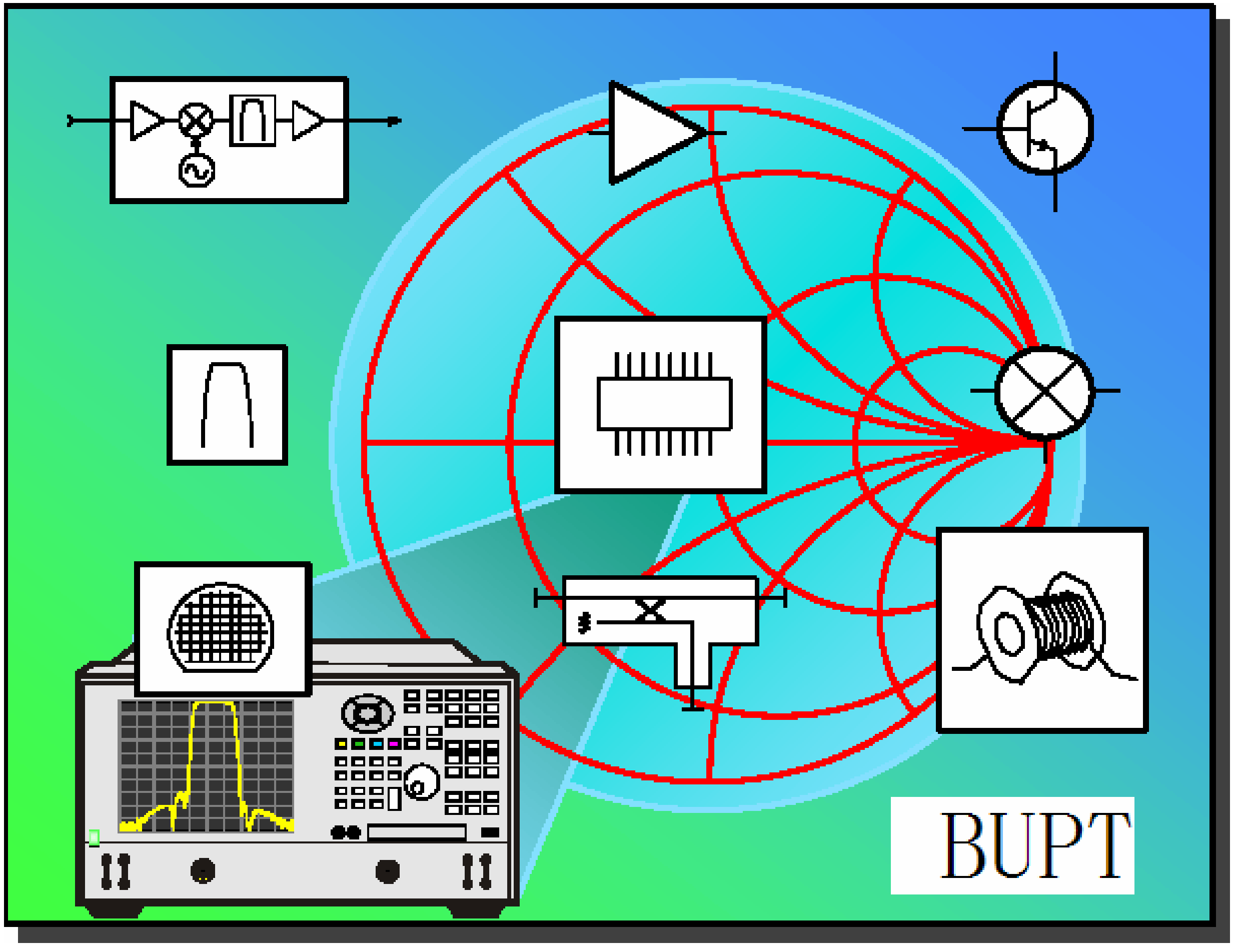
阻抗和导纳圆图

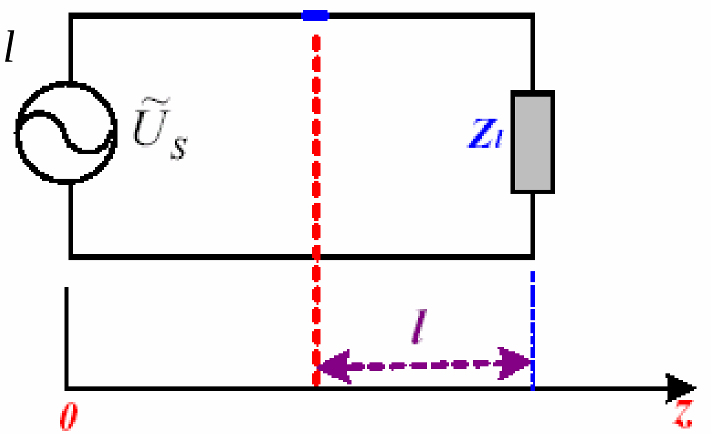


阻抗和导纳圆图

回忆：反射系数：某点的反射系数

传输线上该点的反射波电压和入射波电压之比

$$\Gamma(z)=\frac{U^{-}e^{+\gamma z}}{U^{+}e^{-\gamma z}}=\frac{U^{-}}{U^{+}}e^{+2\gamma z}=\Gamma(L)e^{-2\gamma l}$$



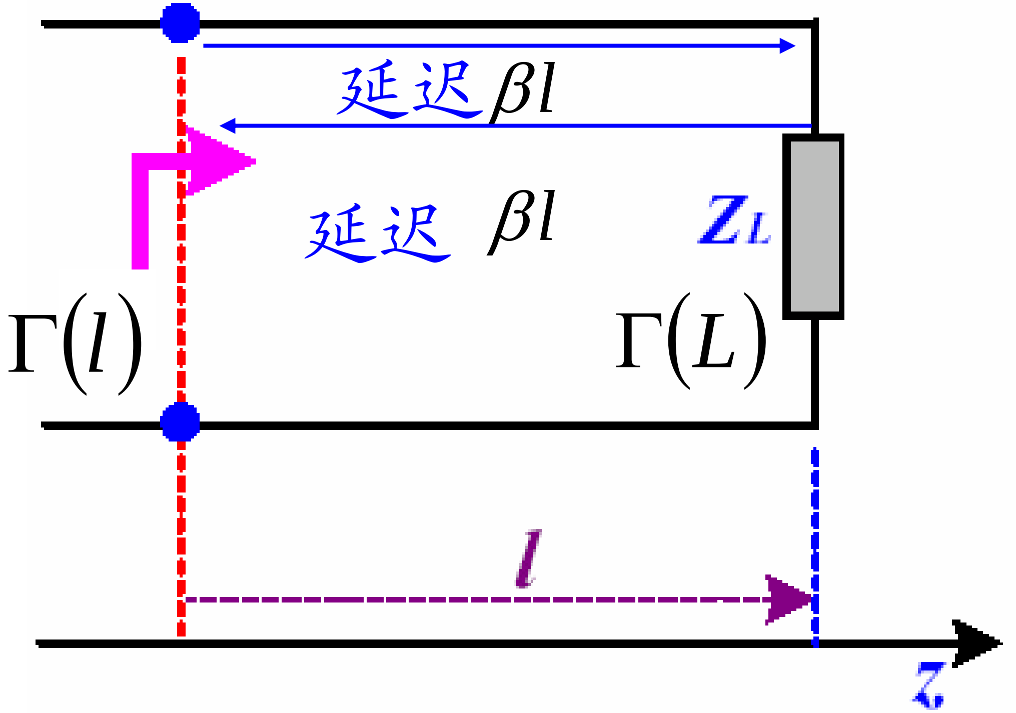
注意：2倍路程

电流反射系数

$$\Gamma_I(z)=\frac{I^{-}e^{+\gamma z}}{I^{+}e^{-\gamma z}}=-\frac{U^{-}}{U^{+}}e^{+2\gamma z}=-\Gamma(z)$$

$$\Gamma(L)=\frac{Z_L-Z_0}{Z_L+Z_0}$$

反射系数 $\Gamma(l)=\Gamma(L)e^{-2\gamma l}=\Gamma(L)e^{-j2\beta l}$



给定电路，负载处反射系数固定 任意一点反射系数与负载处反射系数只差一相位

对任意一点反射系数是复数

$$\Gamma(L)=\frac{Z_L-Z_0}{Z_L+Z_0}=|\Gamma(L)|e^{j\theta_L}$$

史密斯圆图(Smith Chart)

P. H. Smith1939年发明，

当时他在美国的RCA公司工作。一年后，一位名为Kurakawa的日本工程师也声称发明了

是一款用于电机与电子工程学的图表

主要用于无损耗传输线的分析，特别是阻抗匹配

特点：（1）是反射系数的平面图

（2）图中阻抗是归一化后的

引言：他是如何想出来的－如何构思的？

下面分析整个思维过程

史密斯圆图(Smith Chart)

$$Z_0=\sqrt{\frac{L_0}{C_0}}=R_0$$

(1) 反射系数： $$\Gamma(L)=\frac{Z_L-Z_0}{Z_L+Z_0}=|\Gamma(L)|e^{j\theta_L}$$

$|\Gamma(L)|$: $0\sim1$；θ_L: $0\sim2\pi$

(2) 阻抗归一化： $$z_l=\frac{Z_L}{Z_0}=r+jx$$

r：归一化电阻， x：归一化电抗

代入反射系数得到：

$$\Gamma(L)=\frac{z_l-1}{z_l+1}=|\Gamma(L)|e^{j\theta_L}=\Gamma_r+j\Gamma_i$$

（3）将 z_l 代入上式，求解r和x:

$$r=\frac{\left(1-\Gamma_r{}^2\right)-\Gamma_i{}^2}{\left(1-\Gamma_r\right)^2+\Gamma_i{}^2} \quad (1) \qquad x=\frac{2\Gamma_i}{\left(1-\Gamma_r\right)^2+\Gamma_i{}^2} \quad (2)$$

作业：推导

史密斯圆图(Smith Chart)

作业:

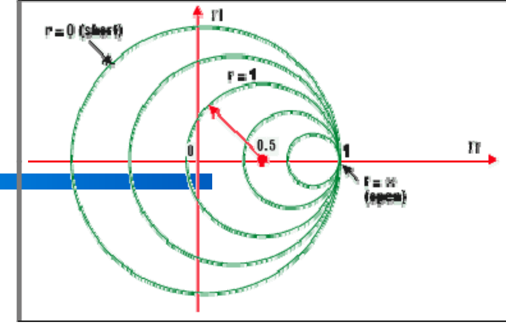
1、推导 $r=\frac{\left(1-\Gamma_r{}^2\right)-\Gamma_i{}^2}{\left(1-\Gamma_r\right)^2+\Gamma_i{}^2}$ （1） $x=\frac{2\Gamma_i}{\left(1-\Gamma_r\right)^2+\Gamma_i{}^2}$ （2）

2、已知 （1） （2）

$$z_l=\frac{Z_L}{Z_0}=r+jx$$

求反射系数实部、虚部

史密斯圆图讨论—1



（1） $\Longrightarrow$ 圆方程

$$\left(\Gamma_r-\frac{r}{1+r}\right)^2+\Gamma_i^{\,2}=\left(\frac{1}{1+r}\right)^2$$

$|\Gamma|\le 1$

$$r=\frac{\left(1-\Gamma_r^{\,2}\right)-\Gamma_i^{\,2}}{\left(1-\Gamma_r\right)^2+\Gamma_i^{\,2}} \qquad (1)$$

$$x=\frac{2\Gamma_i}{\left(1-\Gamma_r\right)^2+\Gamma_i^{\,2}} \qquad (2)$$

圆心 $\left(\frac{r}{1+r},0\right)$ 半径 $\frac{1}{1+r}$

$$z_l=\frac{Z_L}{Z_0}=r+jx$$

r：取值范围 [0, ∞)

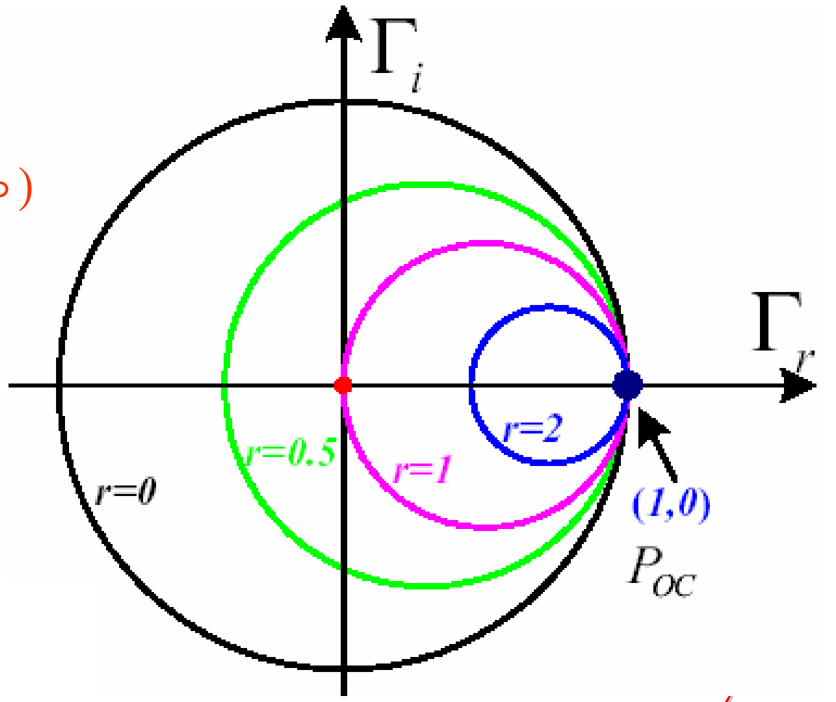
x：取值范围 (−∞, ∞)

特点：

(1) r=0有最大半径，外界为单位圆

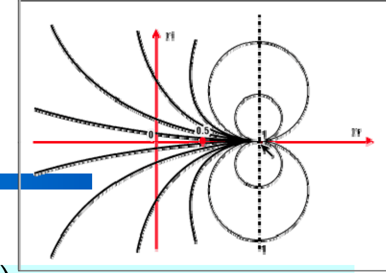
(2) $r\to\infty$ 时，圆缩成一点(1, 0)

(3) 所有圆都通过这个点：P_{OC}



史密斯圆图讨论—2

$z_l = r + jx$



（2）$\Longrightarrow$ 圆方程

$$r = \frac{(1-\Gamma_r^2)-\Gamma_i^2}{(1-\Gamma_r)^2+\Gamma_i^2} \quad (1)$$

$$x = \frac{2\Gamma_i}{(1-\Gamma_r)^2+\Gamma_i^2} \quad (2)$$

$$(\Gamma_r - 1)^2 + \left(\Gamma_i - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(\frac{1}{x}\right)^2 \qquad |\Gamma| \le 1$$

圆心 $\left(1, \frac{1}{x}\right)$ 半径 $\frac{1}{|x|}$

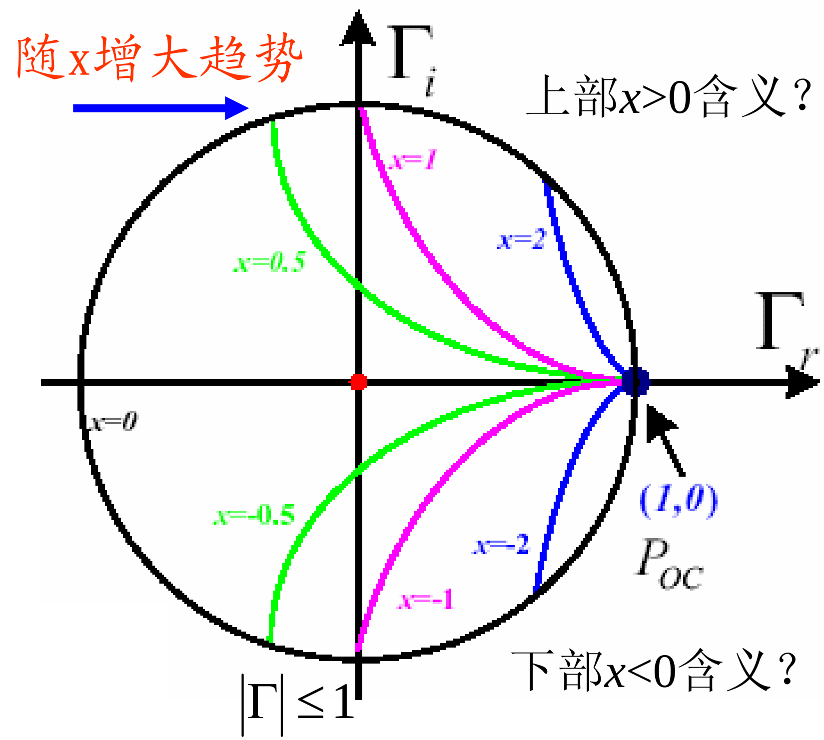
圆特点：

(1) $x = 0$ 含义？

(2) $|x| \to \infty$ 时，圆缩成一点 (1, 0)

