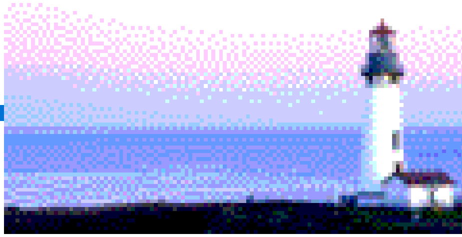
主 要 内 容



传输线

是微波技术中最重要最基本的元件，能将能量进行传递、构成微波元器件

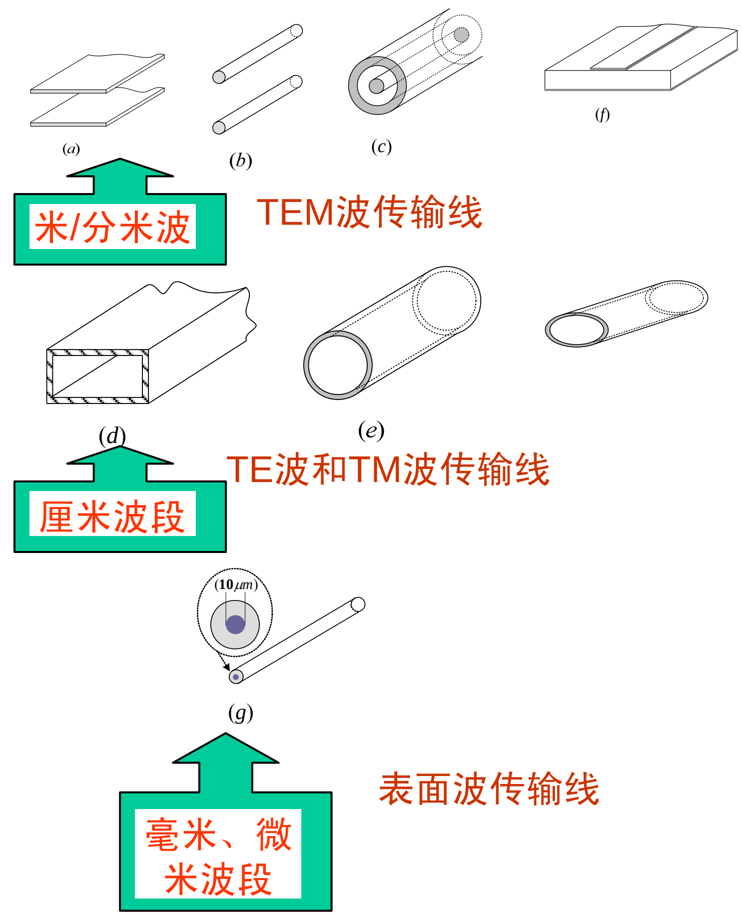
传输线：能够导引电磁波沿一定方向传输的导体、介质或由它们共同组成的导波系统

按传输电磁波的模式来分类：

TEM波传输线，如双导线、同轴线、带状线和微带线（严格地讲，是准TEM波）等，属于双导体传输系统

TE波和TM波传输线，如矩形、圆形、脊形和椭圆形波导(Waveguide)等，由空心金属管构成，属单导体传输系统（“双导体”也可传TE和TM波，但常用主模TEM波）

表面波传输线，如介质波导等，电磁波聚集在传输线内部及其表面附近沿轴线方向传播，一般的是混合波型（TE波和TM波的叠加），也可传播TE或TM波



工作频带宽、功率容量大、稳定性好、损耗小、尺寸小和成本低

研究内容

传输线理论包括：

•横向问题:研究所传输波型的电磁波在传输线横截面内电场和磁场的分布规律(亦称场结构、模式、波型)；

•纵向问题:研究电磁波沿传输线轴向的传播特性和场的分布规律；

横向问题：求解电磁场的边值问题(Maxwell's Equation)，不同类型或同一类型但结构型式不同的传输线，具有不同的边界条件，应分别研究。

Maxwell's Equation解 → 严格

由于传输线终端所接负载的不同，当沿着传输线的纵向(轴向)观察时，可能是行波、行驻波或纯驻波

纵向问题：用一等效简单传输线描述。根据传输线的分布参数用电路的方法来分析电压波(与电场对应)和电流波(与磁场对应)随时间和空间的变化规律。

电路方法解 → 近似

利用阻抗圆图 → 简单直观

传输线长度 cm 传输信号（电磁波）的波长

- 直流信号：频率为零，波长无限长——直流分析
- 低频信号：如交流50Hz，波长在km量级——短线
- 高频信号：传输线长度和波长可以相比拟

  - 例如：CDMA射频信号，800MHz，波长0.38m：传输线长度就需要考虑了

- **结论：微波频率很高，波长很短：1m~1mm，传输线长度与波长在一数量级上，即传输线长度和波长可以相比拟，所以传输线都属于长线，需要用传输线理论进行分析**

传输线理论的分析要点

- 传输线本身的：电容、电感、串联电阻、并联电导
- 传输线的这些参数是分布的

- 需要考虑：
  - 电导率有限，且存在趋肤效应——串联分布电阻
  - 导线中电流－产生高频磁场——串联分布电感
  - 导体间电压－产生高频电场——并联分布电容
  - 导体间非理想介质－漏电流——串联？并联？分布电导

均匀双传输线---传输TEM波

- 当传输信号的波长与传输线长度可比拟时，传输线上各点的电流电压的大小、相位就不同了

——电路具有分布参数

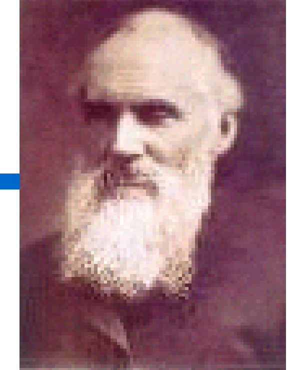
- 均匀传输线：

参数沿线是均匀分布的——四参数

R_0 L_0 G_0 C_0

——单位长度的值

传输线的分析：路的方法



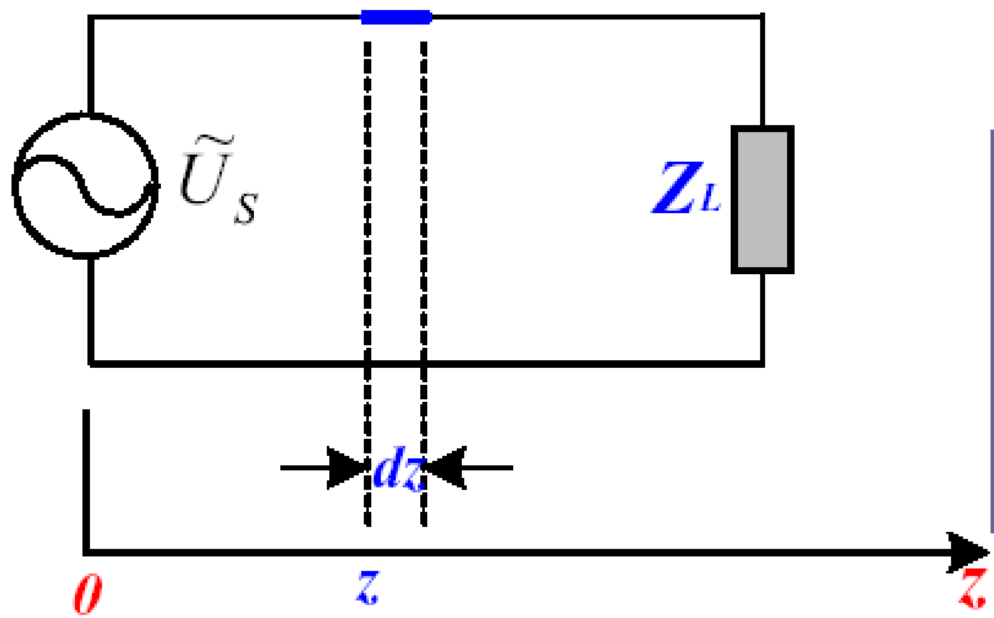
传输线方程也称电报方程。在沟通大西洋电缆(海底电缆)时，开尔芬首先发现了长线效应：电报信号的反射、传输都与低频有很大的不同。经过仔细研究，才知道当线长与波长可比拟或超过波长时，我们必须计及其波动性，这时传输线也称长线。

为了研究无限长传输线的支配方程，定义电压u和电流i均是距离和时间的函数，即

$$\begin{cases} u = u(z,t) \\ i = i(z,t) \end{cases}$$

传输线的分析：路的方法

传输线方程——电报方程



一定长度的传输线，可以表示为很多段微分长度为dz（dz<<λ）的均匀传输线（或其等效电路）的级联。

- **出发点：**
  - dz<<z、λ时，集总参数
  - 电路分析原理 ——→ 基尔霍夫电压和电流定律

基尔霍夫

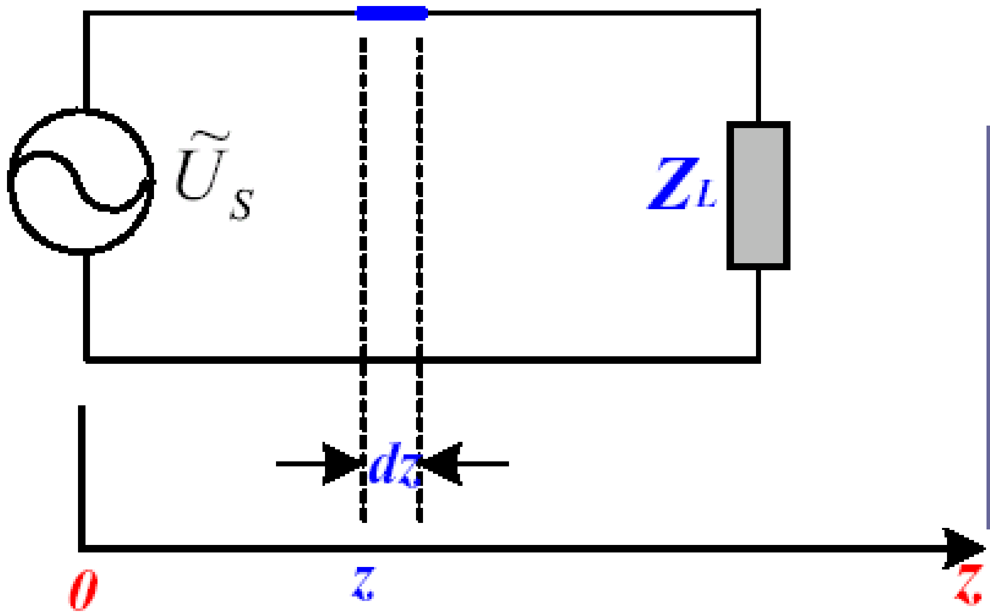
G.R.Gustav Robert Kirchhoff (1824～1887)德国物理学家、化学家和天文学家。

1845年提出基尔霍夫电流定律、基尔霍夫电压定律和基尔霍夫电路定律,发展了欧姆定律,对电路理论有重大贡献。

基尔霍夫,G.R.

传输线的分析：路的方法

传输线方程——电报方程



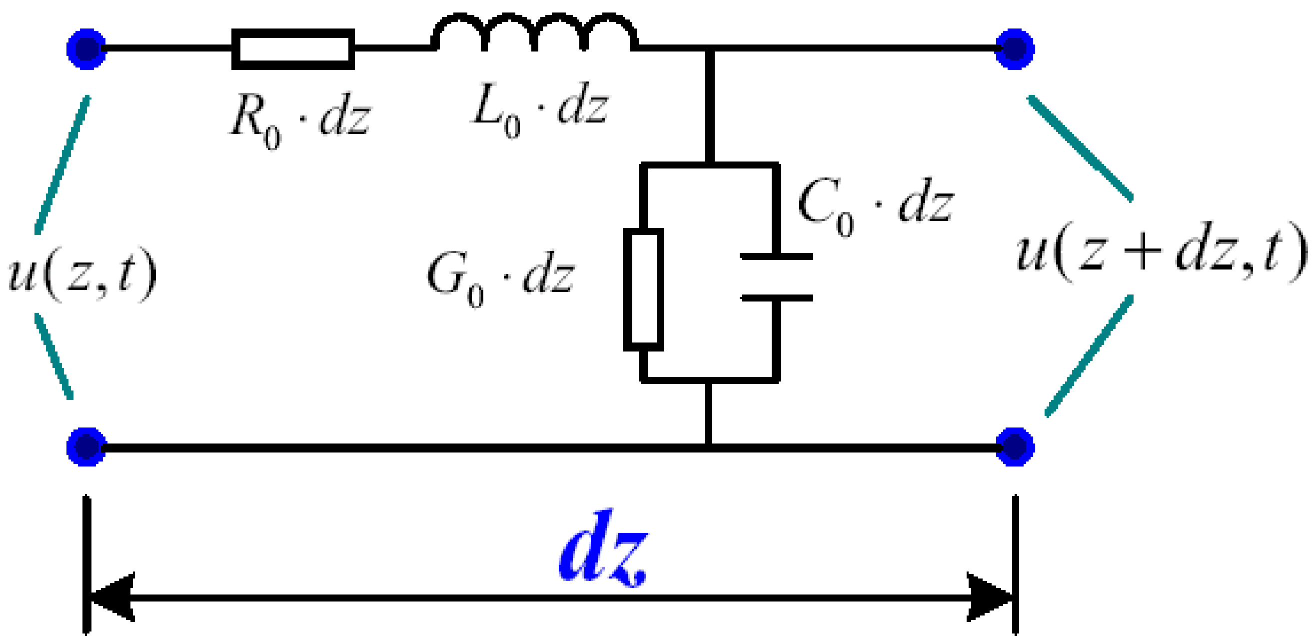
一定长度的传输线，可以表示为很多段微分长度为dz（dz<<λ）的均匀传输线（或其等效电路）的级联。

