《通信原理》
第10章（2）

孙卓
zhuosun@bupt.edu.cn

扩频的概念

- 考虑一般化的二进制PAM信号

$$s(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty} d_k g_k(t-kT_{\mathrm{b}}) \qquad d_k \in \{\pm 1\}$$

- 其中$g_k(t)$是发送第k个数据d_k所用的成形脉冲。将$g_k(t)$设计为宽带远大于$1/T_{\mathrm{b}}$，就是扩频
- 视情形$g_k(t)$可能指基带脉冲或频带脉冲
  - 基带：对应等效基带分析
  - 频带：$g_k(t)$包含载波，对应频带分析
- 简单起见，本章假设$g_k(t)$的持续时间是T_{b}。对应的非扩频系统是BPSK：
  - $g_k(t)$是矩形脉冲(基带模型)
  - 或者$g_k(t)$是$\cos(2\pi f_c t)$在$[kT_{\mathrm{b}},(k+1)T_{\mathrm{b}}]$中的截取部分

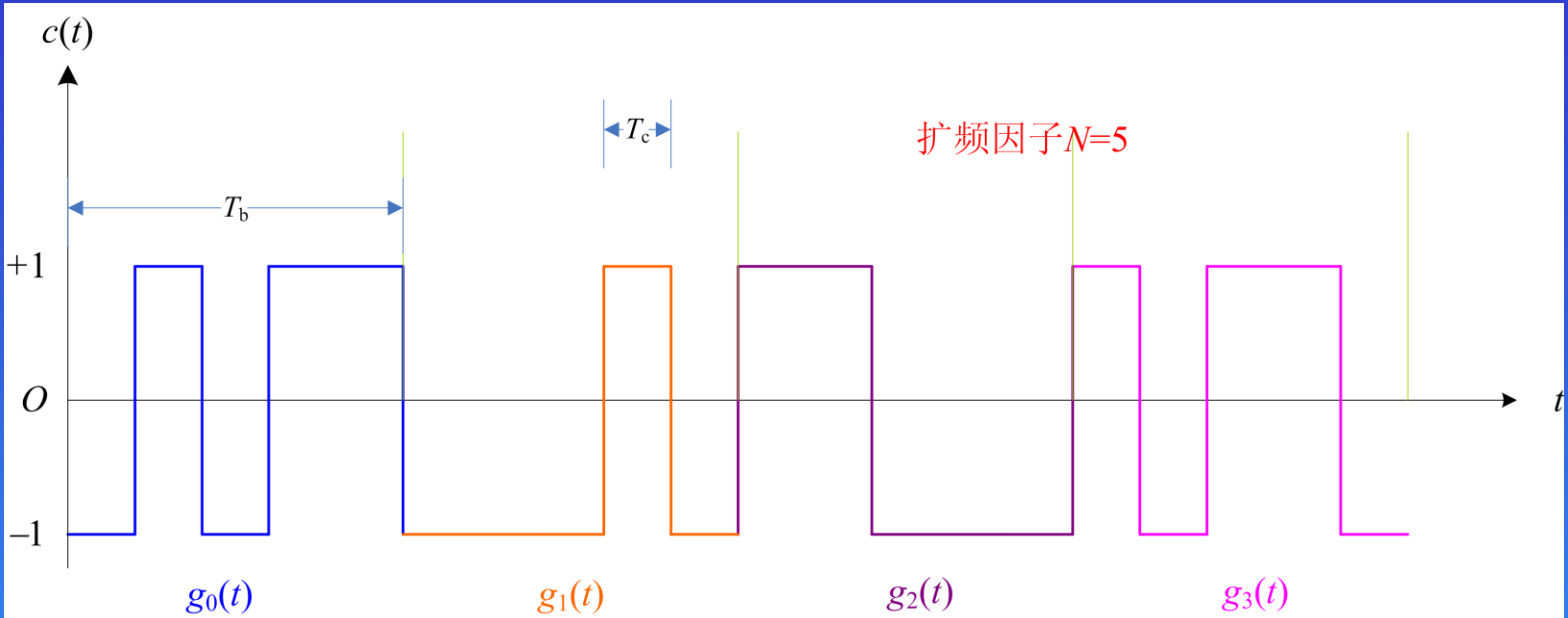
直接序列扩频（DSSS）

- 将$g_k(t)$设计为宽带的一种方式是，用一个N比特的序列构成一个双极性NRZ码：

$$g_k(t)=\sum_{i=0}^{N-1}c_{ki}g_{\mathrm{c}}(t-iT_{\mathrm{c}})\qquad kT_b\le t<(k+1)T_{\mathrm{b}}$$