(3) 所有圆都通过这个点：P_{OC}

(4) 外界为单位圆



阻抗圆图(Smith Chart)

注：备尺子、圆规

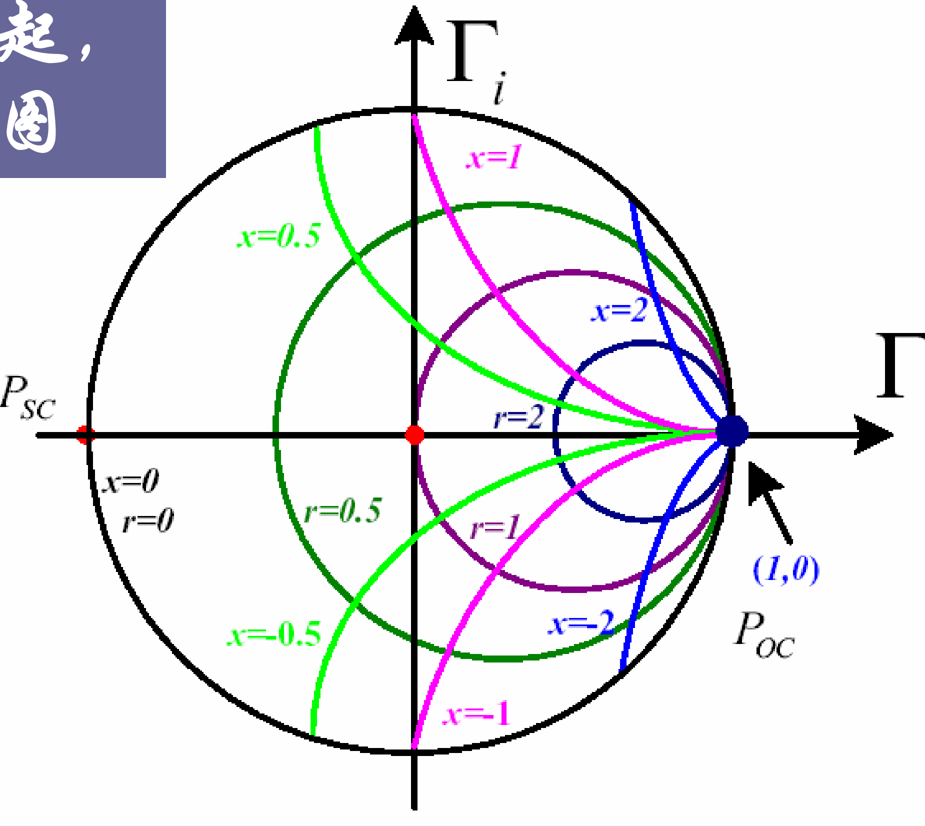
把电阻圆和电抗圆绘在一起，即构成一个完整的阻抗圆图

- 圆图上任意一点对应四个参量：r、x、Γ_r和Γ_i（或$|\Gamma|$和θ）
- 知道了前两个参量或后两个参量均可确定该点在圆图上的位置。
- 注意r和x均为归一化值，如求实际值分别乘上传输线的特性阻抗

已知 $Z_l = R + jX$

归一化 $z_l = r + jx$

同时满足上式的r、x，即为交点 $\xrightarrow{\text{对应}}$ (Γ_r, Γ_i)



认识smith圆图

从图上找：r、x

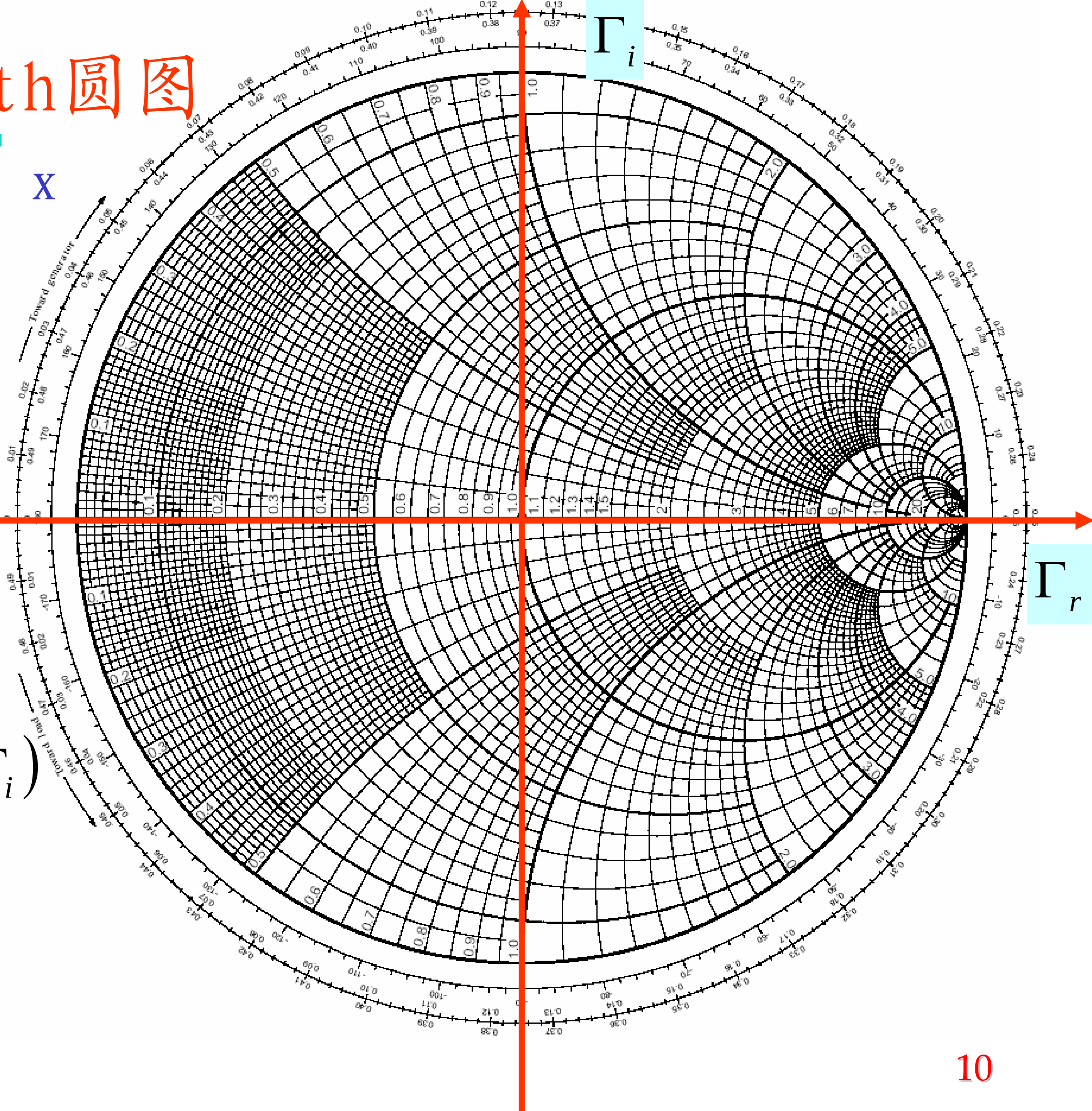
图上任意一点

读出：r、x

从图上找: (Γ_r, Γ_i)

图上任意一点

读出：(Γ_r, Γ_i)



例题 圆图中几个特殊点

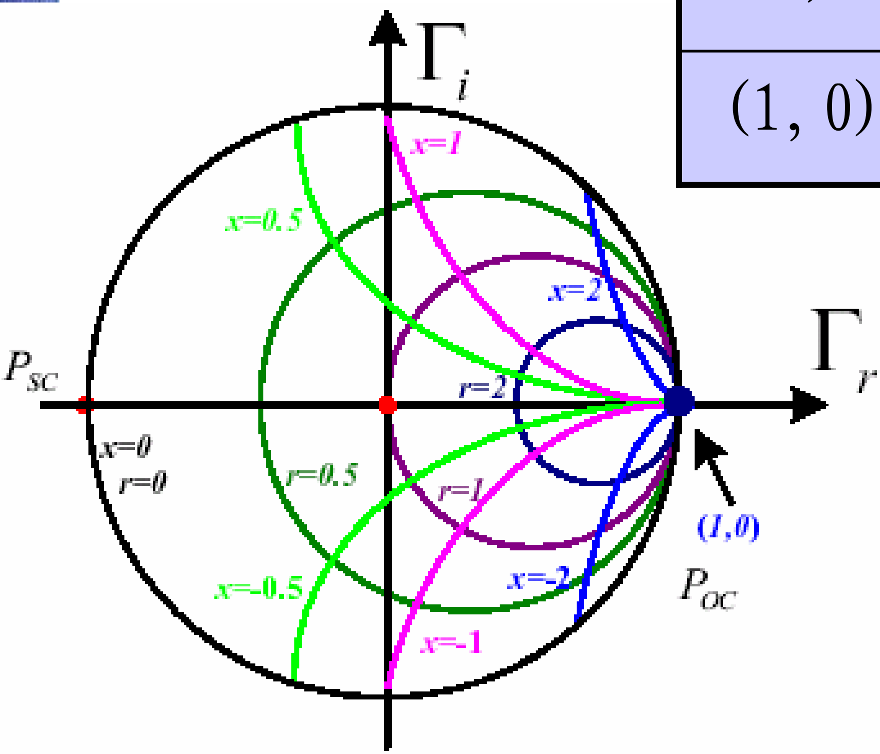
$$\left(\Gamma_r-\frac{r}{1+r}\right)^2+\Gamma_i^{\,2}=\left(\frac{1}{1+r}\right)^2 \qquad |\Gamma|\le 1$$

$$(\Gamma_r-1)^2+\left(\Gamma_i-\frac{1}{x}\right)^2=\left(\frac{1}{x}\right)^2$$

$$r=\frac{\left(1-\Gamma_r^{\,2}\right)-\Gamma_i^{\,2}}{\left(1-\Gamma_r\right)^2+\Gamma_i^{\,2}} \quad （1）$$

$$x=\frac{2\Gamma_i}{\left(1-\Gamma_r\right)^2+\Gamma_i^{\,2}} \quad （2）$$

(Γ_r,Γ_i)	对应	（r, x）	负载	含义
(−1, 0)		(0, 0)	$Z_L=0$	短路
(1, 0)		(∞,∞)	$Z_L=\infty$	开路



•单位圆周上的点（实轴的两个端点除外）表示纯电抗

•实轴上的点（两个端点除外）表示纯电阻。

Smith Chart　　特点

$$\Gamma(L)=\frac{z_l-1}{z_l+1}=\Gamma_r+j\Gamma_i$$

（1）$\Gamma_r-\Gamma_i$ 平面上，对应于 $|\Gamma|\le 1$ 时r圆和x圆

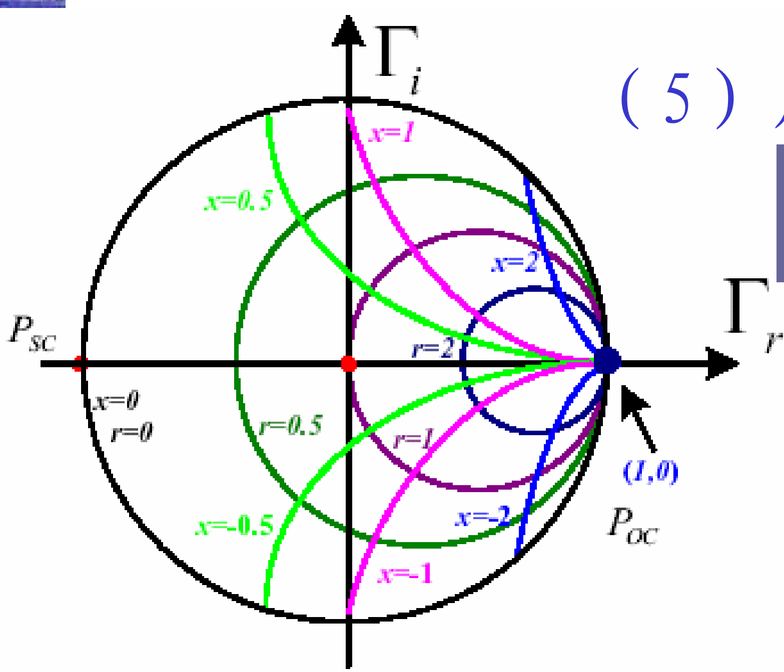
（2）r圆和x圆曲线处处互相正交

（3）每个交点，对应 $z_l=r+jx$

（4）反射系数: $\Gamma=|\Gamma|e^{j\theta_\Gamma}$，极坐标 $(|\Gamma|,\theta_\Gamma)$

直角坐标: Γ_r,Γ_i

（5）用途：无损耗传输线相关参数



- x=0为纯电阻（实轴），r=0的单位圆为纯电抗
- 实轴上下平面分别为感性和容性阻抗轨迹。

$$\left(\Gamma_r-\frac{r}{1+r}\right)^2+\Gamma_i^{\ 2}=\left(\frac{1}{1+r}\right)^2\qquad |\Gamma|\le 1$$

$$(\Gamma_r-1)^2+\left(\Gamma_i-\frac{1}{x}\right)^2=\left(\frac{1}{x}\right)^2\qquad |\Gamma|\le 1$$

Smith Chart　　特点

（1）相位：圆图上转一圈（半波长）相位改变2π

（2）三个点：原点、P_{sc}, P_{oc}; 三类圆：r>1 r=1 r<1的圆

（3）三个参数：SWR　$|\Gamma|$　θ_Γ

（4）三个方向　　$z \Leftrightarrow y(180^0)$

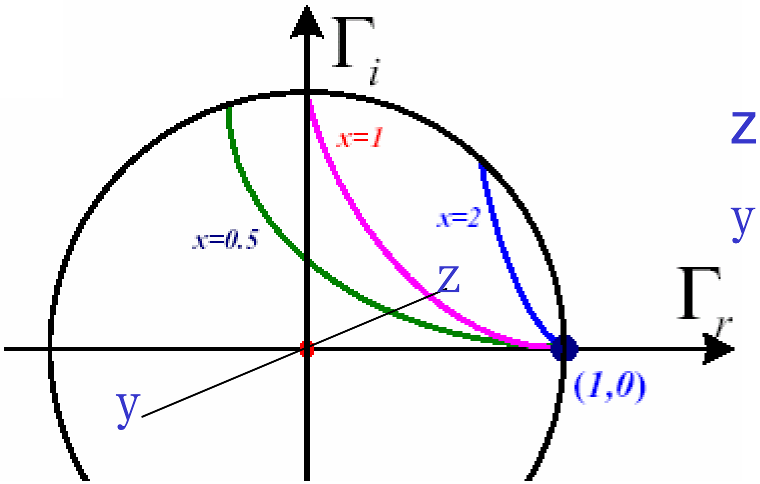
顺时针（向源）/逆时针（向载）

（5）三段弧线

r，x　θ_Γ

$$\left(\Gamma_r - \frac{r}{1+r}\right)^2 + \Gamma_i^2 = \left(\frac{1}{1+r}\right)^2 \qquad |\Gamma| \le 1$$

$$(\Gamma_r - 1)^2 + \left(\Gamma_i - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(\frac{1}{x}\right)^2 \qquad |\Gamma| \le 1$$



z为归一化阻抗

y为归一化导纳

$$\Gamma(L)=|\Gamma(L)|e^{j\theta_L}$$

等反射系数圆

求反射系数实部、虚部

理论分析:

