第二章 传输线理论

王亚峰

wangyf@bupt.edu.cn

本章主要内容

- 集总元件电路模型
- 传输线的场分析
- 端接负载的无耗传输线
- Smith圆图的应用
- 四分之一波长变换器
- 源和负载匹配
- 有耗传输线

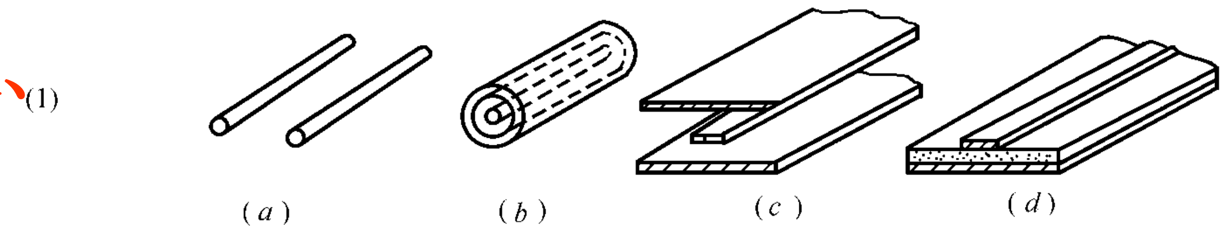
本章学习要点

- 分布参数概念（分布电阻/电感/电导/电容）
- 传输线方程的推导；传输线方程的求解
- 传输特征参量概念（反射系数、输入阻抗、特征阻抗、驻波比），及其相互关系
- 无耗传输线工作状态分析
- Smith圆图组成及应用原理
- 阻抗匹配概念

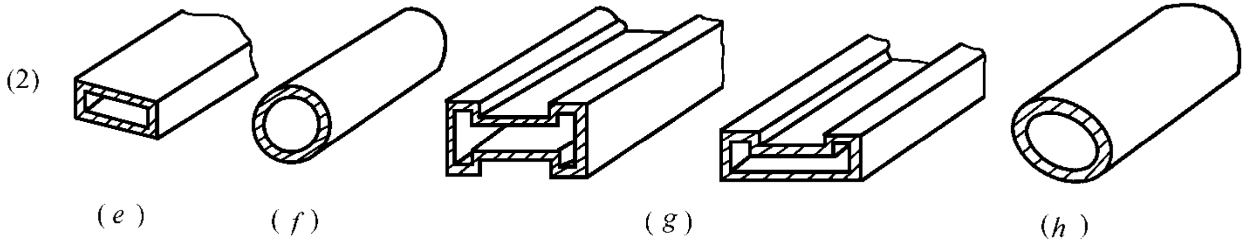
传输线理论概述

- 传输线种类——按导行电磁波类型，大致分三种

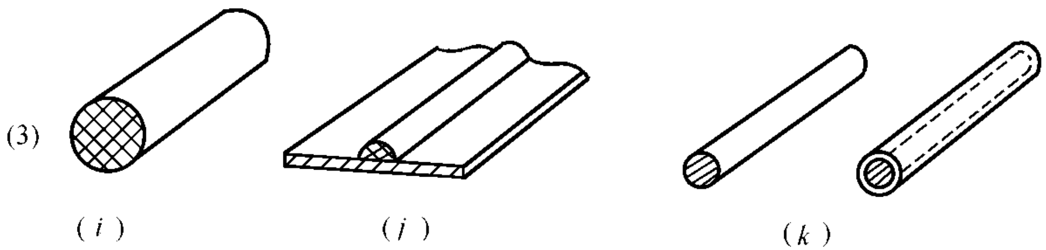
（1）TEM模、准TEM模



（2）TE、TM模（金属波导）



（3）表面波（混合模）



传输线理论概述

- **射频电路**的传输线上只传输TEM波或准TEM波
  - TEM传输线无色散。（色散：电磁波的传输速率与频率有关）
  - TEM传输线的工作频带较宽，0~几GHz
  - TEM传输线的功率容量和损耗应能满足射频设计要求
  - 但TEM传输线高频能量损耗大
- **微波电路**的传输线上还传输TE波、TM波，以及TE/TM混合波，使用波导
  - TE或TM传输线高频能量损耗小，功率容量大，但体积大，频带窄