  - 其中c_{ki}取值±1，称为码片；$T_{\mathrm{c}}=T_{\mathrm{b}}/N$称为码片宽度
  - 所有$g_k(t)$设连成一串的结果$c(t)$是一个以$\{c_{ki}\}$为数据的双极性NRZ信号
  - 称二进制序列$\{c_{ki}\}$为扩频码或扩频序列，也可简记为$\{c_j\}$
  - 称$c(t)$为扩频信号（也可称为扩频码、扩频序列）
    - 另外，“扩频信号”也可能指扩频后的发送信号

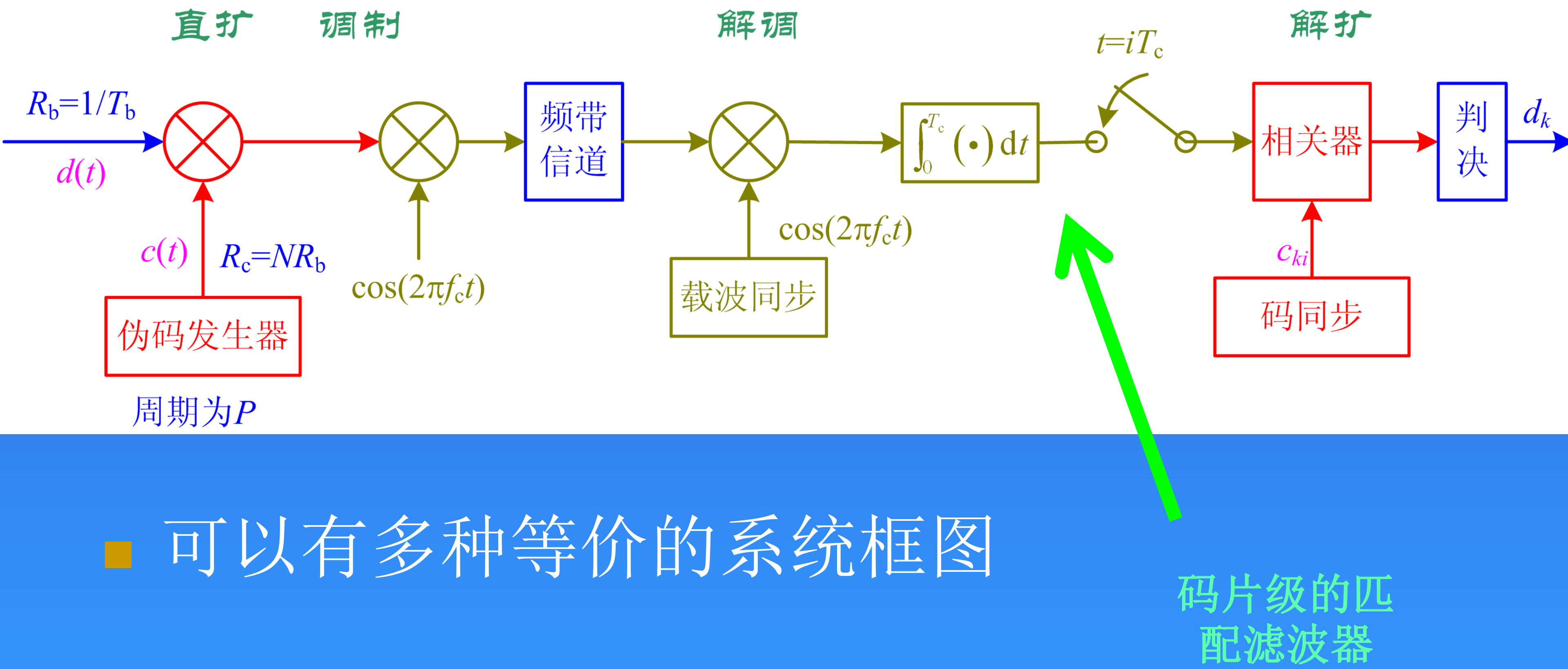
$c(t)$



- 发送的已调信号是$d(t)c(t)\cos(2\pi f_c t)$，其中$d(t)$是信息数据的双极性NRZ信号
- 称这种调制技术为直序扩频(DSSS)
- 常规BPSK就是$c(t)=1$