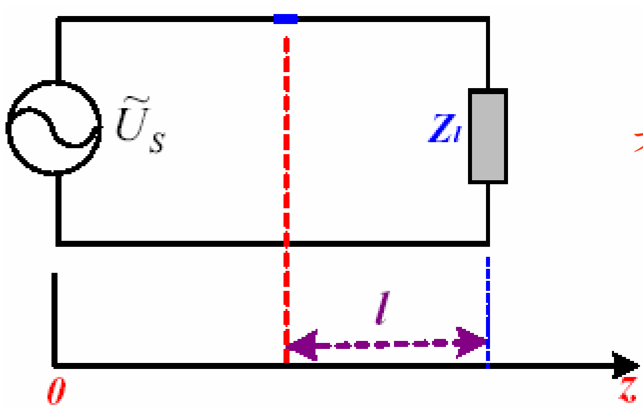
$$\Gamma(l)=\Gamma(L)e^{-j2\beta l}=|\Gamma(L)|e^{j(\theta_L-2\beta l)}=|\Gamma(L)|e^{j\theta_\Gamma}=\{|\Gamma(L)|,\theta_\Gamma\}$$

1、当 l 增大，θ_Γ 减小，所以顺时针方向是朝源的方向！

逆时针的方向是朝负载的方向！

2、无论 l 如何变化，反射系数大小不变

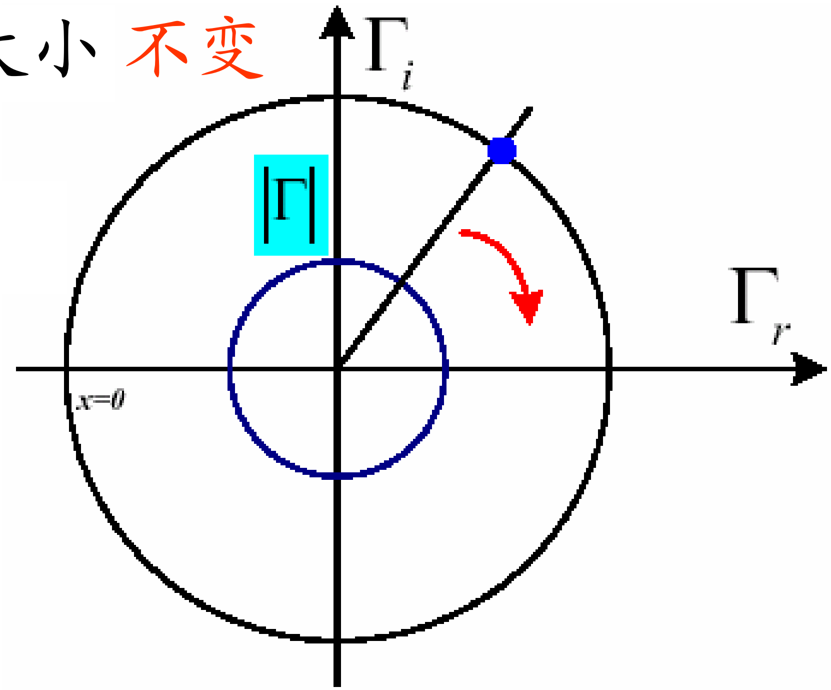
所以是 圆



考虑有损情况

随 l 的增加

$e^{-2\alpha l}$



$$\Gamma(l)=\Gamma(L)e^{-j2\beta l}=|\Gamma(L)|e^{j(\theta_L-2\beta l)}=|\Gamma(L)|e^{j\theta_\Gamma}=\{|\Gamma(L)|,\theta_\Gamma\}$$

l 的 周期 $\rightarrow$ $2\beta l=2\pi$ $\dfrac{2\pi}{2\beta}=\dfrac{2\pi}{2(2\pi/\lambda)}=\dfrac{\lambda}{2}$ $\longrightarrow$ 对应圆图刻度0.5

驻波比SWR

$$SWR=\frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|}=\frac{1+|\Gamma_{r0}+j0|}{1-|\Gamma_{r0}+j0|}=\frac{1+\Gamma_{r0}}{1-\Gamma_{r0}}$$

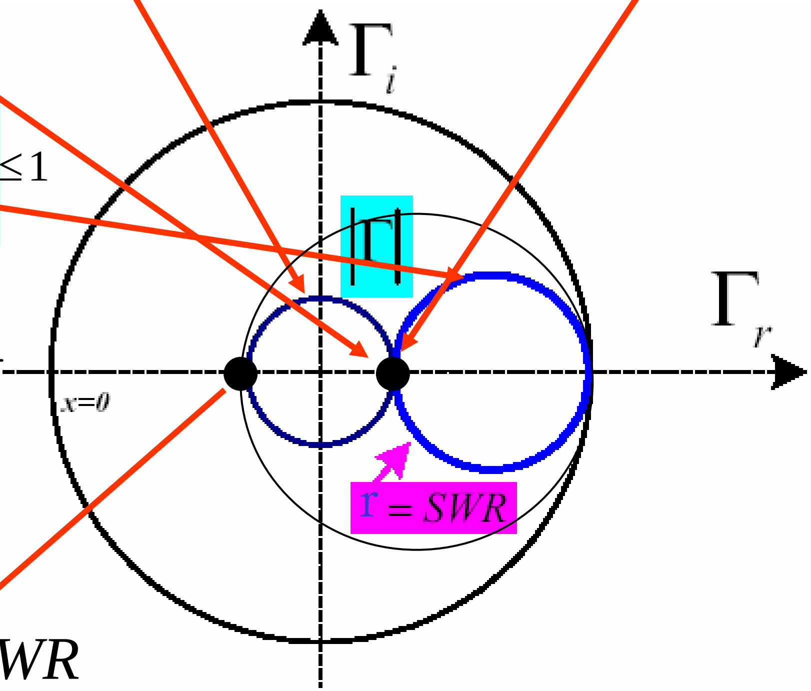
考虑右横轴上点: $(\Gamma_{r0},0)$

r圆与横轴的左交点:

利用圆方程 $\left(\Gamma_r-\dfrac{r}{1+r}\right)^2+\Gamma_i^2=\left(\dfrac{1}{1+r}\right)^2$ $|\Gamma|\le 1$

$$\left(\Gamma_{r0}-\frac{r}{1+r}\right)^2+0=\left(\frac{1}{1+r}\right)^2 \quad \Gamma_{r0}-\frac{r}{1+r}=-\frac{1}{1+r}$$

$$\Gamma_{r0}=\frac{r-1}{r+1} \qquad r=\frac{1+\Gamma_{r0}}{1-\Gamma_{r0}}=SWR$$



$r=1/SWR$

求驻波比（SWR）

$\alpha = 0$

已知Z_0、Z_L, 求*SWR*方法

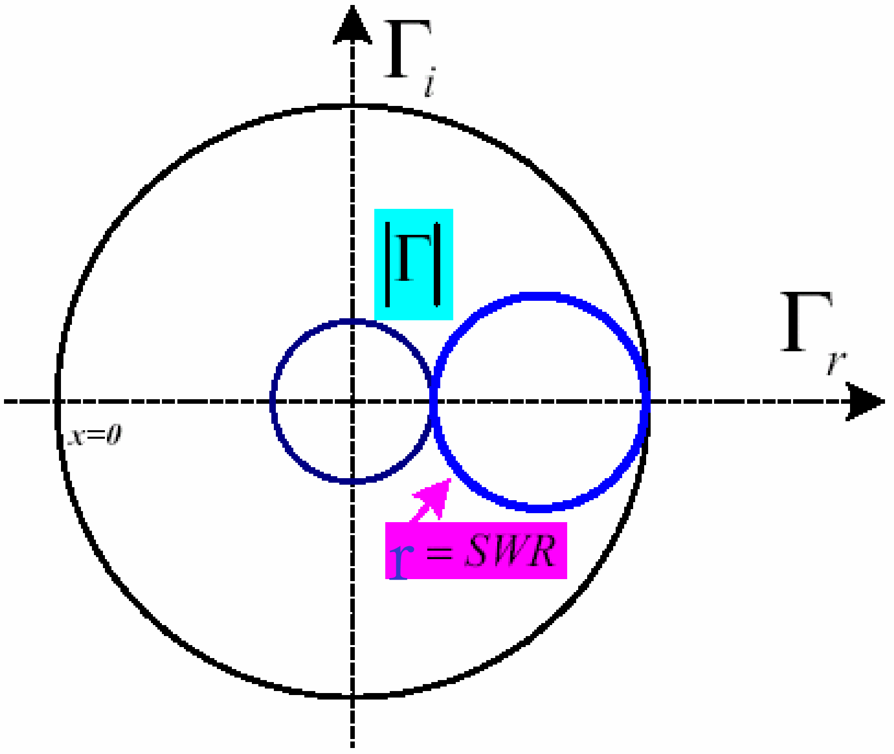
（1）按定义

（2）利用反射系数

$$SWR = \frac{1+\Gamma_{r0}}{1-\Gamma_{r0}}$$

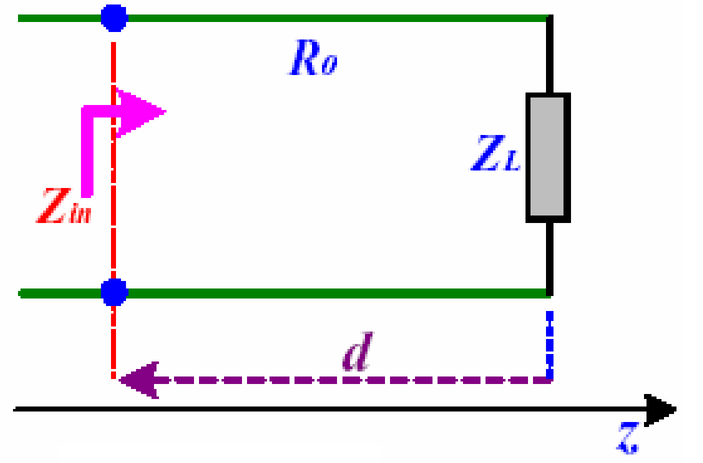
（3）从图中读出

已知 $|\Gamma|$



Smith Chart's Application(应用)

带载无损耗传输线的输入阻抗



求解过程

（1）负载阻抗归一化定A点

（2）延长射线OA，定出点B

（3）B点向源转动 $\dfrac{d}{\lambda}$ 刻度，得到点C

（4）等反射系数圆，与射线OC相交得到D点

（5）由D点得归一化输入阻抗

（6）反归一化 → 输入阻抗

求解原理

（1）负载阻抗归一化定A点

（2）延长射线OA，定出点B

（3）B点向源转动 $\frac{d}{\lambda}$ 刻度，得到点C

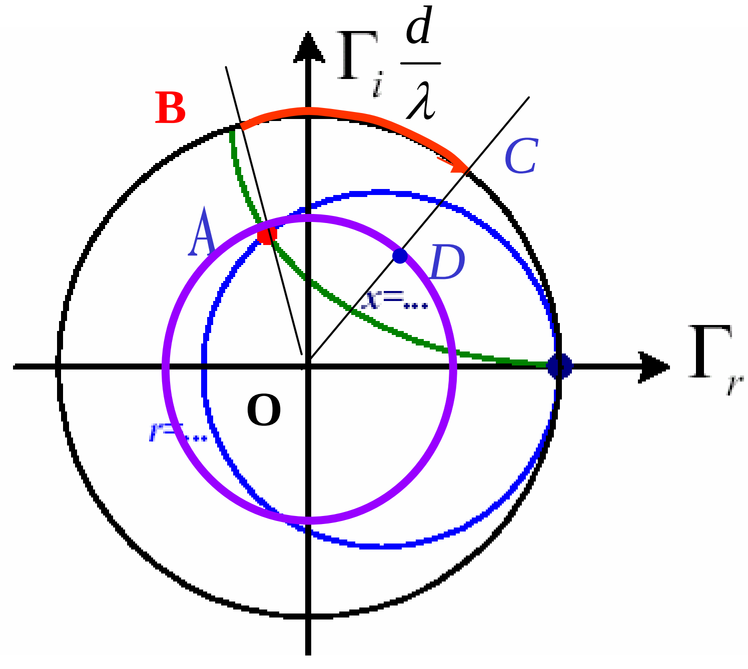
顺时针

（4）等反射系数圆，

与射线OC相交得到D点

（5）由D点得归一化输入阻抗

（6）反归一化 → 输入阻抗



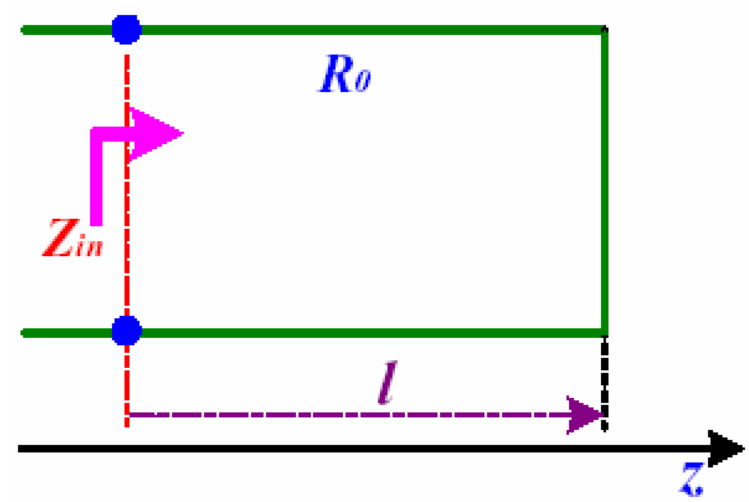
$$\Delta\varphi = 2\cdot\beta\cdot l = (2\pi)\cdot\frac{2l}{\lambda}$$

例题1：求输入阻抗

已知

无损耗传输线，特征阻抗50欧，长度为0.1波长，终端短路

求输入阻抗



解法一：直接利用阻抗公式

$$Z_{in}(l)=Z_0\frac{Z_L+jZ_0tg(\beta l)}{Z_0+jZ_Ltg(\beta l)}$$

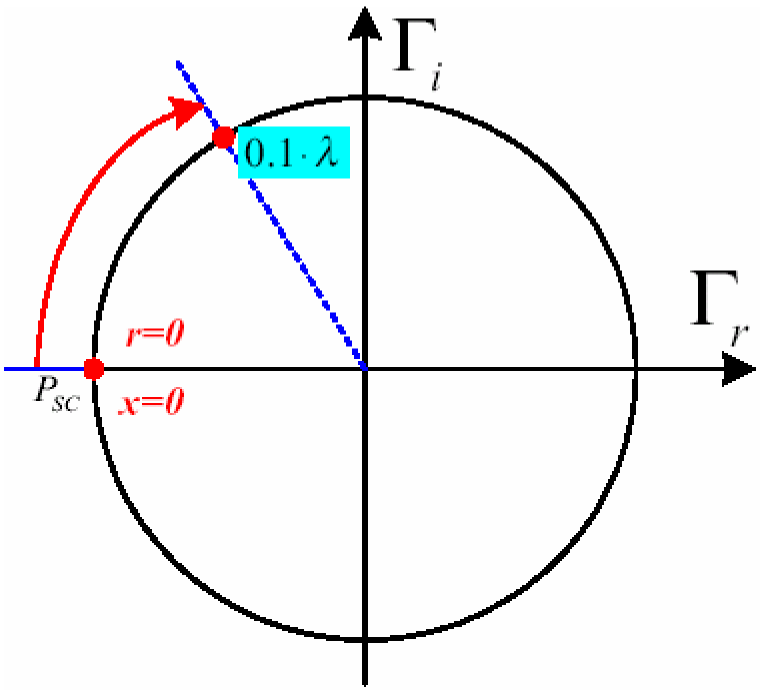
因为 $Z_L=0$

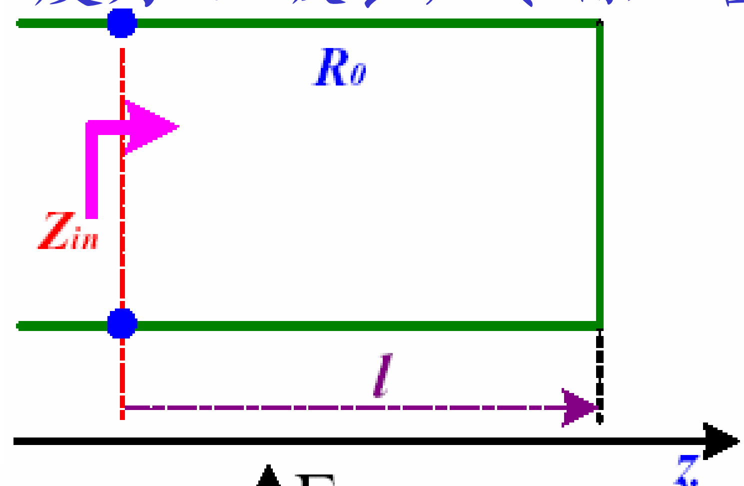
$$Z_{in}(l)=jR_0tg(\beta l)=jR_0tg\left(\frac{2\pi}{\lambda}l\right)=j36.4\quad(\Omega)$$