传输线理论概述

- **传输线**——用以从一处至另一处传输高频或微波能量的装置。

（习惯上，传输线是指由两个或两个以上平行导体组成的传输能量的装置，如双绞线、同轴线、带状线、微带等。其上导行电磁波的主模为TEM模）

- 电长度—传输线几何长度l与工作波长λ的比值 l/λ

长线——几何长度大于信号波长或可以比拟（一般$l>0.1\lambda$）

- 传输线理论—分布参数理论、长线理论

在场分析和基本电路理论之间架起了桥梁

分布参数效应—分布电阻/电导/电感/电容

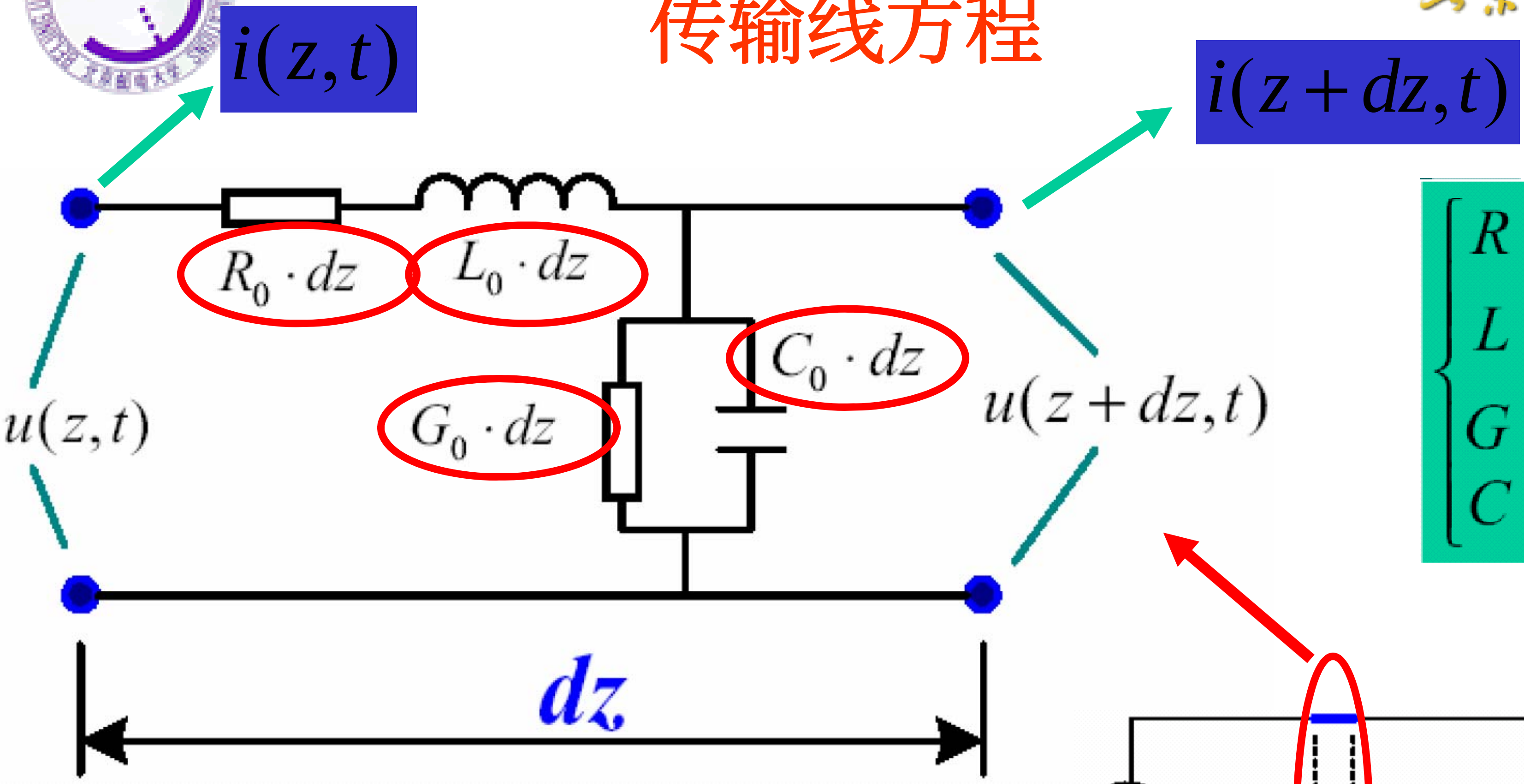
传输线方程

传输线方程也称电报方程。在沟通大西洋电缆(海底电缆)时，开尔芬首先发现了长线效应：电报信号的反射、传输都与低频有很大的不同。经过仔细研究，才知道当线长与波长可比拟或超过波长时，必须计及其波动性，这时传输线也称长线。

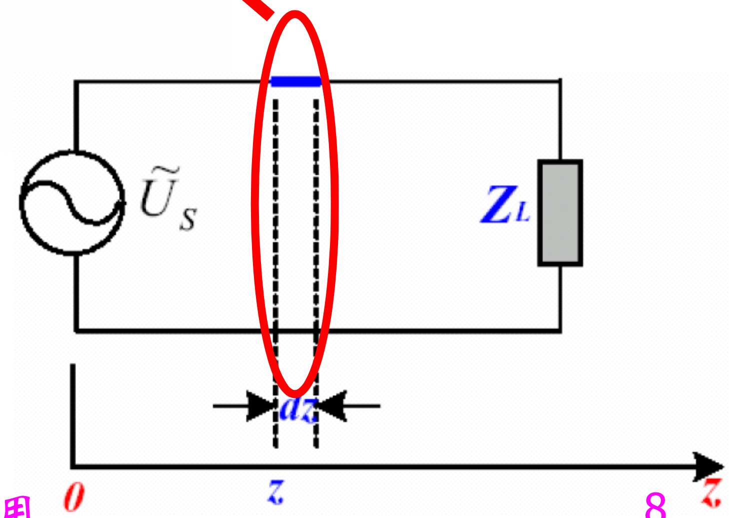
为了研究无限长传输线的支配方程，定义电压 u 和电流 i 均是距离和时间的函数，即

$$\begin{cases} u = u(z,t) \\ i = i(z,t) \end{cases}$$

传输线方程



$$
\begin{cases}
R = R_0\cdot dz \\
L = L_0\cdot dz \\
G = G_0\cdot dz \\
C = C_0\cdot dz
\end{cases}
$$



长线效应——分布参数电路：分布电阻R_0、分布电感L_0、分布电导G_0、分布电容C_0

传输线方程

- 传输线分布参数R_0、 L_0、 G_0、 C_0
  - R_0——分布电阻，两导体单位长度的串联电阻，单位为Ω/m