DSSS/BPSK

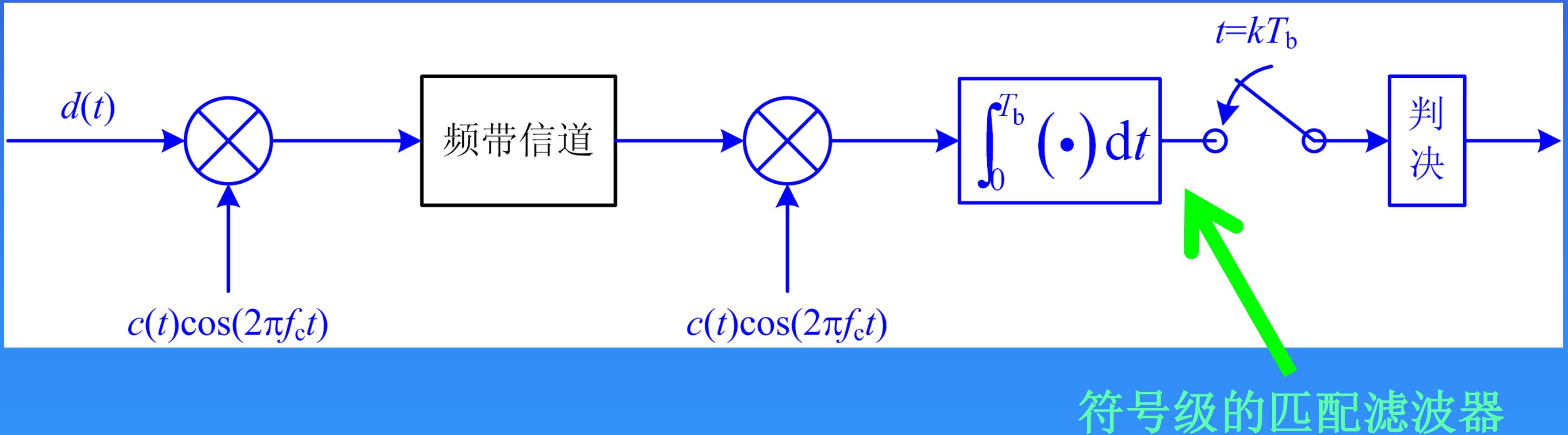
- 系统框图



- 可以有多种等价的系统框图

- 发端：
  - 每个比特d_k乘以扩频码后成为N个比特(码片)：$(x_{k0},x_{k1},\ldots,x_{kN-1})$，其中$x_{ki}=d_k c_{ki}$，$\mathbf{c}=(c_{k0},c_{k1},\ldots,c_{kN-1})$是扩频序列$\{c_j\}$落在第$k$个比特周期$[kT_b, (k+1)T_b]$内的连续$N$个码片
  - 注意：扩频码的周期P和扩频因子N不一定相等。
  - 直扩使速率提高N倍：1个信息比特变成N个扩频后的码片
  - 然后通过正常的BPSK传输。
- 收端
  - 当做是一个N倍速率的正常BPSK解调
  - 用码片级匹配滤波器对每个码片得到一个采样值。T_b时间内得到一个向量$\mathbf{y}=(x_{k0},x_{k1},\ldots,x_{kN-1})$
  - 再求$\mathbf{y}$和$\mathbf{c}$的内积（做相关），用这个结果去判决。

