

第3章 微波传输线

- 3.1 TEM, TE和TM波的一般解
- 3.2 矩形金属波导
- 3.3 圆波导
- 3.4 同轴线的高次模及单模传输
- 3.5 带状线和微带
- 3.6 介质波导

圆波导研究内容

对比矩形波导

(1) TE波解

(2) TM波解

(3) 主模

(4) 兼并模

(5) 场结构

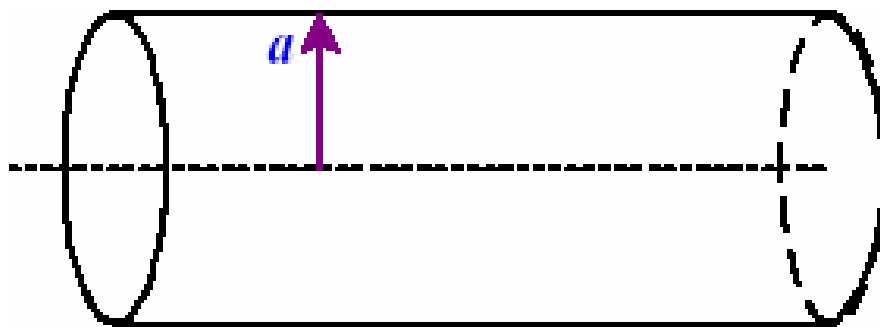
(6) 衰减

圆波导特征

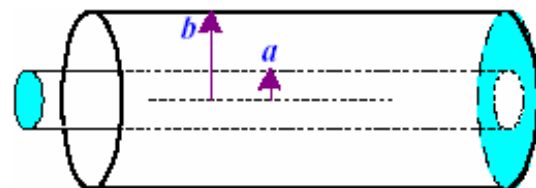
定义

中空金属圆柱管

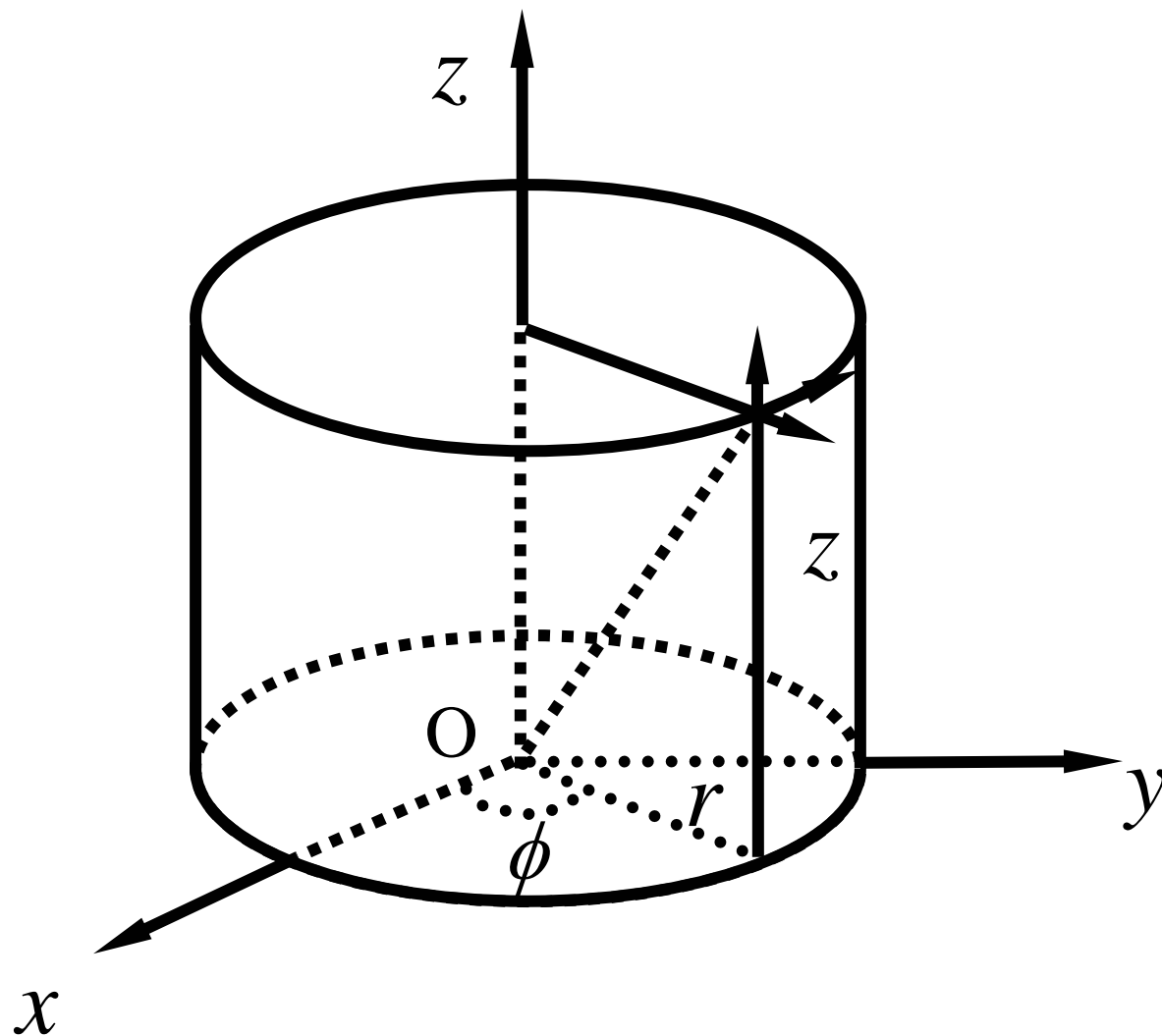
任意一横截面半径相同



对比



回顾圆柱坐标

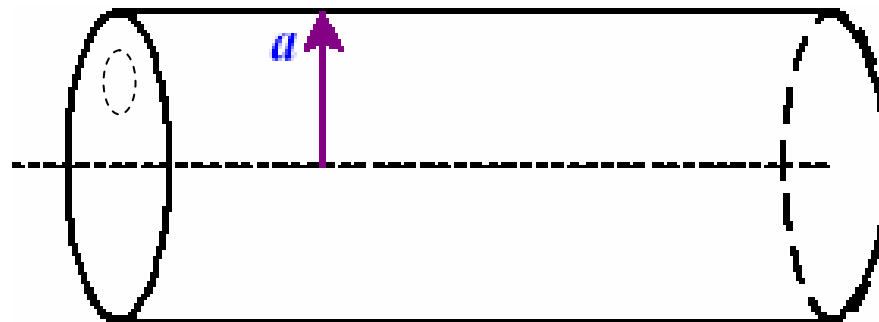


波动方程

不能传输TEM波

反证法

假设可以传输TEM波



波动方程

复数形式

对称性



$$\tilde{\mathbf{E}}(r, \phi, z) = \tilde{\mathbf{E}}(r, \phi) \cdot \tilde{Z}(z)$$

仅是横向坐标 (r, ϕ) 的函数，表示电场在波导横截面内的分布状态
——分布函数

仅是纵坐标 z 的函数，它表示电场沿 z 轴的传播规律为传播因子

三个分量分别写

$$\tilde{\mathbf{E}}_r(r, \phi, z) = \tilde{\mathbf{E}}_r(r, \phi) \cdot \tilde{Z}_r(z)$$

$$\tilde{\mathbf{E}}_\phi(r, \phi, z) = \tilde{\mathbf{E}}_\phi(r, \phi) \cdot \tilde{Z}_\phi(z)$$

$$\tilde{\mathbf{E}}_z(r, \phi, z) = \tilde{\mathbf{E}}_z(r, \phi) \cdot \tilde{Z}_z(z)$$

波动方程

对称性 \longrightarrow $\tilde{\mathbf{E}}(r, \phi, z) = \tilde{\mathbf{E}}(r, \phi) \cdot \tilde{Z}(z)$

波动方程 $\longrightarrow \nabla^2 \tilde{\mathbf{E}} + \omega^2 \mu \epsilon \tilde{\mathbf{E}} = 0$

代入

$$\nabla^2 = \nabla_t^2 + \nabla_z^2$$

$$\begin{aligned}\nabla^2 \tilde{\mathbf{E}} &= (\nabla_t^2 + \nabla_z^2)(\tilde{\mathbf{E}}(r, \phi) \cdot \tilde{Z}(z)) \\ &= (\nabla_t^2 \tilde{\mathbf{E}}(r, \phi)) \tilde{Z}(z) + (\nabla_z^2 \tilde{Z}(z)) \tilde{\mathbf{E}}(r, \phi)\end{aligned}$$

$$\Rightarrow (\nabla_t^2 + \omega^2 \mu \epsilon)(\tilde{\mathbf{E}}(r, \phi) \cdot \tilde{Z}(z)) + (\nabla_z^2 \tilde{Z}(z)) \cdot \tilde{\mathbf{E}}(r, \phi) = 0$$

$$(\nabla_t^2 + \omega^2 \mu \epsilon) \tilde{\mathbf{E}}(r, \phi) + (\nabla_z^2 \tilde{Z}(z)) \cdot \frac{\tilde{\mathbf{E}}(r, \phi)}{\tilde{Z}(z)} = 0$$

$$-(\nabla_t^2 + \omega^2 \mu \epsilon) \tilde{\mathbf{E}}(r, \phi) = (\nabla_z^2 \tilde{Z}(z)) \cdot \frac{\tilde{\mathbf{E}}(r, \phi)}{\tilde{Z}(z)}$$

$$\Rightarrow \frac{-(\nabla_t^2 + \omega^2 \mu \epsilon) \tilde{\mathbf{E}}(r, \phi)}{\tilde{\mathbf{E}}(r, \phi)} = (\nabla_z^2 \tilde{Z}(z)) \cdot \frac{1}{\tilde{Z}(z)}$$