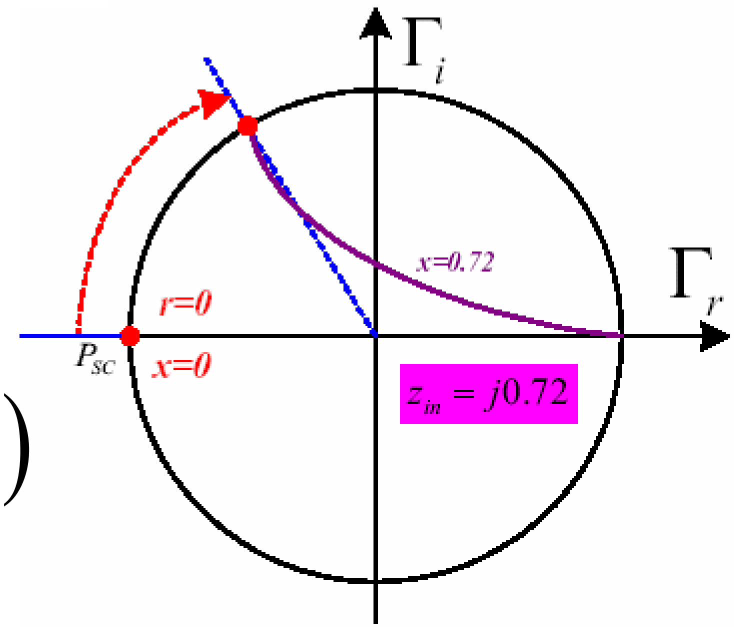
例题1

无损耗传输线，特征阻抗50欧，长度为0.1波长，终端短路

解法二：利用Smith Chart







$$Z_{in} = R_0 z_{in} = j36 \quad (\Omega)$$

求反射系数实部、虚部

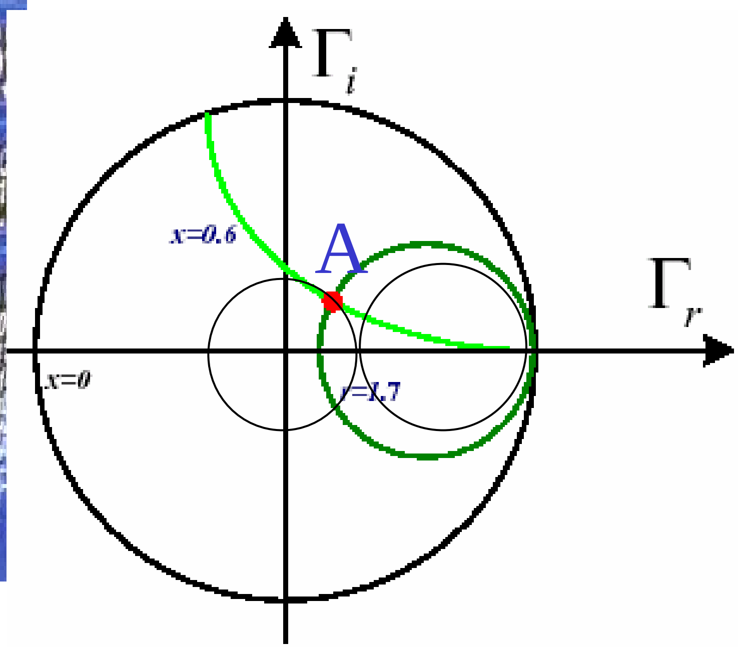
例题2：由圆图求驻波比

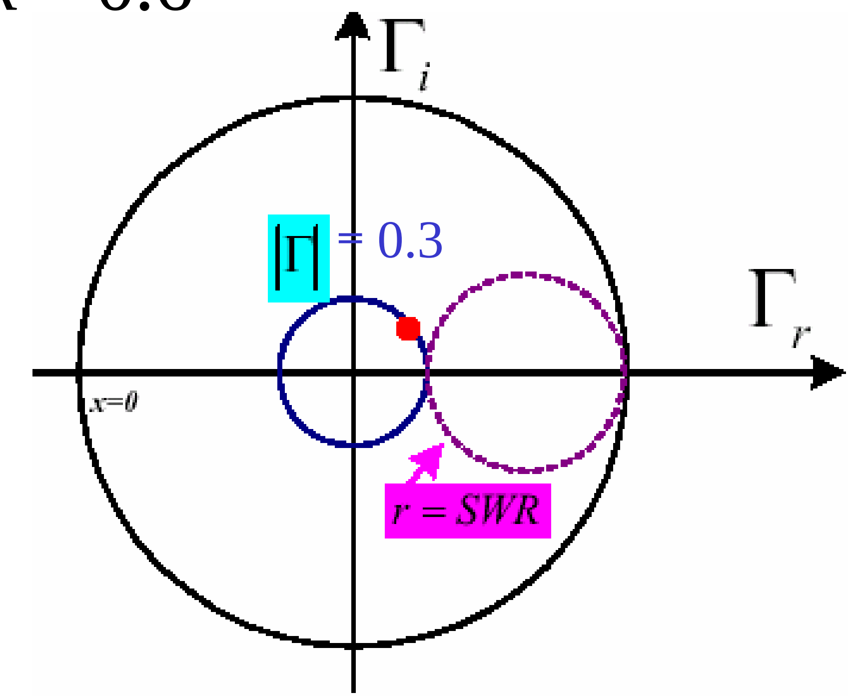
已知：无损耗传输线，$R_0 = 50(\Omega)$　$Z_L = 85 + j30 \quad (\Omega)$

解：

归一化：$z_l = \dfrac{Z_L}{R_0} = 1.7 + j0.6$

图中定位：$r = 1.7 \qquad x = 0.6$





例题3：

已知传输线长l=25m，特性阻抗100ohm，负载 Z_L=100-j200ohm，f=10MHz

用史密斯圆图解输入阻抗及导纳

例题3：

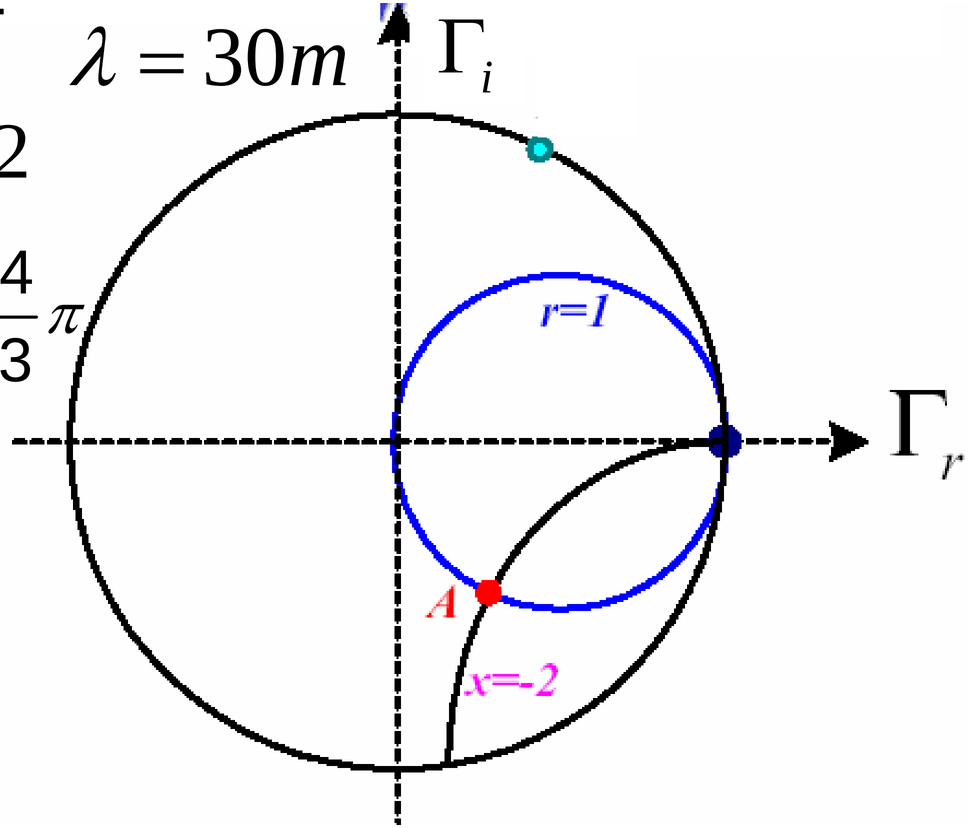
已知传输线长l=25m，特性阻抗100ohm，负载

Z_L=100-j200ohm，f=10MHz

归一化： $z_l = \dfrac{Z_L}{R_0} = 1 - j2$

$\lambda = 30m$

图中定位： $r = 1 \quad x = -2$



$\dfrac{l}{\lambda} = \dfrac{5}{6} = 0.833 \qquad 2\beta l = 4\pi \dfrac{5}{6} = 2\pi + \dfrac{4}{3}\pi$

一圈： 0.5 2π

余： 0.333 $\dfrac{4}{3}\pi$

得： 0.45+j1.2

例题3：

已知传输线长l=25m，特性阻抗100ohm，负载 Z_L=100−j200ohm，f=10MHz

得：　0.45+j1.2

所以：Z_{in}=(0.45+j1.2) × 100 = 45+j120ohm

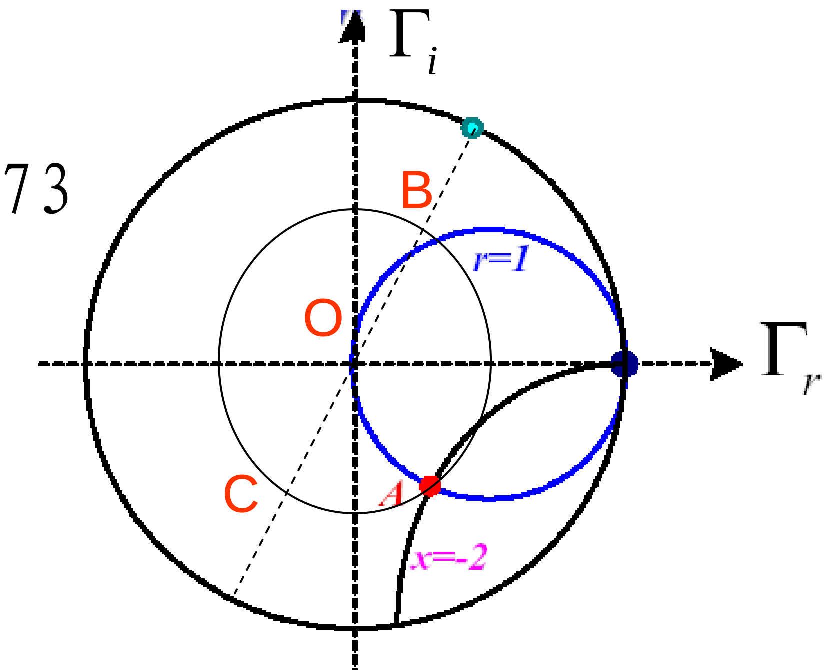
由OB反向延长到C点，

为导纳归一化值：0.27 − j0.73

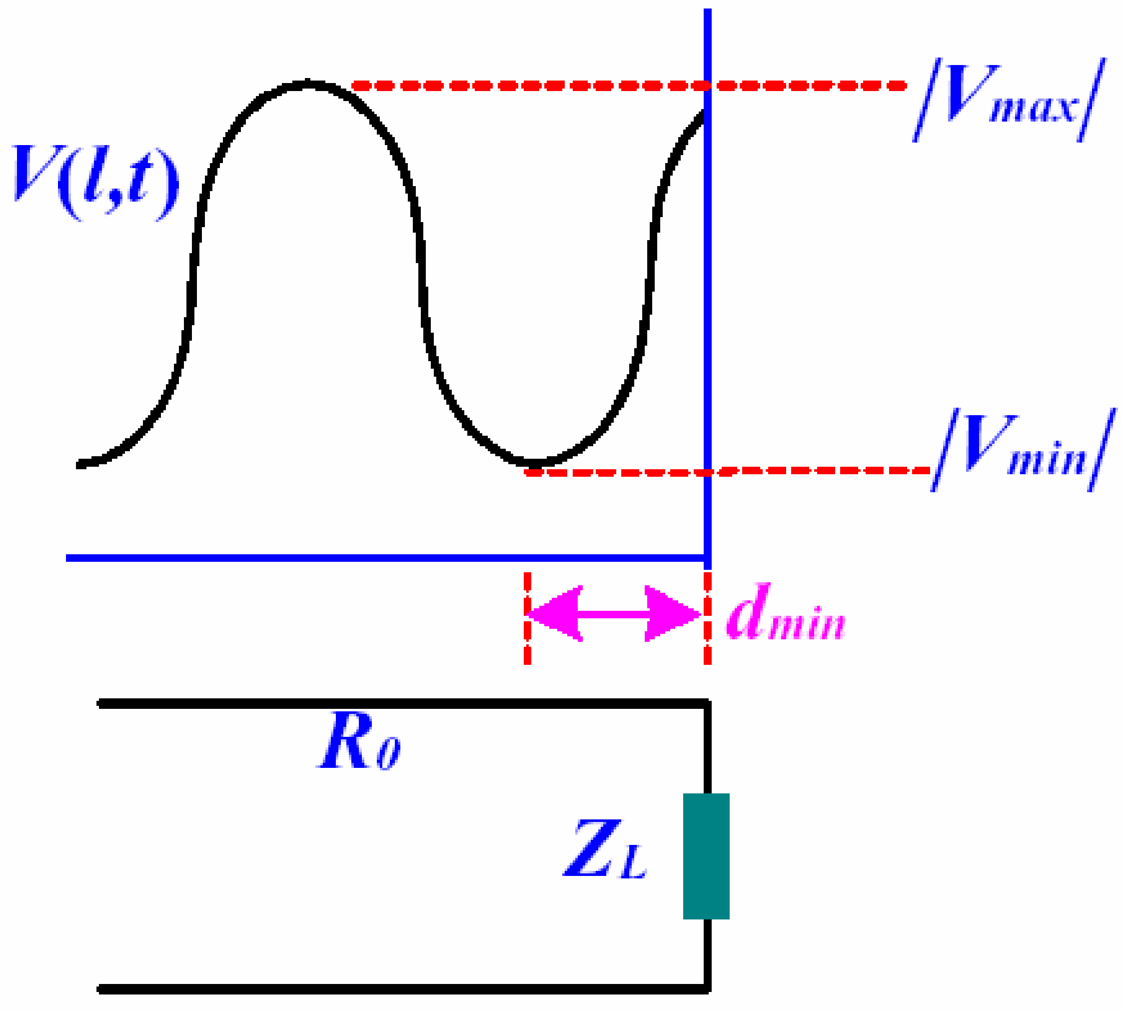
所以输入导纳为：

Y_{in}=(0.27 − j0.73) × 100?

÷ 100?