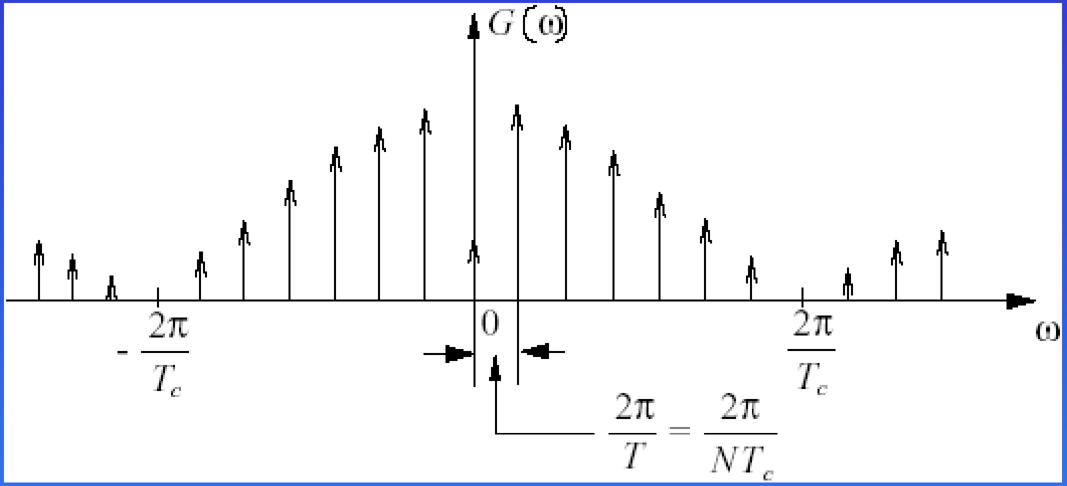
- 还可以等价理解成：BPSK把窄带载波$\cos(2\pi f_c t)$换成了宽带载波$c(t)\cos(2\pi f_c t)$
  - $c(t)$是扩频序列$\{c_j\}$对应的双极性NRZ信号
  - $d(t)$是数据序列$\{d_k\}$对应的双极性NRZ信号



匹配滤波器和相关器完全等价，故经常在叫法上不加区分

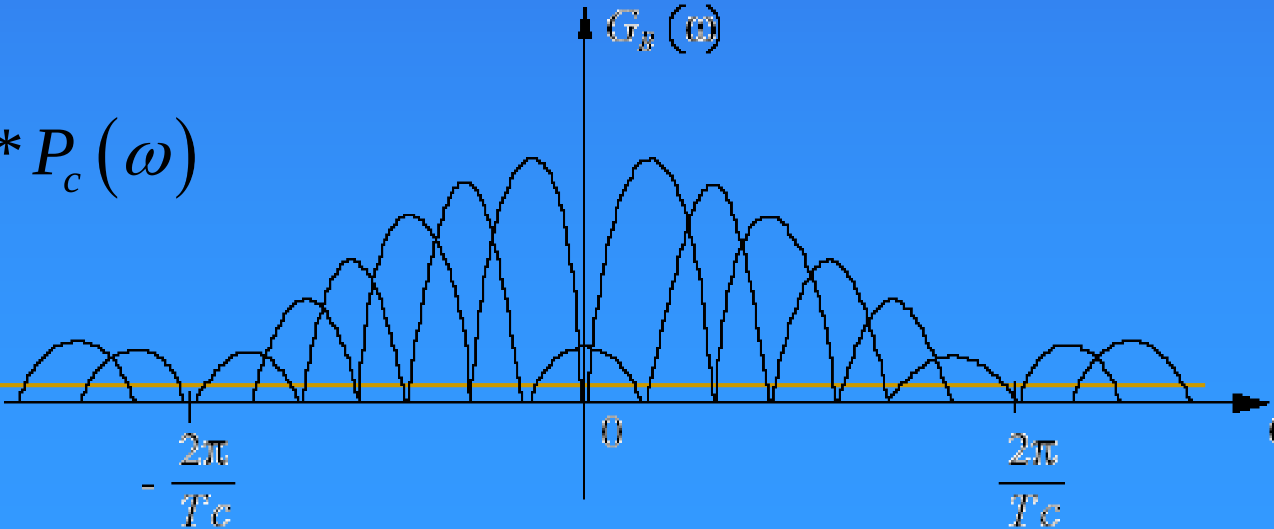
DSSS信号的功率谱

- m序列的功率谱密度



- 扩频信号的功率谱密度
  - 连续谱
  - 带宽展宽N倍
  - 功率谱密度降低N倍

$$P_b(\omega) = \frac{1}{2\pi} P_d(\omega) * P_c(\omega)$$



DSSS/BPSK在AWGN信道中的误码率

- 考虑第0个数据d_0，令$g(t) = g_0(t)$表示上图中的$c(t)\cos(2\pi f_c t)$在第k=0个比特周期$[0,T_b]$内的波形
- 在$[0,T_b]$内，发端发送$\pm g(t)$，收端收到$\pm g(t)+n_w(t)$
- 收端做最佳接收（相关接收或匹配滤波接收）
- 根据第5章，误码率与$g(t)$的形状无关，为