波动方程

$$\frac{-\left(\nabla_t^2 + \omega^2 \mu \varepsilon\right) \tilde{\mathbf{E}}(r, \phi)}{\tilde{\mathbf{E}}(r, \phi)} = \left(\nabla_z^2 \tilde{Z}(z)\right) \cdot \frac{1}{\tilde{Z}(z)}$$

$$\therefore \left(\nabla_z^2 \tilde{Z}(z)\right) \cdot \frac{1}{\tilde{Z}(z)} = T^2 \quad T = \alpha + j\beta$$

$$\frac{d^2 \tilde{Z}(z)}{dz^2} - T^2 \cdot \tilde{Z}(z) = 0 \quad \tilde{Z}(z) = A_+ \cdot e^{-T \cdot z} + A_- \cdot e^{+T \cdot z} \xrightarrow{\quad} k_z$$

$$\left(\nabla_t^2 + \omega^2 \mu \varepsilon\right) \tilde{\mathbf{E}}(r, \phi) + T^2 \cdot \tilde{\mathbf{E}}(r, \phi) = 0$$

$$\Rightarrow \nabla_t^2 \tilde{\mathbf{E}}(r, \phi) + \left(\omega^2 \mu \varepsilon + T^2\right) \cdot \tilde{\mathbf{E}}(r, \phi) = 0$$

$$K_c^2 = \omega^2 \mu \varepsilon + T^2 = k^2 + T^2$$

定义

$$\nabla_t^2 \tilde{\mathbf{E}}(r, \phi) + K_c^2 \cdot \tilde{\mathbf{E}}(r, \phi) = 0$$

截止波数

$$T=0 \Rightarrow \text{Cut Off} \Rightarrow K_c = \dots$$

波动方程

$$\nabla_t^2 \tilde{\mathbf{E}}(r, \phi) + K_c^2 \cdot \tilde{\mathbf{E}}(r, \phi) = 0$$

柱坐标系中

$$\tilde{\mathbf{E}} = \{\tilde{E}_r, \tilde{E}_\phi, \tilde{E}_z\}$$

$$\nabla^2 \psi = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}$$

$$\tilde{\mathbf{E}}(r, \phi) = \{E_r(r, \phi), E_\phi(r, \phi), E_z(r, \phi)\} \rightarrow \tilde{\mathbf{E}}$$

三个波动方程 加磁场共三对

$$\nabla_t^2 \tilde{\mathbf{E}}(r, \phi) + K_c^2 \cdot \tilde{\mathbf{E}}(r, \phi) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \nabla_t^2 \tilde{E}_r + K_c^2 \cdot \tilde{E}_r = 0 \\ \nabla_t^2 \tilde{E}_\phi + K_c^2 \cdot \tilde{E}_\phi = 0 \\ \nabla_t^2 \tilde{E}_z + K_c^2 \cdot \tilde{E}_z = 0 \end{cases}$$

波动方程

TE、TM波解

首先计算 E_z 或 H_z

$$\begin{cases} \nabla_t^2 \tilde{E}_r + K_c^2 \cdot \tilde{E}_r = 0 \\ \nabla_t^2 \tilde{E}_\phi + K_c^2 \cdot \tilde{E}_\phi = 0 \\ \nabla_t^2 \tilde{E}_z + K_c^2 \cdot \tilde{E}_z = 0 \end{cases}$$

(*TM*)

$$H_z = 0$$

$$\nabla_t^2 \tilde{E}_z(r, \phi) + K_c^2 \cdot \tilde{E}_z(r, \phi) = 0$$

(*TE*)

$$E_z = 0$$

$$\nabla_t^2 \tilde{H}_z(r, \phi) + K_c^2 \cdot \tilde{H}_z(r, \phi) = 0$$

$$\nabla_t^2 \tilde{U}(r, \phi) + K_c^2 \cdot \tilde{U}(r, \phi) = 0$$

$$\tilde{U}(r, \phi) = \tilde{R}(r) \cdot \tilde{\Phi}(\phi)$$

$$\nabla_t^2 \tilde{U} + K_c^2 \cdot \tilde{U} = 0$$

$$\nabla^2 U = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}$$

$$\tilde{U}(r, \phi) = \tilde{R}(r) \cdot \tilde{\Phi}(\phi)$$

波动方程

$$\nabla_t^2 \tilde{U} + K_c^2 \cdot \tilde{U} = 0$$

求解

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \cdot \frac{dR}{dr} \right) \Phi + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{d^2 \Phi}{d\phi^2} R + K_c^2 \cdot \Phi R = 0$$

$$\frac{r}{R} \frac{d}{dr} \left(r \cdot \frac{dR}{dr} \right) + \frac{1}{\Phi} \cdot \frac{d^2 \Phi}{d\phi^2} + K_c^2 \cdot r^2 = 0$$

$$\frac{r}{R} \frac{d}{dr} \left(r \cdot \frac{dR}{dr} \right) + K_c^2 \cdot r^2 = -\frac{1}{\Phi} \cdot \frac{d^2 \Phi}{d\phi^2} = \text{Constant} = i^2$$

$$\begin{cases} \frac{1}{\Phi} \cdot \frac{d^2 \Phi}{d\phi^2} = -i^2 \\ \frac{r}{R} \frac{d}{dr} \left(r \cdot \frac{dR}{dr} \right) + K_c^2 \cdot r^2 = i^2 \end{cases}$$

波动方程

$$\frac{r}{R} \frac{d}{dr} \left(r \cdot \frac{dR}{dr} \right) + \frac{1}{\Phi} \cdot \frac{d^2 \Phi}{d\phi^2} + K_c^2 \cdot r^2 = 0$$

↘ >0

$$\therefore \frac{r}{R} \frac{d}{dr} \left(r \cdot \frac{dR}{dr} \right) + K_c^2 \cdot r^2 = i^2$$

$$\frac{1}{\Phi} \cdot \frac{d^2 \Phi}{d\phi^2} = -i^2$$

$$\frac{d^2 \Phi}{d\phi^2} + i^2 \Phi = 0 \xrightarrow{i=0} \Phi(\phi) = A_0 \cdot \phi + \phi_0$$

$i \neq 0$

$$\Phi_n(\phi) = A_n \cdot \sin(i_n \cdot \phi) + B_n \cos(i_n \cdot \phi)$$

因为 $\Phi(i_n \phi) = \Phi(i_n (\phi + 360^\circ)) = \Phi(i_n \phi + i_n 360^\circ) \therefore i_n = n$ 为整数

$i_n = n$

$$\Phi_n(\phi) = A_n \cdot \sin(n\phi) + B_n \cos(n\phi)$$

$$r^2 \frac{d^2 R}{dr^2} + r \cdot \frac{dR}{dr} + [K_c^2 \cdot r^2 - n^2] \cdot R = 0$$

$u = K_c \cdot r$

$$u^2 \frac{d^2 R}{du^2} + u \cdot \frac{dR}{du} + [u^2 - n^2] \cdot R = 0$$

贝塞尔方程

贝塞尔

Friedrich Wilhelm Bessel

德國天文學家和數學家。

生： 公元 1784年 7月 22日 於
西發里亞（德國） 明登(Minden)
卒： 公元 1846年 3月 17日 於
普魯士（俄羅斯）



著作： 導出用於天文計算的內插法貝塞爾公式，提出貝塞爾函數。

榮譽： 貝塞爾1837年測量天鵝座61 号星的视差是 $0''.31$ (0.31秒)，這是世界最早的恆星視差測定之一。由此推算该星座距地球为11 光年。观测织女星视差是 $0''.125 \pm 0''.065$ ，计算出织女星距地球27 光年，此外他还将精密的测量方法引入到双星观测中，共发现220 对新的双星。