  - L_0——分布电感，两导体单位长度的串联电感，单位为H/m
  - G_0——分布电导，两导体单位长度的并联电导，单位为S/m
  - C_0——分布电容，两导体单位长度的并联电容，单位为F/m

传输线方程

利用**Kirchhoff**（克希荷夫）定律，有

$$\begin{cases} -u(z+\Delta z,t)+u(z,t)=\left[R_0 i(z,t)+L_0\dfrac{\partial i(z,t)}{\partial t}\right]\Delta z \\ -i(z+\Delta z,t)+i(z,t)=\left[G_0 u(z,t)+C_0\dfrac{\partial u(z,t)}{\partial t}\right]\Delta z \end{cases}$$

当 $\Delta z\to 0$时，有

$$\begin{cases} -\dfrac{\partial u(z,t)}{\partial z}=R_0 i(z,t)+L_0\dfrac{\partial i(z,t)}{\partial t} \\ -\dfrac{\partial i(z,t)}{\partial z}=G_0 u(z,t)+C_0\dfrac{\partial u(z,t)}{\partial t} \end{cases}$$

上式是均匀传输线方程或电报方程。

传输线方程

如果我们着重研究时谐(正弦或余弦)的变化情况，有

$$\begin{cases} u(z,t) = R_e\left[U(z)e^{j\omega t}\right] \\ i(z,t) = R_e\left[I(z)e^{j\omega t}\right] \end{cases}$$