$$P_e = \frac{1}{2}\operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$$

  - 与无扩频的BPSK完全相同
- 结论：
  - 通过DSSS增加带宽并不能改善系统抗白高斯噪声的能力

与信息论不矛盾

- AWGN信道的容量是

$$C = B\log_2\left(1+\mathrm{SNR}\right)$$

- 固定C时，提高B可以降低所需的SNR
- 但注意，从信息论可以得到的结论是：固定传输速率时，**一定存在**一种方法，能通过提高B来降低所需的SNR，即提高白高斯噪声的能力。不是：**任意**一种能扩大带宽的技术都可以降低所需的SNR。
- 事实上，借助提高B来降低SNR的方法只能是信道编码，并且必然伴随着相当复杂的操作（例如LDPC码）

DSSS抗单频干扰

- 在$[0,T_b]$内，发送$\pm g(t)$，收到$\pm g(t)+z(t)$，$z(t)=A\cos(2\pi f_c t+\varphi)$是单频干扰，$A$、$\varphi$是干扰的幅度和相位。

$$\int_0^{T_b} y(t)g(t)\,\mathrm{d}t=\int_0^{T_b}\left[\pm g(t)+A\cos(2\pi f_c t+\varphi)\right]g(t)\,\mathrm{d}t$$

$$=\pm E_b+A\int_0^{T_b}\cos(2\pi f_c t+\varphi)\left[c(t)\cos(2\pi f_c t)\right]\mathrm{d}t$$

$$=\pm E_b+\frac{A\cos\varphi}{2}\int_0^{T_b}c(t)\,\mathrm{d}t$$

$$=\pm E_b+\frac{A\cos\varphi}{2}\sum_{i=0}^{N-1}c_{0i}T_c$$

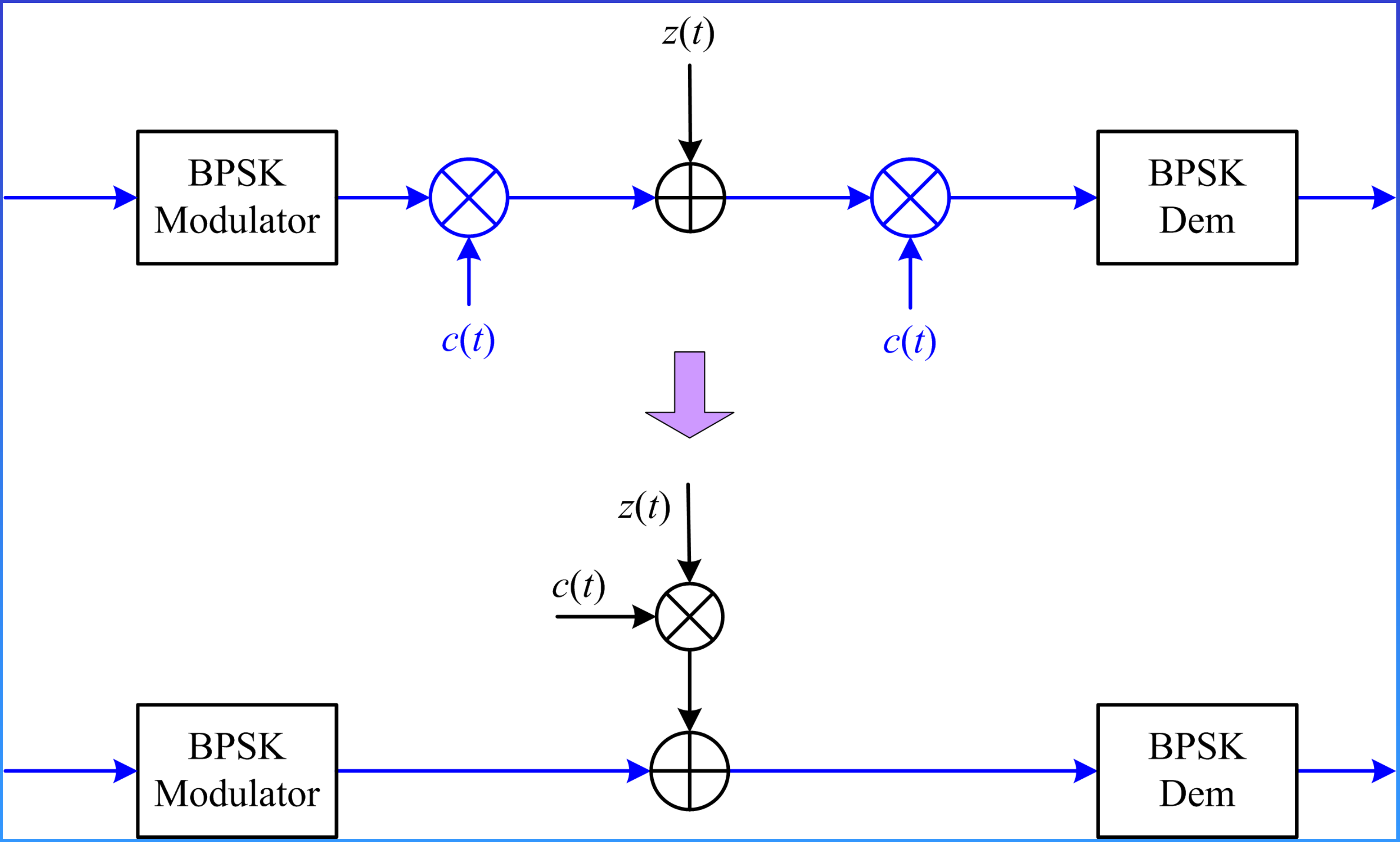
$$=\pm E_b+\frac{AT_b\cos\varphi}{2}\left(\frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1}c_{0i}\right)$$

