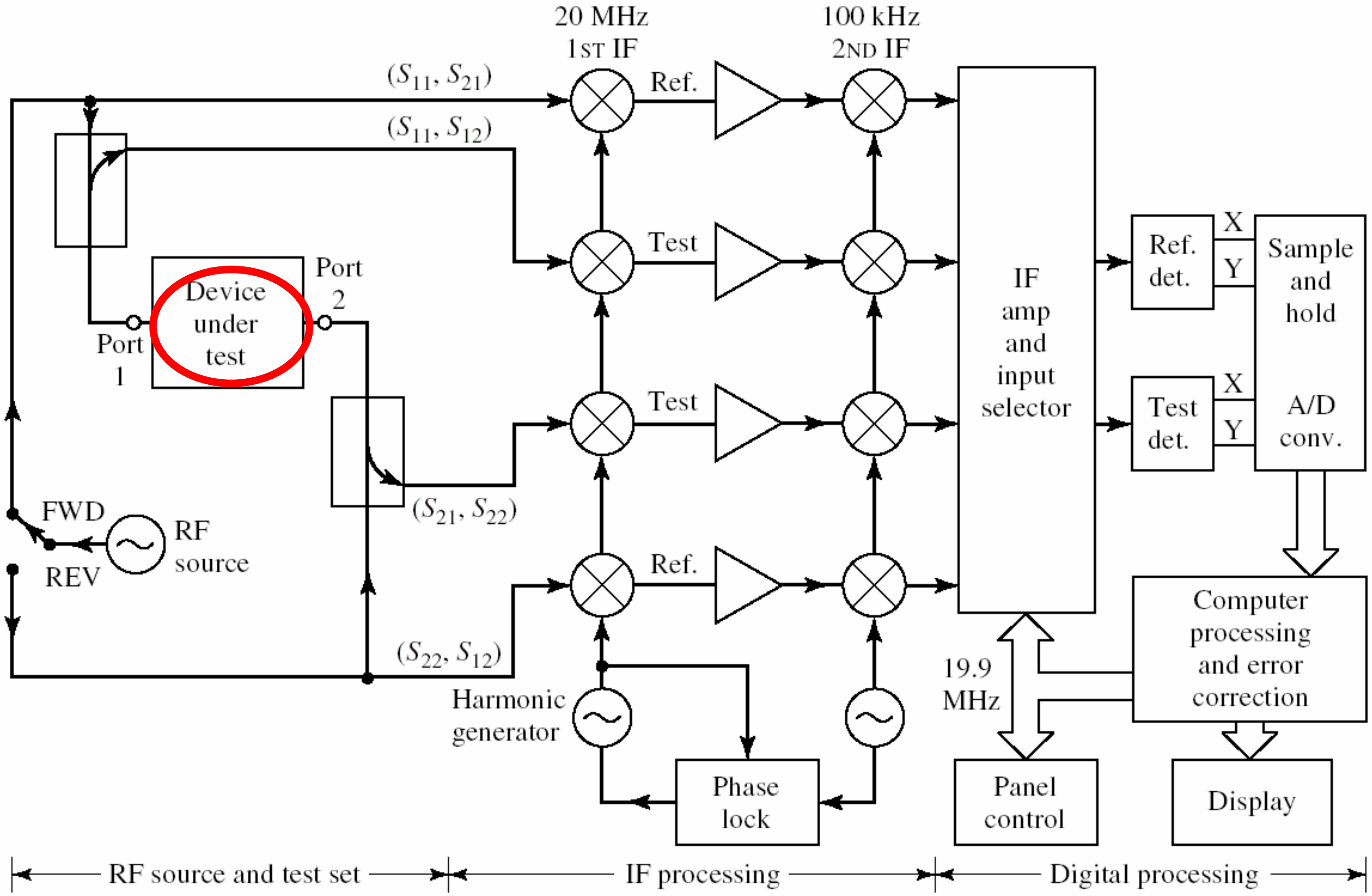
$$S_{ij} = \left.\frac{V_i^- \sqrt{Z_{0j}}}{V_j^+ \sqrt{Z_{0i}}}\right|_{V_k^+=0,\quad k\neq j}$$



具有不同特性阻抗的N端口网络

由于反射系数和传输系数均可直接测量得到，因此使用散射参量是很方便的，同时，利用散射参量分析和描述微波网络特性，在微波技术中得到广泛应用

矢量网络分析仪

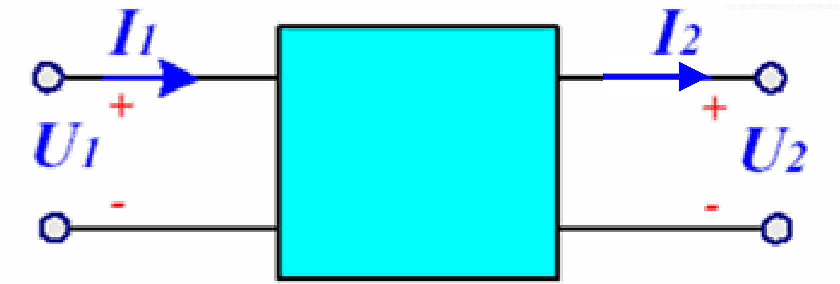


20 MHz
1ST IF
100 kHz
2ND IF
(S11, S21)
(S11, S12)
Ref.
Test
Test
Ref.
Port
2
Device
under
test
Port
1
(S21, S22)
FWD
RF
source
REV
(S22, S12)
IF
amp
and
input
selector
Ref.
det.
X
Y
Sample
and
hold
Test
det.
X
Y
A/D
conv.
Computer
processing
and error
correction
19.9
MHz
Harmonic
generator
Phase
lock
Panel
control
Display
RF source and test set
IF processing
Digital processing

第4节 网络的传输矩阵：ABCD 矩阵A矩阵

最常见的情况：二端口网络，多个二端口网络级联

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = [A] \begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} U_1 = A \cdot U_2 + B \cdot I_2 \\ I_1 = C \cdot U_2 + D \cdot I_2 \end{cases}$$

$$A = \frac{U_1}{U_2}\bigg|_{I_2=0} \qquad C = \frac{I_1}{U_2}\bigg|_{I_2=0}$$

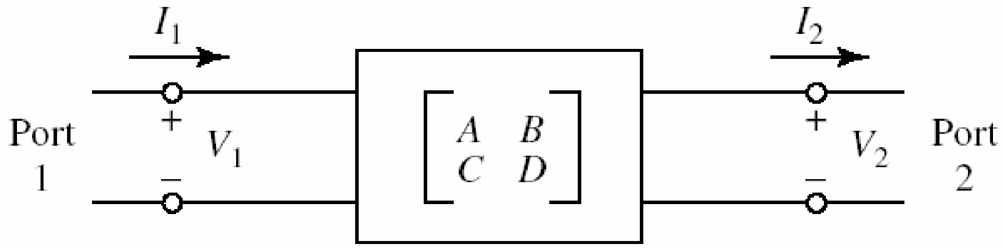
2端口开路

$$B = \frac{U_1}{I_2}\bigg|_{U_2=0} \qquad D = \frac{I_1}{I_2}\bigg|_{U_2=0}$$

2端口短路

网络的传输矩阵: ABCD 矩阵 A矩阵

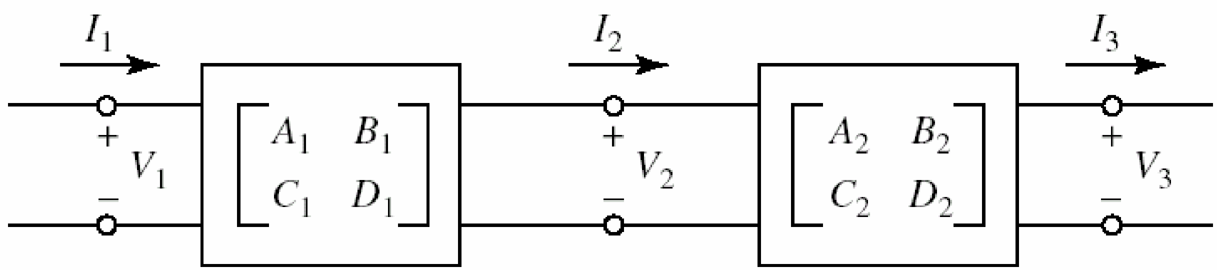
二端口网络级联



(a) 2端口网络

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_3 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

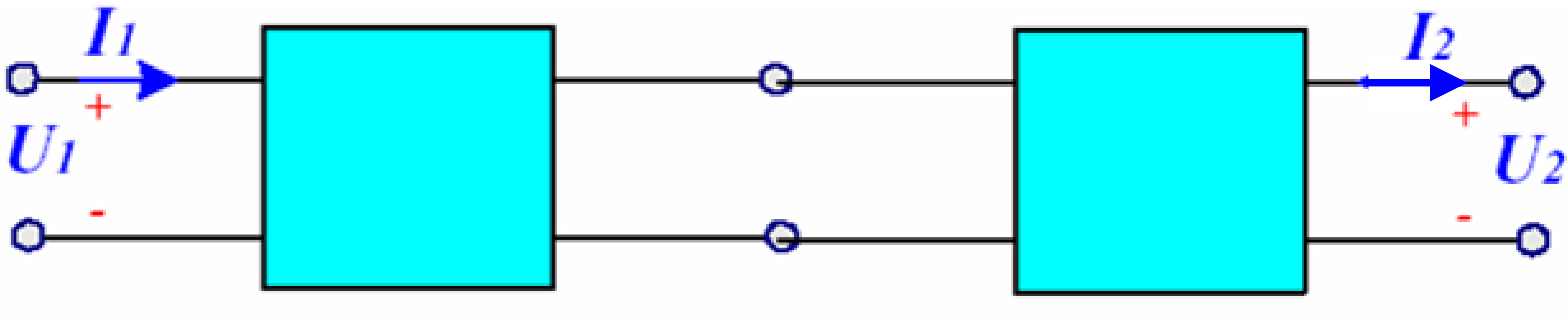


(b) 级联2端口网络

代入得到:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix}}_{\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}} \begin{bmatrix} V_3 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