- **出发点：**
  - dz<<z、λ时，集总参数
  - 电路分析原理

基尔霍夫电压和电流定律

两定理：电压（环：一圈下来为0）
电流（流入某节点和流出的相等）

Telegraphist's Equations

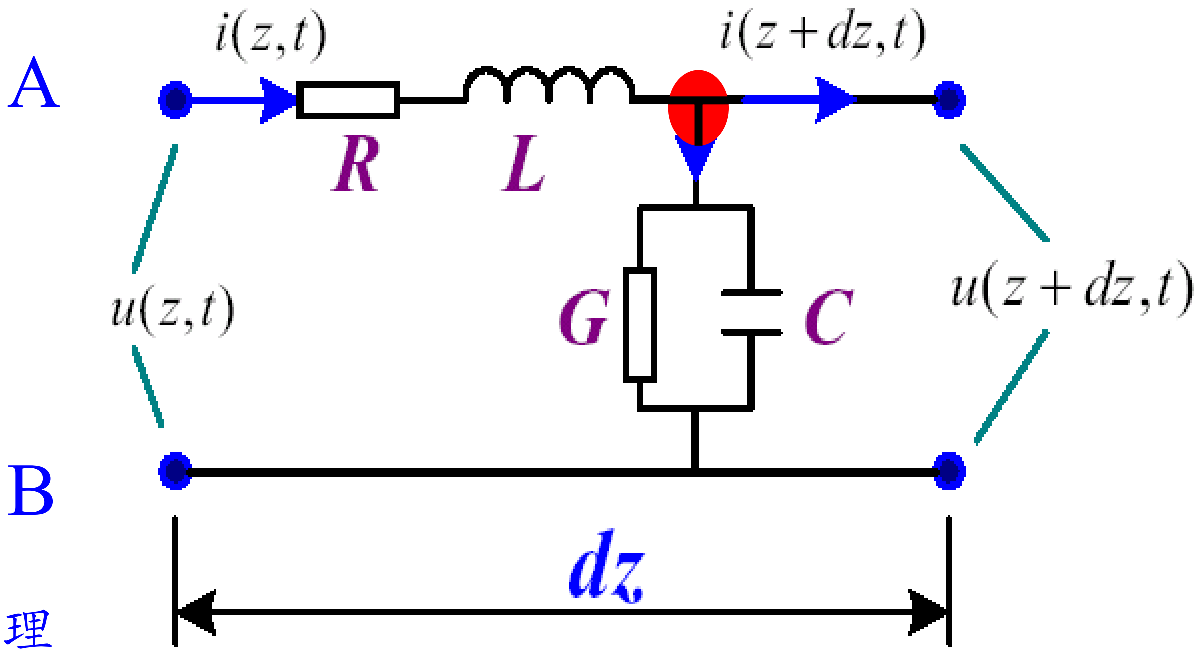


设

$$\begin{cases} R = R_0 \cdot dz \\ L = L_0 \cdot dz \\ G = G_0 \cdot dz \\ C = C_0 \cdot dz \end{cases}$$

dz<<z 、 λ 时，集总参数

Telegraphist's Equations



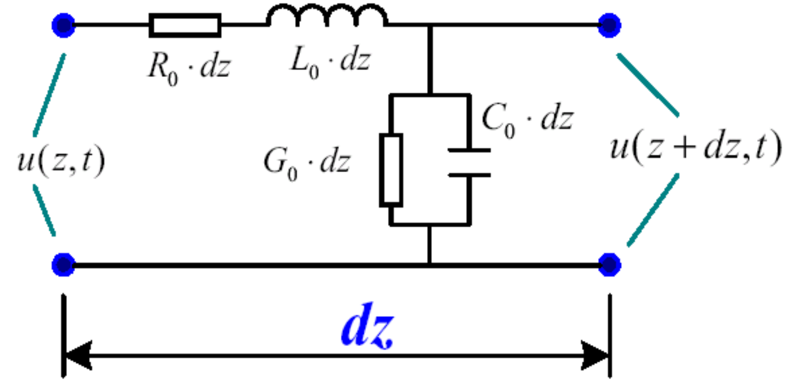
电路分析原理

基尔霍夫电压和电流定律

电压：$u(z,t)-(R_0\cdot dz)\cdot i(z,t)-\frac{\partial i(z,t)}{\partial t}\cdot(L_0\cdot dz)-u(z+dz,t)=0$

电流：$i(z,t)-(G_0\cdot dz)\cdot u(z+dz,t)-\frac{\partial u(z+dz,t)}{\partial t}\cdot(C_0\cdot dz)-i(z+dz,t)=0$

均匀传输线方程



$$\because \begin{cases} u(z+dz,t)-u(z,t)=\dfrac{\partial u(z,t)}{\partial z}\cdot dz \\ i(z+dz,t)-i(z,t)=\dfrac{\partial i(z,t)}{\partial z}\cdot dz \end{cases}$$

$$\begin{cases} u(z,t)-(R_0\cdot dz)\cdot i(z,t)-L_0\cdot\dfrac{\partial i(z,t)}{\partial t}\cdot dz-u(z+dz,t)=0 \\ i(z,t)-(G_0\cdot dz)\cdot u(z+dz,t)-C_0\cdot\dfrac{\partial u(z+dz,t)}{\partial t}\cdot dz-i(z+dz,t)=0 \end{cases}$$

$$-(R_0\cdot dz)\cdot i(z,t)-\frac{\partial i(z,t)}{\partial t}\cdot(L_0\cdot dz)=u(z+dz,t)-u(z,t)=\frac{\partial u(z,t)}{\partial z}\cdot dz$$

$$-(G_0\cdot dz)\cdot u(z+dz,t)-\frac{\partial u(z+dz,t)}{\partial t}\cdot(C_0\cdot dz)=i(z+dz,t)-i(z,t)=\frac{\partial i(z,t)}{\partial z}\cdot dz$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -\dfrac{\partial u(z,t)}{\partial z}=R_0\cdot i(z,t)+L_0\cdot\dfrac{\partial i(z,t)}{\partial t} \\ -\dfrac{\partial i(z,t)}{\partial z}=G_0\cdot u(z,t)+C_0\cdot\dfrac{\partial u(z,t)}{\partial t} \end{cases}$$

一段

Telegraphist’s Equations

时谐状态：信号源为正弦波、稳态

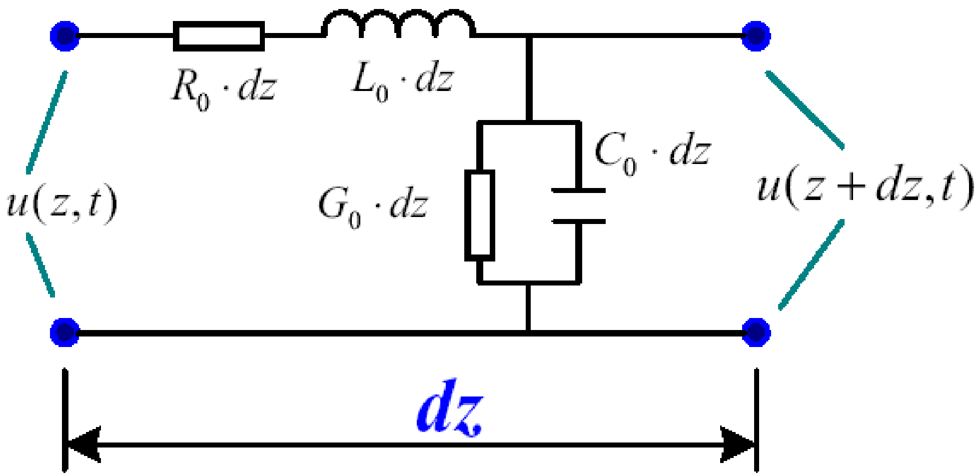
$$u(z,t)=U(z)e^{j\omega t}$$

$$\begin{cases} -\dfrac{\partial u(z,t)}{\partial z}=R_0\cdot i(z,t)+L_0\cdot\dfrac{\partial i(z,t)}{\partial t} \\ -\dfrac{\partial i(z,t)}{\partial z}=G_0\cdot u(z,t)+C_0\cdot\dfrac{\partial u(z,t)}{\partial t} \end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases} -\dfrac{d\tilde{U}}{dz}=(R_0+j\omega\cdot L_0)\cdot\tilde{I} \\ -\dfrac{d\tilde{I}}{dz}=(G_0+j\omega\cdot C_0)\cdot\tilde{U} \end{cases}$$

表示复数形式

$$\begin{cases} \tilde{U}=\tilde{U}(z,t) \\ \tilde{I}=\tilde{I}(z,t) \end{cases}$$



均匀传输线波动方程

$$\begin{cases} -\dfrac{d\widetilde{U}}{dz} = (R_0 + j\omega \cdot L_0)\cdot \widetilde{I} \\ -\dfrac{d\widetilde{I}}{dz} = (G_0 + j\omega \cdot C_0)\cdot \widetilde{U} \end{cases}$$

把电流、电压分别代入

$$\widetilde{I} = -\frac{1}{(R_0 + j\omega L_0)}\frac{d\widetilde{U}}{dz}$$

得到

$$\frac{d^2\widetilde{U}}{dz^2} = \gamma^2 \widetilde{U}$$

$$\frac{d^2\widetilde{I}}{dz^2} = \gamma^2 \widetilde{I}$$

高频传输线方程
－一维波动方程

其中， γ为传播系数

$$\gamma = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)} = \alpha + j\beta$$

传播系数

传播系数

$$\gamma = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)} = \sqrt{ZY} = \alpha + j\beta = |\gamma| e^{j\theta}$$

- 串联阻抗： $Z = R_0 + j\omega L_0$
- 并联导纳： $Y = G_0 + j\omega C_0$
- 衰减常数： α （Np/m）（*Neper*）
- 相移常数： $\beta = \omega\sqrt{LC}$ （Rad/m）（*Radian*）
- 相速度： $v_p = \omega / \beta = 1/\sqrt{LC}$

无损耗时： $R_0=0, G_0=0$

传播系数 $\gamma = j\omega\sqrt{L_0 C_0}$ 为纯虚数

均匀传输线波动方程的解

均匀传输线波动方程

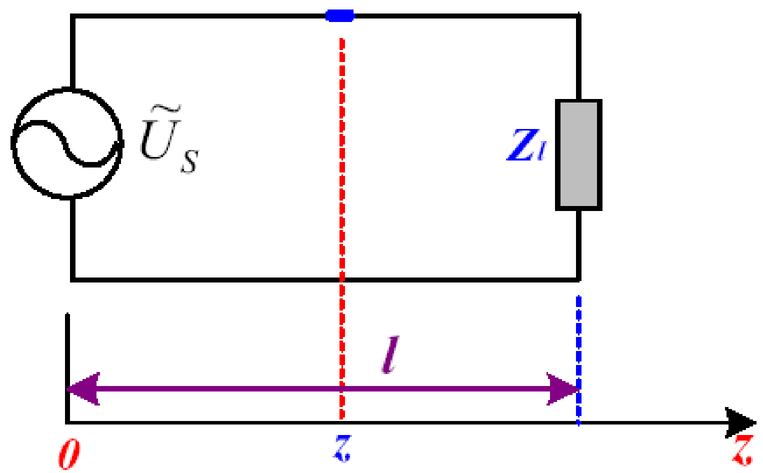
$$\frac{d^2\tilde{U}}{dz^2}=\gamma^2\tilde{U}$$

$$\frac{d^2\tilde{I}}{dz^2}=\gamma^2\tilde{I}$$

解为

$$\tilde{U}(z)=U^+e^{-\gamma z}+U^-e^{+\gamma z}$$

$$\tilde{I}(z)=I^+e^{-\gamma z}+I^-e^{+\gamma z}$$



沿+z方向传输部分——入射波
沿－z方向传输部分——反射波

均匀传输线波动方程的解

$$\tilde{U}(z)=U^{+}e^{-\gamma z}+U^{-}e^{+\gamma z}$$

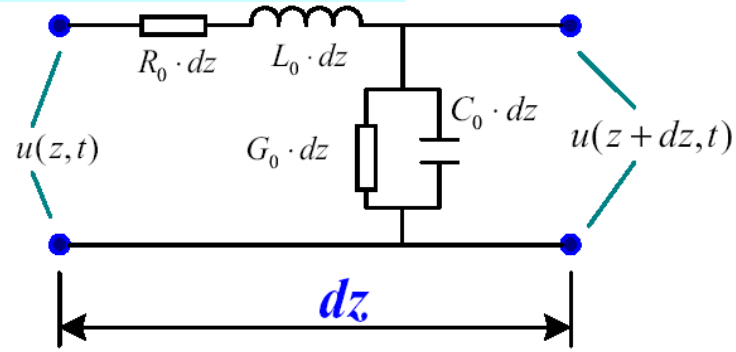
$$\tilde{I}(z)=I^{+}e^{-\gamma z}+I^{-}e^{+\gamma z}$$

$$\gamma=\sqrt{(R_0+j\omega L_0)(G_0+j\omega C_0)}$$

$$-\frac{d\tilde{U}}{dz}=(R_0+j\omega\cdot L_0)\cdot\tilde{I}$$

$$\tilde{I}=-\frac{1}{(R_0+j\omega L_0)}\frac{d\tilde{U}}{dz}$$

求



$$\tilde{I}(z)=\frac{1}{Z_0}(U^{+}e^{-\gamma z}-U^{-}e^{+\gamma z})$$

其中

$$Z_0=\sqrt{\frac{R_0+j\omega L_0}{G_0+j\omega C_0}}$$

特性阻抗　单位：？

电阻　单位：欧姆

电导　？

电纳　？

阻抗参数的单位与量纲

序号	表示符号	名称	单位	量纲
1	$\|Z\|$	阻抗模	欧姆 Ω	μΩ，mΩ, Ω, kΩ, MΩ
2	R	电阻		
3	X	电抗		
4	$\|Y\|$	导纳	西门子 S	μS, mS, S, kS
5	G	电导		
6	B	电纳		
7	θ	相位角	角度 DEG 弧度 RAD	1º（DEG）=180º /π×RAD
8	C	电容	法拉	pF, nF, μF, mF, F
9	L	电感	亨利	nH, μH, mH, H
10	D	损耗因子	无	无
11	Q	品质因素		