波动方程

n 阶贝塞尔方程

$$u^2 \frac{d^2 R}{du^2} + u \frac{dR}{du} + (u^2 - n^2)R = 0$$

解: $R = A_1 J_n(u) + A_2 N_n(u)$

$$R(r) = A_1 J_n(K_c r) + A_2 N_n(K_c r)$$

第一类 n 阶贝塞尔函数

第二类 n 阶贝塞尔函数

$$J_n(u)$$

$$N_n(u)$$

波动方程

参考附录

回忆贝塞尔函数

第一类n阶贝塞尔函数

$$\frac{d}{dx} [x^n J_n(x)] = x^n J_{n-1}(x)$$

$$J_n' = J_{n-1} - \frac{nJ_n}{x}$$

$$J_{n-1} + J_{n+1} = \frac{2nJ_n}{x}$$

$$J_{n-1} - J_{n+1} = 2J_n'$$

$$J_{-n}(x) = (-1)^n J_n(x)$$

回忆贝塞尔函数

波动方程

第一类贝塞尔函数

Small x $J_n \approx \frac{1}{n!} \left(\frac{x}{2} \right)^n \quad n \neq 0$

Large x $J_n \approx \sqrt{\frac{2}{\pi} \cdot \frac{1}{x}} \cos \left(x - \frac{2n+1}{4} \right)$

第二类贝塞尔函数

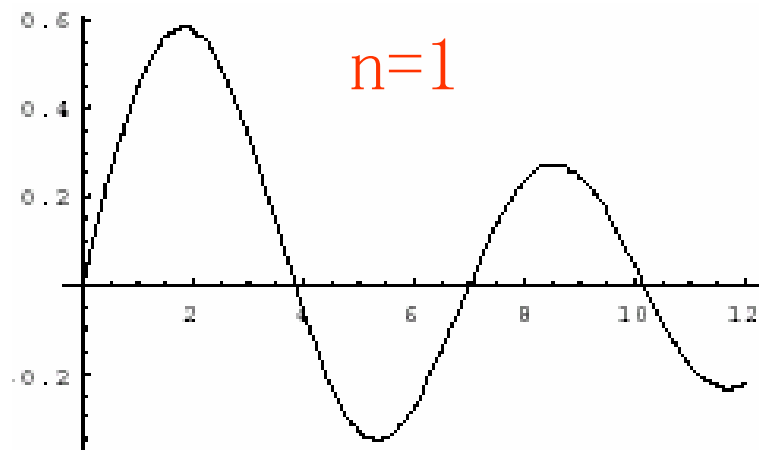
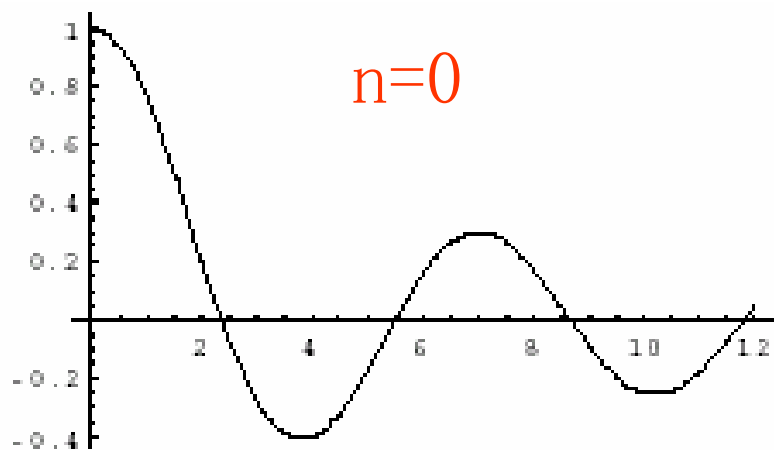
$$N_n \approx -\frac{(n-1)!}{\pi} \left(\frac{x}{2} \right)^{n-1} \quad n \neq 0$$

$$N_n \approx \sqrt{\frac{2}{\pi} \cdot \frac{1}{x}} \sin \left(x - \frac{2n+1}{4} \right)$$

波动方程

$$J_n(u)$$

第一类贝塞尔函数



$$J_0(x) = 1 - \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \frac{1}{(2!)^2} \left(\frac{x}{2}\right)^4 - \frac{1}{(3!)^2} \left(\frac{x}{2}\right)^6 + \cdots + (-1)^k \frac{1}{(k!)^2} \left(\frac{x}{2}\right)^{2k} + \cdots \quad k = 0, 1, \dots$$

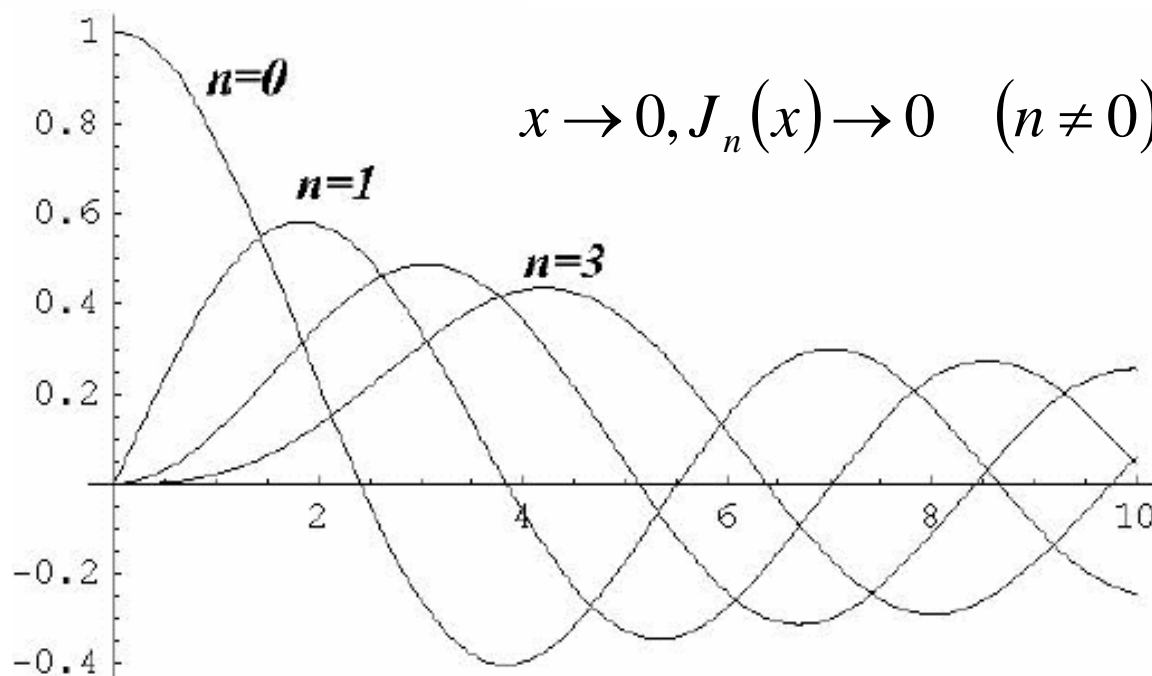
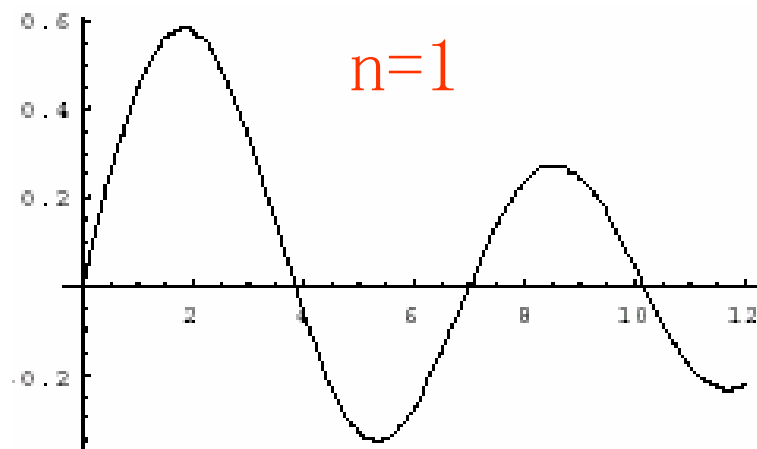
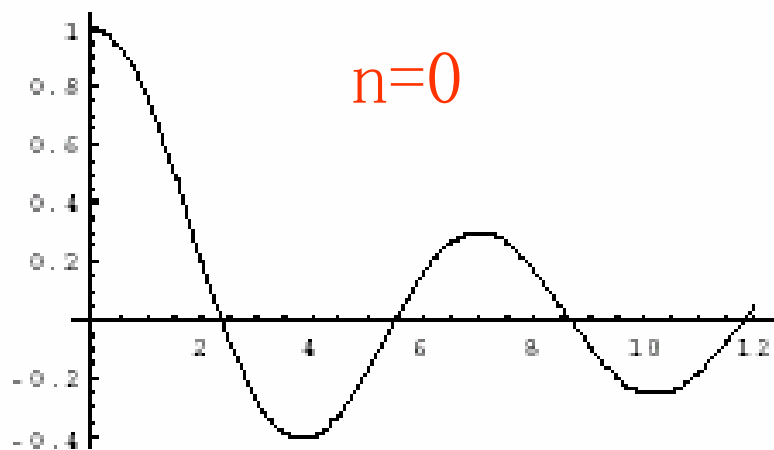
$$J_1(x) = \left(\frac{x}{2}\right) - \frac{1}{(1!2!)} \left(\frac{x}{2}\right)^3 + \frac{1}{(2!3!)} \left(\frac{x}{2}\right)^5 - \cdots + (-1)^k \frac{1}{k!(k+1)!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2k+1} + \cdots \quad k = 0, 1, \dots$$

$$J_{n-1} - J_{n+1} = 2J'_n \quad J_{n-1} + J_{n+1} = \frac{2nJ_n}{x} \quad J_{-n}(x) = (-1)^n J_n(x)$$