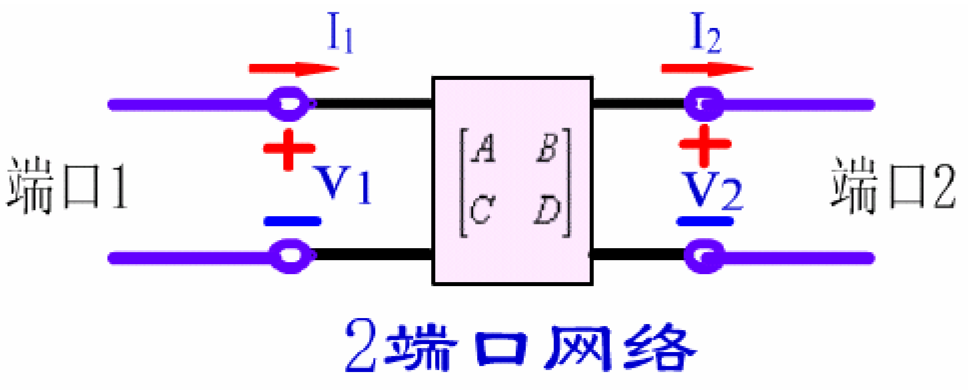
ABCD 矩阵的用途——网络的级联

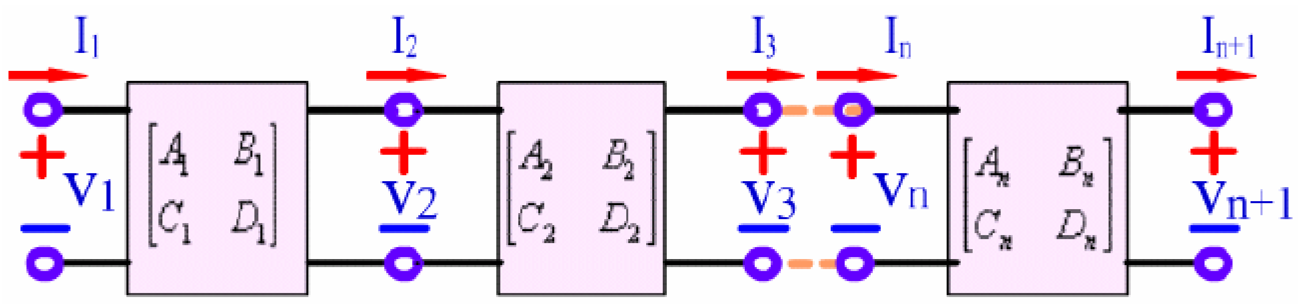


$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix}$$

ABCD 矩阵的用途——网络的级联





n个2端口网络的级联

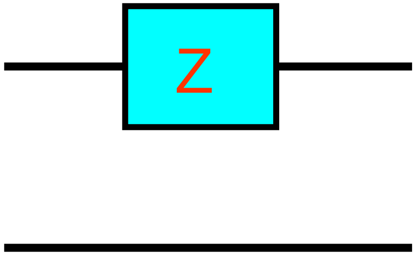
ABCD 矩阵的用途

见158页表4.1

——建立ABCD矩阵数据库

复杂网络由多个简单二端口网络级联而成

例



$$A=1 \qquad B=Z$$

$$C=0 \qquad D=1$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

求A参量

解

$$A = \left.\frac{V_1}{V_2}\right|_{I_2=0} = 1$$

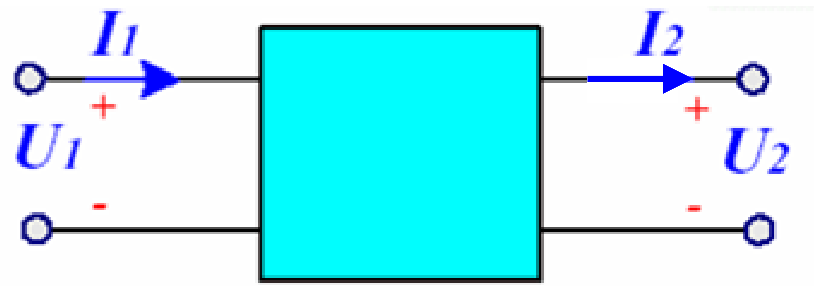
$$C = \left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{I_2=0} = 0$$

$$B = \left.\frac{V_1}{I_2}\right|_{V_2=0} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{V_2=0} = Z$$

$$D = \left.\frac{I_1}{I_2}\right|_{V_2=0} = \frac{I_1}{I_1} = 1$$

A矩阵与阻抗矩阵关系

考虑关系 $\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$



$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

所以

$$V_1 = Z_{11} \cdot I_1 - Z_{12} \cdot I_2$$
$$V_2 = Z_{21} \cdot I_1 - Z_{22} \cdot I_2$$

可以得到

$$A = \frac{V_1}{V_2}\bigg|_{I_2=0} = \frac{Z_{11} \cdot I_1}{Z_{21} \cdot I_1} = \frac{Z_{11}}{Z_{21}}$$

$$B = \frac{V_1}{I_2}\bigg|_{V_2=0} = \frac{Z_{11} \cdot I_1 - Z_{12} \cdot I_2}{I_2}\bigg|_{V_2=0}$$

$$= Z_{11} \frac{I_1}{I_2}\bigg|_{V_2=0} - Z_{12} = Z_{11} \frac{Z_{22}}{Z_{21}} - Z_{12}$$

$$C = \frac{I_1}{V_2}\bigg|_{I_2=0} = \frac{I_1}{Z_{21} \cdot I_1} = \frac{1}{Z_{21}}$$

$$D = \frac{I_1}{I_2}\bigg|_{V_2=0} = \frac{Z_{22}}{Z_{21}}$$

如果网络互易 $Z_{21} = Z_{12}$

有 $AD - BC = 1$

二端口网络等效电路

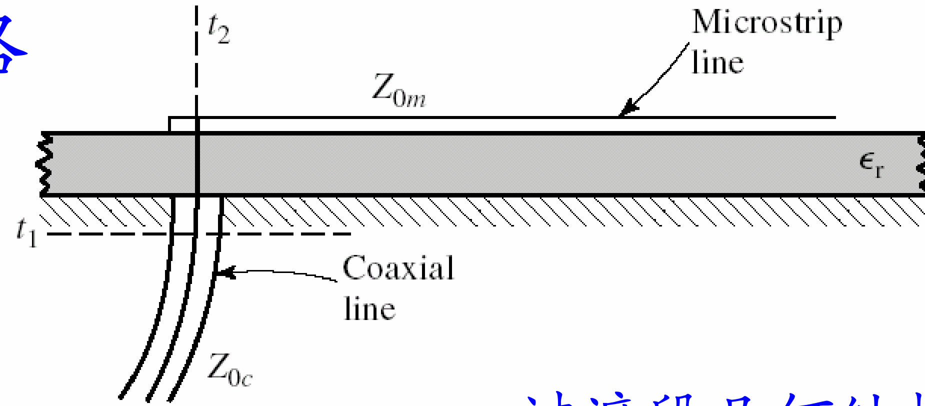
同轴线与微带线间的过渡段：

物理上的不连续性：存储电磁能

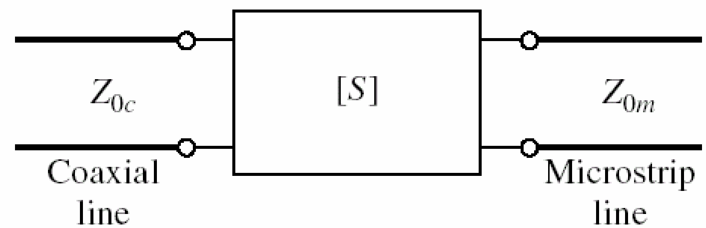
理论分析非常复杂

看成二端口黑盒子

用等效电路代替黑盒子



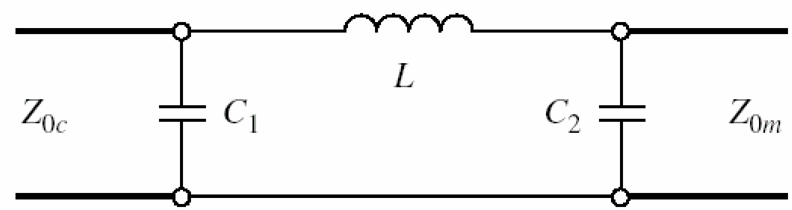
(a) 过渡段几何结构



(b) 黑盒子表示过渡段

用阻抗参量表示为

$$V_1 = Z_{11} \cdot I_1 + Z_{12} \cdot I_2$$
$$V_2 = Z_{21} \cdot I_1 + Z_{22} \cdot I_2$$