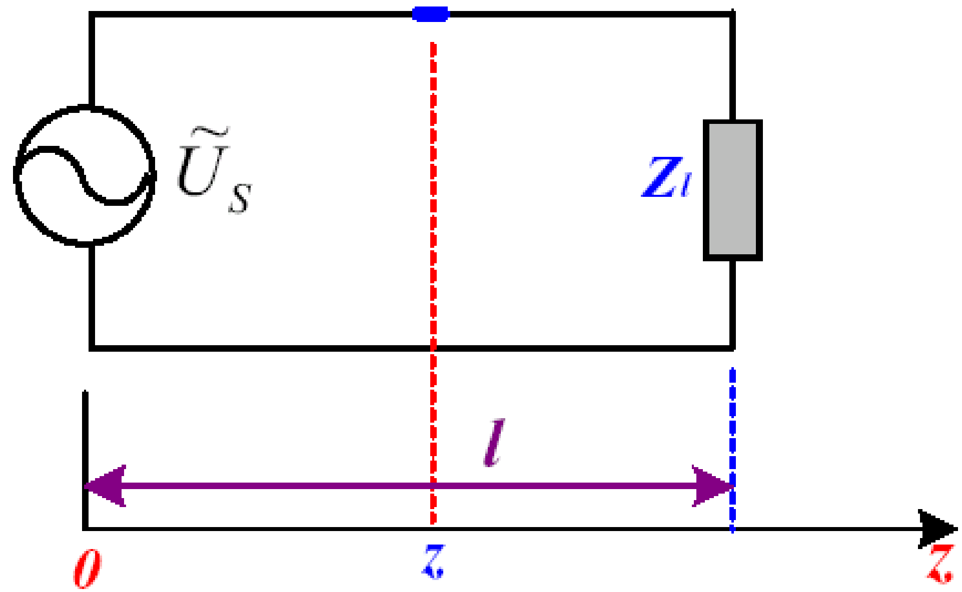
例题1：已知终端电压、电流

求任意一点电压电流

$z=l$时

$$\tilde{U}=\tilde{U}_L$$

$$\tilde{I}=\tilde{I}_L$$



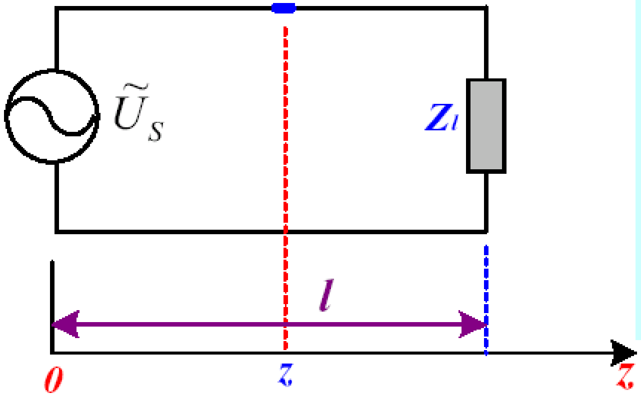
$$\tilde{U}(z)=U^+e^{-\gamma z}+U^-e^{+\gamma z}$$

$$\tilde{I}(z)=\frac{1}{Z_0}(U^+e^{-\gamma z}-U^-e^{+\gamma z})$$

$$Z_0=\sqrt{\frac{R_0+j\omega L_0}{G_0+j\omega C_0}}$$

$$U^+=$$

$$U^-=$$



$$\tilde{U}(z)=U^{+}e^{-\gamma z}+U^{-}e^{+\gamma z}$$

$$\tilde{I}(z)=\frac{1}{Z_0}\left(U^{+}e^{-\gamma z}-U^{-}e^{+\gamma z}\right)$$

$$U^{+}=$$

$$U^{-}=$$

$$U^{+}=\frac{1}{2}\left[\tilde{U}(z)+\tilde{I}(z)\cdot Z_0\right]e^{\gamma z}$$

$$U^{-}=\frac{1}{2}\left[\tilde{U}(z)-\tilde{I}(z)\cdot Z_0\right]e^{-\gamma z}$$

代入

得到

终端

$$\tilde{U}=\tilde{U}_L$$

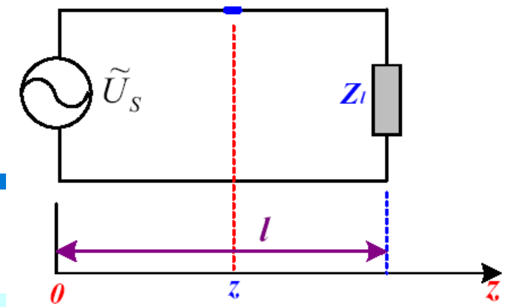
$$\tilde{I}=\tilde{I}_L$$

$$z=l$$

$$U^{+}=\frac{1}{2}\left[\tilde{U}_L+\tilde{I}_L\cdot Z_0\right]e^{\gamma l}$$

$$U^{-}=\frac{1}{2}\left[\tilde{U}_L-\tilde{I}_L\cdot Z_0\right]e^{-\gamma l}$$

例1：代入传输线波动方程



$$U^{+}=\frac{1}{2}\left[\tilde{U}_L+\tilde{I}_L\cdot Z_0\right]e^{\gamma l}$$

$$U^{-}=\frac{1}{2}\left[\tilde{U}_L-\tilde{I}_L\cdot Z_0\right]e^{-\gamma l}$$

代入

$$\tilde{U}(z)=U^{+}e^{-\gamma z}+U^{-}e^{+\gamma z}$$

$$\tilde{I}(z)=\frac{1}{Z_0}\left(U^{+}e^{-\gamma z}-U^{-}e^{+\gamma z}\right)$$

$$Z_0=\sqrt{\frac{R_0+j\omega L_0}{G_0+j\omega C_0}}$$

得到

$$\tilde{U}(z)=\frac{\left[\tilde{U}_L+\tilde{I}_L\cdot Z_0\right]}{2}e^{\gamma(l-z)}+\frac{\left[\tilde{U}_L-\tilde{I}_L\cdot Z_0\right]}{2}e^{-\gamma(l-z)}$$

$$\tilde{I}(z)=\frac{\left[\tilde{U}_L+\tilde{I}_L\cdot Z_0\right]}{2Z_0}e^{\gamma(l-z)}-\frac{\left[\tilde{U}_L-\tilde{I}_L\cdot Z_0\right]}{2Z_0}e^{-\gamma(l-z)}$$

式中

$l-z$

为观察点距负载的距离

例1：代入传输线波动方程

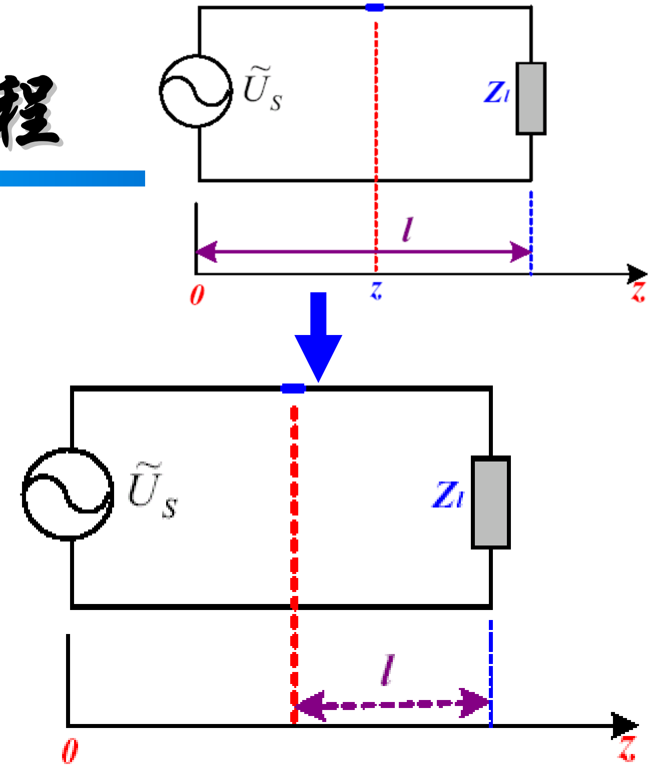
如图，把观察点距负载的距离设为 l

$$\tilde{U}(z)=\frac{\left[\tilde{U}_L+\tilde{I}_L\cdot Z_0\right]}{2}e^{\gamma(l-z)}+\frac{\left[\tilde{U}_L-\tilde{I}_L\cdot Z_0\right]}{2}e^{-\gamma(l-z)}$$

$$\tilde{I}(z)=\frac{\left[\tilde{U}_L+\tilde{I}_L\cdot Z_0\right]}{2Z_0}e^{\gamma(l-z)}-\frac{\left[\tilde{U}_L-\tilde{I}_L\cdot Z_0\right]}{2Z_0}e^{-\gamma(l-z)}$$

换为

式中 $l-z$ 为观察点距负载的距离



得到

$$\tilde{U}(l)=\frac{\left[\tilde{U}_L+\tilde{I}_L\cdot Z_0\right]}{2}e^{\gamma l}+\frac{\left[\tilde{U}_L-\tilde{I}_L\cdot Z_0\right]}{2}e^{-\gamma l}$$

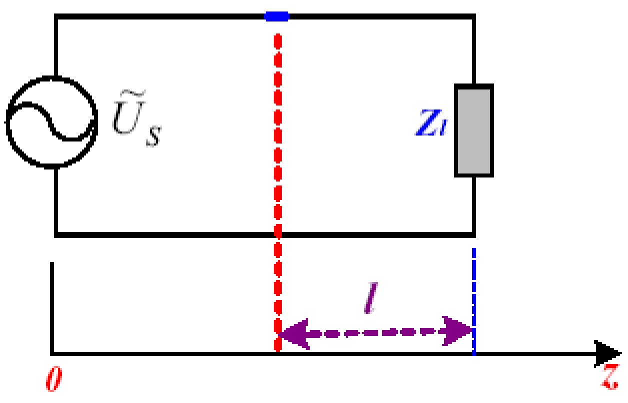
$$\tilde{I}(l)=\frac{\left[\tilde{U}_L+\tilde{I}_L\cdot Z_0\right]}{2Z_0}e^{\gamma l}-\frac{\left[\tilde{U}_L-\tilde{I}_L\cdot Z_0\right]}{2Z_0}e^{-\gamma l}$$

例1：代入传输线波动方程

把下式

$$\tilde{U}(l)=\frac{\left[\tilde{U}_L+\tilde{I}_L\cdot Z_0\right]}{2}e^{\gamma l}+\frac{\left[\tilde{U}_L-\tilde{I}_L\cdot Z_0\right]}{2}e^{-\gamma l}$$

$$\tilde{I}(l)=\frac{\left[\tilde{U}_L+\tilde{I}_L\cdot Z_0\right]}{2Z_0}e^{\gamma l}-\frac{\left[\tilde{U}_L-\tilde{I}_L\cdot Z_0\right]}{2Z_0}e^{-\gamma l}$$



表示为双曲函数的形式为

$$\tilde{U}(l)=\tilde{U}_L\cosh(\gamma l)+\tilde{I}_L\cdot Z_0\sinh(\gamma l)$$

$$\tilde{I}(l)=\frac{\tilde{U}_L}{Z_0}\sinh(\gamma l)+\tilde{I}_L\cosh(\gamma l)$$

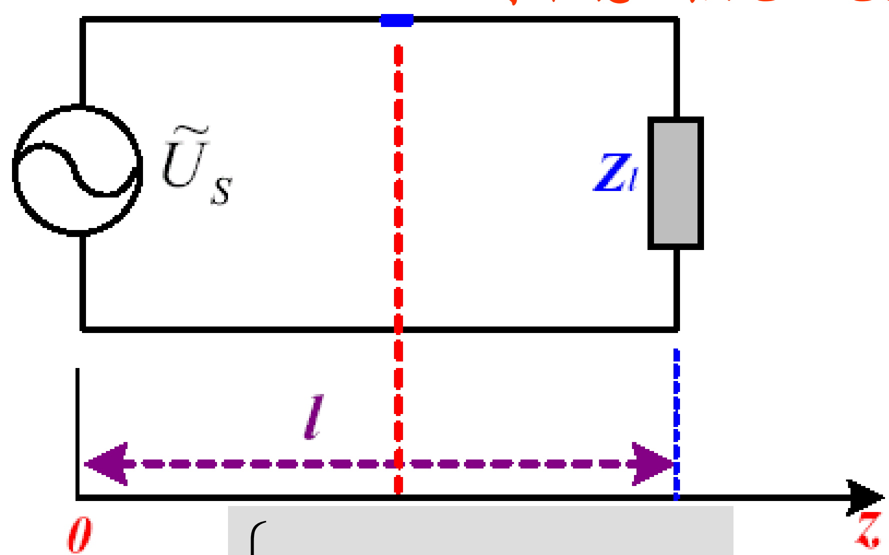
$$\sinh(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$$

$$\cosh(x)=\frac{e^x+e^{-x}}{2}$$

$$\tanh(x)=\frac{\sinh(x)}{\cosh(x)}=\frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$$

例2：已知始端电压、电流

求任意一点电压电流



$$z = 0$$

$$\begin{cases} \tilde{U}(0) = \tilde{U}_S \\ \tilde{I}(0) = \tilde{I}_S \end{cases}$$

代入

$$\tilde{U}(z) = U^+ e^{-\gamma z} + U^- e^{+\gamma z}$$

$$\tilde{I}(z) = \frac{1}{Z_0}(U^+ e^{-\gamma z} - U^- e^{+\gamma z})$$

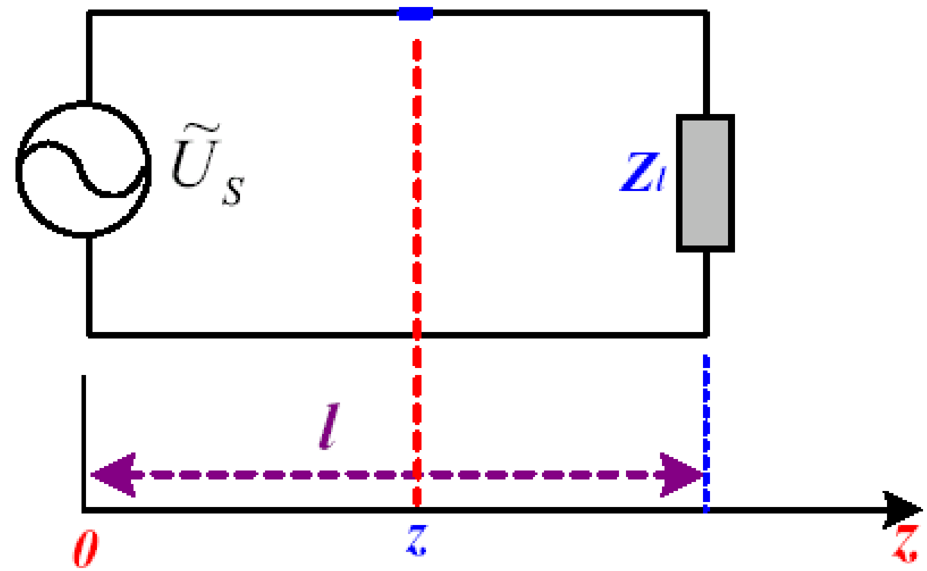
$$Z_0 = \sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}}$$