已知SWR和$|V_{min}|$位置，求负载阻抗



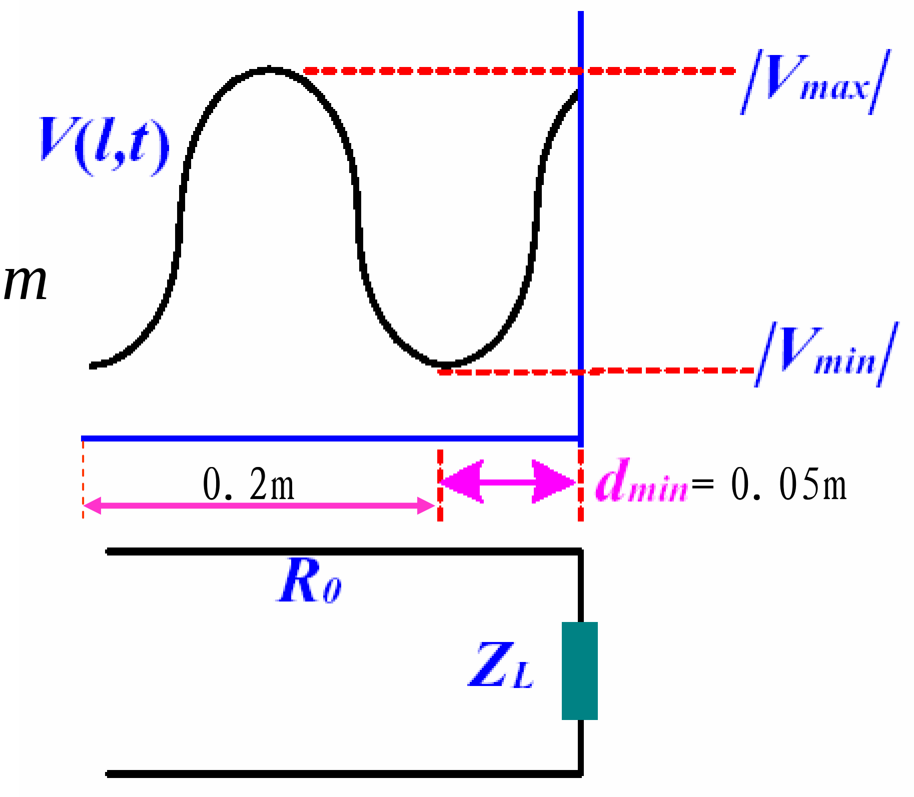
例题4

$$\Gamma(L)=\frac{Z_L-Z_0}{Z_L+Z_0} \qquad SWR=\frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|}$$

已知一无损耗传输线特性阻抗50ohm，驻波比SWR=3，相邻两个电压最小值点距离为0.2m，距离负载最近的电压驻波最小值点距负载0.05m，求：

（1）负载处反射系数

（2）负载阻抗



分析

（1）$\lambda=?\quad \lambda/2=0.2m \quad \lambda=0.4m$

（2）$SWR=|V_{\max}|/|V_{\min}|=3$

$$\Gamma_L=|\Gamma_L|e^{j\theta_L}$$

$$|\Gamma_L|=|\Gamma|=\frac{SWR-1}{SWR+1}=\frac{1}{2}$$

方法一：直接法

$$Z_0 = 50ohm \qquad \Gamma(L) = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$$

$$\lambda = 0.4m \qquad |\Gamma_L| = 0.5$$

第一个最小值点处反射系数 $\Gamma(d_{\min}) = |\Gamma_L| e^{j(\theta_L - 2\beta d_{\min})}$

第一个最小值点处反射波相位

$$\theta_L - 2\beta d_{\min} = -\pi$$

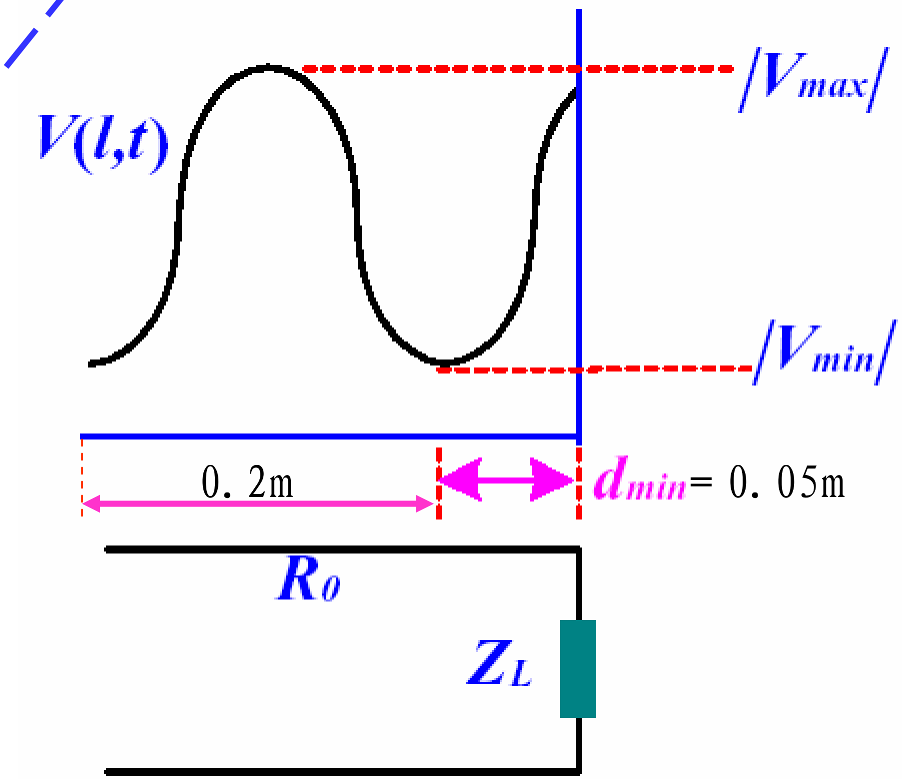
$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = 5\pi$ 所以 $\theta_L = -0.5\pi$

$$\Gamma_L = |\Gamma_L| e^{j\theta_L} = 0.5e^{-j0.5\pi}$$

$$= -j0.5$$

所以 $\Rightarrow$

$$Z_L = 30 - j40$$



方法二：间接法

$$\Gamma(L)=\frac{Z_L-Z_0}{Z_L+Z_0} \qquad SWR=\frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|}=3$$

$$Z_0=R_0=50\Omega$$

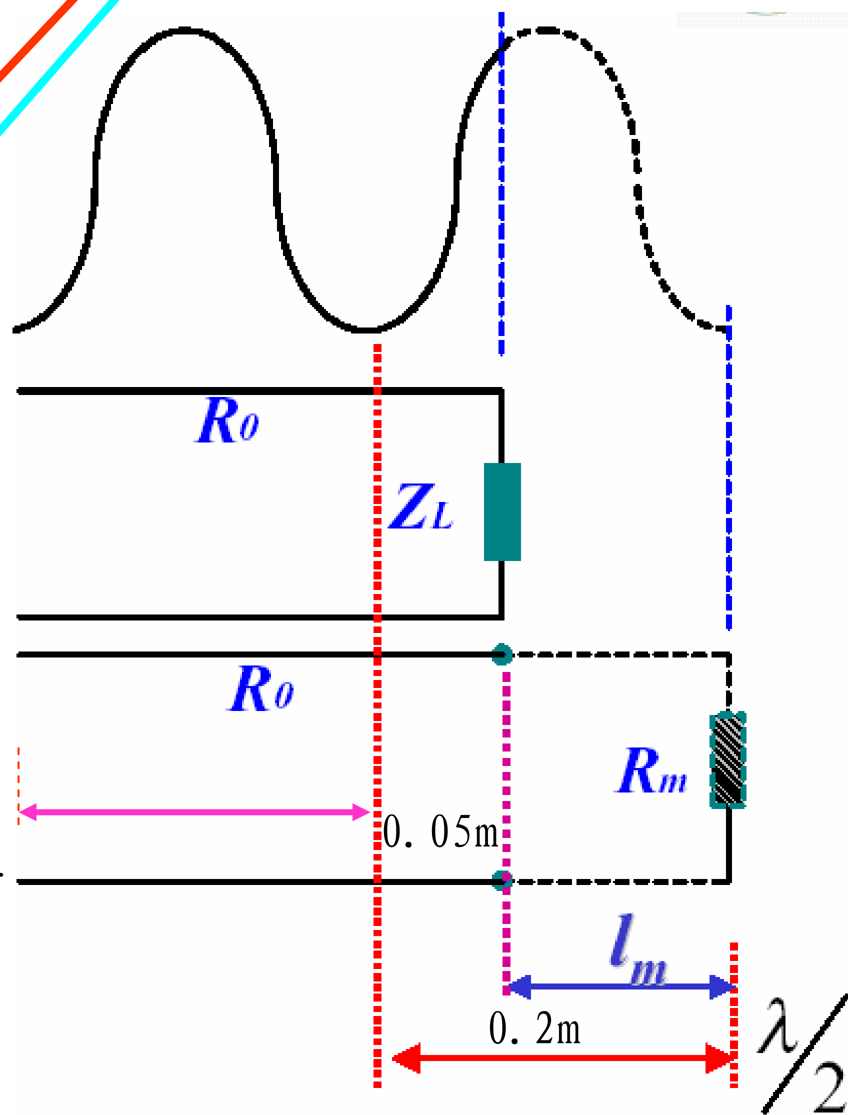
转化为输入阻抗

$$Z_L=R_0\frac{R_m+jR_0tg(\beta l_m)}{R_0+jR_mtg(\beta l_m)}$$

$$R_m=\frac{Z_0}{SWR}=16.7\Omega$$

$$l_m=\frac{\lambda}{2}-d_{\min}=15cm$$

$$Z_{in}(l_m)=Z_L=R_0\frac{R_m+jR_0tg(\beta l_m)}{R_0+jR_mtg(\beta l_m)}$$



10-5=5cm

方法三：利用圆图

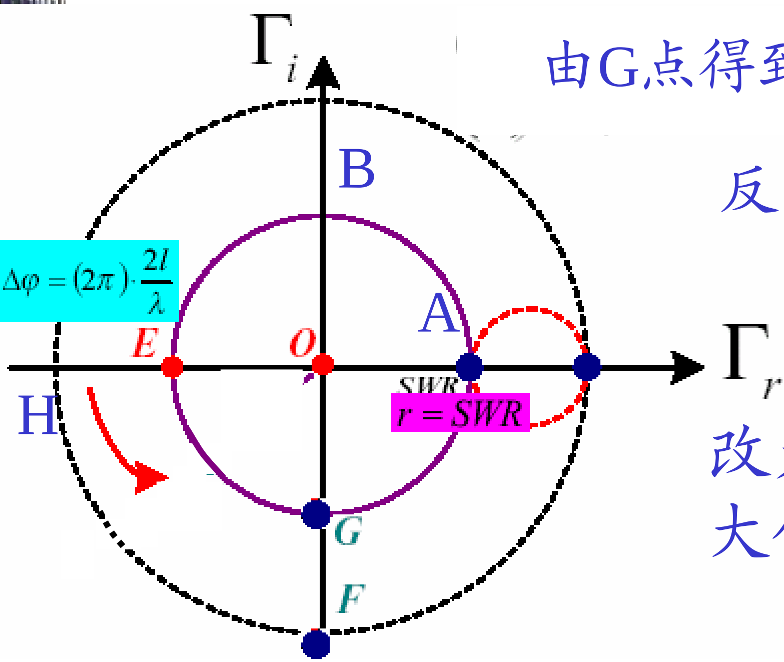
据SWR，画出等反射系数圆 $|\Gamma_L| = |\Gamma| = \dfrac{SWR-1}{SWR+1} = 0.5$

第一个最小值点处反射波相位为 $-\pi$ 对应 E 点

延长OE到H点　　向 负载（逆时针）转动 $\dfrac{d_{\min}}{\lambda} = \dfrac{1}{8}$ 刻度，得到点 F

等反射系数圆与射线OF相交得到G点

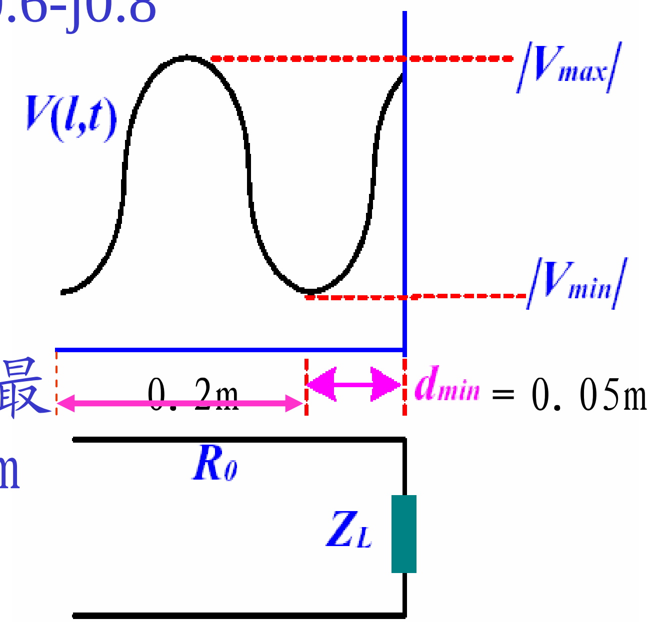
由G点得到归一化负载阻抗0.6-j0.8



反归一化 × 50

思考：

改为已知电压驻波最大值点距负载0.05m



总结 负载阻抗求解过程

(1)圆图中找E点(SWR^{-1},0)

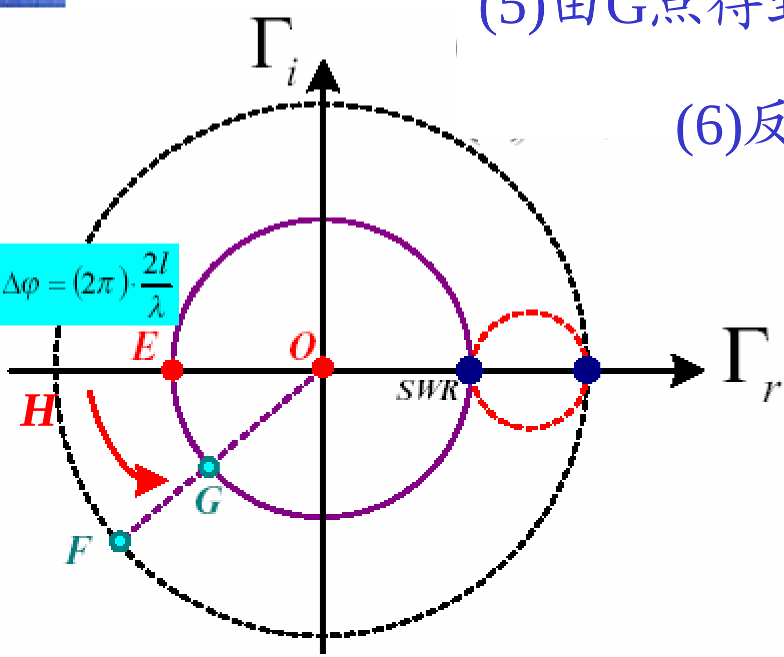
(2)以圆图中心为圆点，OE为半径做小圆 延长OE到H点

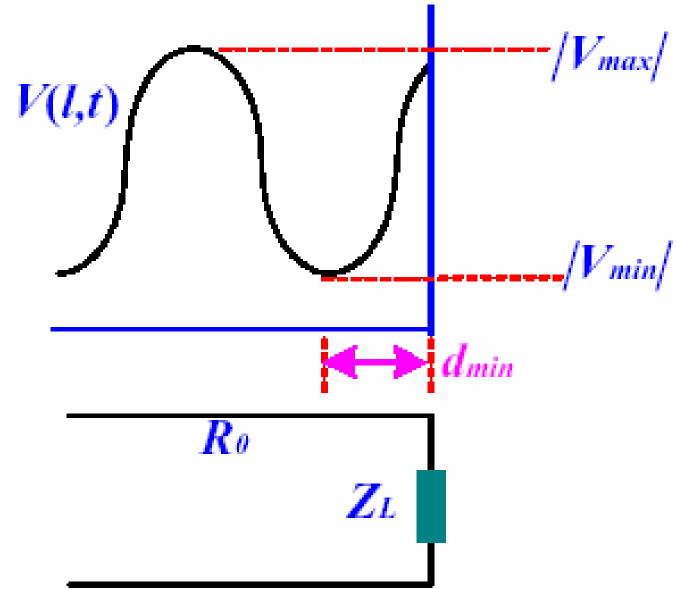
(3)OH向负载转动$\frac{d_{\min}}{\lambda}$刻度,得到点F