波动方程

$$J_n(u)$$

第一类贝塞尔函数



波动方程 $N_n(u)$

$$\left\{ \begin{array}{l} u^2 \frac{d^2 R}{du^2} + u \frac{dR}{du} + (u^2 - n^2) R = 0 \\ R = A_1 J_n(u) + A_2 N_n(u) \\ R(r) = A_1 J_n(K_c r) + A_2 N_n(K_c r) \end{array} \right.$$

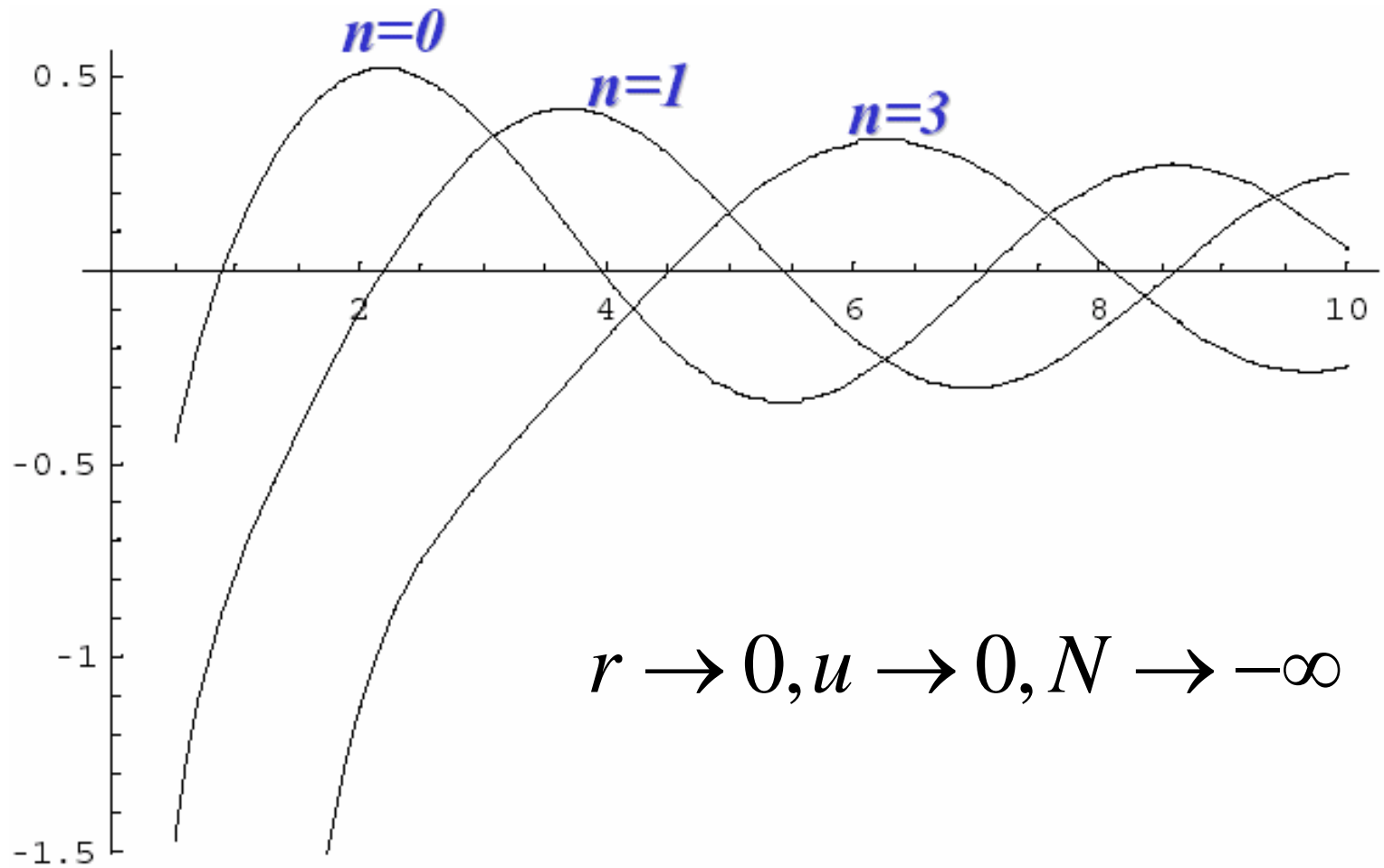
$$N_n(u)$$

$$r \rightarrow 0, u \rightarrow 0, N \rightarrow -\infty$$

波动方程

$N_n(u)$

第二类贝塞尔函数



波动方程 —— 解

$$R(r) = A_1 J_n(K_c r) + A_2 N_n(K_c r)$$

边界条件1

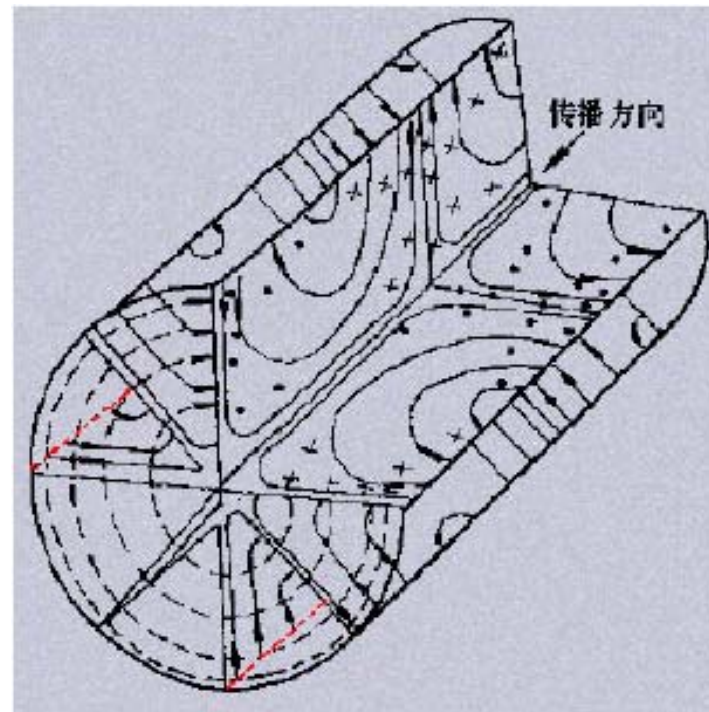
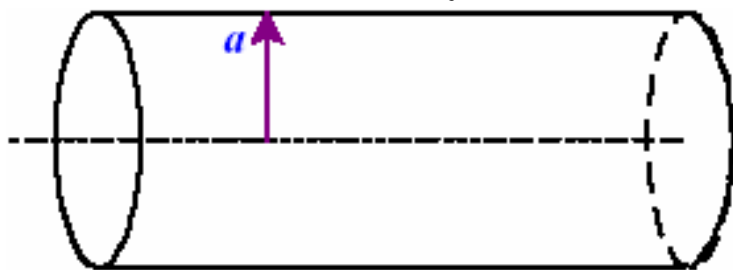
$\because r=0 \quad E \neq \infty, \quad \therefore$ 第二类去掉

$$R(r) = A_1 \cdot J_n(K_c \cdot r)$$

边界条件2

切向连续 即 $r=a$ 时 $\tilde{\mathbf{E}}_\phi = 0$

$$E_z = 0$$



波动方程 —— 解

$$\Phi_n(\phi) = A_n \cdot \sin(n\phi) + B_n \cos(n\phi)$$

$$R(r) = A_1 \cdot J_n(K_c \cdot r)$$

$$\tilde{E}_z = E_0 \cdot J_n(K_c \cdot r) \cdot \begin{cases} \cos(n\phi) \\ \sin(n\phi) \end{cases} \cdot e^{-T \cdot z}$$

$$\begin{cases} \tilde{E}_z = E_0 \cdot J_n(K_c \cdot r) \cdot \begin{cases} \cos(n\phi) \\ \sin(n\phi) \end{cases} \cdot e^{-j\beta z} \\ \tilde{H}_z = H_0 \cdot J_n(K_c \cdot r) \cdot \begin{cases} \cos(n\phi) \\ \sin(n\phi) \end{cases} \cdot e^{-j\beta z} \end{cases}$$