得到

$$\begin{cases} \tilde{U}_S = U^+ + U^- \\ \tilde{I}_S = \frac{1}{Z_0}\left(U^+ - U^-\right) \\ Z_0 = \sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}} \end{cases}$$

例2：已知始端电压、电流

$$\begin{cases}\tilde{U}_S = U^+ + U^- \\ \tilde{I}_S = \dfrac{1}{Z_0}\left(U^+ - U^-\right) \\ Z_0 = \sqrt{\dfrac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}}\end{cases}$$



得到

$$U^+ = \frac{1}{2}\left[\tilde{U}_S + \tilde{I}_S \cdot Z_0\right]$$

$$U^- = \frac{1}{2}\left[\tilde{U}_S - \tilde{I}_S \cdot Z_0\right]$$

代入

$$\tilde{U}(z) = U^+ e^{-\gamma z} + U^- e^{+\gamma z}$$

$$\tilde{I}(z) = \frac{1}{Z_0}(U^+ e^{-\gamma z} - U^- e^{+\gamma z})$$

得到

$$\tilde{U}(z) =$$

$$\tilde{I}(z) =$$

例2：已知始端电压、电流

即

$$\tilde{U}(z)=\frac{1}{2}\left[\tilde{U}_S+\tilde{I}_S\cdot Z_0\right]e^{-\gamma z}+\frac{1}{2}\left[\tilde{U}_S-\tilde{I}_S\cdot Z_0\right]e^{+\gamma z}$$

$$\tilde{I}(z)=\frac{\tilde{U}_S+\tilde{I}_S\cdot Z_0}{2Z_0}e^{-\gamma z}-\frac{\tilde{U}_S-\tilde{I}_S\cdot Z_0}{2Z_0}e^{+\gamma z}$$

表示为双曲函数的形式为

$$\tilde{U}(z)=\tilde{U}_S\cosh(\gamma z)-\tilde{I}_S\cdot Z_0\sinh(\gamma z)$$

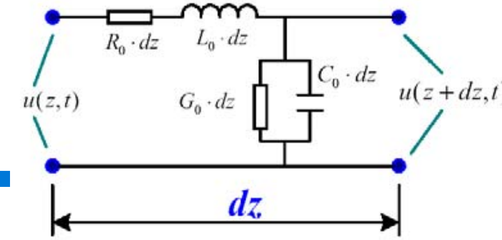
$$\tilde{I}(z)=\tilde{I}_S\cosh(\gamma z)-\frac{\tilde{U}_S}{Z_0}\sinh(\gamma z)$$

$$\sinh(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$$

$$\cosh(x)=\frac{e^x+e^{-x}}{2}$$

$$\tanh(x)=\frac{\sinh(x)}{\cosh(x)}=\frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$$

传输线的特征参数



1. 特性阻抗(Intrinsic Impedance)

定义：入射行波电压与入射行波电流之比

$$Z_0=\frac{U^+}{I^+}=-\frac{U^-}{I^-}=\sqrt{\frac{R_0+j\omega L_0}{G_0+j\omega C_0}}$$

$R_0=0,G_0=0$

无损耗线 $Z_0=\sqrt{\frac{L_0}{C_0}}$

2. 传播系数

$$\tilde{U}(z)=U^+e^{-\gamma z}+U^-e^{+\gamma z}$$

$$\tilde{I}(z)=\frac{1}{Z_0}(U^+e^{-\gamma z}-U^-e^{+\gamma z})$$

$$Z_0=\sqrt{\frac{R_0+j\omega L_0}{G_0+j\omega C_0}}$$

$$\gamma=\sqrt{(R_0+j\omega L_0)(G_0+j\omega C_0)}=\alpha+j\beta$$

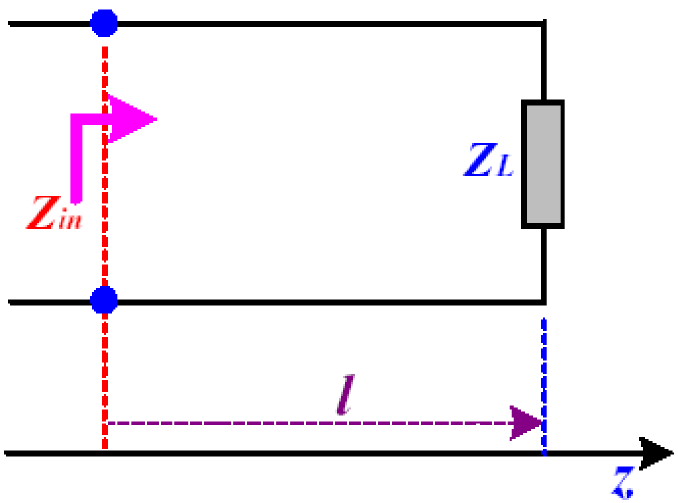
无损耗线 $\gamma=j\omega\sqrt{L_0C_0}=0+j\beta=jk$

传输线的特征参数

3. 输入阻抗：某点朝负载端看过去的阻抗

定义：传输线上该点的总电压和总电流之比

$$Z_{in}=\frac{\tilde{U}(z)}{\tilde{I}(z)}=\frac{U^{+}e^{-\gamma z}+U^{-}e^{+\gamma z}}{U^{+}e^{-\gamma z}-U^{-}e^{+\gamma z}}Z_0$$



由例1结果

$$\tilde{U}(l)=\tilde{U}_L\cosh(\gamma l)+\tilde{I}_L\cdot Z_0\sinh(\gamma l)$$

$$\tilde{I}(l)=\frac{\tilde{U}_L}{Z_0}\sinh(\gamma l)+\tilde{I}_L\cosh(\gamma l)$$

得到 $$Z_{in}=\frac{\tilde{U}_L\cosh(\gamma l)+\tilde{I}_L\cdot Z_0\sinh(\gamma l)}{\frac{\tilde{U}_L}{Z_0}\sinh(\gamma l)+\tilde{I}_L\cosh(\gamma l)}=Z_0\frac{Z_L+Z_0\tanh(\gamma l)}{Z_0+Z_L\tanh(\gamma l)}$$

$$Z_{in} = Z_0 \frac{Z_L + Z_0 \tanh(\gamma l)}{Z_0 + Z_L \tanh(\gamma l)}$$

无损耗线 $\gamma = j\beta$

得到

$$Z_{in} = Z_0 \cdot \frac{Z_L + jZ_0 tg(\beta l)}{Z_0 + jZ_L tg(\beta l)}$$

$$\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$\tanh(x) = \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

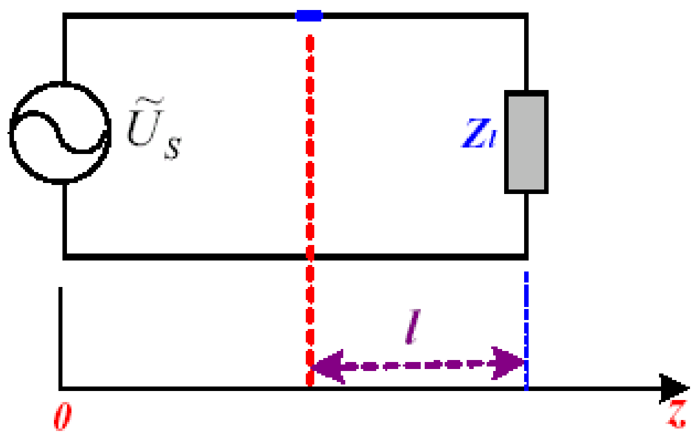
传输线的特征参数

$$Z_0=\frac{U^+}{I^+}=-\frac{U^-}{I^-}=\sqrt{\frac{R_0+j\omega L_0}{G_0+j\omega C_0}}$$

4. 反射系数：某点的反射系数

传输线上该点的反射波电压和入射波电压之比

$$\Gamma(z)=\frac{U^-e^{+\gamma z}}{U^+e^{-\gamma z}}=\frac{U^-}{U^+}e^{+2\gamma z}$$



传输线上该点的电流反射系数

$$\tilde{U}(z)=U^+e^{-\gamma z}+U^-e^{+\gamma z}$$

$$\tilde{I}(z)=\frac{1}{Z_0}(U^+e^{-\gamma z}-U^-e^{+\gamma z})$$

$$Z_0=\sqrt{\frac{R_0+j\omega L_0}{G_0+j\omega C_0}}$$

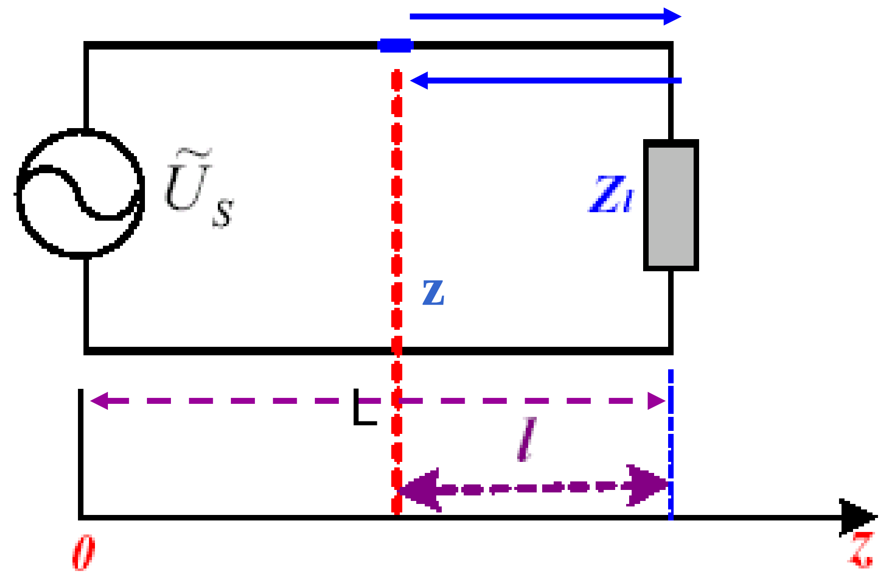
$$\Gamma_I(z)=\frac{I^-e^{+\gamma z}}{I^+e^{-\gamma z}}=-\frac{U^-}{U^+}e^{+2\gamma z}=-\Gamma(z)$$

传输线的特征参数

$$\Gamma(z)=\frac{U^{-}e^{+\gamma z}}{U^{+}e^{-\gamma z}}=\frac{U^{-}}{U^{+}}e^{+2\gamma z}$$

负载处的反射系数为

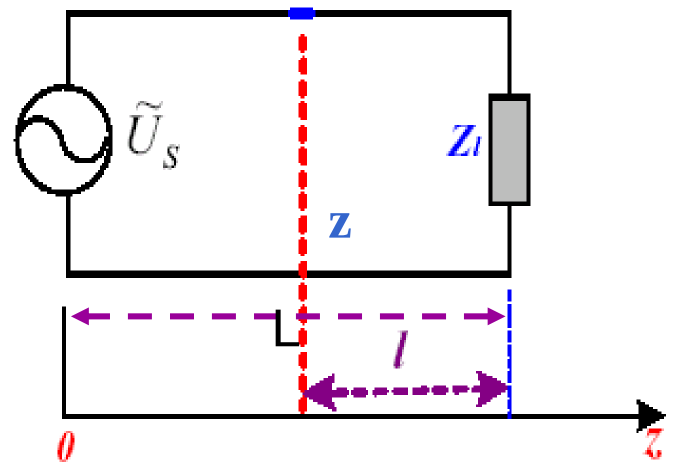
$$\Gamma(L)=\frac{U^{-}}{U^{+}}e^{+2\gamma L}$$



如图，z点反射系数可表达为

$$\Gamma(z)=\frac{U^{-}}{U^{+}}e^{+2\gamma z}=\frac{U^{-}}{U^{+}}e^{+2\gamma(L-l)}=\Gamma(L)e^{-2\gamma l}$$

注意：2倍路程　　2次时延



根据例1结果

$$\tilde{U}(z)=\frac{\left[\tilde{U}_L+\tilde{I}_L\cdot Z_0\right]}{2}e^{\gamma l}+\frac{\left[\tilde{U}_L-\tilde{I}_L\cdot Z_0\right]}{2}e^{-\gamma l}$$

所以负载处的反射系数

$$l=0$$

代入

$$\Gamma(L)=\frac{\dfrac{\left[\tilde{U}_L-\tilde{I}_L\cdot Z_0\right]}{2}e^{-\gamma l}}{\dfrac{\left[\tilde{U}_L+\tilde{I}_L\cdot Z_0\right]}{2}e^{\gamma l}}=\frac{\tilde{U}_L-\tilde{I}_L\cdot Z_0}{\tilde{U}_L+\tilde{I}_L\cdot Z_0}=\frac{Z_L-Z_0}{Z_L+Z_0}$$

传输线的特征参数

利用反射系数，$\Gamma(z)=\dfrac{U^- e^{+\gamma z}}{U^+ e^{-\gamma z}}=\dfrac{U^-}{U^+}e^{+2\gamma z}$

$U^- = \Gamma(z)U^+ e^{-2\gamma z}$ → $U^- e^{+\gamma z} = \Gamma(z)U^+ e^{-\gamma z}$