(4)小圆与射线OF相交得到G点

(5)由G点得到归一化负载阻抗

(6)反归一化





例题5

已知一无损耗传输线特性阻抗50ohm，负载阻抗Z_L，驻波电压最大值和最小值分别为 $V_{max}=2.5V$ $V_{min}=1V$ 相邻两个电压最小值点距离为0.05m，当负载处由纯电阻换为接负载Z_L时，电压最小值向源方向移动1.25cm

求：负载阻抗Z_L

解：$R_0 = 50(\Omega)$ $V_{max}=2.5V$ $V_{min}=1V \Rightarrow$ 驻波比SWR= 2.5

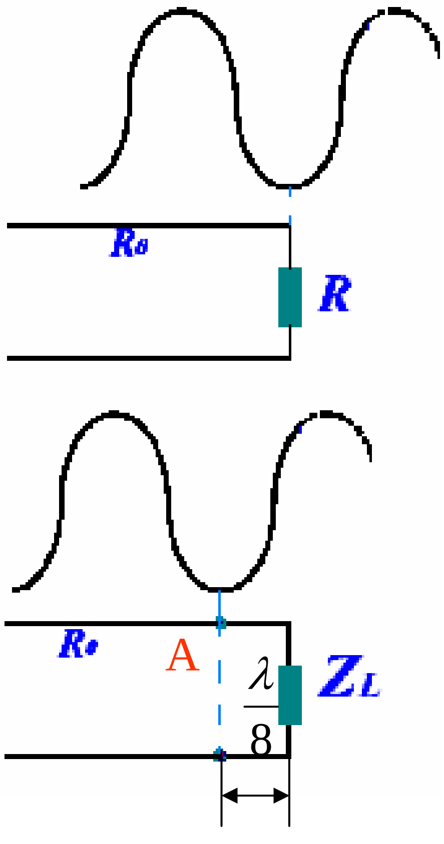
$$\frac{\lambda}{2}=0.05m \quad \Rightarrow \lambda = 0.1m$$

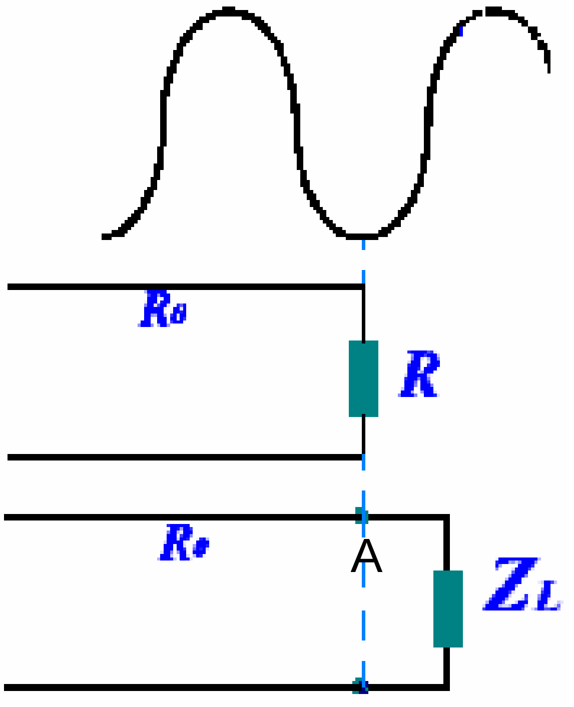
移动1.25cm为 $\dfrac{\lambda}{8}$

例题5

当负载处由纯电阻换为接负载Z_L时，

电压最小值向源方向移动 $\dfrac{\lambda}{8}$

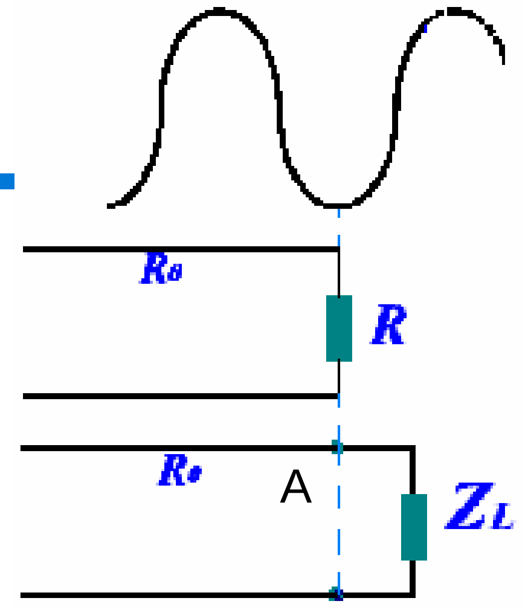




相当于R =（A点的输入阻抗）

例题5

R=（A点的输入阻抗）



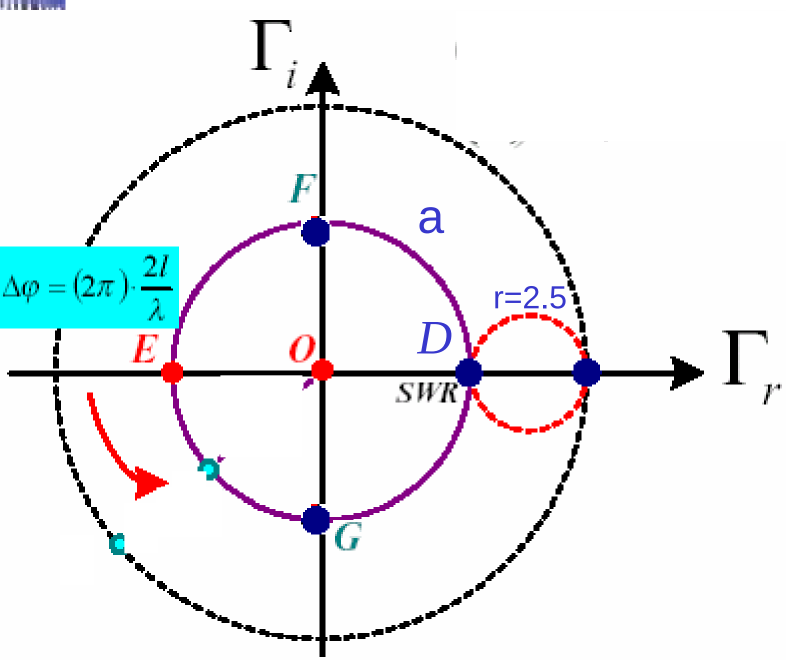
由SWR=2.5=r可以确定等反射系数圆a

纯电阻对应点E　　为什么不是D点？

看R：　R处电压最小，　说明

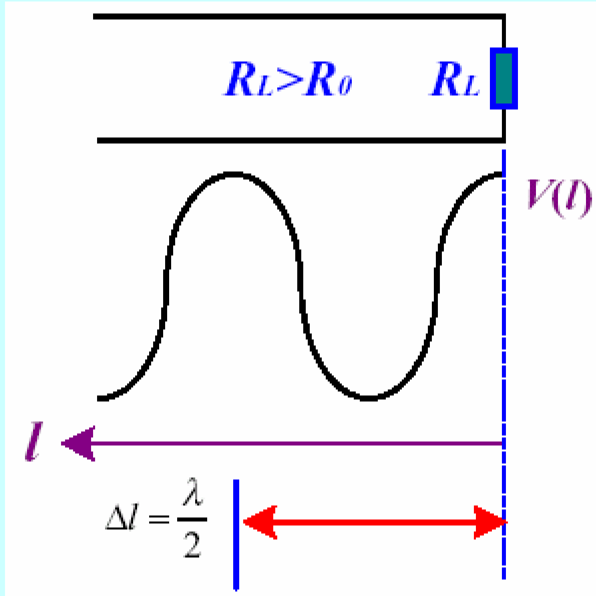
$R>R_0$?

$R<R_0$?



回忆

已知：无损耗线、纯电阻负载情况



R处电压最小，

$R>R_0$?

$R<R_0$?

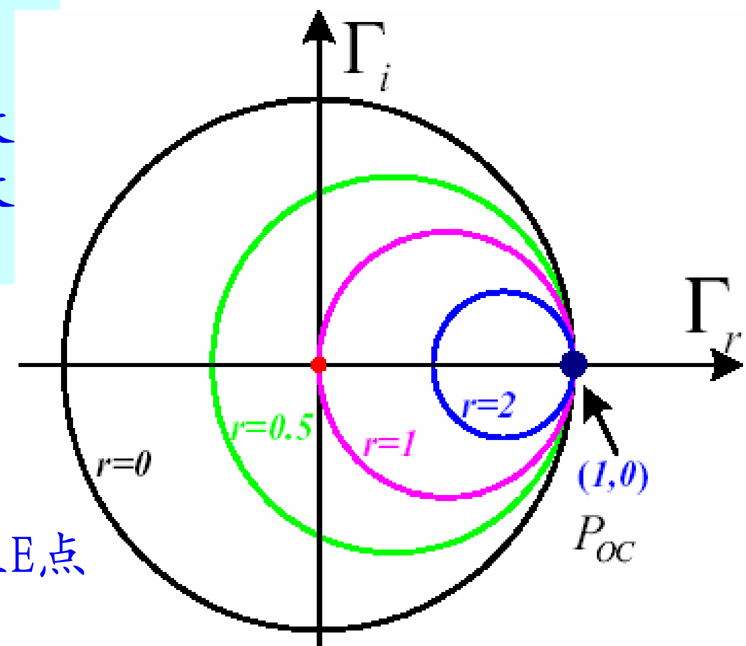
$R<R_0$

(1) $R_L>R_0$时，反射系数为正——负载上电压最大

(2) $R_L<R_0$时，反射系数为负——负载上电流最大

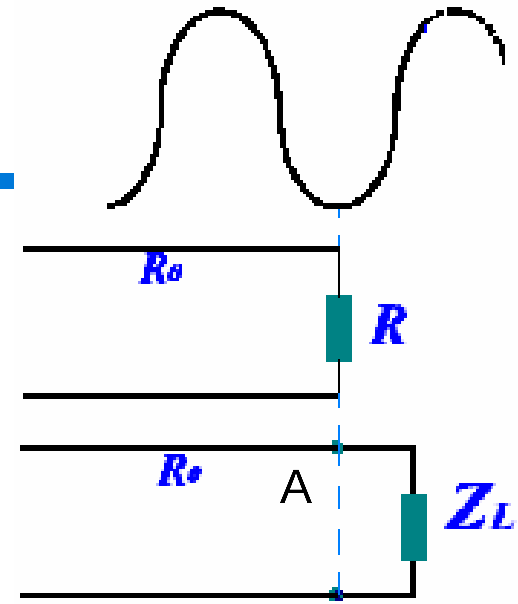
$$r=\frac{R}{R_0}<1$$

说明纯电阻点在横轴的负半轴上E点



例题5

R=（A点的输入阻抗）

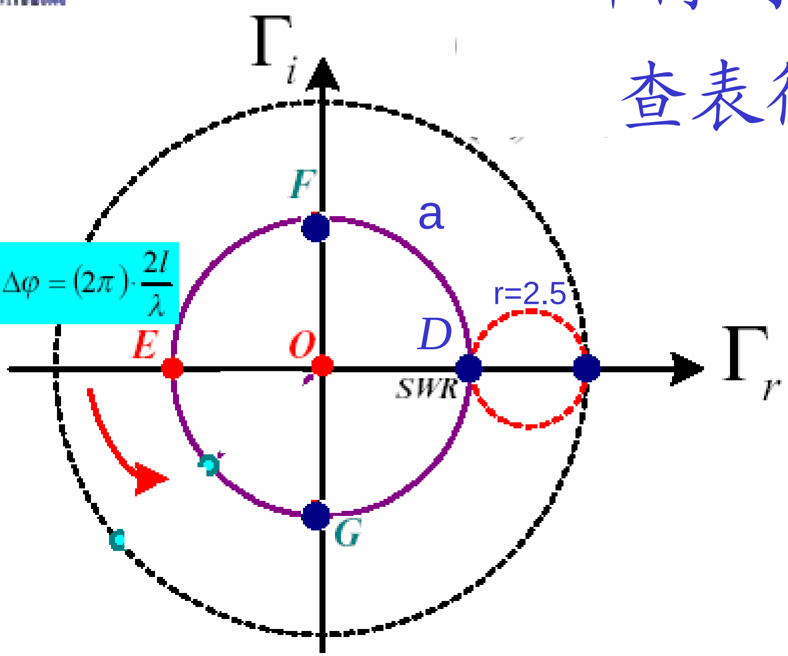


由SWR=2.5=r可以确定等反射系数圆a

纯电阻对应点E

纯电阻点E向 负载 逆时针转 $\frac{\lambda}{8}$ 到点 G

即得到 Z_L



查表得出归一化阻抗为 0.69-j0.72

所以负载阻抗为

$$Z_L = (0.69 - j0.72) \times 50 = 34.5 - j36\Omega$$

导纳为（对应 F 点）

$$Y_L = 1/Z_L = 0.02006\angle 46.23^0 S$$

练习

1、已知一无损耗传输线长度为0.434倍的波长，特性阻抗100ohm，负载阻抗$Z_L = 260 + j180$ohm

求（1）输入端电压反射系数

（2）驻波比;

（3）输入阻抗;

（4）线上电压最大点的位置（距离负载最近）

练习

2、已知一无损耗传输线特性阻抗50ohm，负载阻抗Z_L驻波比SWR=1.2，输入电源功率为100mW

求　电压最大值和最小值

3、已知一无损耗传输线特性阻抗100ohm，短路时电压最小值点距离负载为0.2m，换成负载阻抗Z_L后这个电压最小值点向负载移动0.09m，驻波比SWR=3.0

用史密斯圆图求　　负载阻抗Z_L

4、已知一无损耗传输线特性阻抗100ohm，C_0=95pF/m工作频率3GHz

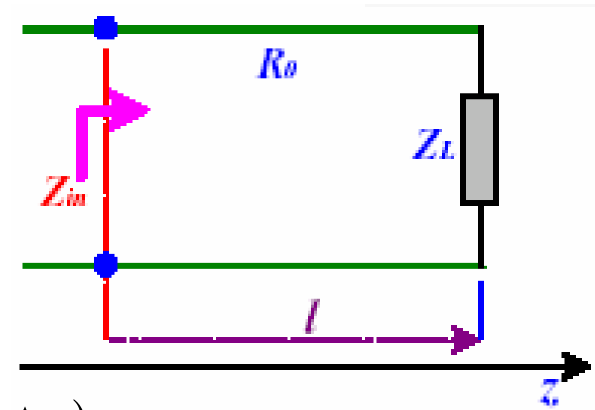
求

（1）位移常数 β

（2）相速度

（3）波长

SmithChart 圆周上的几个特殊刻度



$$Z_{in}(l)=\frac{\tilde{V}(l)}{\tilde{I}(l)}=R_0\frac{1+\Gamma_L e^{-j2\beta l}}{1-\Gamma_L e^{-j2\beta l}}$$

$$=R_0\frac{1+|\Gamma_L|e^{j\theta_L}e^{-j2\beta l}}{1-|\Gamma_L|e^{j\theta_L}e^{-j2\beta l}}=R_0\frac{1+|\Gamma_L|e^{j(\theta_L-\Delta\varphi)}}{1-|\Gamma_L|e^{j(\theta_L-\Delta\varphi)}}$$