TE 波解

TE模 $\tilde{E}_z = 0$ 利用麦克斯韦方程得

$$E_r = -j \frac{1}{k_c^2} \left(\beta \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{\omega \mu}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} \right)$$

$$H_r = -j \frac{1}{k_c^2} \left(\beta \frac{\partial H_z}{\partial r} - \frac{\omega \varepsilon}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} \right)$$

$$E_\phi = -j \frac{1}{k_c^2} \left(\frac{\beta}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - \omega \mu \frac{\partial H_z}{\partial r} \right)$$

$$H_\phi = -j \frac{1}{k_c^2} \left(\frac{\beta}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} + \omega \varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial r} \right)$$

$$\begin{cases} \tilde{E}_z = E_0 \cdot J_n(K_c \cdot r) \cdot \begin{cases} \cos(n\phi) \\ \sin(n\phi) \end{cases} \cdot e^{-j\beta z} \\ \tilde{H}_z = H_0 \cdot J_n(K_c \cdot r) \cdot \begin{cases} \cos(n\phi) \\ \sin(n\phi) \end{cases} \cdot e^{-j\beta z} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \tilde{\mathbf{H}} = \{ \tilde{H}_r, \tilde{H}_\phi, \tilde{H}_z \} \\ \tilde{\mathbf{E}} = \{ \tilde{E}_r, \tilde{E}_\phi, 0 \} \end{cases}$$

$$K_c^2 = \omega^2 \mu \cdot \varepsilon + T^2 = k^2 - \beta^2$$

TE 波解

所以

$$E_z = 0$$

$$H_z = J_n(K_c r) \cos n\phi e^{-jk_z z}$$

$$E_r = \frac{k}{k_z} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} H_\phi$$

$$H_r = -j \frac{k_z}{K_c} J'_n(K_c r) \cos n\phi e^{-jk_z z}$$

$$E_\phi = -\frac{k}{k_z} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} H_r$$

$$H_\phi = j \frac{nk_z}{rK_c^2} J_n(K_c r) \sin n\phi e^{-jk_z z}$$

思考：r=a时边界条件，磁场切向连续还是电场切向连续？

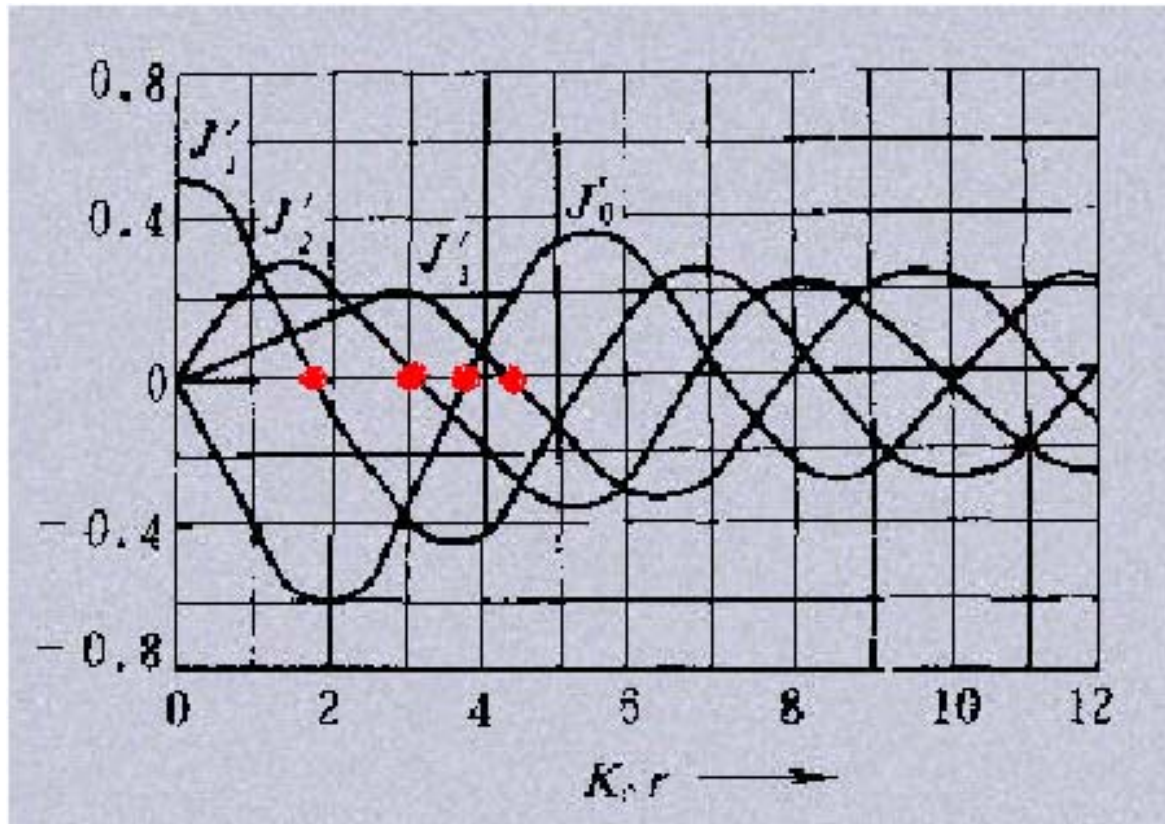
TE 波解

根据边界条件 $r=a$ 时，电场切向连续

所以
$$E_\phi = -\frac{k}{k_z} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} H_r = 0$$

$$\Rightarrow H_r = -j \frac{k_z}{K_c} J'_n(K_c r) \cos n\phi e^{-jk_z z} = 0$$

$$\Rightarrow J'_n(K_c r) = \left. \frac{dJ_n(K_c r)}{dr} \right|_{r=a} = 0$$



看第一个0点
看第二个0点
看第三个0点
看第四个0点

TE 模

$$\left. \frac{dJ_n(K_c r)}{dr} \right|_{r=a} = 0$$

$$J'_n(x'_n) = 0$$

$$K_c = \frac{x'_{ni}}{a} \quad i = 1, 2, \dots$$

$n = ? \quad i = ?$	TE_{ni}	x'_{ni}	K_c	$\lambda_c = 2\pi / K_c = 2\pi a / x'_{ni}$
1 1	TE_{11}	1.842	...	3.412a
2 1	TE_{21}	3.054	...	2.06a
0 1	TE_{01}	3.832	...	1.64a
3 1	TE_{31}

思考：单模传输 传输条件？

TE 模参量

截止频率

$$f_c = \frac{x'_{ni}}{2\pi a \sqrt{\mu\epsilon}}$$

相速度

$$v_p = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - (f_c/f)^2}}$$

波导波长

$$\lambda_g = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - (f_c/f)^2}}$$

波阻抗

$$Z_w = \frac{\omega\mu}{\beta} = \frac{\sqrt{\mu/\epsilon}}{\sqrt{1 - (f_c/f)^2}}$$

TM 波解

TM模 $\tilde{H}_z \equiv 0$ 利用麦克斯韦方程

$$E_r = -j \frac{1}{k_c^2} \left(\beta \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{\omega \mu}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} \right)$$

$$H_r = -j \frac{1}{k_c^2} \left(\beta \frac{\partial H_z}{\partial r} - \frac{\omega \varepsilon}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} \right)$$

$$E_\phi = -j \frac{1}{k_c^2} \left(\frac{\beta}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - \omega \mu \frac{\partial H_z}{\partial r} \right)$$

$$H_\phi = -j \frac{1}{k_c^2} \left(\frac{\beta}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} + \omega \varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial r} \right)$$

$$\begin{cases} \tilde{E}_z = E_0 \cdot J_n(K_c \cdot r) \cdot \begin{cases} \cos(n\phi) \\ \sin(n\phi) \end{cases} \cdot e^{-j\beta z} \\ \tilde{H}_z = H_0 \cdot J_n(K_c \cdot r) \cdot \begin{cases} \cos(n\phi) \\ \sin(n\phi) \end{cases} \cdot e^{-j\beta z} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \tilde{\mathbf{H}} = \{\tilde{H}_r, \tilde{H}_\phi, 0\} \\ \tilde{\mathbf{E}} = \{\tilde{E}_r, \tilde{E}_\phi, \tilde{E}_z\} \end{cases}$$

$$K_c^2 = \omega^2 \mu \cdot \varepsilon + T^2 = k^2 - \beta^2$$

TM 波解

所以

$$E_z = J_n(K_c r) \cos n\phi e^{-jk_z z}$$

$$H_z = 0$$

$$E_r = -j \frac{k_z}{K_c} J'_n(K_c r) \cos n\phi e^{-jk_z z}$$

$$H_r = -\frac{k}{k_z} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E_\phi$$

$$E_\phi = j \frac{nk_z}{rK_c^2} J_n(K_c r) \sin n\phi e^{-jk_z z}$$

$$H_\phi = \frac{k}{k_z} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E_r$$