(c) 过渡段等效电路

用导纳参量表示为

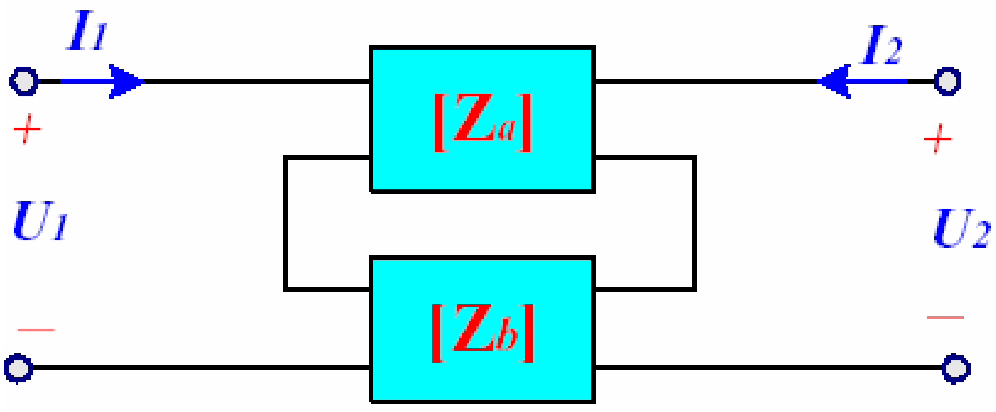
$$I_1 = Y_{11} \cdot V_1 + Y_{12} \cdot V_2$$
$$I_2 = Y_{21} \cdot V_1 + Y_{22} \cdot V_2$$

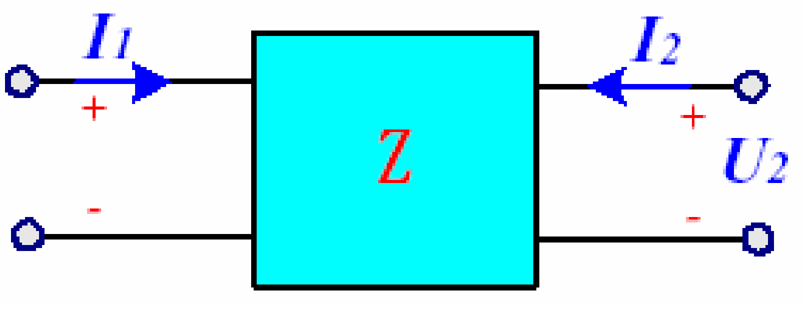
同轴-微带线过渡与等效电路

若网络互易有： $Z_{21} = Z_{12}$ $\quad Y_{21} = Y_{12}$

网络的串联、级联与并联

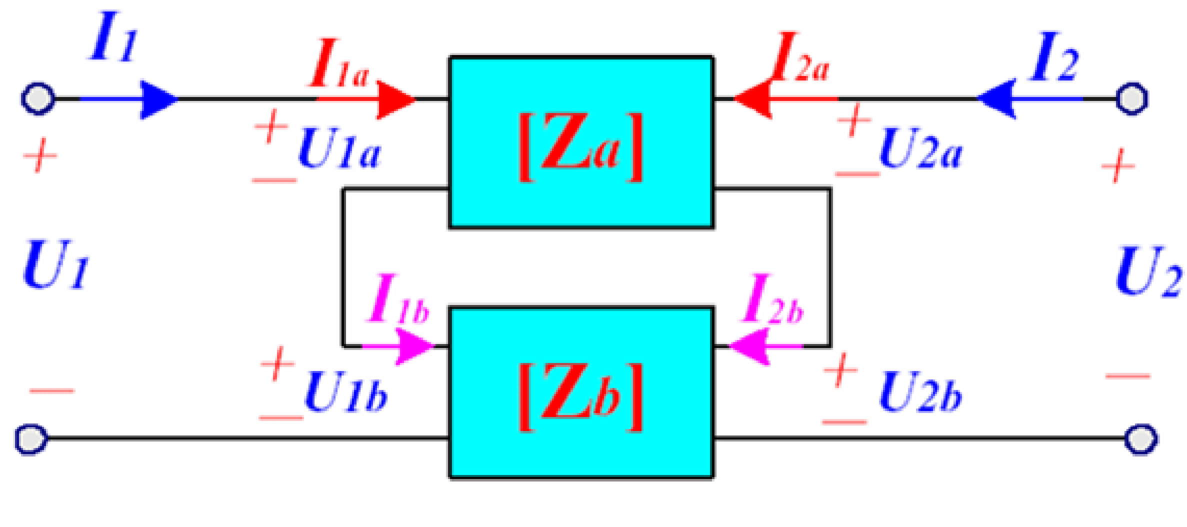
1. 串联——“Z”矩阵





$$[Z]=[Z_a]+[Z_b]$$

证明

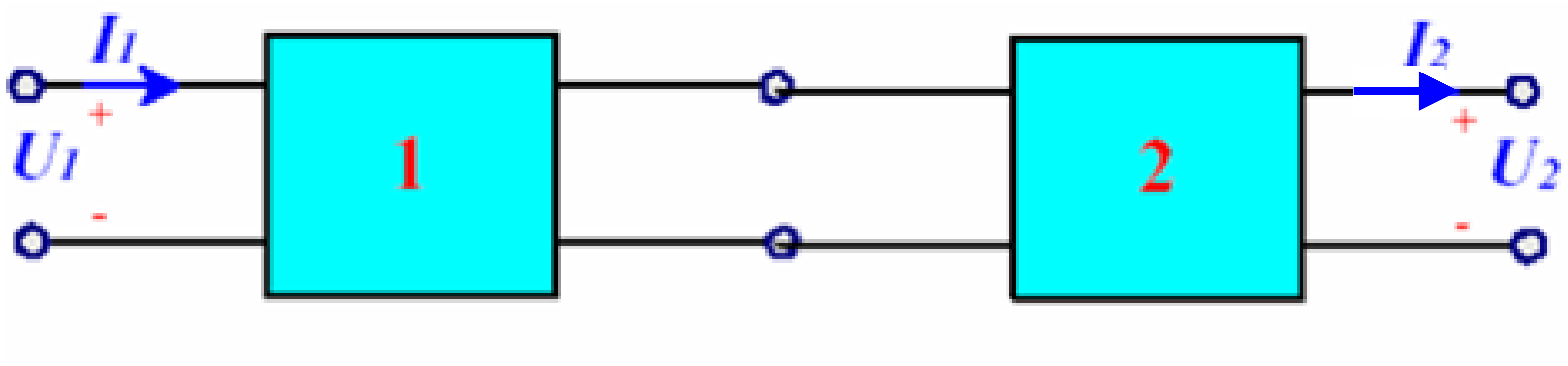


$$\begin{cases} \begin{bmatrix} U_{1a} \\ U_{2a} \end{bmatrix} = [Z_a] \begin{bmatrix} I_{1a} \\ I_{2a} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} U_{1b} \\ U_{2b} \end{bmatrix} = [Z_b] \begin{bmatrix} I_{1b} \\ I_{2b} \end{bmatrix} \end{cases}$$

$$I_1 = I_{1a} = I_{1b}$$

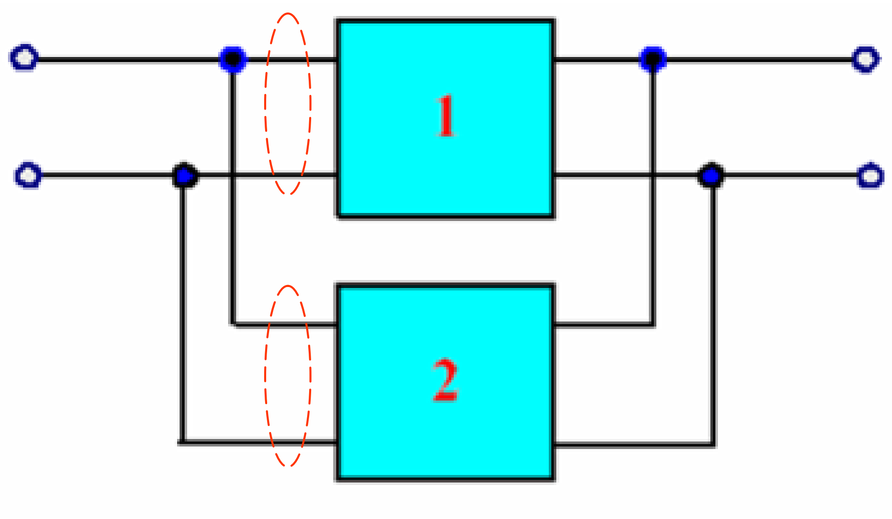
$$I_2 = I_{2a} = I_{2b}$$

2. 级联 ——“ABCD”矩阵



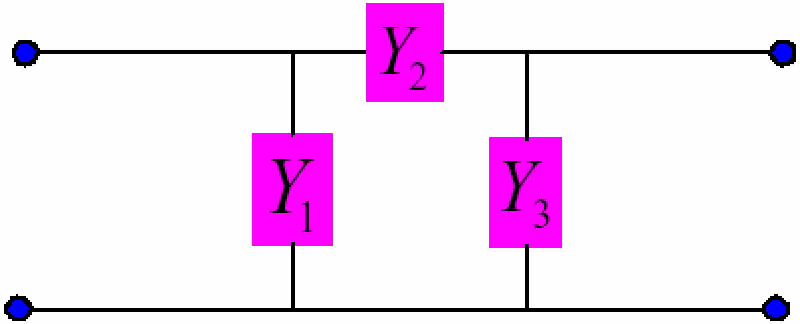
$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