$\tilde{U}(z)=U^+ e^{-\gamma z}+U^- e^{+\gamma z}$

电压波可以写成

$$\tilde{U}(z)=U^+ e^{-\gamma z}\left[1+\Gamma(z)\right]$$

$\tilde{I}(z)=\dfrac{1}{Z_0}(U^+ e^{-\gamma z}-U^- e^{+\gamma z})$

电流波可以写成

$\tilde{I}(z)=\dfrac{1}{Z_0}U^+ e^{-\gamma z}(1-\Gamma(z))$

$$\tilde{I}(z)=I^+ e^{-\gamma z}\left[1-\Gamma(z)\right]$$

几种特殊的传输线

1.无限长均匀传输线

$$\tilde{U}(z)=U^{+}e^{-\gamma z}+U^{-}e^{+\gamma z}$$

$$\tilde{I}(z)=\frac{1}{Z_0}(U^{+}e^{-\gamma z}-U^{-}e^{+\gamma z})$$

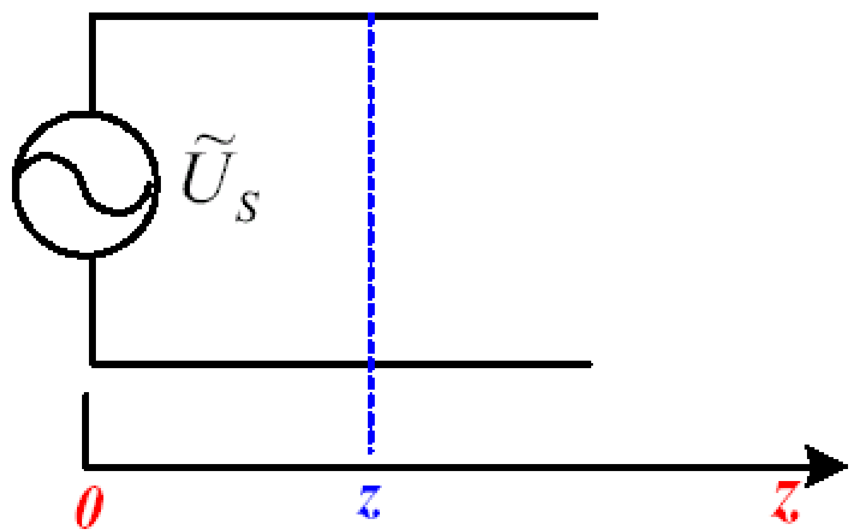
$$Z_0=\sqrt{\frac{R_0+j\omega L_0}{G_0+j\omega C_0}}$$

由无限长的自然边界条件 $z\to\infty$

$$\tilde{U}(z)=U^{+}e^{-\gamma z}$$

$$\tilde{I}(z)=\frac{1}{Z_0}(U^{+}e^{-\gamma z})=I^{+}e^{-\gamma z}$$

$$Z_0=\sqrt{\frac{R_0+j\omega L_0}{G_0+j\omega C_0}}$$



无限长:
只有入射波
没有反射波

几种特殊的传输线

$$\gamma=\sqrt{(R_0+j\omega L_0)(G_0+j\omega C_0)}=\alpha+j\beta$$

$$Z_0=\sqrt{\frac{R_0+j\omega L_0}{G_0+j\omega C_0}}$$

2. 无损耗传输线

$R_0=0, G_0=0$

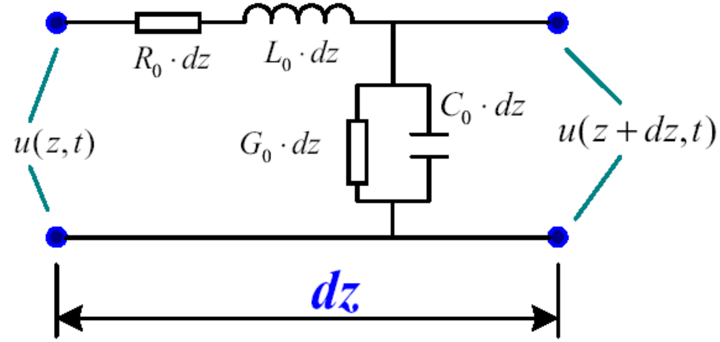
传播系数 $\gamma=j\omega\sqrt{L_0C_0}=0+j\beta=jk$

相速：$v_p=\dfrac{\omega}{\beta}=\dfrac{\omega}{\omega\sqrt{L_0C_0}}=\dfrac{1}{\sqrt{L_0C_0}}$

特性阻抗：

$$Z_0=\sqrt{\frac{j\omega L_0}{j\omega C_0}}=\sqrt{\frac{L_0}{C_0}}=R_Z+j0$$

单位为欧姆，但不表示损耗。反映传输线行波状态下电压与电流之间关系的一个量，其值仅取决于传输线所填充的介质和线的横向尺寸，与线长度无关，且与频率无关。



3. 低损耗传输线 $(R_0 << \omega \cdot L_0,\quad G_0 << \omega \cdot C_0)$

传播系数

$$\gamma = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)} = j\omega\sqrt{L_0 C_0}\left(\sqrt{\left(\frac{R_0}{j\omega L_0}+1\right)\left(\frac{G_0}{j\omega C_0}+1\right)}\right)$$

用级数展开，略掉高阶无穷小

对比 $\gamma = \alpha + j\beta$ 所以

$$\alpha \approx \frac{1}{2}\left(R_0\sqrt{\frac{C_0}{L_0}} + G_0\sqrt{\frac{L_0}{C_0}}\right)$$

$$\beta \approx \omega\sqrt{L_0 C_0}$$

几种特殊的传输线

$$Z_0=\sqrt{\frac{R_0+j\omega L_0}{G_0+j\omega C_0}}$$

3. 低损耗传输线 $(R_0 << \omega\cdot L_0,\quad G_0 << \omega\cdot C_0)$

$$\beta\approx\omega\sqrt{L_0C_0}$$

相速: $$v_p=\frac{\omega}{\beta}\approx\frac{\omega}{\omega\sqrt{L_0C_0}}=\frac{1}{\sqrt{L_0C_0}}$$

特性阻抗: $$Z_0=R_Z+jX_Z=\underline{\sqrt{\frac{L_0}{C_0}}}+j\underline{\left(\frac{1}{2\omega}\sqrt{\frac{L_0}{C_0}}\right)\left(\frac{R_0C_0-L_0G_0}{L_0C_0}\right)}$$

$$R_0C_0-L_0G_0\begin{cases}>0\\=0\\<0\end{cases}$$

$=0 \longrightarrow$ 设置参数R_0 C_0 L_0 G_0，可以使得Z_0为纯实数

一种特殊的低损耗传输线

设置参数R_0 C_0 L_0 G_0，可以使得Z_0为纯实数

$$R_0C_0 - L_0G_0 \begin{cases} >0 \\ =0 \\ <0 \end{cases}$$

无失真线 $R_0C_0 - L_0G_0 = 0$

无失真线

无损耗传输线

传播系数 $\gamma = R_0\sqrt{\dfrac{C_0}{L_0}} + j\beta$

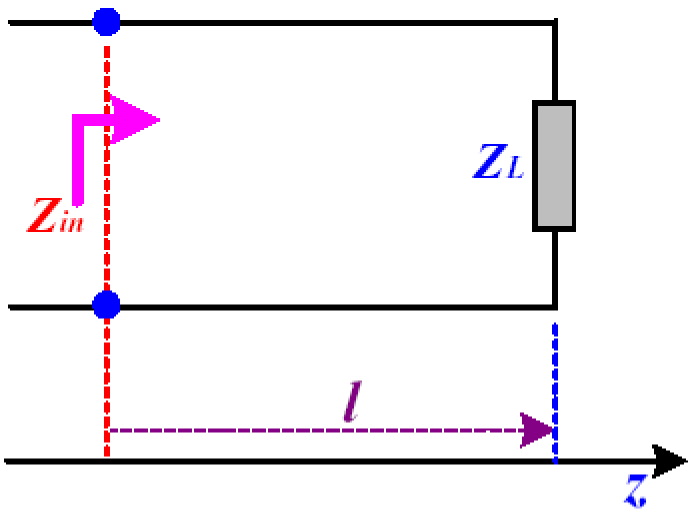
$$\gamma = j\omega\sqrt{L_0C_0} = 0 + j\beta = jk$$

相速: $v_p = \dfrac{\omega}{\beta} = \dfrac{1}{\sqrt{L_0C_0}}$

特性阻抗: $Z_0 = \sqrt{\dfrac{L_0}{C_0}} = R_Z + j0$

输入阻抗

$$Z_{in} = Z_0 \cdot \frac{Z_L + jZ_0 tg(\beta l)}{Z_0 + jZ_L tg(\beta l)}$$



无损耗线输入阻抗

把 $Z_0 = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} = R_Z$ 代入

得到 $$Z_{in}(l) = R_Z \frac{Z_L + jR_Z tg(\beta l)}{R_Z + jZ_L tg(\beta l)}$$

传输线工作状态

传输线工作状态取决于线路终端所接的负载

1、行波状态——无反射——阻抗匹配

2、驻波状态——全反射——终端短路、开路

3、混和波（行驻波）状态——else

$$Z_{in}=Z_0\frac{Z_L+Z_0\tanh(\gamma l)}{Z_0+Z_L\tanh(\gamma l)}$$

Z_L=?

$$\Gamma(l)=\frac{Z_L-Z_0}{Z_L+Z_0}e^{-2\gamma l}$$

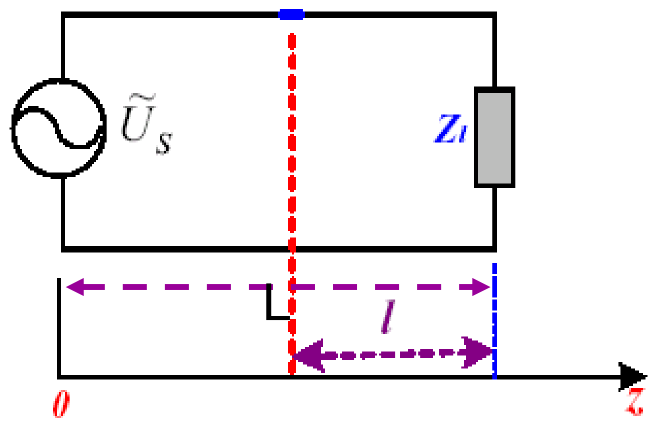
行波状态

行波状态：——无反射——阻抗匹配

行波状态反射系数 $\Gamma = 0$

由反射系数 $\Gamma(l) = \Gamma(L)e^{-2\gamma l}$

其中负载处反射系数 $\Gamma(L) = \dfrac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$



反射系数为0所以

$Z_L = Z_0$ 所以 $Z_{in} = Z_0$

$$Z_{in} = Z_0 \frac{Z_L + Z_0 \tanh(\gamma l)}{Z_0 + Z_L \tanh(\gamma l)}$$

行波状态下无损耗线的特点

$$\begin{cases} \tilde{U}(z) = U^+ e^{-j\beta z} + 0 \cdot e^{+j\beta z} \\ \tilde{I}(z) = \dfrac{1}{Z_0}(U^+ e^{-j\beta z} - 0 \cdot e^{+j\beta z}) \end{cases}$$

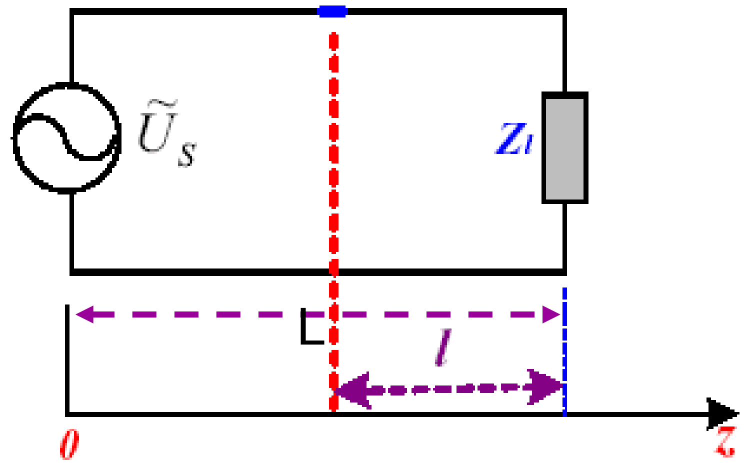
$$\begin{cases} Z_L = Z_0 \\ Z_{in} = Z_0 \end{cases}$$

无损耗线 $Z_0 = \sqrt{\dfrac{L_0}{C_0}} = R_Z$

所以输入阻抗

$$Z_{in} = Z_L = Z_0 = R_Z$$

无损耗线 $\gamma = j\beta$



行波状态下无损耗线的特点

（1）沿线电压、电流振幅不变（无损）

（2）电压、电流同相 （纯电阻）无失真

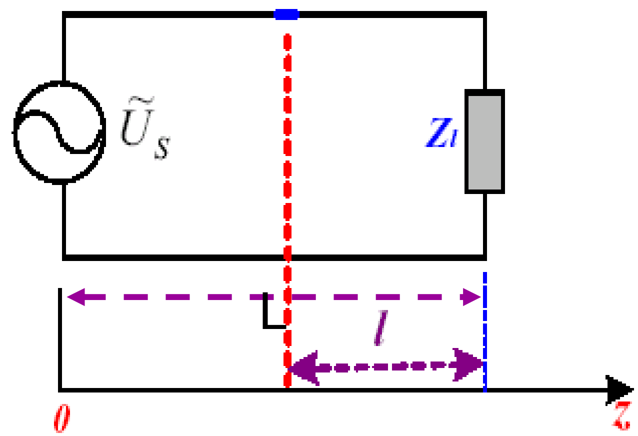
（3）各点的输入阻抗等于传输线特性阻抗

（4）实现行波方法：a.无限长;b.阻抗匹配

驻波（standing wave）状态

终端短路、开路，或接有纯电抗性(电感性或电容性)负载时，负载不吸收能量，从信号源传向负载的入射波在终端产生全反射

$$Z_{in}(l)=Z_0\frac{Z_L+jZ_0tg(\beta l)}{Z_0+jZ_Ltg(\beta l)}$$



驻波状态反射系数 $|\Gamma|=1$

由反射系数 $\Gamma(l)=\Gamma(L)e^{-2\gamma l}$

其中负载处反射系数 $\Gamma(L)=\dfrac{Z_L-Z_0}{Z_L+Z_0}$

所以

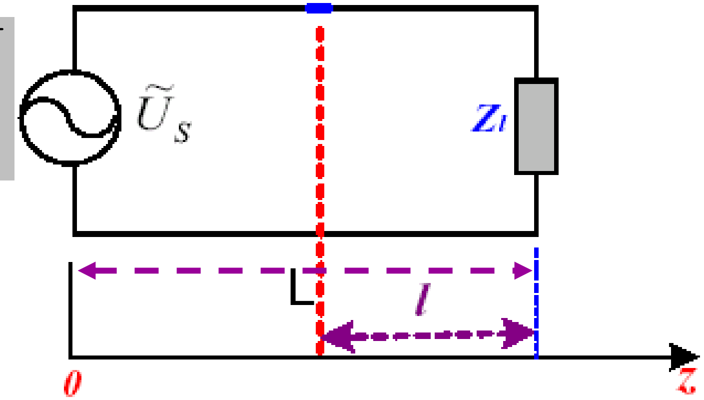
$$\begin{cases} Z_L=0 & Z_{in}(l)=jZ_0tg(\beta l) & \Gamma(L)=-1 \\ Z_L=\infty & Z_{in}(l)=-jZ_0ctg(\beta l) & \Gamma(L)=1 \end{cases}$$