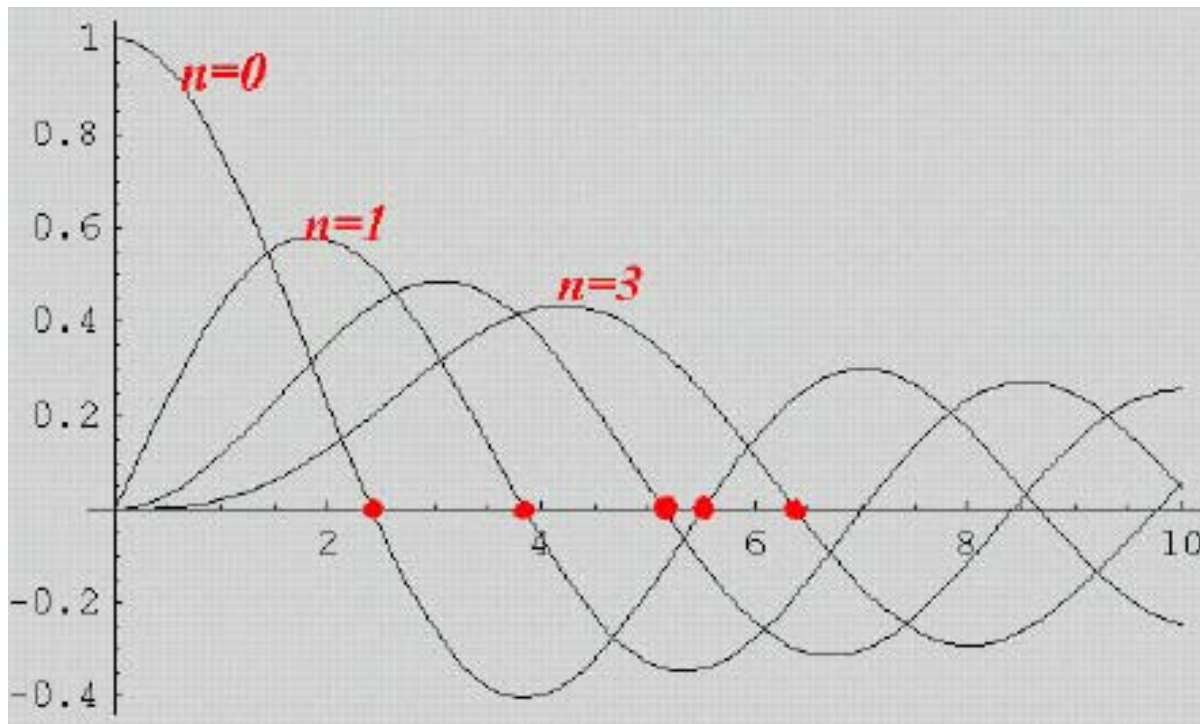
TM 波解

根据边界条件 $r=a$ 时，电场切向连续

所以 $E_{\phi} = 0$

$$\Rightarrow E_{\phi} = j \frac{nk_z}{rK_c^2} J_n(K_c r) \sin n\phi e^{-jk_z z} = 0$$

$$\Rightarrow J_n(K_c r) \Big|_{r=a} = 0$$



看第一个0点
看第二个0点
看第三个0点
看第四个0点

TM 模

$$J_n(K_c r) \Big|_{r=a} = 0$$

$$J_n(x_n) = 0$$

$$K_c = \frac{x_{ni}}{a} \quad i = 1, 2, \dots$$

$n = ? \quad i = ?$	TM_{ni}	x_{ni}	K_c	$\lambda_c = 2\pi / K_c = 2\pi a / x_{ni}$
0 1	TM_{01}	2.405	...	$2.61a$
1 1	TM_{11}	3.832	...	$1.64a$
2 1	TM_{21}	5.135	...	$1.22a$
0 2	TM_{02}	5.520	...	$1.14a$

思考：单模传输 传输条件？

TM 模参量

$$\text{TE模波阻抗 } Z_w = \frac{\omega\mu}{\beta} = \frac{\sqrt{\mu/\varepsilon}}{\sqrt{1-(f_c/f)^2}}$$

截止频率

$$f_c = \frac{x_{ni}}{2\pi a \sqrt{\mu\varepsilon}}$$

相速度

$$v_p = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-(f_c/f)^2}}$$

波导波长

$$\lambda_g = \frac{\lambda}{\sqrt{1-(f_c/f)^2}}$$

波阻抗

$$Z_w = \frac{\beta}{\omega\varepsilon} = \eta \sqrt{1-(f_c/f)^2}$$

$$Z_{wTEni} Z_{wTMni} = ?$$

TM 模

$$f_{cTE} = \frac{x'_{ni}}{2\pi a \sqrt{\mu\epsilon}} \quad f_{cTM} = \frac{x_{ni}}{2\pi a \sqrt{\mu\epsilon}}$$

$$Z_{wTEni} Z_{wTMni} = ? = \eta \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = (120\pi)^2$$

由于截止频率 f_c 不同，所以 $\sqrt{1-(f_c/f)^2}$ 不能约去

而对矩形波导 $Z_{wTEni} Z_{wTMni} = \eta^2$

原因 简并态截止频率 f_c 相同

单模传输条件

$n = ? \quad i = ?$	TE_{ni}	x'_{ni}	K_c	$\lambda_c = 2\pi / K_c = 2\pi a / x'_{ni}$
1 1	TE_{11}	1.842	...	3.412a
2 1	TE_{21}	3.054	...	2.06a
0 1	TE_{01}	3.832	...	1.64a
3 1	TE_{31}
$n = ? \quad i = ?$	TM_{ni}	x_{ni}	K_c	$\lambda_c = 2\pi / K_c = 2\pi a / x_{ni}$
0 1	TM_{01}	2.405	...	2.61a
1 1	TM_{11}	3.832	...	1.64a
2 1	TM_{21}	5.135	...	1.22a
0 2	TM_{02}	5.520	...	1.14a

主模

最低阶截止波长

$$x'_{ni} = 1.842$$

$$\lambda_c = 3.412a$$

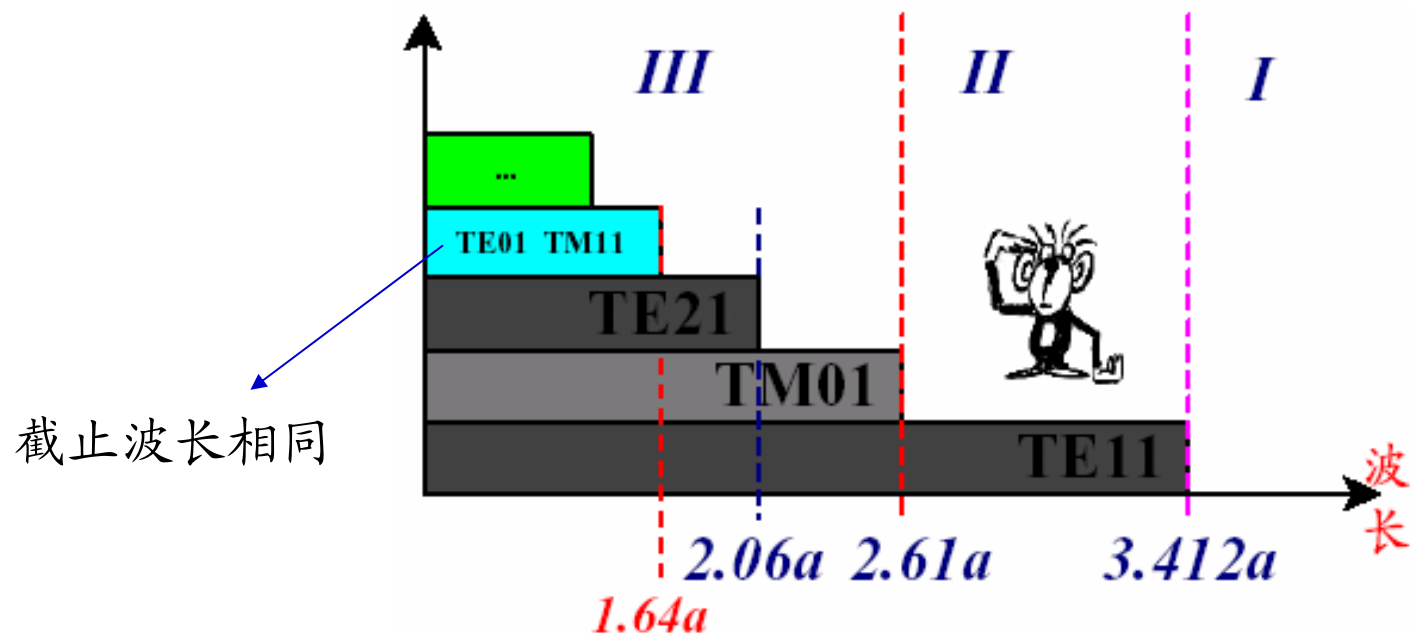
$$TE_{11}$$

$n = ? \quad i = ?$	TE_{ni}	x'_{ni}	K_c	$\lambda_c = 2\pi / K_c = 2\pi a / x'_{ni}$
1 1	TE_{11}	1.842	...	3.412a
2 1	TE_{21}	3.054	...	2.06a

$n = ? \quad i = ?$	TM_{ni}	x_{ni}	K_c	$\lambda_c = 2\pi / K_c = 2\pi a / x_{ni}$
0 1	TM_{01}	2.405	...	2.61a
1 1	TM_{11}	3.832	...	1.64a