3. 并连——“Y”矩阵



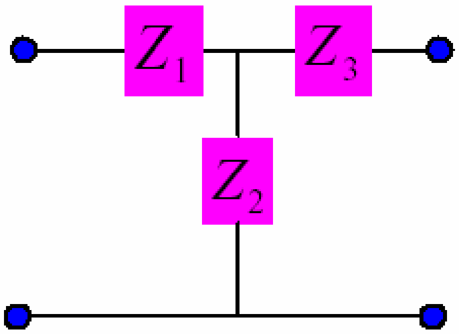
$$[Y]=[Y_1]+[Y_2]$$

“复杂”网络



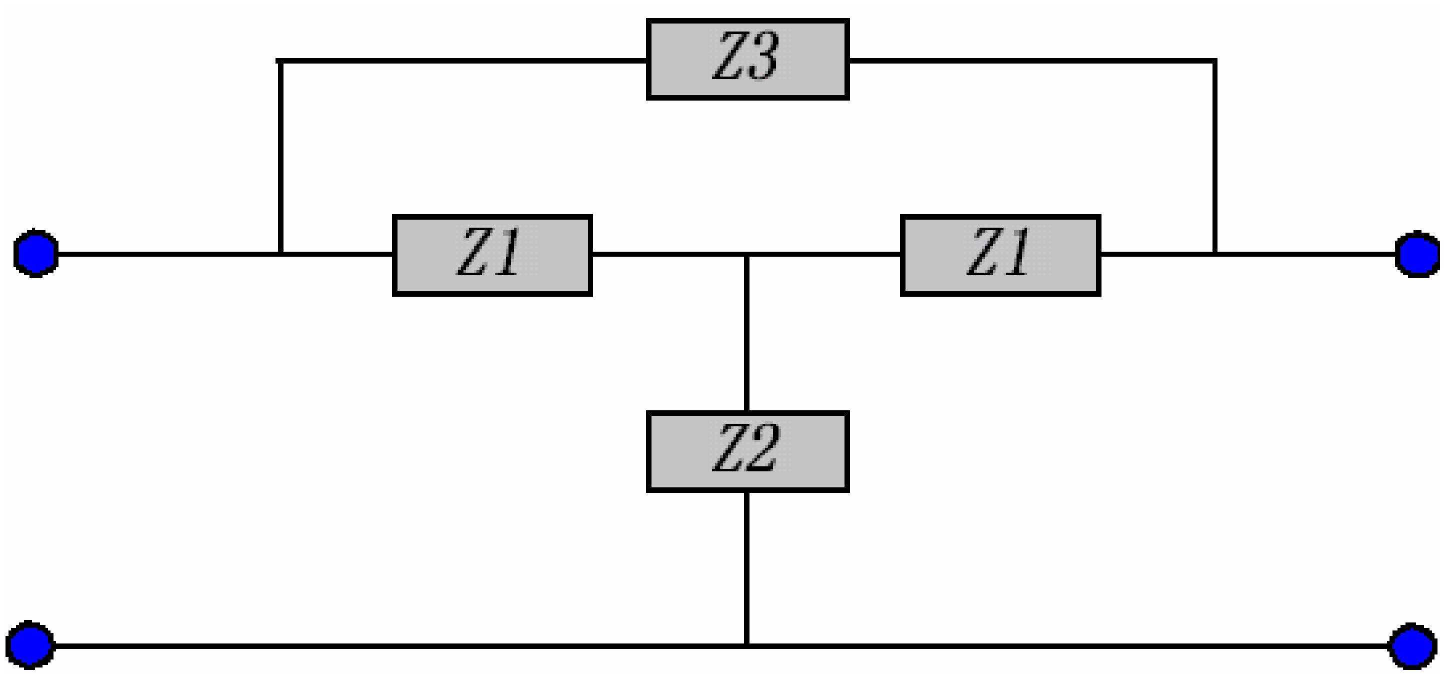
Π 形网络

π



T形网络

例题：求导纳矩阵

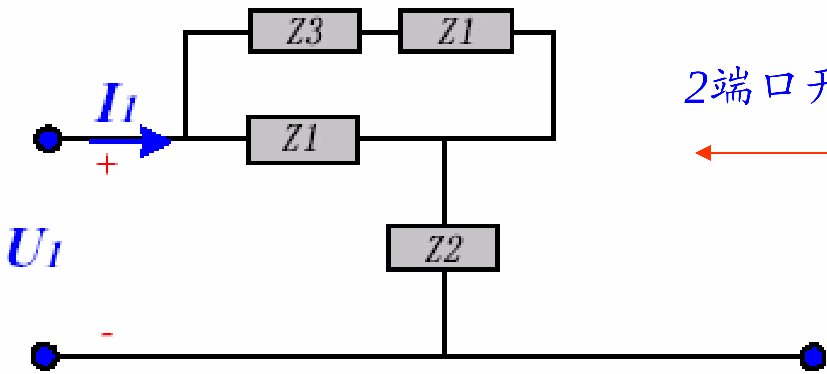


方法一：按照定义，求[Y]矩阵

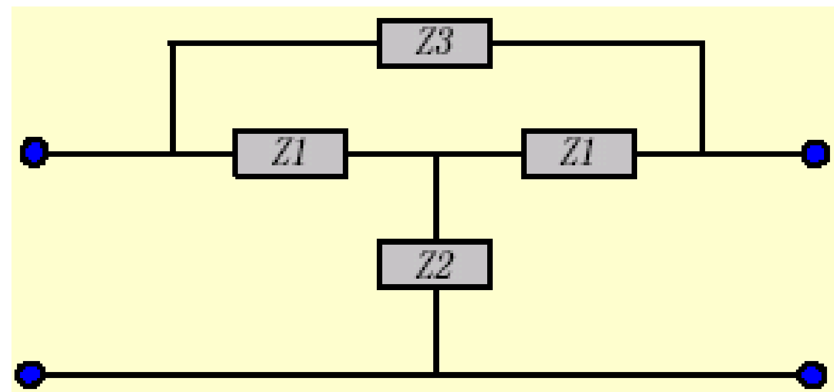
2＃端口开路

$$Z_{11}=\frac{U_1}{I_1}\bigg|_{I_2=0}$$

$$Z_{21}=\frac{U_2}{I_1}\bigg|_{I_2=0}$$



2端口开路

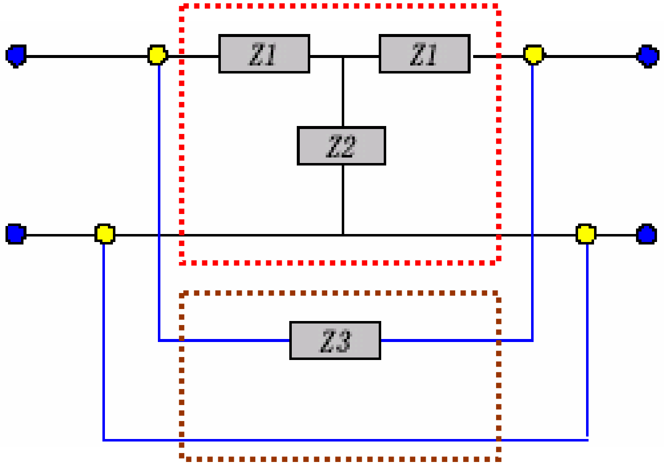


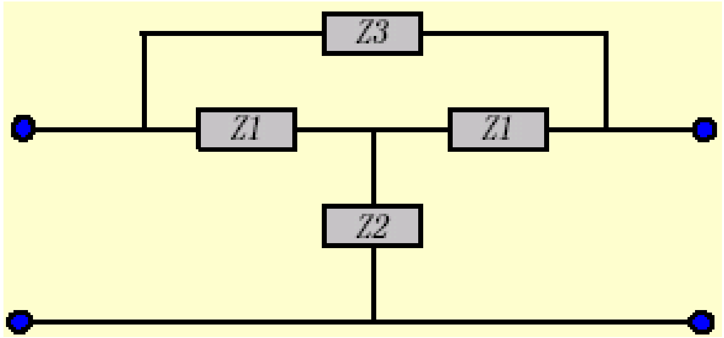
1＃端口开路　……．

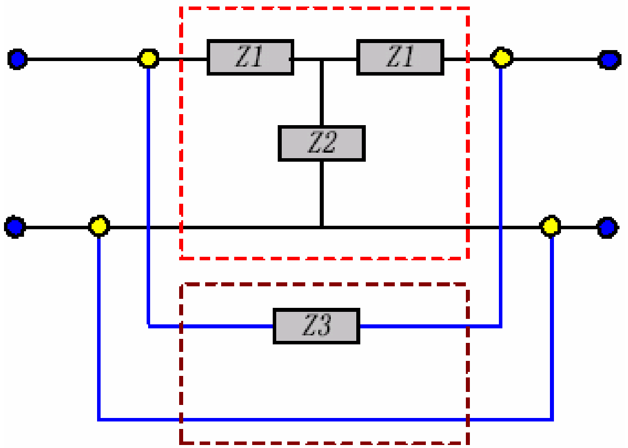
$$Z_{12}=\frac{U_1}{I_2}\bigg|_{I_1=0}\qquad Z_{22}=\frac{U_2}{I_2}\bigg|_{I_1=0}$$