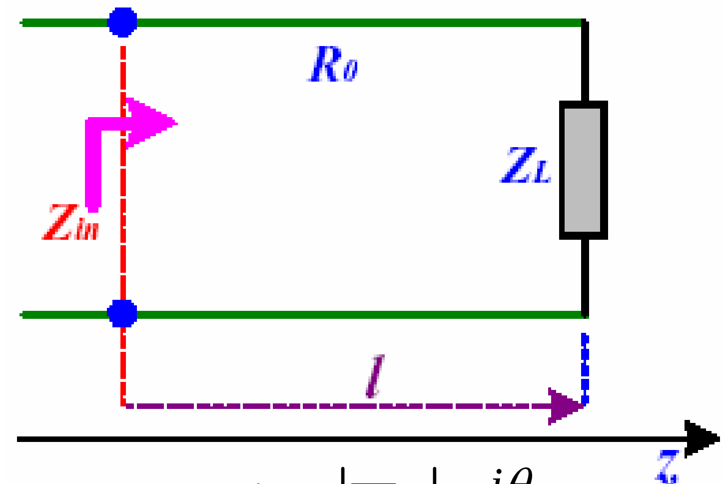
其中：$\Delta\varphi=2\beta l=2\pi\left(\frac{2l}{\lambda}\right)$

在圆周上：2π 刻度，顺时针方向是向 源？负载？

$$\Delta\varphi = 2\beta l = 2\pi\left(\frac{2l}{\lambda}\right)$$

几个特殊长度

$$Z_{in}(l) = R_0 \frac{1+|\Gamma_L|e^{j(\theta_L-\Delta\varphi)}}{1-|\Gamma_L|e^{j(\theta_L-\Delta\varphi)}}$$



（1） $l = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \Delta\varphi = 2\pi$

二分之一波长线

$$Z_{in}(l) = R_0 \frac{1+|\Gamma_L|e^{j\theta_L}}{1-|\Gamma_L|e^{j\theta_L}}$$

（2） $l = \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \Delta\varphi = \pi$

$Z_{in}(l) =$?　　阻抗倒置

四分之一波长线

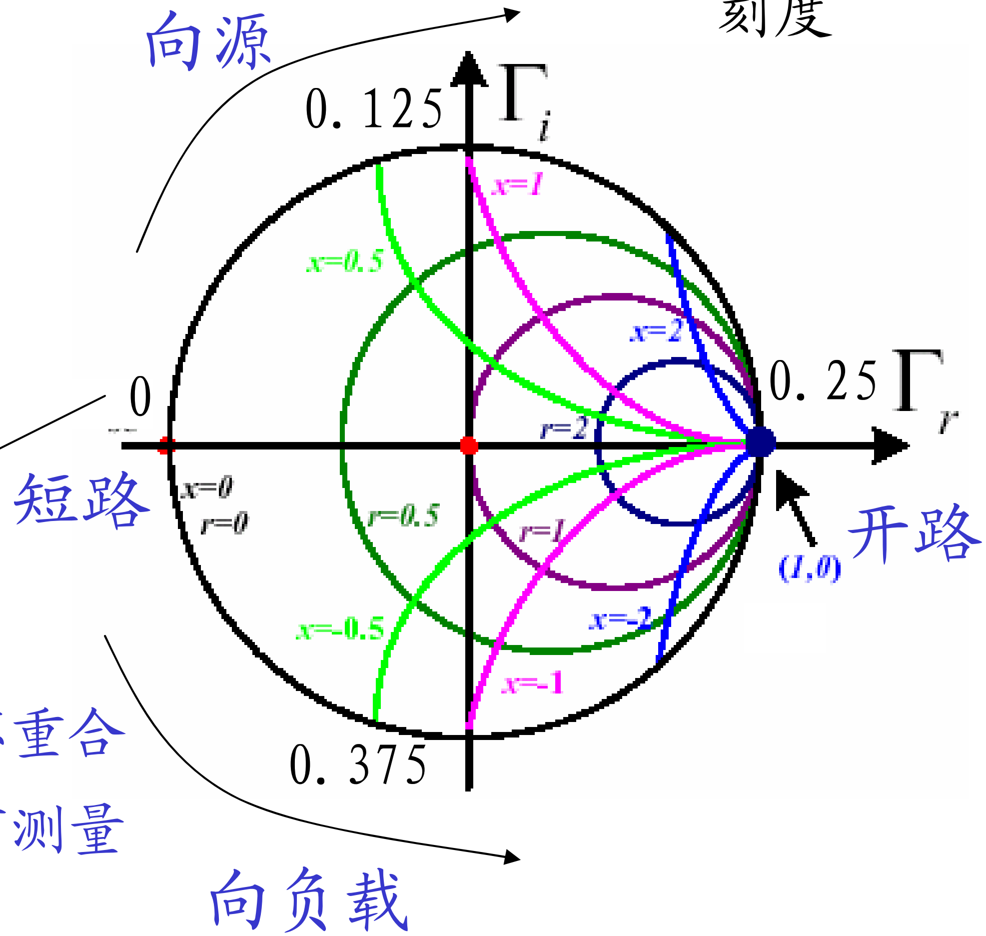
小结

电阻、电抗

等电阻圆、等电抗圆、等反射系数圆、顺时针、逆时针

驻波比

刻度



0刻度位置意义

（1）易用，与角度不重合

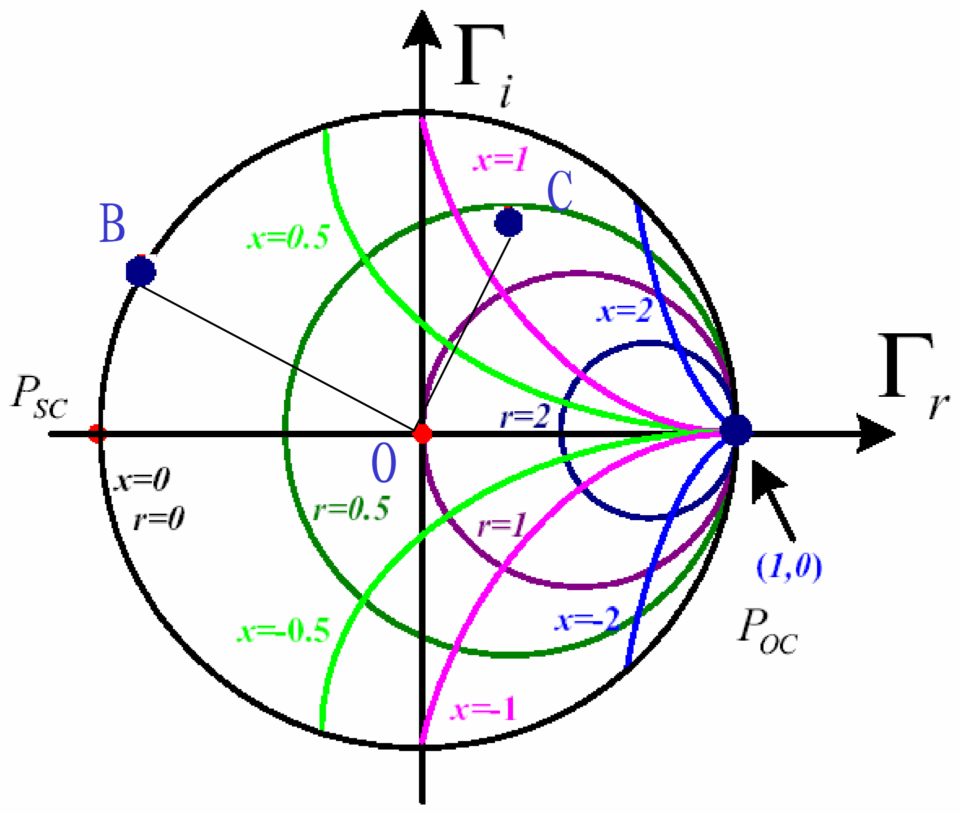
（2）电压最小值，可测量

小结

对有损耗传输线，如何使用圆图？

$$\theta(l) = \theta_L - \Delta\varphi$$

$$\frac{OC}{OB} = e^{-2\alpha l}$$



行波：SWR—无穷大，最小可测，最大可能超过极限

$$Z_{in}(l)=R_Z\frac{Z_L+jR_Z tg(\beta l)}{R_Z+jZ_L tg(\beta l)}$$

研究特定长度的传输线

（1）四分之一阻抗变换器——阻抗倒置

令 $l=\frac{\lambda}{4}$

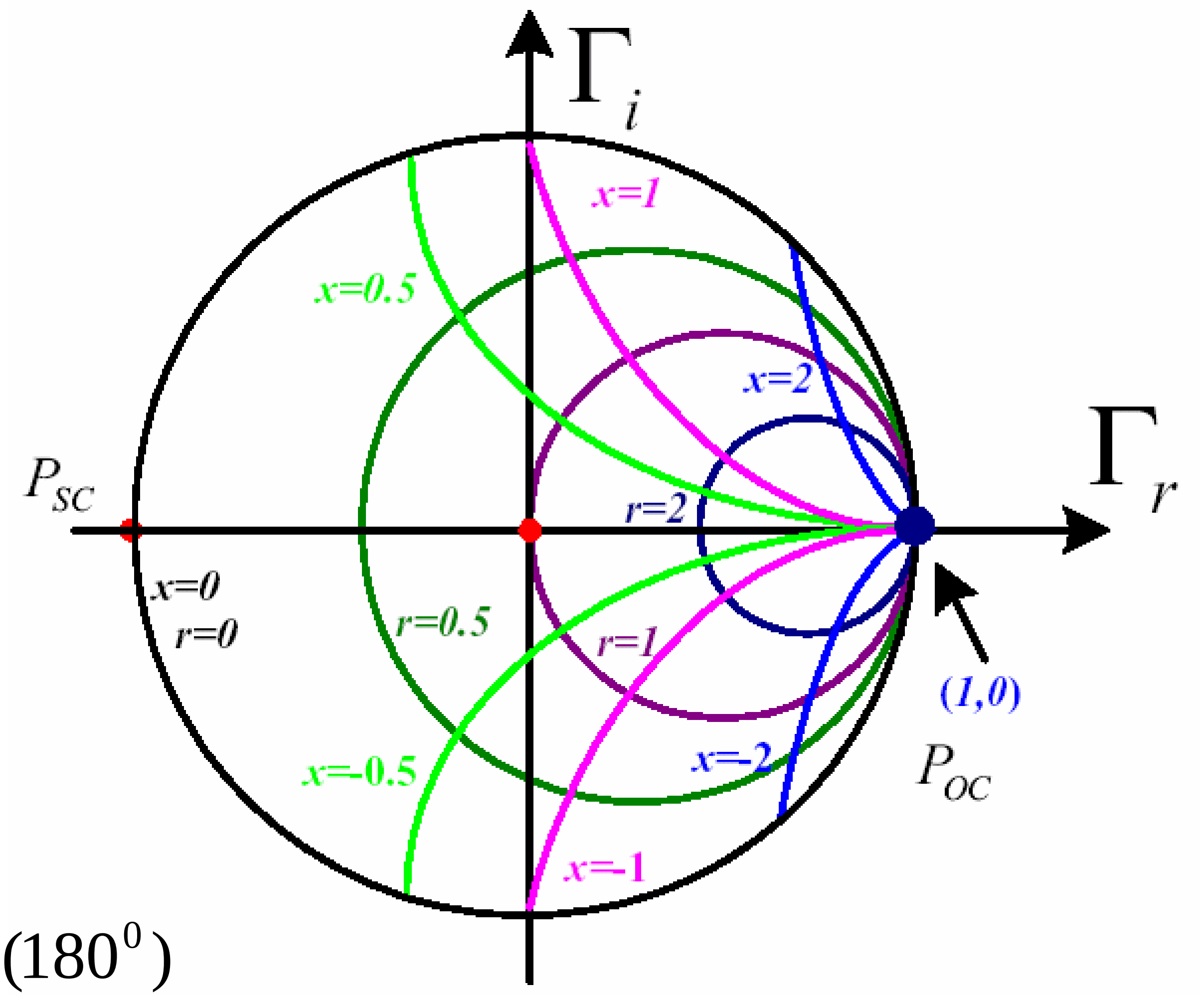
$$Z_{in}(\frac{\lambda}{4})=\lim_{\beta l\to\frac{\pi}{2}}(R_0\frac{Z_L+jR_0 tg(\beta l)}{R_0+jZ_L tg(\beta l)})=(R_0)^2\left(\frac{1}{Z_L}\right)$$

则

$$\begin{cases} Z_L=0 & \Rightarrow Z_{in}=\infty \\ Z_L=\infty & \Rightarrow Z_{in}=0 \end{cases}$$

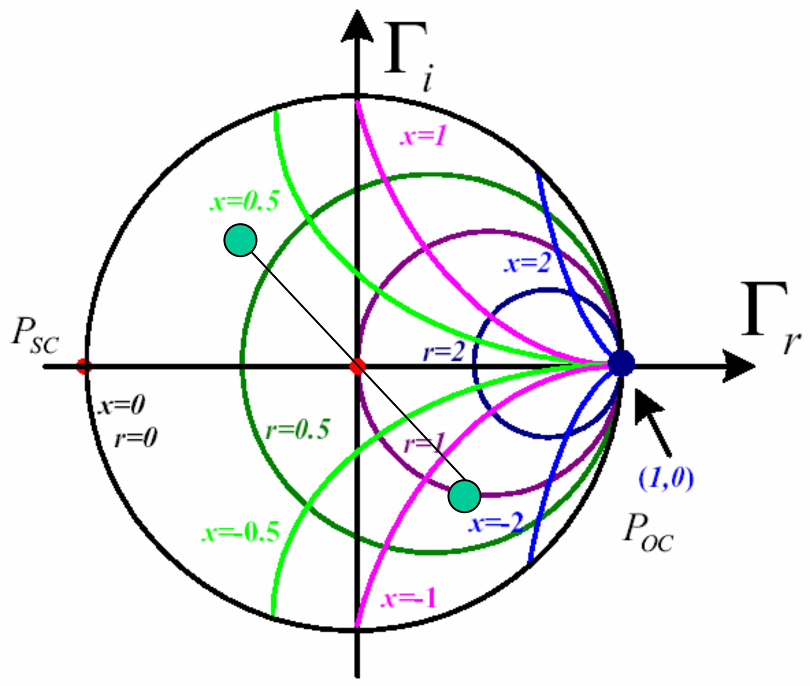
周期为 $\lambda/2$ 所以实现阻抗倒置传输线长度还可为 $l=\frac{\lambda}{4}+k\lambda/2$

史密斯圆图(Smith Chart)



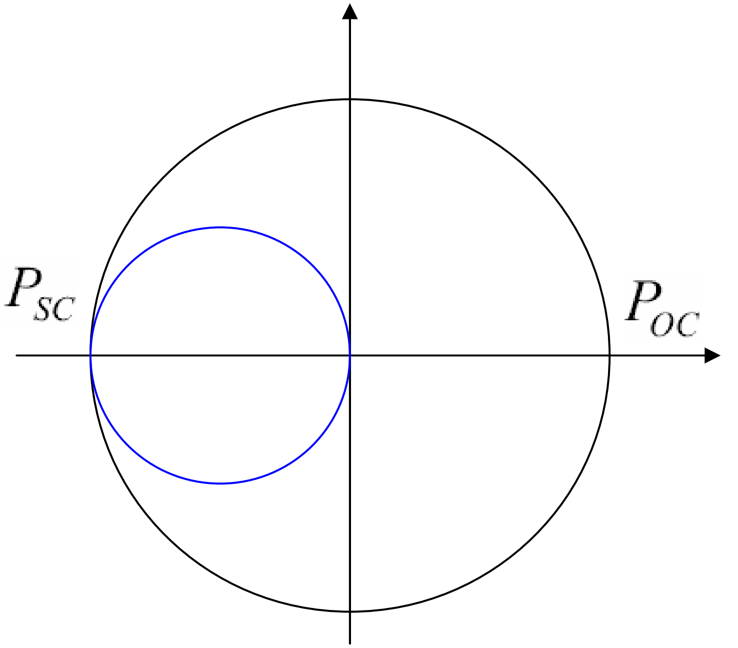
$Z \Leftrightarrow Y(180^0)$

史密斯圆图(Smith Chart)