- 干扰输出的功率是 $\left(\dfrac{AT_{\mathrm{b}}\cos\varphi}{2}\right)^2\left(\dfrac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1}c_{0i}\right)^2$

- 后一项与扩频码的性质有关
  - 无扩频（N=1）时，后一项是1（因为c_{0i}=±1）
  - 若扩频码是周期为P=N的m序列，则一个周期内−1比+1多一个，后一项是$1/N^2$
    - 若N较大，干扰将被显著抑制
  - 若扩频码是纯随机的（实际应用中，伪码的周期P一般远大于扩频因子N，此时可以这样近似），后一项是随机的，其均值为$1/N$
    - 因此便有了这个常见的说法：DSSS能使干扰功率下降为原来的$1/N$

抗窄带干扰

- 窄带干扰指：带宽和普通BSPK相当的干扰
- 根据乘法的交换律，DSSS-BPSK也可以等价为：
  - 发端是正常的BPSK乘上了扩频信号$c(t)$
  - 收端先乘$c(t)$，得到$c^2(t)\times$BPSK=BPSK，然后按正常BPSK解调
  - 若信道中叠加了任意干扰$z(t)$，则DSSS-BPSK等价于普通BPSK系统中的干扰$z(t)$变成了$z(t)c(t)$



z(t)
BPSK Modulator
c(t)
c(t)
BPSK Dem
z(t)
c(t)
BPSK Modulator
BPSK Dem

- $z(t)c(t)$是对窄带干扰$z(t)$扩频，致使正常BPSK频带范围内的干扰功率谱密度下降为$1/N$。
- BSPK的误码率取决于：**每比特信号的能量**和**干扰谱密度**的比值
- DSSS不能抗白高斯噪声是因为：$n_w(t)$乘$c(t)$不改变什么
  - 若X是零均值高斯随机变量，乘上随机的$a\in\{\pm 1\}$后，分布不变。
  - 若X、Y是两个独立的零均值高斯随机变量，各自乘上随机的a，$b\in\{\pm 1\}$ 后，联合分布不变。
  - 白高斯噪声在任意不同时刻都是独立同分布的零均值高斯