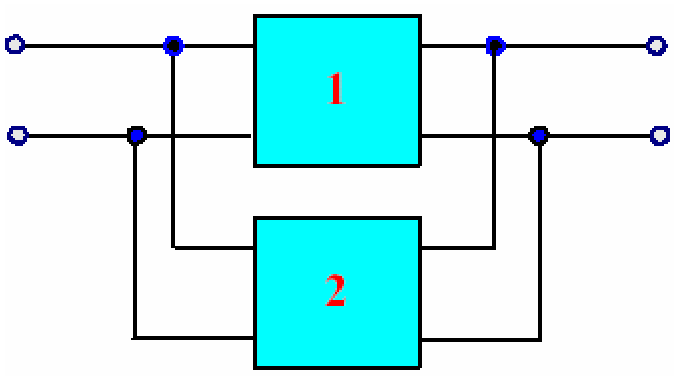
$$\Rightarrow [Y]=[Z]^{-1}$$

法二：矩阵运算



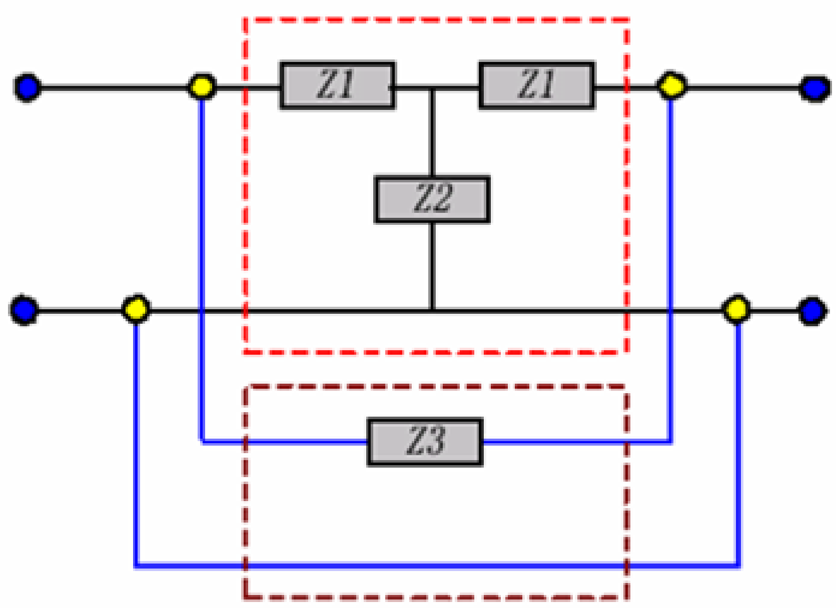






$$[Y]=[Y_1]+[Y_2]$$

$$[Z1] = \begin{bmatrix} Z_1+Z_2 & Z_2 \\ Z_2 & Z_1+Z_2 \end{bmatrix}$$



$$[Y2] = \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_3} & \frac{-1}{Z_3} \\ \frac{-1}{Z_3} & \frac{1}{Z_3} \end{bmatrix}$$

$$[Y] = [Y1]+[Y2] = [Z_1]^{-1}+[Y2]$$

$$[Y] = \ldots = \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_3}+\frac{Z_1+Z_2}{(Z_1)^2+2\cdot Z_1\cdot Z_2} & -\left(\frac{1}{Z_3}+\frac{Z_2}{(Z_1)^2+2\cdot Z_1\cdot Z_2}\right) \\ -\left(\frac{1}{Z_3}+\frac{Z_2}{(Z_1)^2+2\cdot Z_1\cdot Z_2}\right) & \frac{1}{Z_3}+\frac{Z_1+Z_2}{(Z_1)^2+2\cdot Z_1\cdot Z_2} \end{bmatrix}$$

微波网络参量

网络参量的分类:

1、电路参量：当端口信号为电压和电流时的参量

用阻抗、导纳等来描述

阻抗参量（Z参量），导纳参量（Y参量）

传输参量（A参量）

2、 波参量

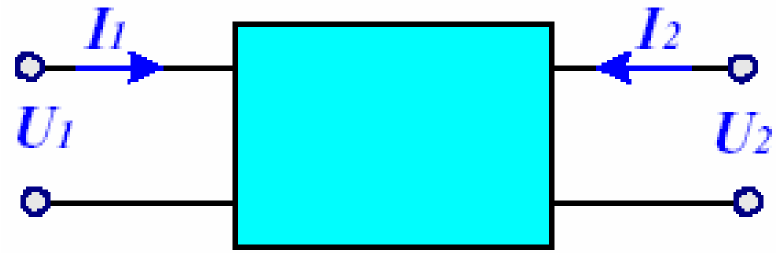
端口信号为（输入波和输出波）场强振幅归一化值,

用散射、传输描述

散射参量（S参量）

小结：“电路参量”

反映电压、电流关系



归一化

$$[U] = [Z][I]$$

$$[u] = [z][i]$$

$$[I] = [Y][U]$$

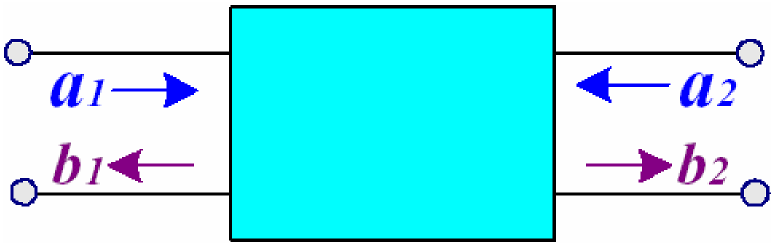
$$[i] = [y][u]$$

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = [A]\begin{bmatrix} U_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

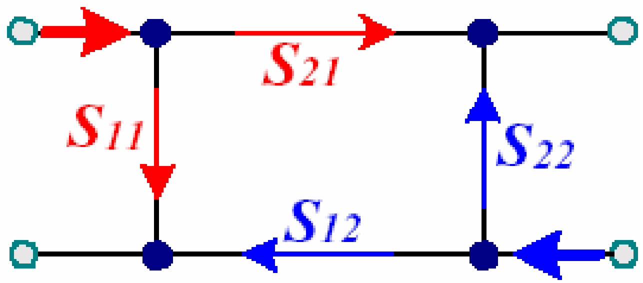
$$\begin{bmatrix} u_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = [a]\begin{bmatrix} u_2 \\ -i_2 \end{bmatrix}$$