单模传输

对同轴线主模: TEM模



圆波导主模为 TE_{11} 模

单模传输条件: $2.61a < \lambda < 3.412a$

场结构

TE mode

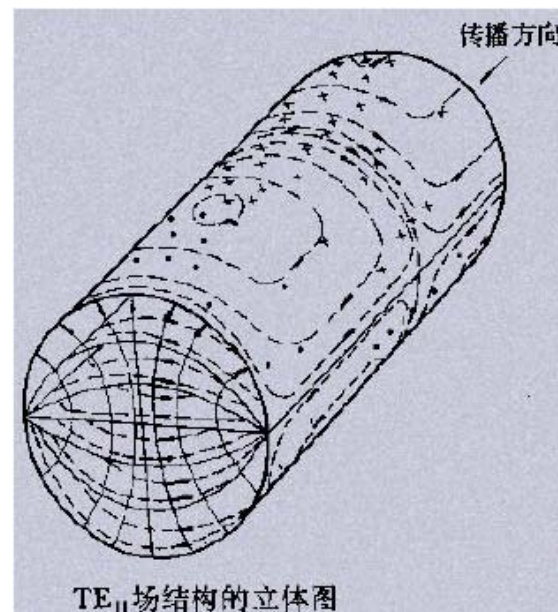
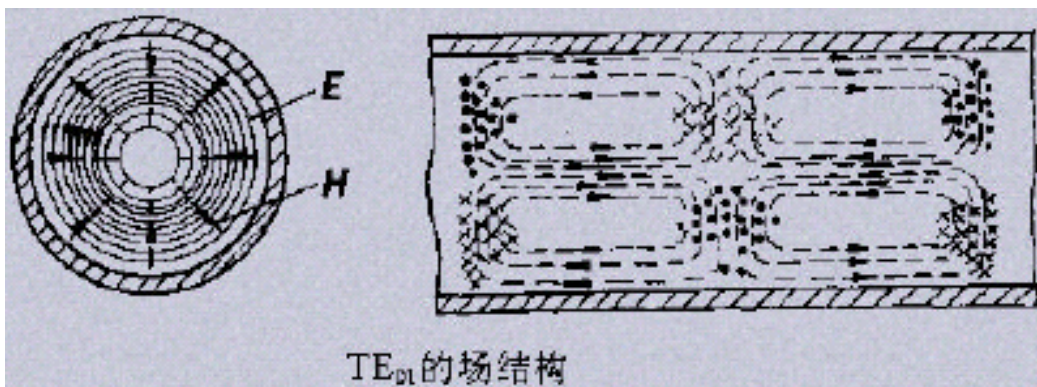
TE₀₁模 把n=0, i=1代入E、H方程

$$H_\phi = E_r = E_z = 0 \quad H_z = J_0(K_c r) e^{-jk_z z}$$

$$H_r = -j \frac{k_z}{K_c} J'_0(K_c r) e^{-jk_z z}$$

当z、r不变时
 $E_\phi = -\frac{k}{k_z} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} H_r$ 也不变

圆柱对称



圆形波导管中电磁波的传输特性—— TE_{11} 波型

TE_{11} 波型的缺点：

当波导加工不完善或波导内有微小的不均匀性存在，都会使场结构的极化面产生旋转。

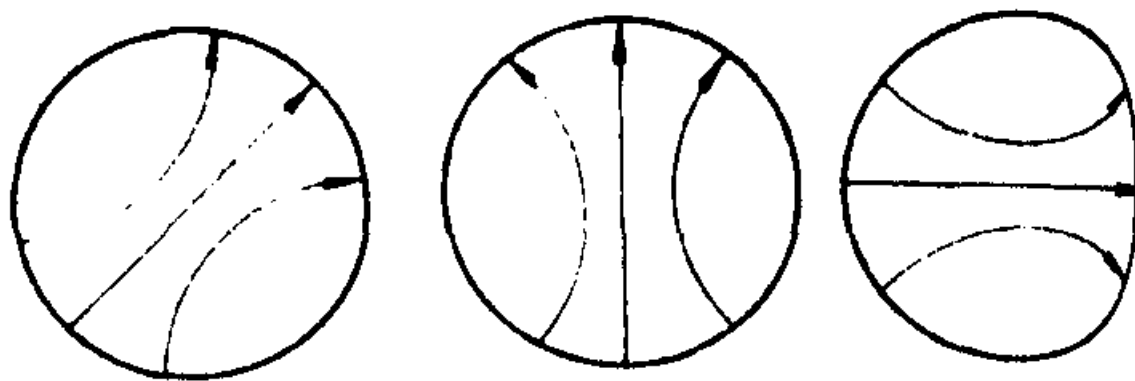


图 2.5 - 12 圆波导中 TE_{11} 波型极化面的旋转

圆形波导管中电磁波的传输特性—— TE_{11} 波型

应用：

- 长距离传输信号时，不采用这种波型
- 在某些微波元件中可采用这种波型

旋转式移相器和衰减器

截止式衰减器及微波管的输出窗

场结构

TM mode

TM₀₁模 把n=0, i=1代入E、H方程

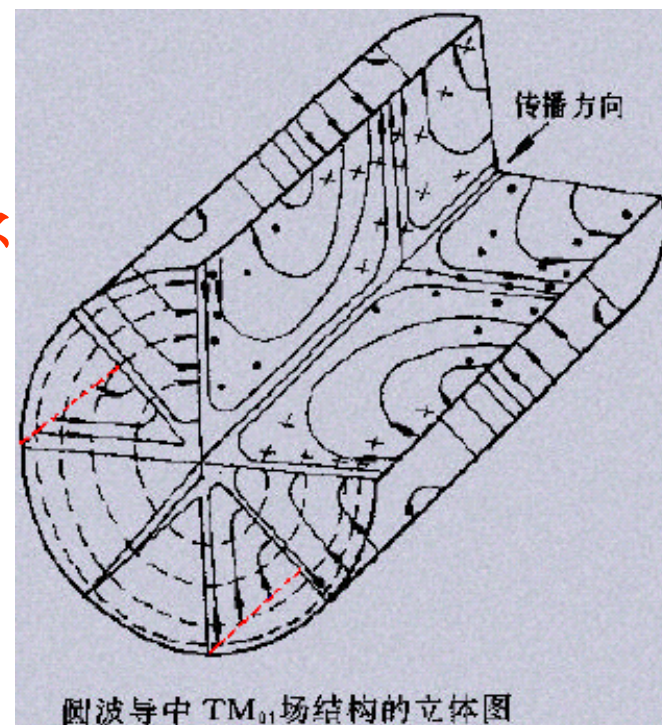
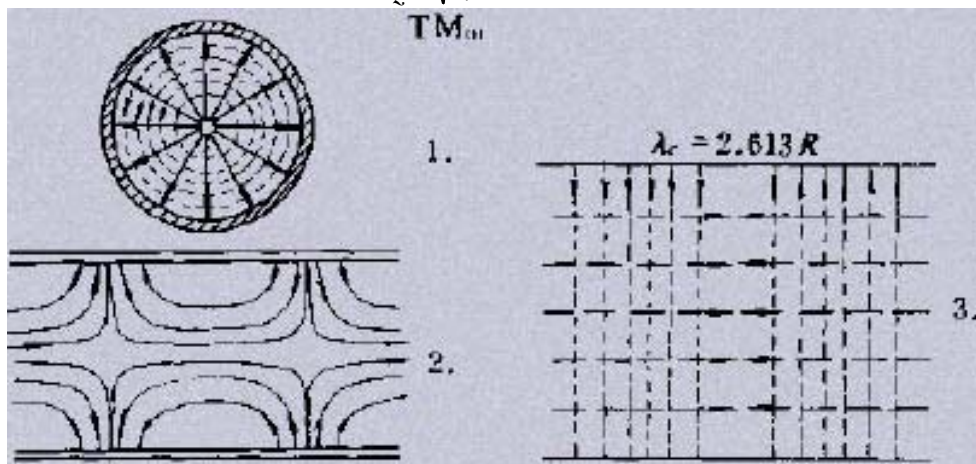
$$E_{\phi} = H_r = H_z = 0 \quad E_z = J_0(K_c r) e^{-jk_z z}$$

$$E_r = -j \frac{k_z}{K_c} J'_0(K_c r) e^{-jk_z z}$$

当z、r不变时

$$H_{\phi} = \frac{k}{k_z} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E_r$$