驻波状态下无损耗线的特点

$$\tilde{U}(z)=U^{+}e^{-\gamma z}+U^{-}e^{+\gamma z}$$

$$\tilde{I}(z)=\frac{1}{Z_0}(U^{+}e^{-\gamma z}-U^{-}e^{+\gamma z})$$

$$Z_0=\sqrt{\frac{R_0+j\omega L_0}{G_0+j\omega C_0}}$$



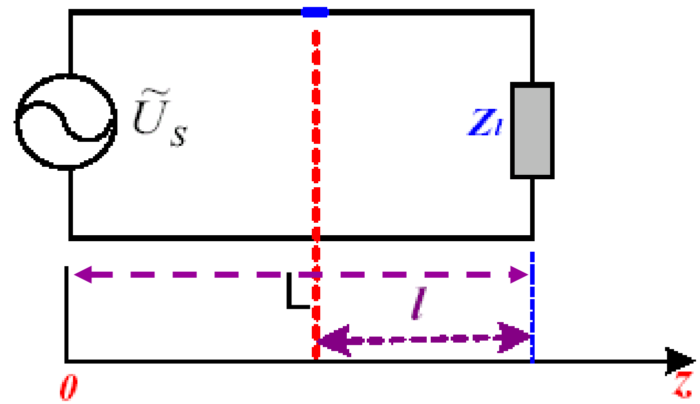
无损耗线 $\gamma=j\beta$

如驻波状态反射系数 $\Gamma(L)=1$ $Z_L=\infty$

$$\begin{cases}\tilde{U}(z)=U^{+}\left(e^{-j\beta z}+e^{+j\beta z}\right)=2U^{+}\cos\beta z\\[2ex] \tilde{I}(z)=\dfrac{U^{+}}{Z_0}(e^{-j\beta z}-e^{+j\beta z})=j2\dfrac{U^{+}}{Z_0}\sin\beta z\\[2ex] Z_0=R_Z\end{cases}$$

驻波状态下无损耗线的特点

$$\begin{cases} \tilde{U}(z) = U^+\left(e^{-j\beta z} + e^{+j\beta z}\right) = 2U^+\cos\beta z \\ \tilde{I}(z) = \dfrac{U^+}{Z_0}\left(e^{-j\beta z} - e^{+j\beta z}\right) = j2\dfrac{U^+}{Z_0}\sin\beta z \\ Z_0 = R_Z \end{cases}$$



驻波状态

$$\begin{cases} Z_L = 0 & Z_{in}(l) = jZ_0 tg(\beta l) \\ Z_L = \infty & Z_{in}(l) = -jZ_0 ctg(\beta l) \end{cases}$$

（1）沿线电压、电流振幅——驻波

（2）电压、电流相差为“90o” $U \cdot I$ 为纯虚数，无能量传输

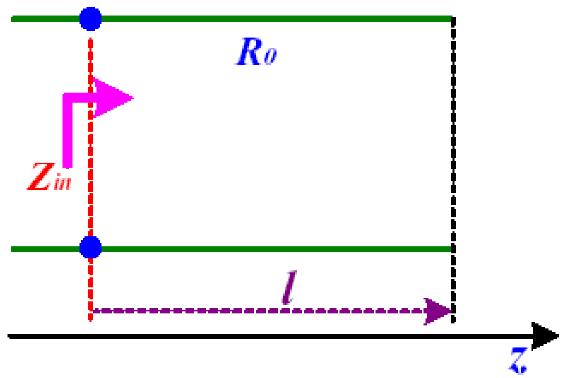
（3）各点的输入阻抗——纯电抗（纯虚数）

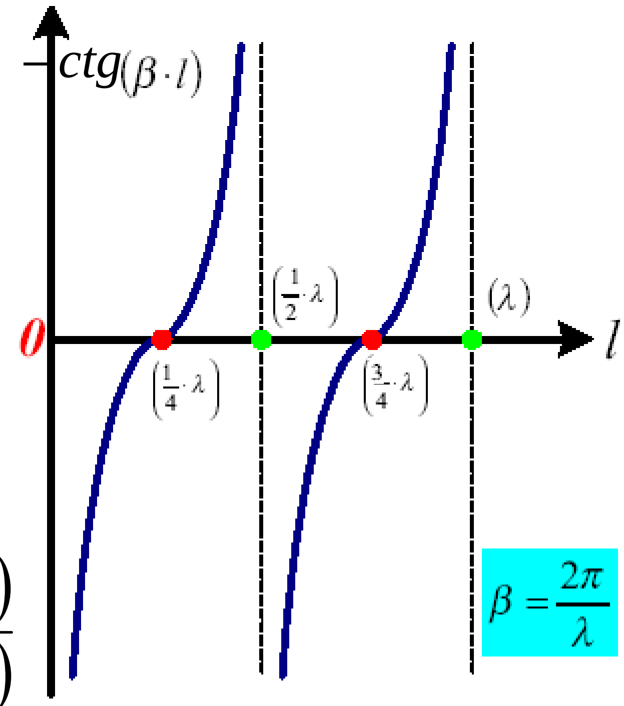
（4）特点：没有功率传输——驻（standing）

总之，要更好地实现能量传输，就要避免驻波，采用行波传输，这需要实现阻抗匹配

无损耗传输线的输入阻抗的研究－1

（1）终端开路情况——纯电抗





以下用 R_0 表示 R_Z

$$Z_{in}(l)=R_Z\frac{Z_L+jR_Z tg(\beta l)}{R_Z+jZ_L tg(\beta l)} \Rightarrow Z_{in}(l)=R_0\frac{Z_L+jR_0 tg(\beta l)}{R_0+jZ_L tg(\beta l)}$$

$$\beta=\frac{2\pi}{\lambda}$$

$$Z_L=\infty \qquad Z_{in}(l)=-jR_0 ctg(\beta l)=-jZ_O$$

任意电抗性负载可用一有限长度开路线来代替

（a） $0<l<\lambda/4$ 时呈容性

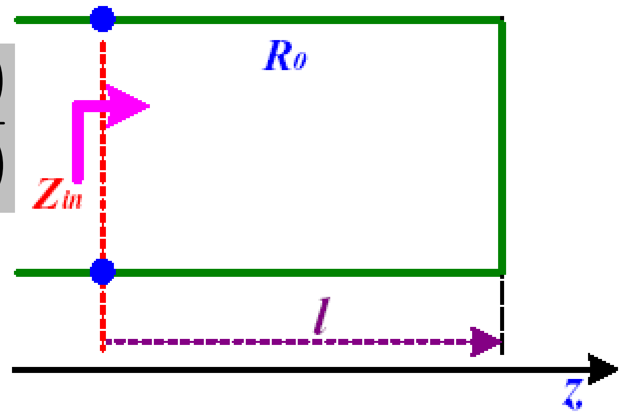
（b） $\lambda/4<l<\lambda/2$ 时呈感性

（c）周期性变化

无损耗传输线的输入阻抗的研究－2

（2）终端短路情况——纯电抗

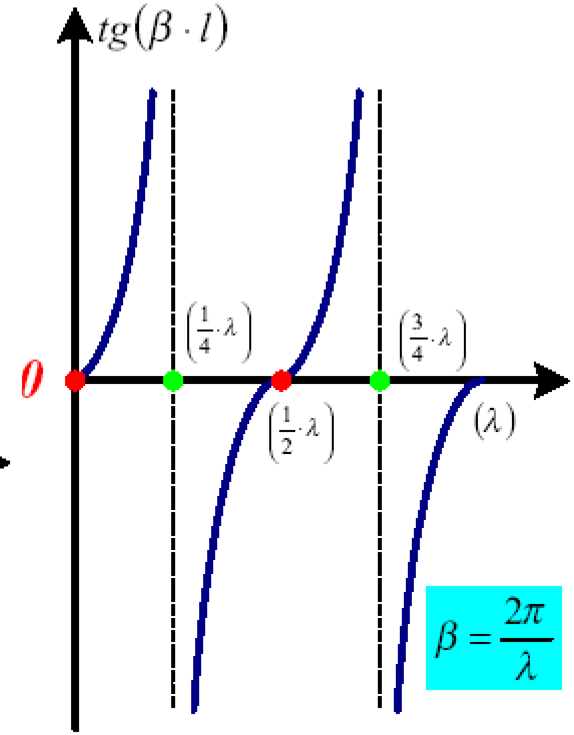
$$Z_{in}(l)=R_0\frac{Z_L+jR_0tg(\beta l)}{R_0+jZ_Ltg(\beta l)}$$



$$Z_L=0$$

$$Z_{in}(l)=jR_0tg(\beta l)=jZ_S$$

任意电抗性负载可用一有限长度短路线来代替



（a） $0<l<\lambda/4$ 时呈感性

（b） $\lambda/4<l<\lambda/2$ 时呈容性

（c）周期性变化

周期是多少？ $\lambda/2$

研究特定长度的传输线

（1）四分之一阻抗变换器——阻抗倒置

令 $l=\dfrac{\lambda}{4}$

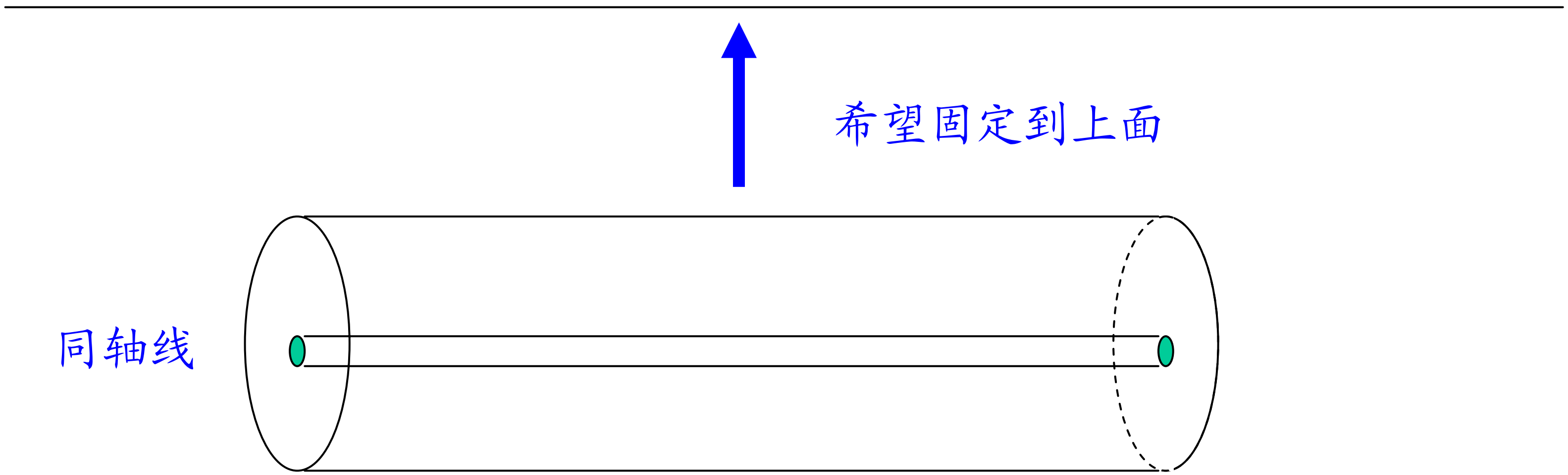
$$Z_{in}\left(\frac{\lambda}{4}\right)=\lim_{\beta l\to\frac{\pi}{2}}\left(R_0\frac{Z_L+jR_0tg\left(\beta l\right)}{R_0+jZ_Ltg\left(\beta l\right)}\right)=\left(R_0\right)^2\left(\frac{1}{Z_L}\right)$$

则
$$\begin{cases} Z_L=0 & \Rightarrow Z_{in}=\infty \\ Z_L=\infty & \Rightarrow Z_{in}=0 \end{cases}$$