式中，$U(z)$、$I(z)$只与z有关，表示在传输线z处的电压或电流的有效复值。

$$\frac{dU(z)}{dz} = -(R_0 + j\omega L_0)I(z) = ZI(z)$$

$$\frac{dI(z)}{dz} = -(G_0 + j\omega C_0)U(z) = YU(z)$$

传输线上的波传播

北京郵電大學

电压与电流的波方程

$$\frac{d^2U(z)}{dz^2}-\gamma^2U(z)=0$$

$$\frac{d^2I(z)}{dz^2}-\gamma^2I(z)=0$$

$$\gamma=\alpha+j\beta=\sqrt{(R_0+j\omega L_0)(G_0+j\omega C_0)}$$ ——复传播常数

$$\alpha=\frac{R_0}{2}\sqrt{\frac{C_0}{L_0}}+\frac{G_0}{2}\sqrt{\frac{L_0}{C_0}}=\alpha_c+\alpha_d$$

$$\beta=\omega\sqrt{L_0C_0}$$

无耗 →

$R_0=0,\ G_0=0$

$$\left.\begin{aligned}\alpha&=0\\ \beta&=\omega\sqrt{L_0C_0}\end{aligned}\right\}$$

传输线上的波传播

- 电压与电流的行波解

$$U(z) = U_0^+ e^{-\gamma z} + U_0^- e^{\gamma z}$$

$$I(z) = I_0^+ e^{-\gamma z} + I_0^- e^{\gamma z}$$

传输线上的波传播

北京郵電大學

➢传输线上电压与电流的关系——特征阻抗

$$I(z)=\frac{\gamma}{R_0+j\omega L_0}[U_0^+e^{-\gamma z}-U_0^-e^{\gamma z}]$$

定义特征阻抗

$$Z_0=\frac{R_0+j\omega L_0}{\gamma}=\sqrt{\frac{R_0+j\omega L_0}{G_0+j\omega C_0}}\xrightarrow{\text{无耗}}Z_0=\sqrt{\frac{L_0}{C_0}}$$

由于 $$I(z)=I_0^+e^{-\gamma z}+I_0^-e^{\gamma z}$$

因此有

$$Z_0=\frac{U_0^+}{I_0^+}=\frac{-U_0^-}{I_0^-}$$

传输线的场分析

➢传输线参量的场分析——从能量守恒角度

平均磁储能

$$\begin{cases} W_m = \dfrac{\mu}{4}\int_S \bar{H}\cdot\bar{H}^* ds \\ W_m = L\,|I_0^2|/4 \end{cases} \Rightarrow L$$

平均电储能

$$\begin{cases} W_e = \dfrac{\varepsilon}{4}\int_S \bar{E}\cdot\bar{E}^* ds \\ W_m = C\,|V_0^2|/4 \end{cases} \Rightarrow C$$