也不变 圆柱对称



$$J_n' = J_{n-1} - \frac{nJ_n}{x} \quad J_{-n}(x) = (-1)^n J_n(x)$$

简并模

$$n = 0?$$

TM mode

TE mode

$$J_n(K_c r)|_{r=a} = 0 \quad J_n'(K_c r) = \frac{dJ_n(K_c r)}{dr}|_{r=a} = 0$$

$$J_0'(x) = J_{-1}(x) = -J_1(x) \quad \text{对照图}$$

$$\Rightarrow x_{0i}' = x_{1i}$$

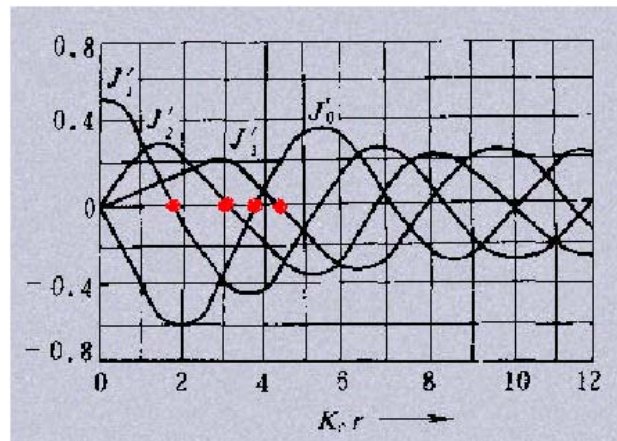
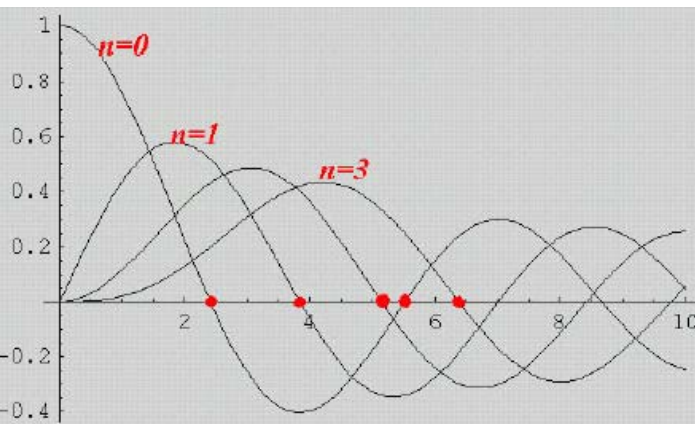
第i个零点

$$TM_{1i} \sim TE_{0i}$$

截止波长相同
即为简并模

注意：简并与场型无关
与矩形波导不同

对任意x值都成立



衰减

介质损耗引起的衰减为 $\alpha_d = \frac{k^2 \tan \delta}{2\beta}$ 根据106页

可计算均匀介质填充的任何传输线的衰减

根据104页 TE_{11} 模由于金属损耗引起的衰减表达式:

$$\alpha_c = \frac{R_s}{ak\eta\beta} \left(k_c^2 + \frac{k^2}{x'_{11}{}^2 - 1} \right)$$

总衰减常数为 $\alpha = \alpha_c + \alpha_d$

衰减

衰减是导波系统的重要指标之一。影响波导衰减的因素主要有：

- ①波导的波型。不同波型有不同的衰减；
- ②与波导尺寸选择有关；
- ③材料的选择。衰减与金属导电率平方根成反比，通常选用导电率较大的紫铜作材料；
- ④表面光洁度。波导内壁表面不光滑，损耗将增加，通常要求光洁度在 10^7
- ⑤表面清洁。金属表面不洁净，将使其导电率下降，为防止锈蚀，常在波导镀层上涂以特殊的抗腐蚀高频漆。

例

圆波导半径 $a=0.5\text{cm}$ ，填充介质 $\varepsilon_r = 2.25$

求前两个传输模的截止频率

如果波导内表面镀银， $\tan \delta = 0.001$

波导工作在13GHz，长度为50cm，计算

TE_{11} 模的衰减

单模传输条件

前两个传输模？

$n = ? \quad i = ?$	TE_{ni}	x'_{ni}	K_c	$\lambda_c = 2\pi / K_c = 2\pi a / x'_{ni}$
1 1	TE_{11}	1.842	...	3.412a
2 1	TE_{21}	3.054	...	2.06a
0 1	TE_{01}	3.832	...	1.64a
3 1	TE_{31}
$n = ? \quad i = ?$	TM_{ni}	x_{ni}	K_c	$\lambda_c = 2\pi / K_c = 2\pi a / x_{ni}$
0 1	TM_{01}	2.405	...	2.61a
1 1	TM_{11}	3.832	...	1.64a
2 1	TM_{21}	5.135	...	1.22a
0 2	TM_{02}	5.520	...	1.14a

圆波导半径 $a=0.5\text{cm}$, 填充介质 $\varepsilon_r = 2.25$

求前两个传输模的截止频率

解: 前两个传输模为 TE_{11} TM_{01}

由
$$f_{cTE} = \frac{x'_{ni}}{2\pi a \sqrt{\mu\varepsilon}} \quad f_{cTM} = \frac{x_{ni}}{2\pi a \sqrt{\mu\varepsilon}}$$

所以有:

$$f_{cTE_{11}} = \frac{x'_{11}}{2\pi a \sqrt{\mu\varepsilon}} = \frac{x'_{11}c}{2\pi a \sqrt{\varepsilon_r}} = \frac{1.842 \times 3 \times 10^8}{2\pi \times 0.005 \sqrt{2.25}} = 11.72\text{GHz}$$

$$f_{cTM_{01}} = \frac{x_{01}}{2\pi a \sqrt{\mu\varepsilon}} = \frac{2.405 \times 3 \times 10^8}{2\pi \times 0.005 \sqrt{2.25}} = 15.31\text{GHz}$$

圆波导半径 $a=0.5\text{cm}$, 填充介质 $\varepsilon_r = 2.25$

求前两个传输模的截止频率

$$f_{cTE_{11}} = \frac{x'_{11}}{2\pi a \sqrt{\mu\varepsilon}} = \frac{x'_{11}c}{2\pi a \sqrt{\varepsilon_r}} = 11.72\text{GHz}$$

$$f_{cTM_{01}} = \frac{x_{01}}{2\pi a \sqrt{\mu\varepsilon}} = 15.31\text{GHz}$$

如果波导内表面镀银,

波导工作在13GHz, 长度为50cm, 计算

TE_{11} 模的衰减 可以看出13GHz时只有

TE_{11} 模能传输

圆波导半径 $a=0.5\text{cm}$, 填充介质 $\varepsilon_r = 2.25$

如果波导内表面镀银,

波导工作在 13GHz , 长度为 50cm , 计算 TE_{11} 模的衰减

TE_{11} 模波数为:

$$k = \frac{2\pi f \sqrt{\varepsilon_r}}{c} = \frac{2\pi \times 13 \times 10^9 \sqrt{2.25}}{3 \times 10^8} = 408.4 / m$$

相移常数为

$$\beta = T = \sqrt{k^2 - K_c^2} = \sqrt{k^2 - (x'_{11}/a)^2} = 176.7 / m$$

介质损耗引起的衰减为

$$\alpha_d = \frac{k^2 \tan \delta}{2\beta} = \frac{408.4^2 \times 0.001}{2 \times 176.7} = 0.47 \text{ Np} / m$$

银电导率 $\sigma = 6.17 \times 10^7 S/m$ 介质损耗衰减 $\alpha_d = \frac{k^2 \tan \delta}{2\beta} = 0.47 Np/m$

金属表面电阻为

$$R_s = \sqrt{\omega \mu_0 / 2\sigma} = 0.029 \Omega$$

根据104页 TE_{11} 模的衰减表达式,

所以有:

$$\alpha_c = \frac{R_s}{ak\eta\beta} \left(k_c^2 + \frac{k^2}{x_{11}'^2 - 1} \right) = 0.066 Np/m$$

介质损耗比金属损耗大

所以总衰减系数为 $\alpha = \alpha_c + \alpha_d = 0.54 Np/m$

$$l = 0.5m$$

所以总衰减为:

$$\alpha = 0.54 \times 0.5 \times 8.686 dB = 2.38 dB$$

波导的制造方法:

拉伸法是广泛采用的方法。将尺寸适当的紫铜圆管，放在相应的模具上进行冷拉，即可得所需之截面形状的波导管。热拉是不允许的，因为冷却后波导要变形的。拉伸次数愈多，波导内表面愈光滑，质量也愈高。

制造形状复杂的、高质量的波导时，可用电铸法。为减小损耗，波导内壁可镀银以提高导电率。

波导尺寸的选择

波导尺寸的选择就是由给定的工作波长确定波导横截面的尺寸。对于矩形波导就是要确定宽边 a 和窄边 b ，对于圆波导就是要确定半径 R 。

对于用作传输线的波导的基本要求是：

1. 在工作频率范围内，波导管中只传输单一波型
2. 损耗应尽量小
3. 波导须有足够高的击穿强度，功率容量要大
4. 波导尺寸及重量尽可能小，制造工艺力求简单

波导尺寸已经标准化

各国使用的波导尺寸不尽统一，例如10厘米波导，有的国家使用的横截面尺寸为 $76.2 \times 38.1\text{mm}^2$ ，苏联使用的是 $72 \times 34\text{mm}^2$ ，我国使用的是BJ-32，尺寸为 $72.14 \times 34.04\text{mm}^2$ 。