周期为 $\lambda/2$ 所以实现阻抗倒置传输线长度还可为 $l=\dfrac{\lambda}{4}+k\lambda/2$

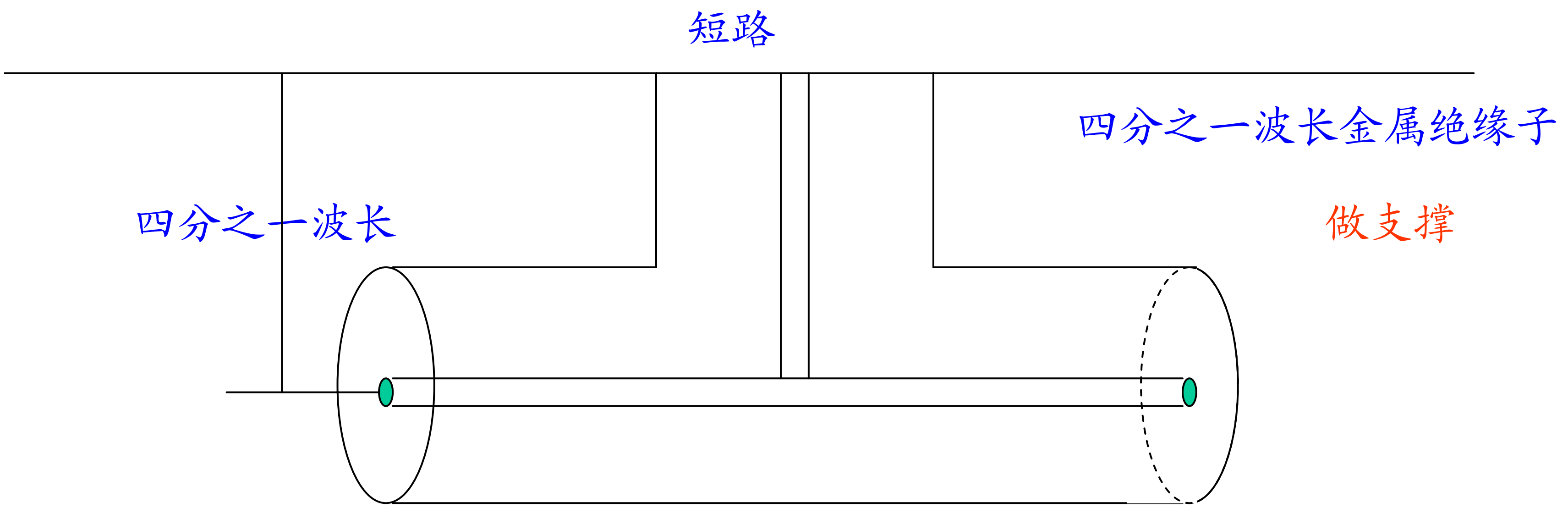
研究特定长度的传输线

（1）四分之一阻抗变换器——阻抗倒置



研究特定长度的传输线

（1）四分之一阻抗变换器——阻抗倒置

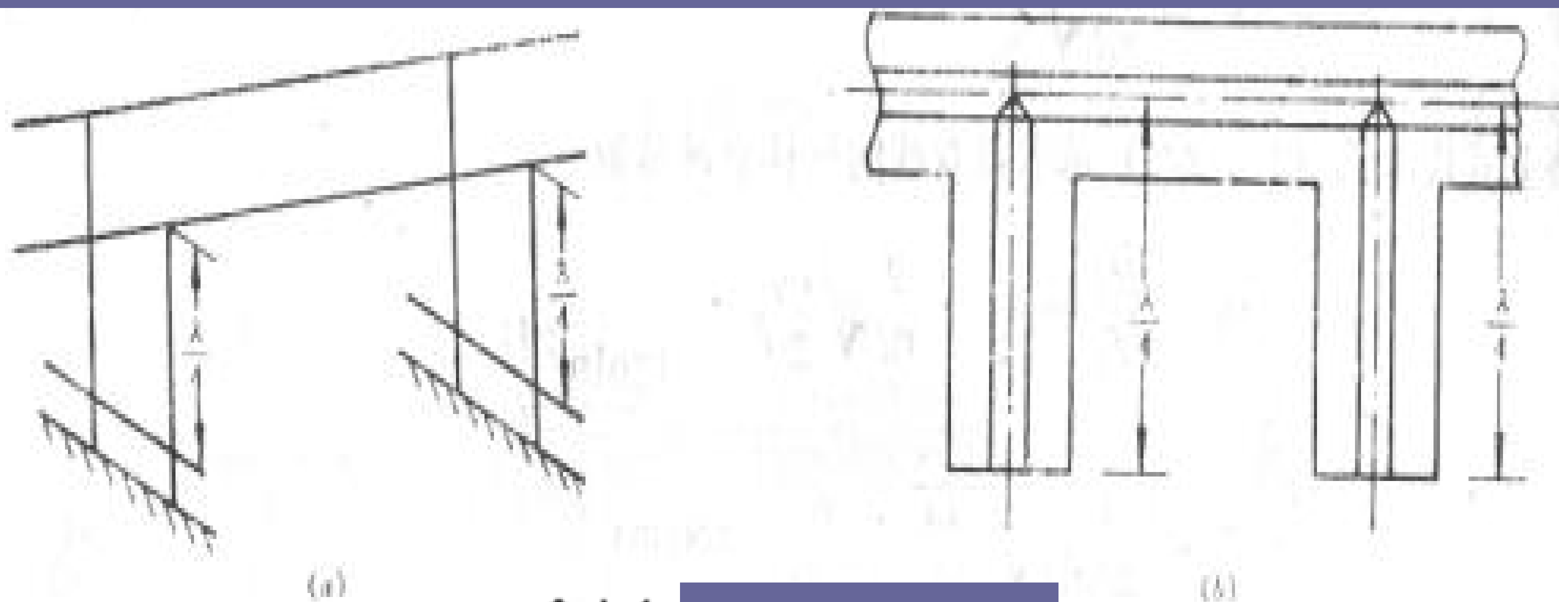


研究特定长度的传输线

（1）四分之一阻抗变换器——阻抗倒置

$\lambda/4$ 终端短路线金属绝缘子是用来做支架的

由主传输线向“支架”看进去的输入阻抗很大（理想情况为无限大），因此，它对于传输线上的电压和电流分布几乎没影响。它相当于一个绝缘子，因它是金属材料做成的，故称其为金属绝缘子。



$\lambda/4$ 短路线支架

研究特定长度的传输线

（2）二分之一阻抗变换器——阻抗还原

令 $l = \frac{\lambda}{2}$

$$Z_{in}(\frac{\lambda}{2}) = \lim_{\beta l \to \pi}(R_0 \frac{Z_L + jR_0 tg(\beta l)}{R_0 + jZ_L tg(\beta l)}) = Z_L$$

不管传输线的特性阻抗为何值，半波长传输线不会改变或变换负载阻抗。

周期为 $\lambda / 2$ 所以实现阻抗还原传输线长度还可为 $l = \frac{\lambda}{2} + k\lambda / 2$

传输线的工作状态3：混合波状态

传输线终端接有任意负载阻抗：Zl=Rl ± jXl

此时从信号源传向负载的能量有一部分被负载所吸收，另一部分被反射，即在传输线上既有行波成分．又有驻波成分，称为行驻波状态（混合波状态）。

讨论特殊情况:

无损耗线 $Z_0 = \sqrt{\dfrac{L_0}{C_0}} = R_0$ $\gamma = j\beta$

纯电阻负载 $Z_L = R_L$

传输线的工作状态3：混合波状态

$$\Gamma(L)=\frac{Z_L-Z_0}{Z_L+Z_0}$$

讨论情况：

无损耗线 $Z_0=\sqrt{\frac{L_0}{C_0}}=R_0$ $\gamma=j\beta$

$$\Gamma(L)=\frac{R_L-R_0}{R_L+R_0}$$

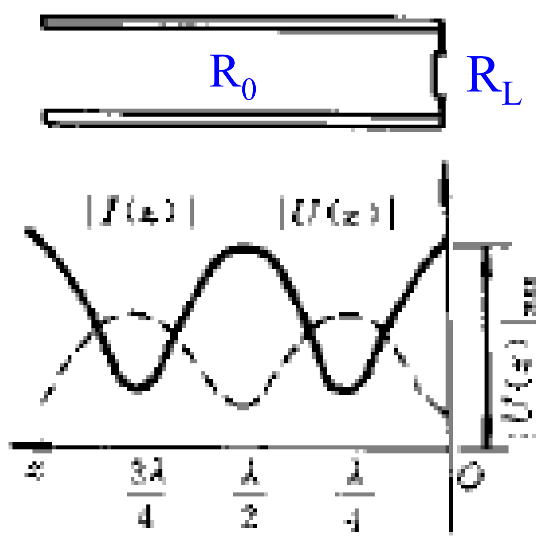
纯电阻负载 $Z_L=R_L$

负载处
z=L

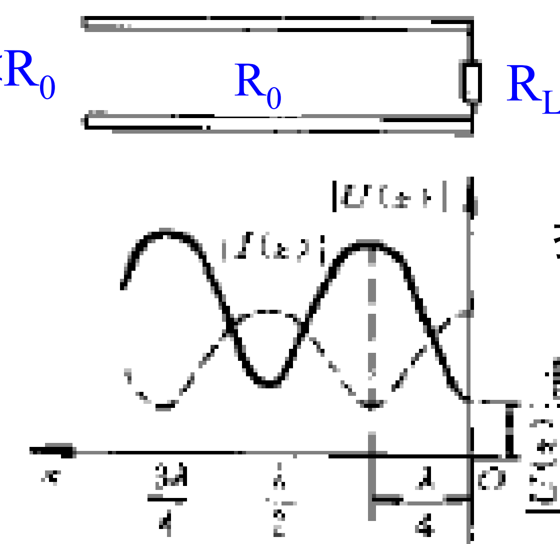
$$\tilde{U}(z)=U^+e^{-j\beta z}\left(1+\Gamma(z)\right)$$

$$=U^+e^{-j\beta L}\left(1+\Gamma(L)\right)=U^+e^{-j\beta L}\left(1+\frac{R_L-R_0}{R_L+R_0}\right)$$

$R_L>R_0$



$R_L<R_0$

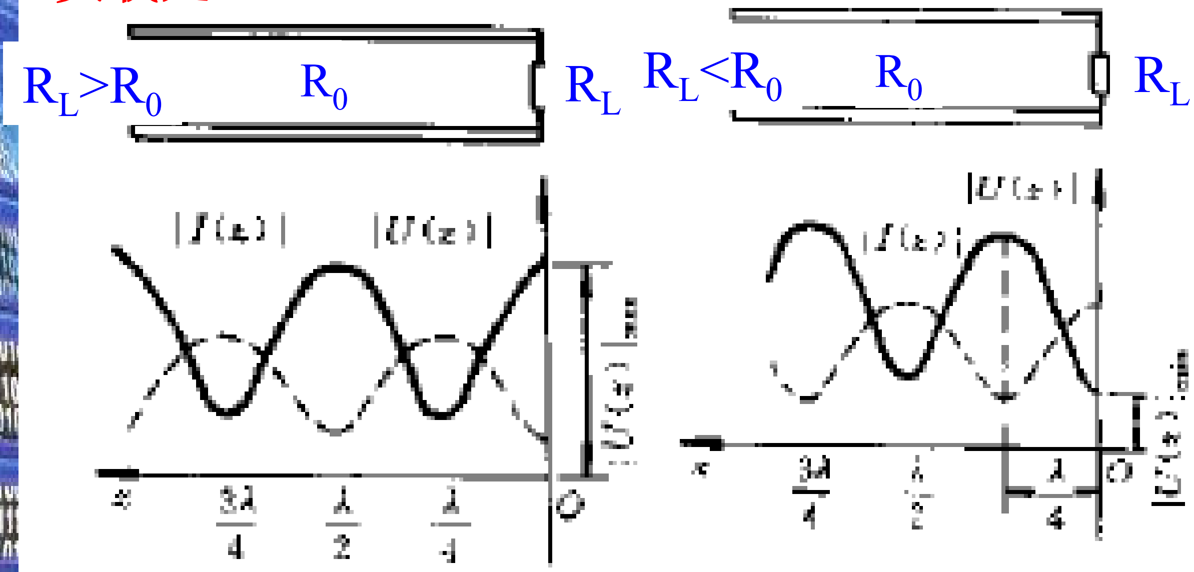


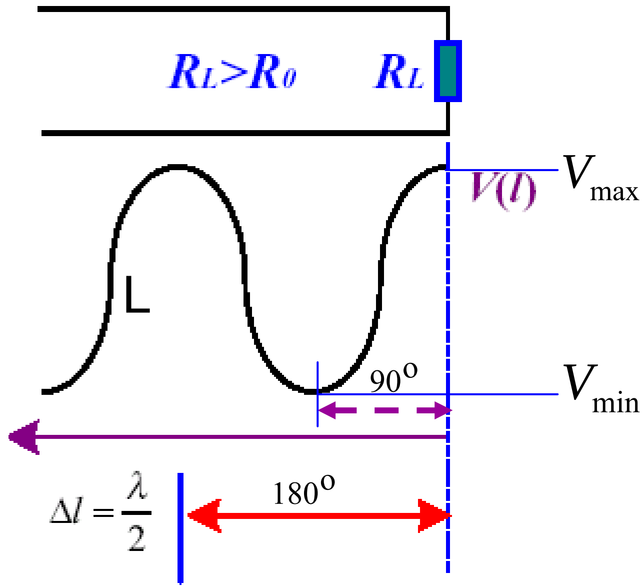
振幅

传输线的工作状态3：混合波状态

$$\tilde{U}(L)=U^{+}e^{-j\beta L}\left(1+\frac{R_L-R_0}{R_L+R_0}\right)\quad \Gamma(L)=\frac{R_L-R_0}{R_L+R_0}$$

负载处





(1) $R_L>R_0$时，反射系数为正 ——负载上电压最大

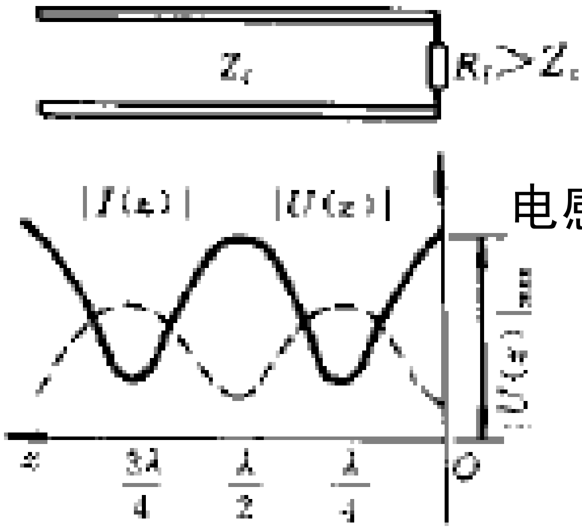
(2) $R_L<R_0$时，反射系数为负 ——负载上电流最大

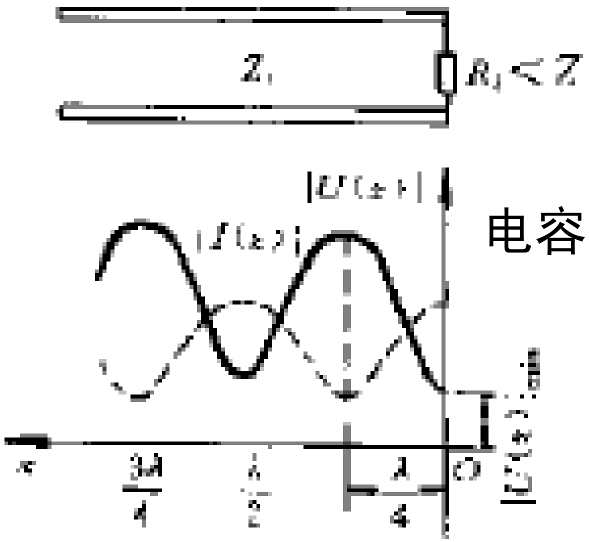
(3) 极值间距：半波长

记忆：开路无电流短路无电压

用途：判断纯电阻负载的相对大小

传输线的工作状态3：混合波状态





反射波幅度小于入射波幅度，入射波功率部分被负载吸收．线上有行波和驻波，工作在行驻波状态。行/驻波的相对大小决定于负载与传输线的失配程度

驻波比SWR（standing wave ratio）

驻波比(SWR)