DSSS抗多径干扰

- 简单起见，考虑在$[-T_b,T_b]$内发送的两个比特d_{-1}和d_0，发送信号是$d_{-1}g_{-1}(t+T_b)+d_0g_0(t)$，通过多径信道后收到的是多径信号的叠加。
  - 简单起见，设为两径，并设多径时延等于比特间隔T_b

$$y(t)=d_{-1}g_{-1}(t+T_b)+d_0g_0(t)+d_{-1}g_{-1}(t)+d_0g_0(t-T_b)$$

- 在$[0,T_b]$内的部分是

$$y(t)=d_0g_0(t)+d_{-1}g_{-1}(t)$$

- 式右第二项构成对d_0的ISI，信扰比为1（0dB）
- 用$g_0(t)$做相关，得到判决量为：

$$r=\int_0^{T_b}y(t)g_0(t)\mathrm{d}t=d_0T_b+d_{-1}\rho_{01}$$

$$\rho_{01}=\int_0^{T_b} g_{-1}(t)g_0(t)\,\mathrm{d}t=\sum_{i=0}^{N-1}T_c c_{-1i}c_{0i}=\frac{T_b}{N}\sum_{i=0}^{N-1}c_{-1i}c_{0i}$$

- 若两段码正交或者准正交，ISI近似为0
- 当$\{c_{ki}\}$为一列独立等概随机序列时，ρ_{01}的平均功率是

$$\mathrm{E}\left[\rho_{01}^2\right]=\left(\frac{T_b}{N}\right)^2\mathrm{E}\left[\left(\sum_{i=0}^{N-1}c_{-1i}c_{0i}\right)^2\right]=\frac{T_b^2}{N}$$

- SIR为

$$\mathrm{SIR}=\frac{T_b^2}{\left(\frac{T_b^2}{N}\right)}=N$$

改善程度等于扩频因子

Rake接收

- 忽略ISI，考虑单个数据d_0的发送
- 发送信号是$d_0g\,(t)$，通过时延为τ的两径信道后收到的是

$$y(t)=d_0h_1g(t)+d_0h_2g(t-\tau)$$

  - 此处我们进一步考虑了两个径上的衰落幅度h_1和h_2

$$y(t)=d_0\left[h_1g(t)+h_2g(t-\tau)\right]=d_0\tilde{g}(t)$$

Rake接收实现多径分集

- 显然，作为最佳接收，应该用$\tilde{g}(t)$做相关
- 若$c(t)$与其延迟近似正交，则

$$\int_0^{T_b} y(t)\tilde{g}(t)\mathrm{d}t \approx h_1\int_0^{T_b} y(t)g(t)\mathrm{d}t + h_2\int_0^{T_b} y(t)g(t-\tau)\mathrm{d}t$$

- 即：用两个相关器，调节其码的延迟以分别对准两个径，然后将两个相关结果加权合并
  - 此即Rake接收机
  - 可以抗衰落：
    - h_1和h_2同时很差的概率很低

多址通信

- 以上分析表明：DSSS可抗单频干扰、任意窄带干扰、多径干扰
  - 抗干扰的原理是：DSSS所用的码序列与干扰近似正交
- 如果干扰是另一个DSSS发射信号，也一样，抗干扰的能力取决于本DSSS信号和干扰者DSSS信号的码的互相关
  - 如果两个DSSS的码采用Walsh码，则完全正交：正交CDMA
  - 如果两个DSSS采用伪随机序列，则近似正交：准正交CDMA
- 通常用S-CDMA指代前者，DS-CDMA指代后者
  - 用Walsh码需要保证不同发送者时间同步，这需要系统控制来实现
  - 异步CDMA中，用户之间不必有协调的时间同步，有更大的自由度，但干扰多少存在一些，称此类干扰为多址干扰（MAI）

码分复用与码分多址

- 信道复用：为了充分利用信道，通常在同一信道中传输多路信号（通常是前向链路）
  - 时分复用TDM/ 频分复用FDM/ 码分复用CDM
  - 采用正交码实现CDM，称为正交码分复用OCDM
  - CDM系统同时使用Walsh码和PN序列
- 码分多址（CDMA)：不同用户采用不同的码进行扩频，称该码为用户的地址码（反向链路）
  - 异步CDMA:　伪随机码，多址干扰约为1/N
  - 同步CDMA:　正交码

扩频码的其他应用

- 随机信源：
  - 伪码发生器可作为二进制随机数据源
  - 可进一步用伪码来产生任意随机数
- 扰码：
  - 任意二进制信源与随机码相加后，变成独立等概序列
- 加密
  - 经过DSSS调制或者扰码后，第三方若不知道码，不能解调出数据
- 需要宽带周期信号的场合：如测时、测距
- 正交码可做为M进制正交调制的基函数