小结：波参量

反映输入波、输出波场强振幅关系



$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$$



$$[b] = [S][a]$$

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

注意

[A] 参量矩阵只适用于二口网络

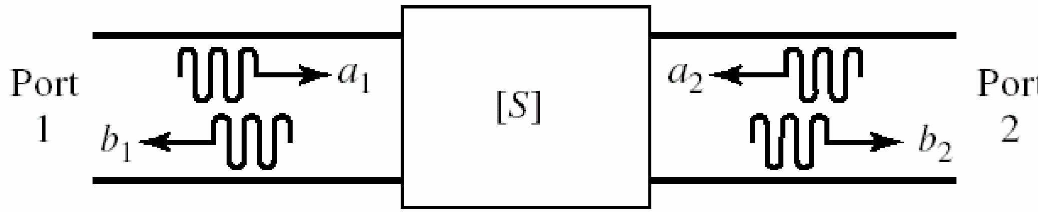
[Z]、[Y]和[S]三种参量矩阵则适用于任意端口网络

第5节 信号流图

基本组成

节点　网络每个端口i有两个节点 a_i（入射波）b_i（反射波）

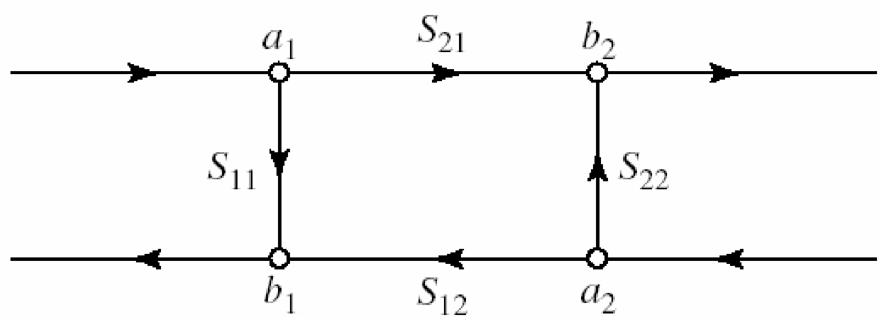
支路　两个节点间的定向路径，表示信号从一个节点流向另外一个节点



二端口网络 (a) 入射波与反射波

端口1入射波振幅为 a_1

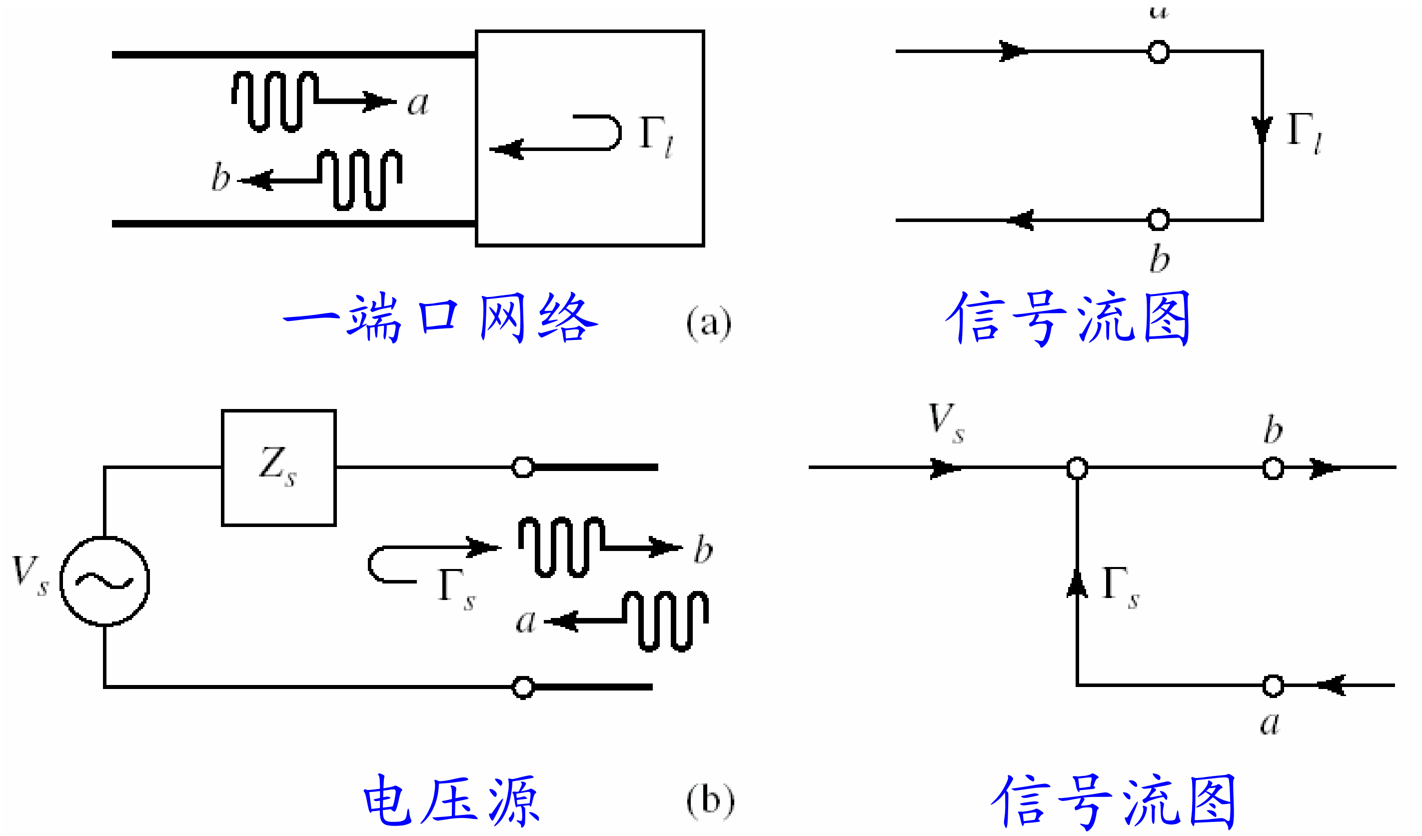
传输和反射



(b) 信号流图

二端口网络信号流图

两个特殊网络与信号流图



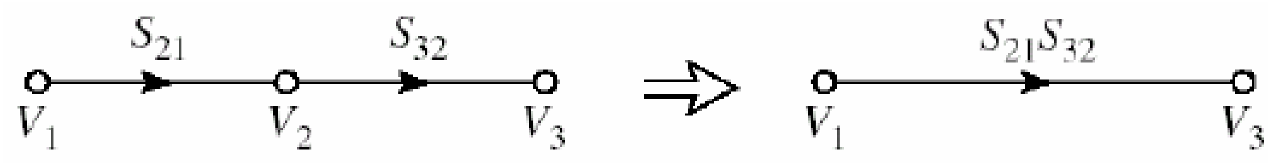
网络用信号流图表示后，任意两个波的振幅比就容易求解

信号流图的分解

四项基本分解法则

把信号流图化简为两个节点之间的单个支路，可得到波振幅比

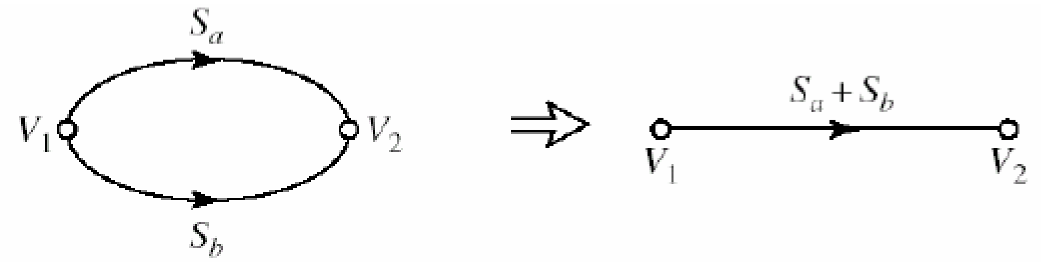
法则一　串联法则



两个支路串联：可以组成单个支路，系数是原系数乘积

$$V_3 = S_{32}V_2 = S_{32}S_{21}V_1$$

法则二　并联法则



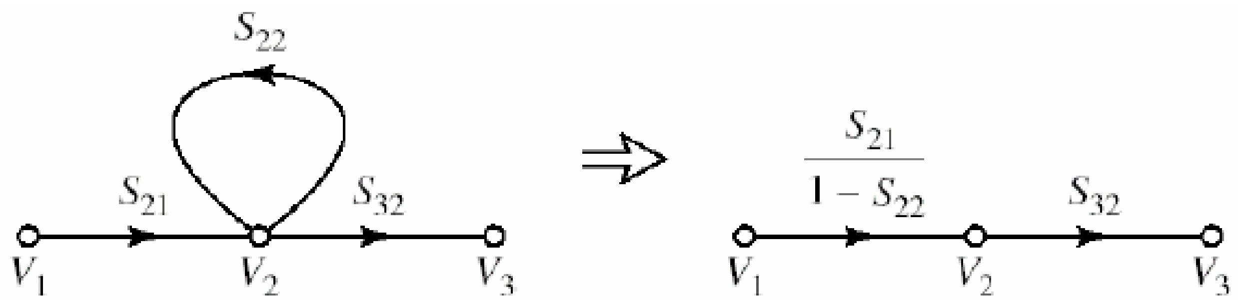
两个支路并联：可以组成单个支路，系数是原系数之和

$$V_2 = S_aV_1 + S_bV_1 = (S_a + S_b)V_1$$

信号流图的分解

四项基本分解法则