功率损耗

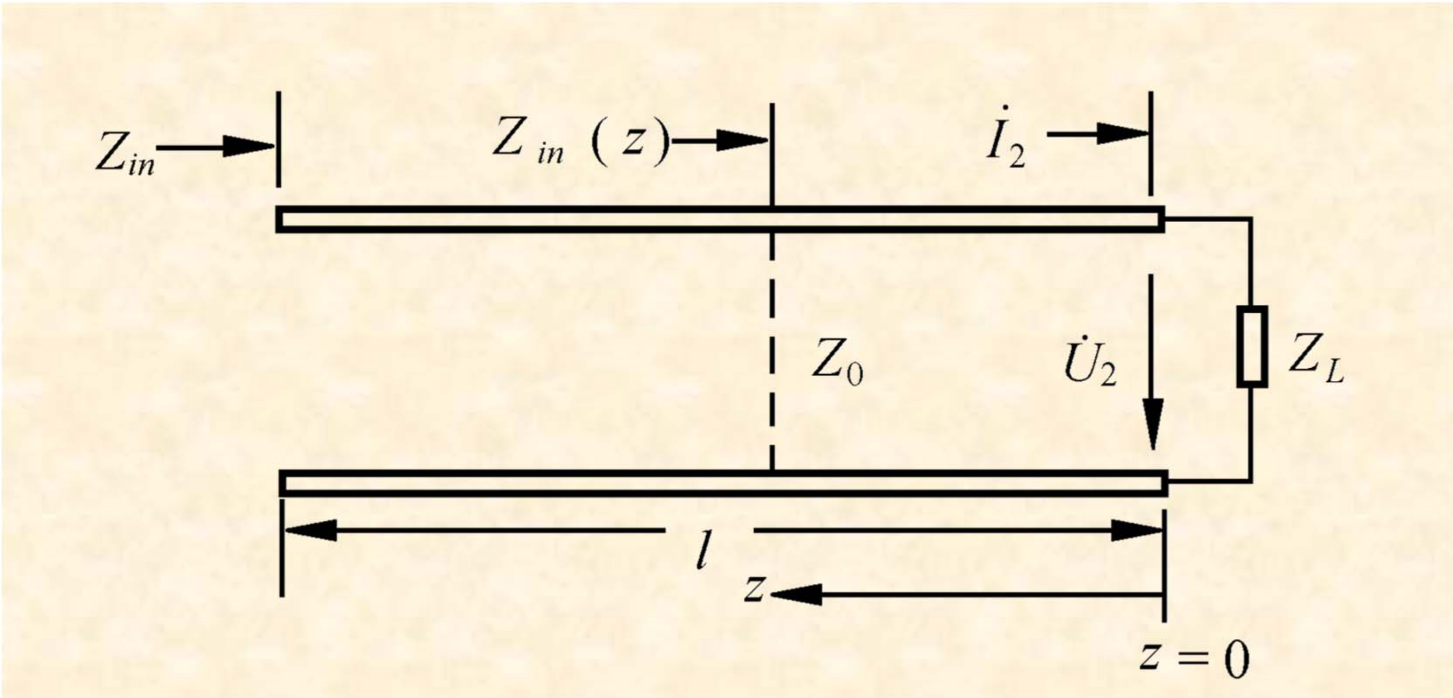
$$\begin{cases} P_c = \dfrac{R_S}{2}\int_{C_1+C_2} \bar{H}\cdot\bar{H}^* dl \\ P_c = R\,|I_0^2|/2 \end{cases} \Rightarrow R$$

功率耗散

$$\begin{cases} P_d = \dfrac{\omega\varepsilon''}{2}\int_S \bar{E}\cdot\bar{E}^* ds \\ P_c = G\,|V_0^2|/2 \end{cases} \Rightarrow G$$

终端接负载的无损传输线

反映传输线任意一点特性的参量是反射系数Γ和输入阻抗Z_{in}。



由终端向负载的距离：$z=-l$

不同边界条件下的解

$$\begin{cases} U(z)=U_0^+e^{-j\beta z}+U_0^-e^{j\beta z} \\ I(z)=I_0^+e^{-j\beta z}+I_0^-e^{j\beta z} \end{cases}$$

$$Z_0=\frac{U_0^+}{I_0^+}=-\frac{U_0^-}{I_0^-}$$

$$\Rightarrow \quad U(z)=U_0^+e^{-j\beta z}+U_0^-e^{j\beta z}$$

$$I(z)=\frac{U_0^+}{Z_0}e^{-j\beta z}-\frac{U_0^-}{Z_0}e^{j\beta z}$$

常用边界条件:

（1）已知终端电压$U(0)$和电流$I(0)$；

（2）已知始端的电压$U(-l)$和电流$I(-l)$

（3）已知电源电动势E_g、电源阻抗Z_g和 负载阻抗Z_L

$$I(-l)=I_l, U(-l)=E_g-I_lZ_g$$

$$U(0)=I(0)Z_L$$

不同边界条件下的解

北京郵電大學

例：已知始端的电压$U(-l)$和电流$I(-l)$，求$U(z)$ 和$I(z)$

边界条件带入得

$$U(-l)=U_0^+e^{j\beta l}+U_0^-e^{-j\beta l}=U_{-l}$$

$$I(-l)=\frac{U_0^+}{Z_0}e^{j\beta l}-\frac{U_0^-}{Z_0}e^{-j\beta l}=I_{-l}$$

$$U_0^+=?$$

$$U_0^-=?$$

$$U_0^+=\frac{U_{-l}+I_{-l}Z_0}{2}e^{-j\beta l}$$

$$U_0^-=\frac{U_{-l}-I_{-l}Z_0}{2}e^{j\beta l}$$

$$U(z)=\frac{U_{-l}+I_{-l}Z_0}{2}e^{-j\beta(l+z)}+\frac{U_{-l}-I_{-l}Z_0}{2}e^{j\beta(l+z)}$$

$$I(z)=$$

传输线的反射系数

- 反射系数：距终端l处的反射波电压 $U_0^-(-l)$ 与入射波电压$U_0^+(-l)$之比定义为该处的电压反射系数，即

$$\Gamma_u(l)=\frac{U_0^- e^{-j\beta l}}{U_0^+ e^{j\beta l}}=\frac{U_0^-}{U_0^+}e^{-2j\beta l} \qquad (z=-l)$$

电流反射系数

$$\Gamma_i(l)=\frac{I_0^- e^{-j\beta l}}{I_0^+ e^{j\beta l}}=-\Gamma_u(0)e^{-2j\beta l}=-\Gamma_u(l)$$

终端反射系数

$$\Gamma_L=\frac{U_0^-}{U_0^+}=|\Gamma_L|e^{j\phi} \Longrightarrow \Gamma_u(l)=\Gamma_L e^{-2j\beta l}$$

反射系数的性质

- 传输线上任意一点的电压与电流

$$U(z)=U_0^+e^{-j\beta z}+U_0^-e^{j\beta z}=U_0^+[e^{-j\beta z}+\Gamma_L e^{j\beta z}]$$

$$I(z)=I_0^+e^{-j\beta z}+I_0^-e^{j\beta z}=I_0^+[e^{-j\beta z}-\Gamma_L e^{j\beta z}]$$

- 无耗传输线反射系数的模是系统的不变量

$$|\Gamma(l)|=|\Gamma_L|$$

- 反射系数具有**周期性**

$$\Gamma(l+m\lambda/2)=\Gamma(l)$$

这一性质的深层原因是传输线的波动性，也称为二分之一波长的重复性。

传输线上的功率

- 传输线上任意一点的平均功率流

$$P_{av}=\frac{1}{2}\mathrm{Re}[U(z)I(z)^{*}]$$

$$=\frac{1}{2}\frac{|U_0^+|^2}{Z_0}\mathrm{Re}\{1-\Gamma_L^{*}e^{-2j\beta z}+\Gamma_L e^{2j\beta z}-|\Gamma_L|^2\}$$

$$=\frac{1}{2}\frac{|U_0^+|^2}{Z_0}\mathrm{Re}\{1-|\Gamma_L|^2\}$$

入射波功率 $P_{avi}=\frac{1}{2}\mathrm{Re}[U_0^+e^{-j\beta z}\cdot(I_0^+e^{-j\beta z})^{*}]=\frac{|U_0^+|^2}{2Z_0}$

反射波功率 $P_{avr}=\frac{1}{2}\mathrm{Re}[\Gamma_L U_0^+e^{j\beta z}\cdot(\Gamma_L I_0^+e^{j\beta z})^{*}]=\frac{|\Gamma_L|^2|U_0^+|^2}{2Z_0}$

$$\boxed{P_{av}=P_{avi}-P_{avr}}$$

回波损耗

- 定义回波损耗为

$$RL = -20\lg|\Gamma| \quad \text{dB}$$

- **$|\Gamma|=1$，$RL=0$**，全反射，回波功率没有损失，所有功率均反射回来；
- **$|\Gamma|=0$，$RL=\infty$**，负载匹配，回波功率全损失，所有的功率均传给负载；
- **$0<|\Gamma|<1$，$0<RL<\infty$**，部分功率反射回来，部分功率传给负载。