阻抗圆图

$$Z \Leftrightarrow Y(180^0)$$

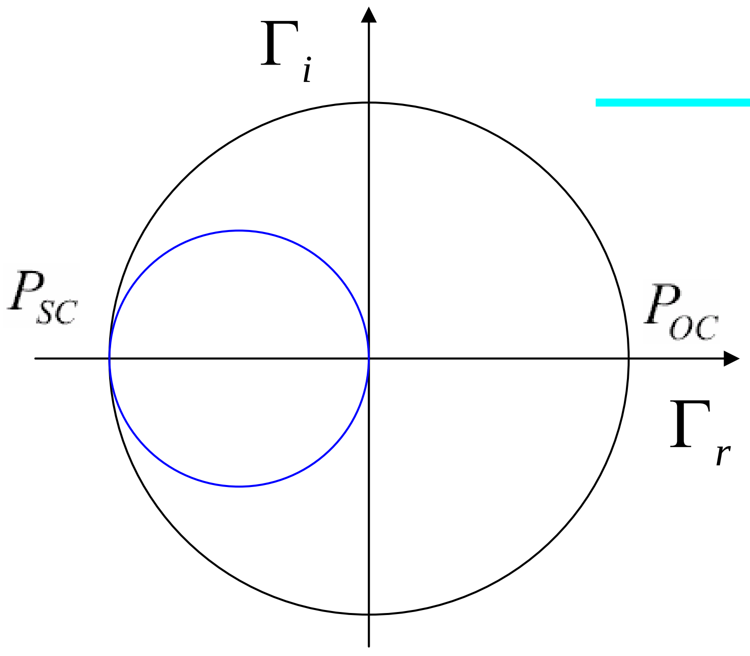


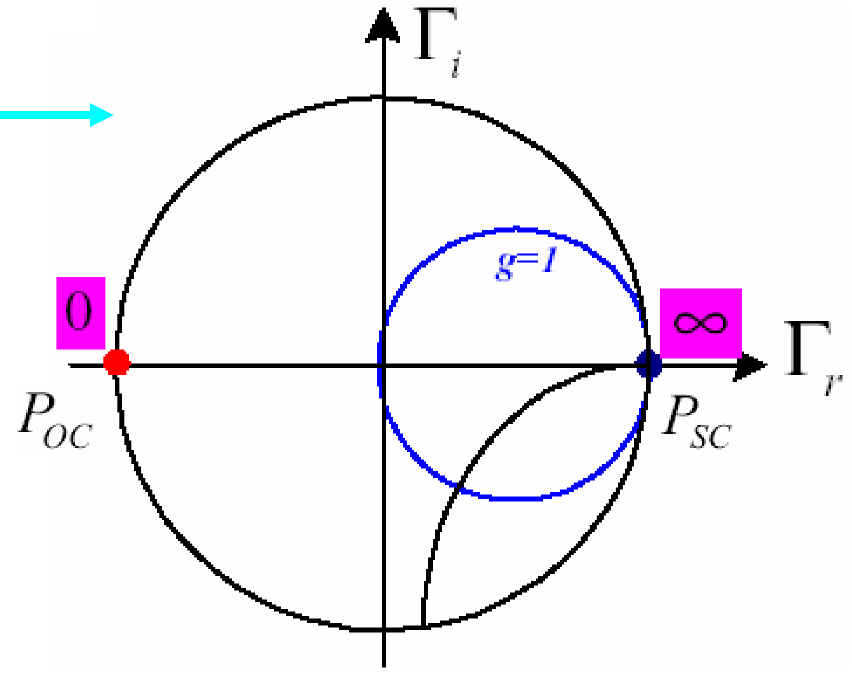
导纳圆图

史密斯圆图(Smith Chart)

导纳圆图：

转180度，变为：

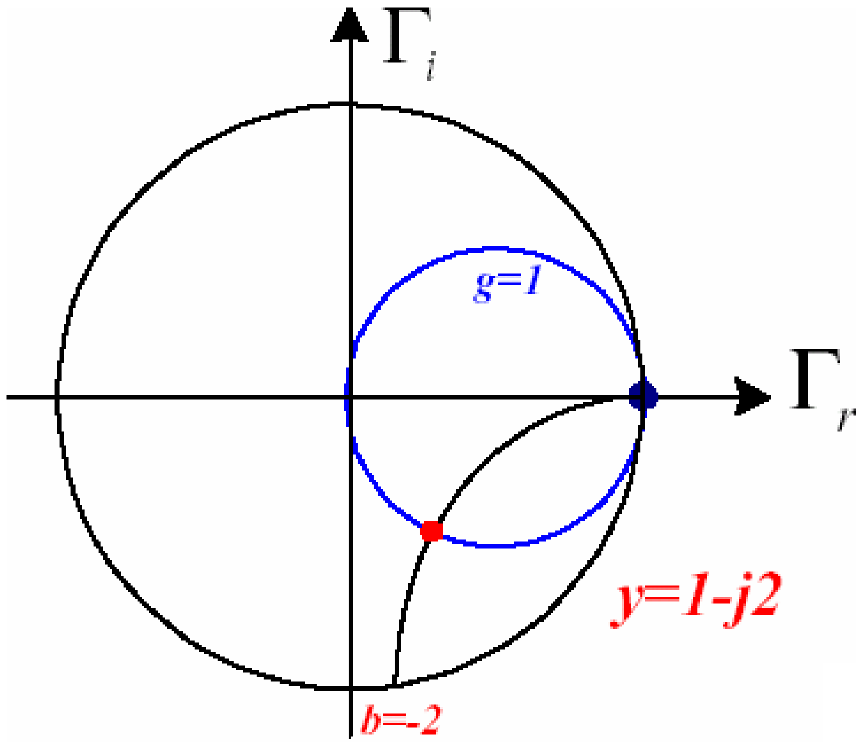


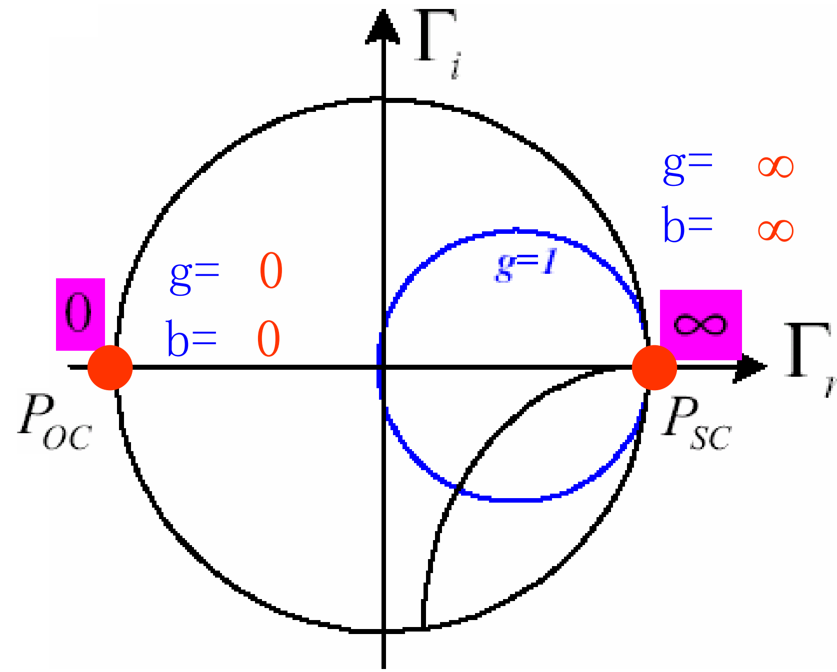


(1) 短路点
(2) 开路点

史密斯圆图(Smith Chart)

导纳圆图





史密斯圆图(Smith Chart)

导纳 $Y_L = \dfrac{1}{Z_L} = \dfrac{1}{Z_0}\dfrac{1-\Gamma}{1+\Gamma} = Y_0\dfrac{1-\Gamma}{1+\Gamma} = Y_0 y_L$

其中: $y_L = \dfrac{1-\Gamma}{1+\Gamma} = g + jb$ 为归一化导纳

电流反射系数: $\Gamma(L) = |\Gamma(L)|e^{j\theta_L} = \Gamma_r + j\Gamma_i$

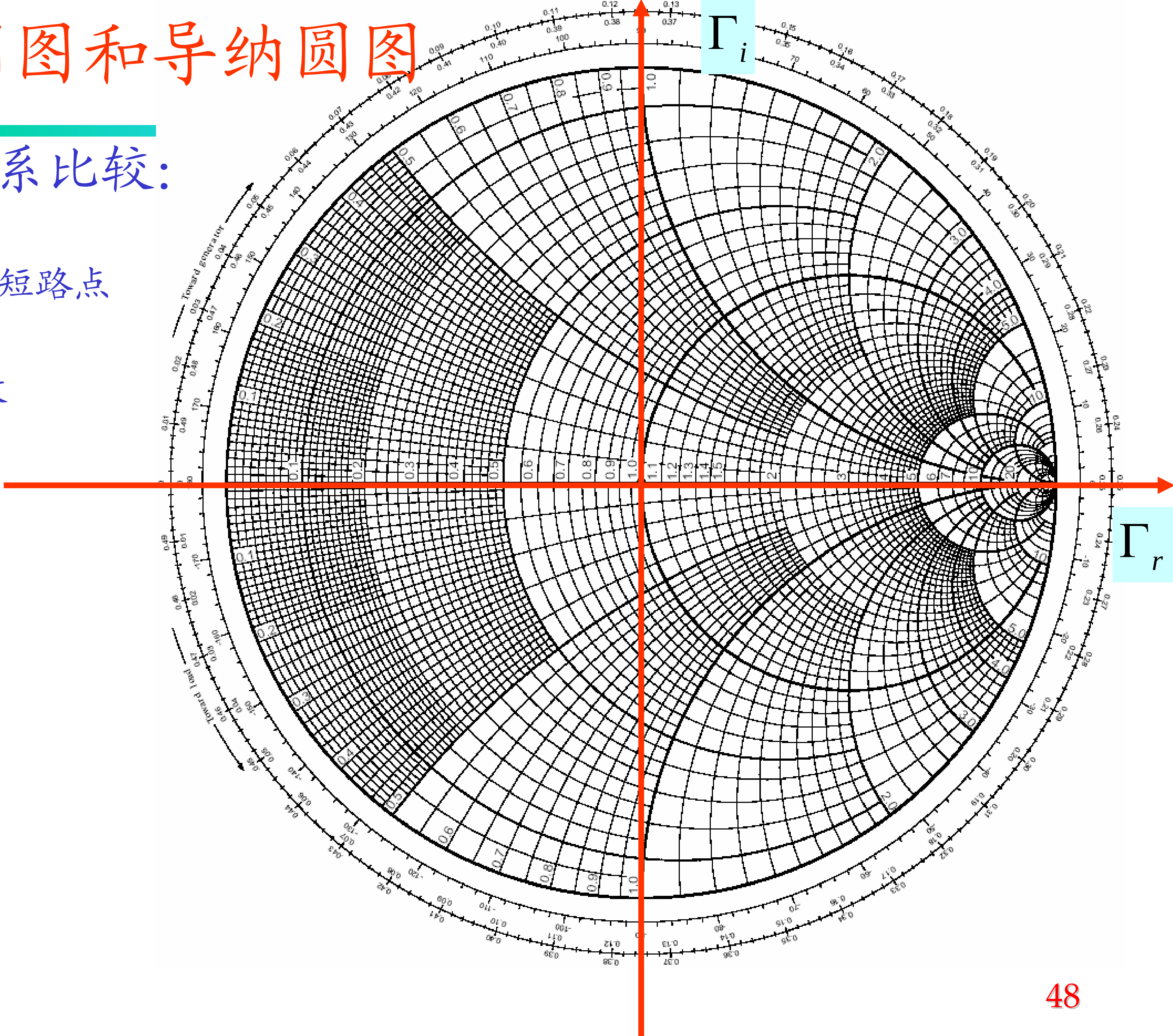
根据以上关系，同样可以画出导纳圆图

阻抗圆图和导纳圆图

对应关系比较:

开路点、短路点

反射系数



阻抗圆图和导纳圆图

对应关系：阻抗圆图	导纳圆图
r	g
x	b
$\Gamma(z)$	$\Gamma_i(z)$

由于 $\Gamma_i(z) = -\Gamma(z)$

电压振幅值腹点	电流振幅值腹点
电压振幅值节点	电流振幅值节点
开路点	短路点
短路点	开路点

史密斯圆图(Smith Chart)

例： 负载Z_L=100 + j50ohm，端接在50ohm传输线

传输线长0.15λ

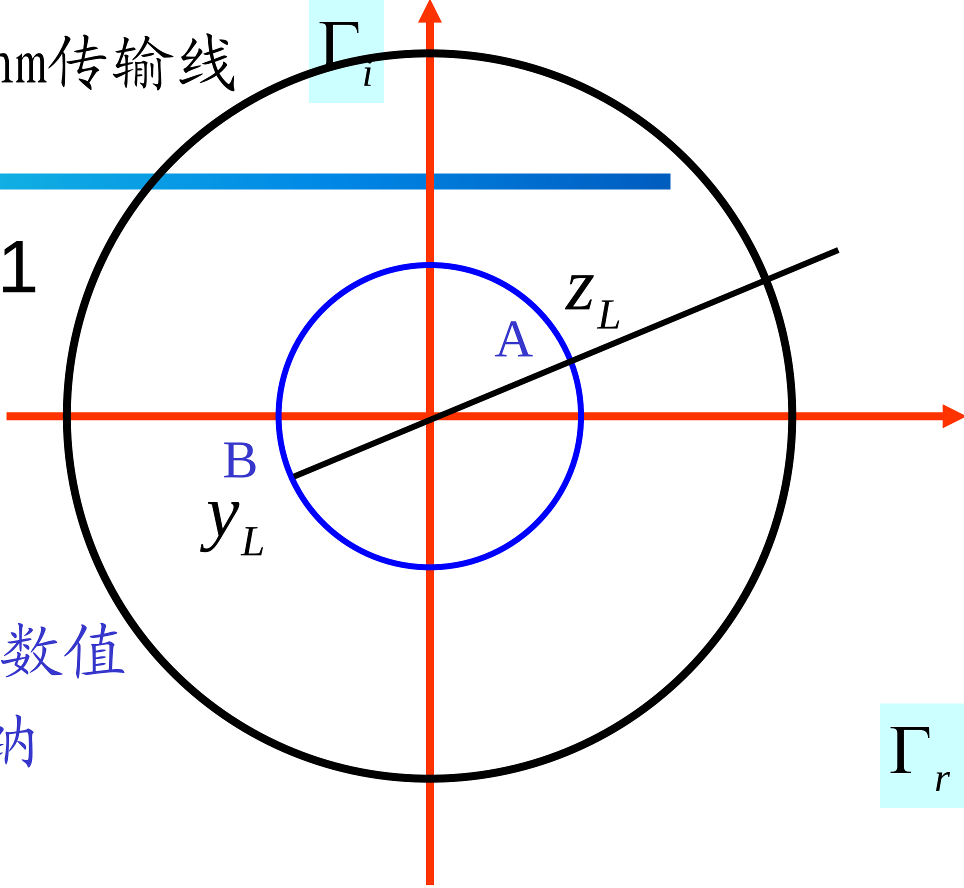
用史密斯圆图解负载导纳及输入导纳

负载Z_L=100 + j50ohm，端接在50ohm传输线
传输线长0.15λ

解 归一化：$z_L = \frac{Z_L}{R_0} = 2 + j1$

用史密斯阻抗圆图

图中定位：$r = 2 \quad x = 1$ A点



旋转180度，得B点

阻抗圆图中读出的是归一化阻抗数值

这个数值即为负载归一化导纳

$$y_L = 0.4 - j0.2 = \frac{1}{2 + j1} = \frac{1}{z_L}$$

在导纳圆图中找到负载归一化导纳点 $y_L = 0.4 - j0.2$

向顺时针转 0.15λ 得归一化输入导纳 $y_{in} = 0.61 + j0.66$

反归一化

组合阻抗一导纳史密斯圆图