法则三 自闭环法则 自闭环:支路起止于同一节点



有自闭环的节点的支路系数乘以1/(1-S)，即可消去此自闭环

推导：按原网络

$$V_2 = S_{21}V_1 + S_{22}V_2$$

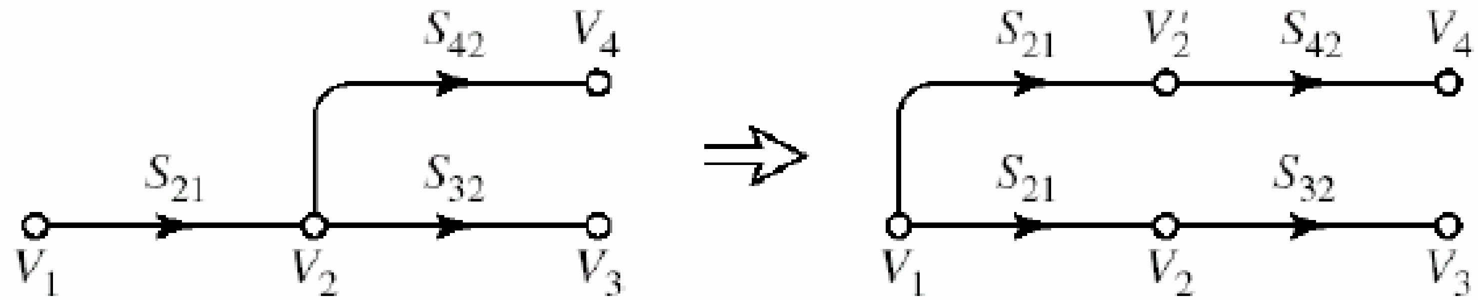
$$V_3 = S_{32}V_2$$

消去V_2有

$$V_3 = \frac{S_{32}S_{21}}{1-S_{22}}V_1$$

信号流图的分解

法则四 剖分法则



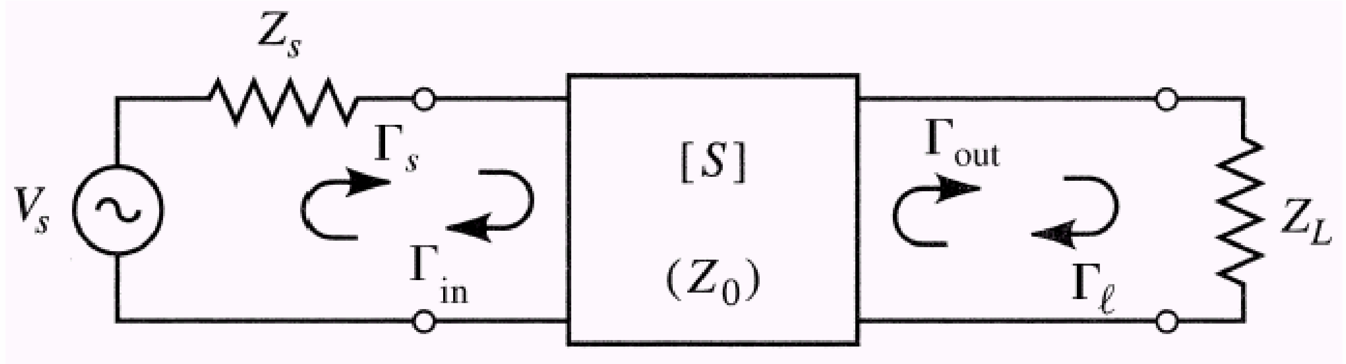
输出支路含分离的两个支路，可以从第一个节点就分离成两个支路

两个流图都有

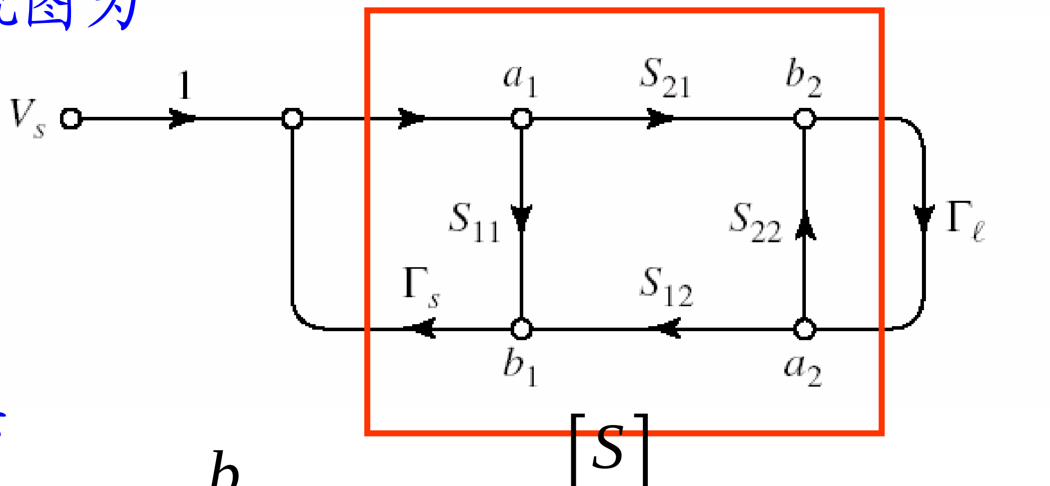
$$V_4 = S_{42}V_2 \;= S_{42}S_{21}V_1$$

信号流图的应用

例：利用信号流图推出 Γ_{in}　Γ_{out}



解　　信号流图为



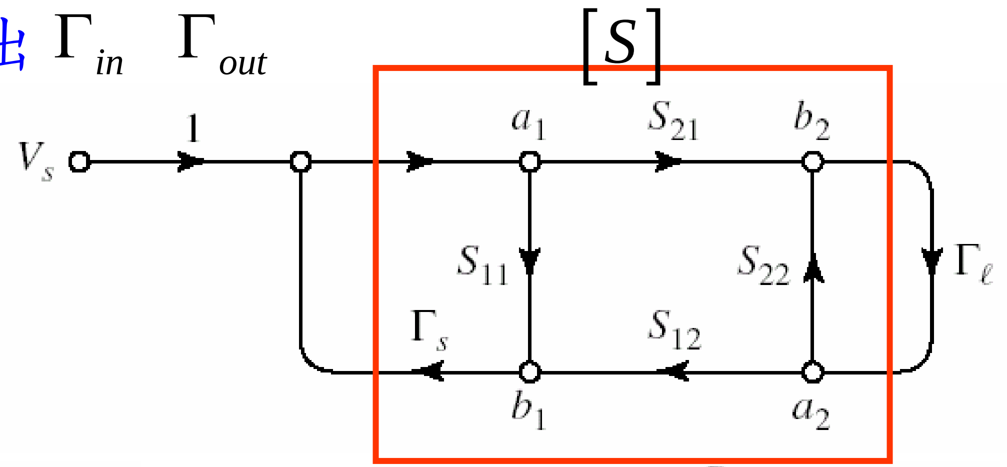
用电压表示

$$\Gamma_{in} = \frac{b_1}{a_1}$$

信号流图的应用

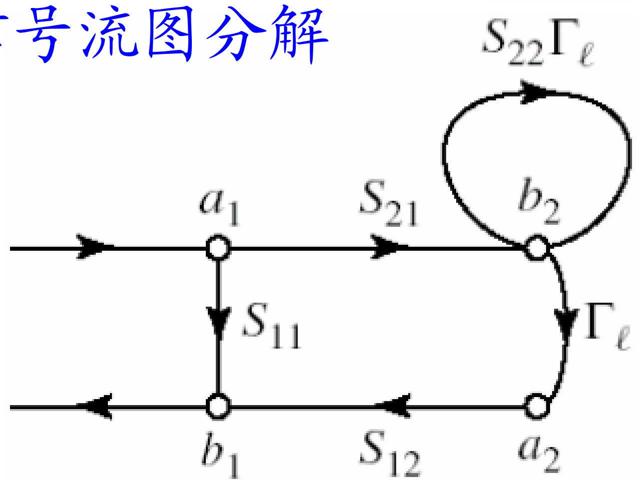
例：利用信号流图推出 Γ_{in} Γ_{out}

解 信号流图为

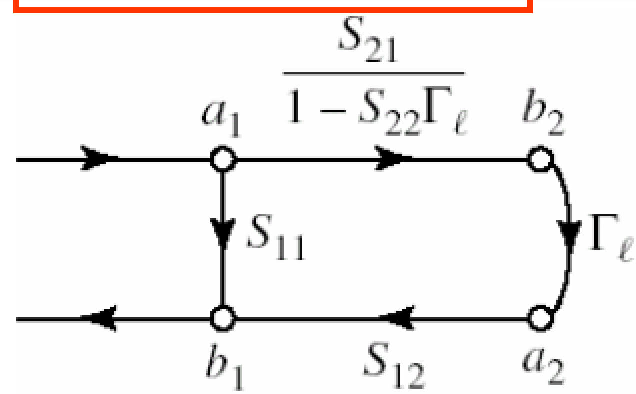


用电压表示 $\Gamma_{in} = \dfrac{b_1}{a_1}$

信号流图分解



（a）



（b）

用法则三

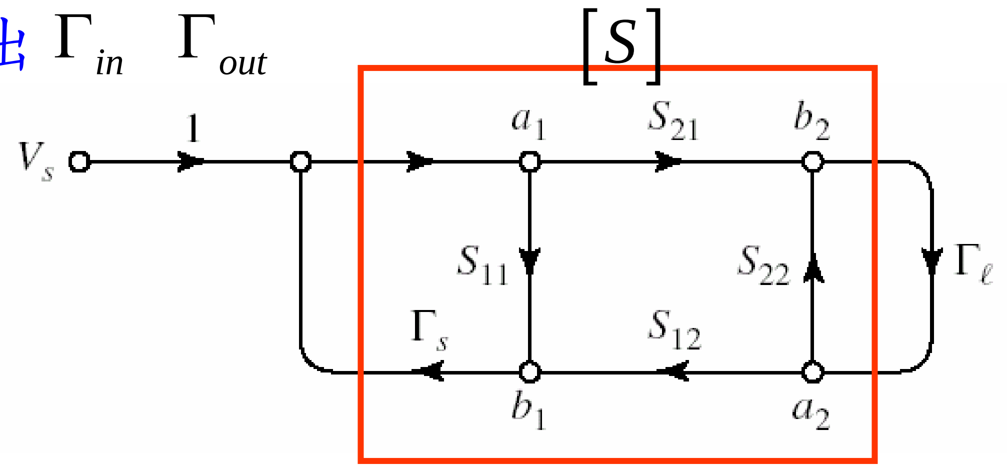
用法则四

$$\Gamma_{in} = \frac{b_1}{a_1} = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_l}{1-S_{22}\Gamma_l}$$

信号流图的应用

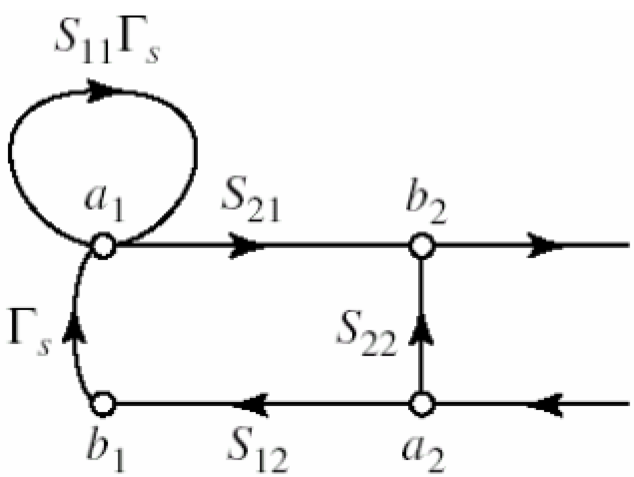
例：利用信号流图推出 Γ_{in}　Γ_{out}

解　　信号流图为



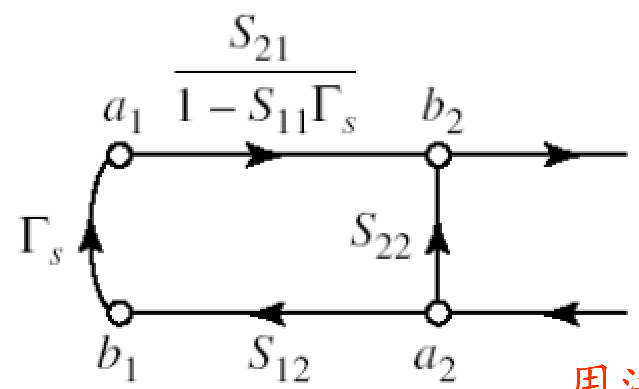
用电压表示 $\Gamma_{out} = \dfrac{b_2}{a_2}$

信号流图分解



用法则四

（c）



（d）

用法则三

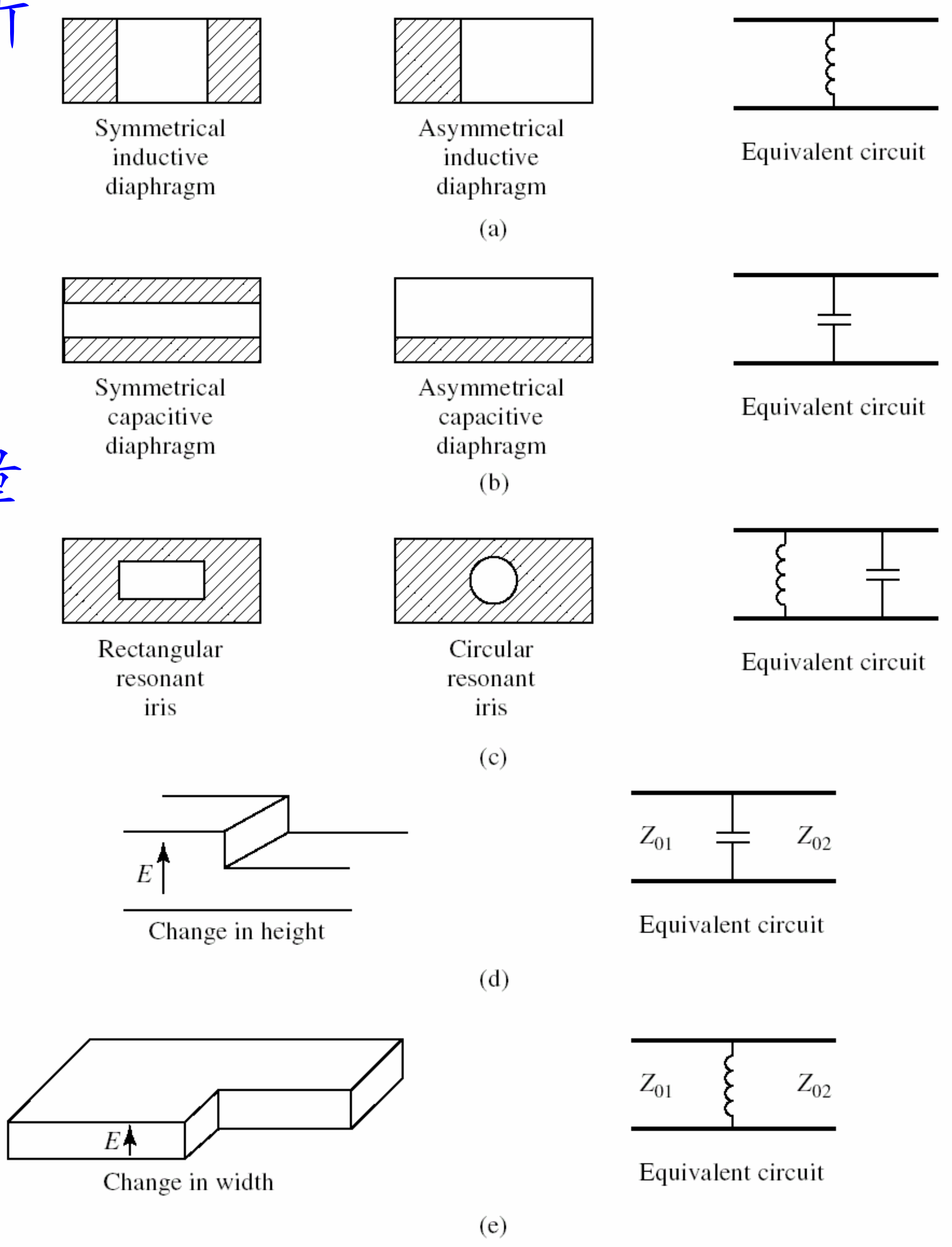
$$\Gamma_{out} = \frac{b_2}{a_2} = S_{22} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_s}{1-S_{11}\Gamma_s}$$

第6节 不连续性和模式分析

微波网络中不同类型传输线连接存在不连续性

不连续性可等效电路表示

等效电路元件值、传输线参量与不连续性参量、频率有关

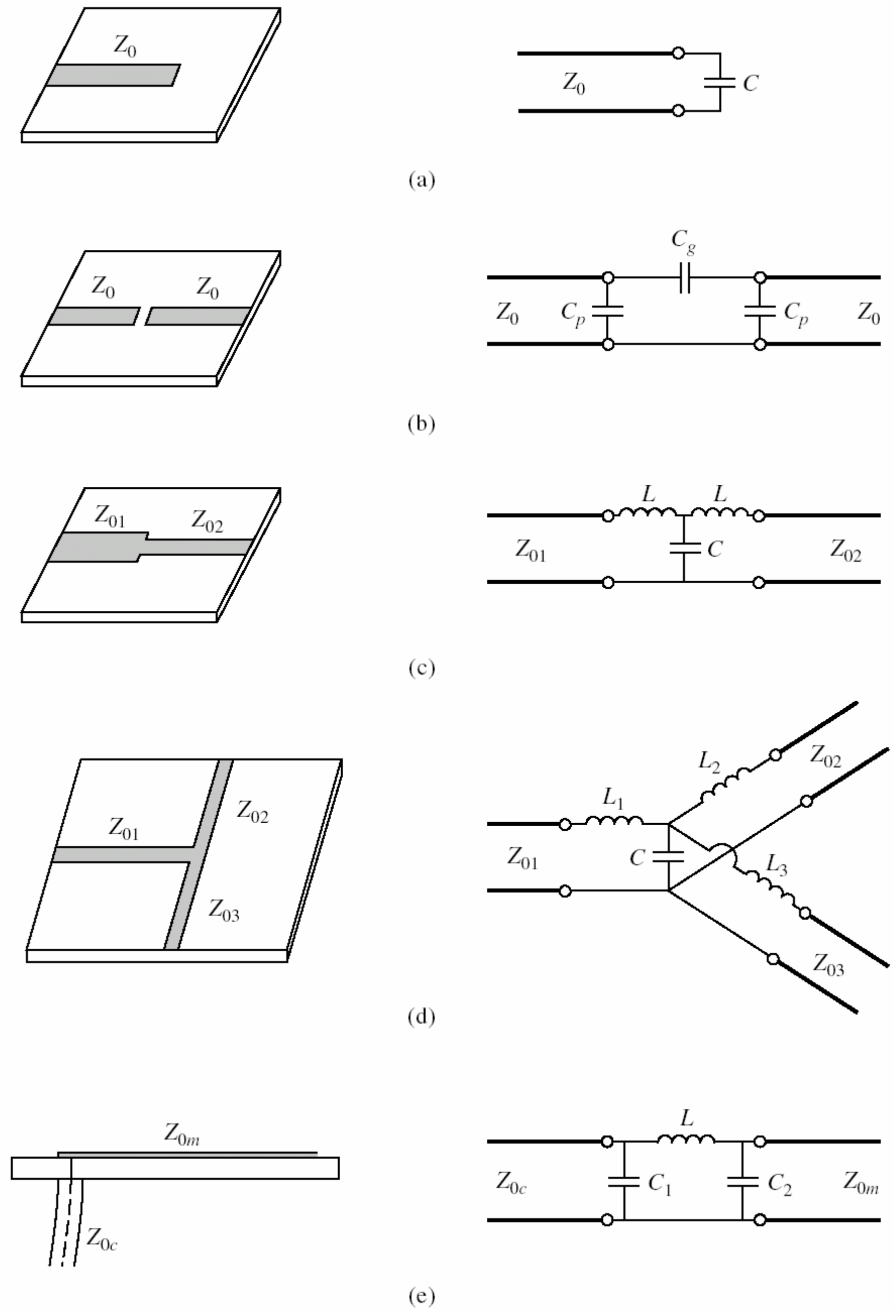


第6节 不连续性和模式分析

微波网络中不同类型传输线连接存在不连续性

不连续性可等效电路表示

等效电路元件值、传输线参量与不连续性参量、频率有关

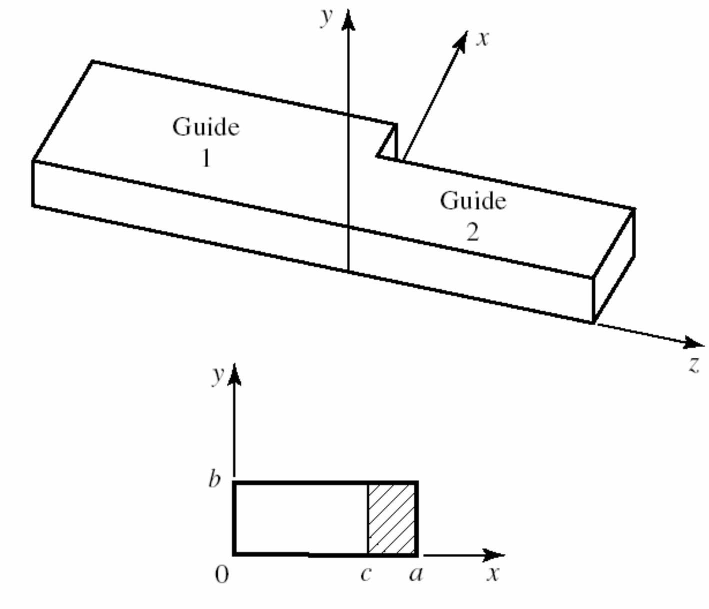


矩形波导H平面阶梯的模式分布

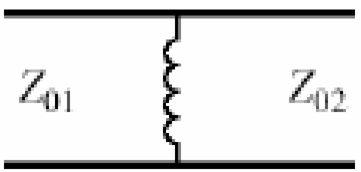
大多数不连续性问题的场分析困难

矩形波导H平面宽度改变等效电路

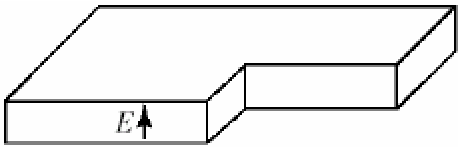
模式分析方法



矩形波导H平面宽度改变几何结构与等效电路



等效电路



微带线不连续性补偿

方法一：设计电路时，把不连续性考虑进去，调整参量

方法二：对导带直接削角等方法补偿不连续性