1. 电压（Voltage）最大振幅值与电压最小振幅值之比
2. 反映反射波强弱的程度，不反映相位关系

…电压、电流、电场

$$S = \frac{|V_{\max}|}{|V_{\min}|} = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|} \geq 1$$

阻抗匹配时（行波状态，无反射）： S= 1

开路、短路时（驻波状态，全反射）：S → ∞

混合波状态（部分反射）时：S → （1， ∞ ）

例题

已知传输线 $R_0 = 6\Omega / km$ $L_0 = 2.2mh / km$ $C_0 = 0.005\mu f / km$

$G_0 = 0.05\mu S / km$ 求在1kHz时的 Z_0 α β

Siemens

求在线长100km时的衰减和相移，计算相速度

解： 根据 $Z_0 = \sqrt{\dfrac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}}$ 需要求 $\omega = ?$

$$\omega = 2\pi f = 6280 rad / s$$

所以 $Z_0 = \sqrt{\dfrac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}} = 692.5 - j11.52\Omega$

例题

$\alpha \quad \beta$

求在线长100km时的衰减和相移，计算相速度

解: $\omega = 2\pi f = 6280 rad/s$

根据 $\gamma = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)} = \alpha + j\beta$

$= 0.0045 + j0.0213$

所以 $\alpha = 0.0045 Np/km$

$\beta = 0.0213 rad/km$

例题

$$\alpha = 0.0045 Np / km$$

$$\beta = 0.0213 rad / km$$

求在线长100km时的衰减和相移，计算相速度

解：$\omega = 2\pi f = 6280 rad / s$

100km时

衰减 $= 0.45 Np = 8.686 \times 0.45 = 3.91 dB$

相移 $= 2.13 rad$

根据 $v_p = \dfrac{\omega}{\beta}$

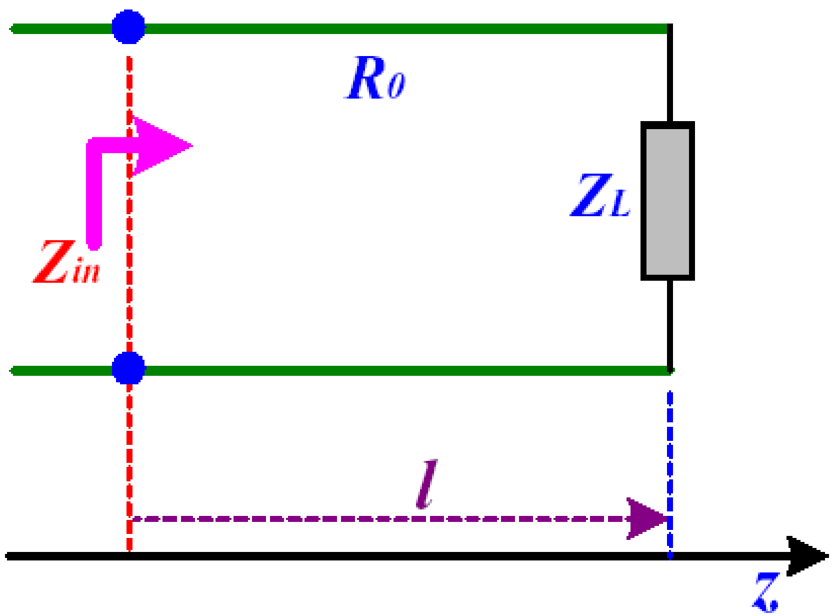
所以，相速度为 $v_p = \dfrac{\omega}{\beta} = 294.84 \times 10^3 km / s$

驻波比SWR－2

讨论：无损耗线、任意负载时的情况

用途：任意负载阻抗的信息

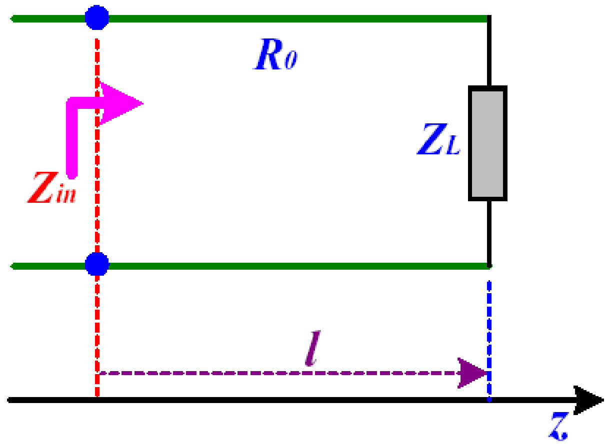
研究任意负载阻抗的无损耗传输线



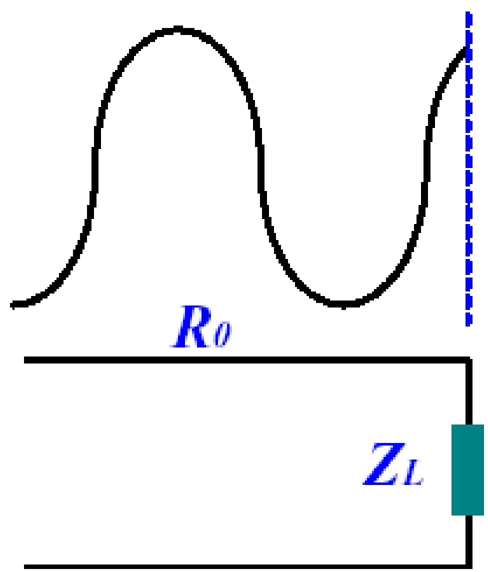
用途：任意负载阻抗的信息

$$Z_{in}(l) = R_0 \frac{Z_L + jR_0 tg(\beta l)}{R_0 + jZ_L tg(\beta l)}$$

例题：设负载阻抗为 $Z_L = R_L + jX_L$

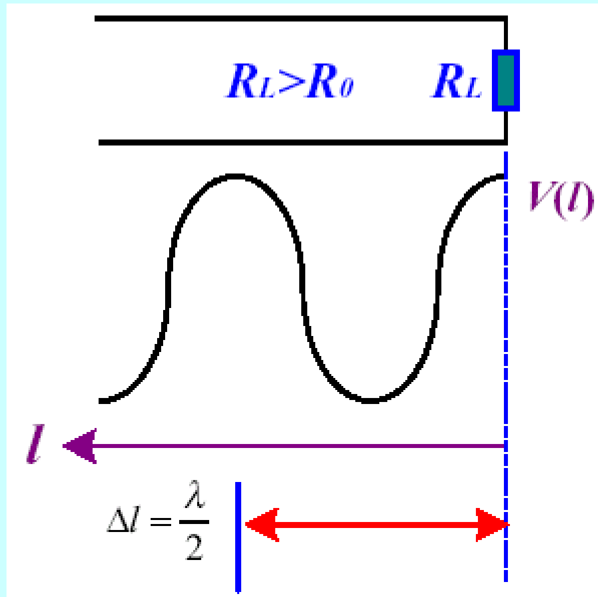


电压波曲线



求任意点反射系数

已知：无损耗线、纯电阻负载情况



(1) $R_L > R_0$时，反射系数为正——负载上电压最大

(2) $R_L < R_0$时，反射系数为负——负载上电流最大

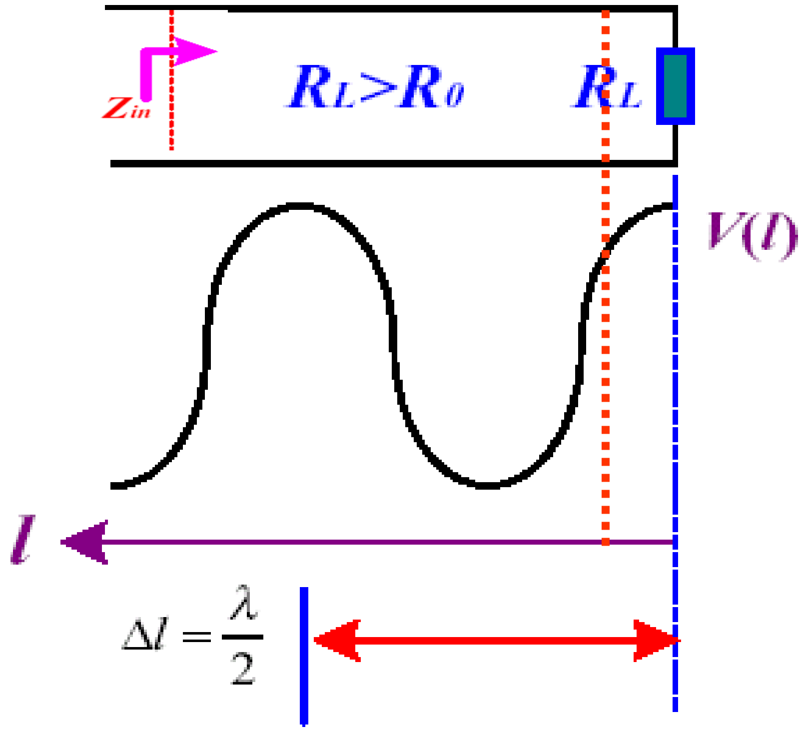
知道纯电阻负载，就知道驻波形状和 $\Gamma(L) = \frac{R_L - R_0}{R_L + R_0}$

已知：无损耗线、纯电阻负载情况

知道纯电阻负载:

我们还能计算出任意一点的输入阻抗

$$Z_{in}(l) = R_0 \frac{R_L + jR_0 tg(\beta l)}{R_0 + jR_L tg(\beta l)}$$



$$R_0 = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}}$$

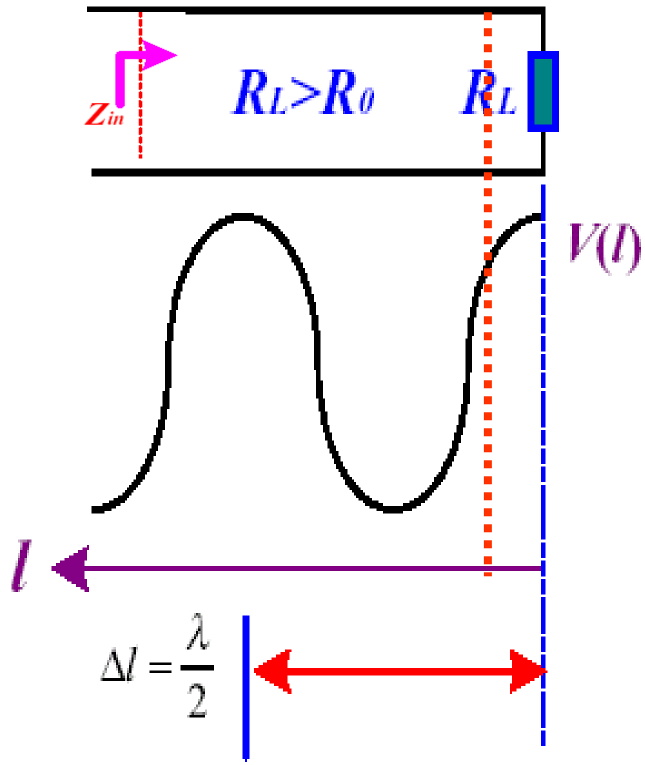
已知：无损耗线、纯电阻负载情况

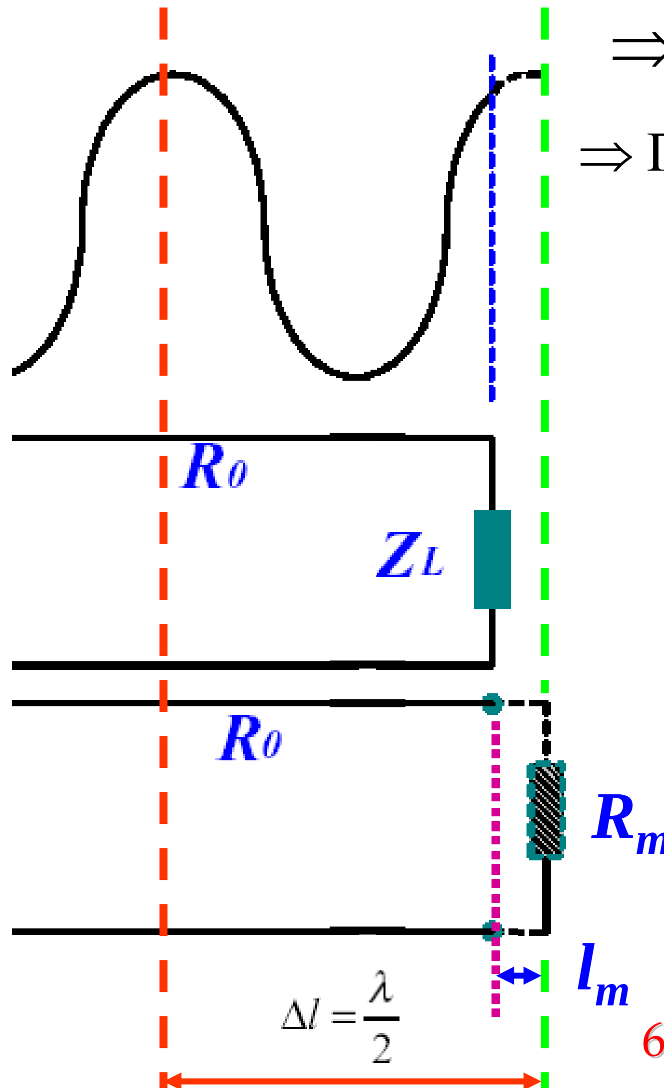
已知任意负载阻抗的无损耗传输线和驻波形状，求反射系数？

$$\Gamma(L)=\frac{R_L-R_0}{R_L+R_0}$$

构造纯电阻电路

让已知的负载阻抗 = 输入阻抗





$\Rightarrow R_m$

$\Rightarrow \Gamma(L)$

我们能计算出任意一点的输入阻抗

$$Z_{in}(l)=R_0\frac{R_L+jR_0tg(\beta l)}{R_0+jR_Ltg(\beta l)}$$

任意负载阻抗的无损耗传输线

假想：一段传输线 l_m

把不足部分补上，

即可利用已知的

无损耗线纯电阻负载的结论

让 $Z_{in} = Z_L$

所以

$$Z_L = R_0 \frac{R_m + jR_0 tg(\beta l_m)}{R_0 + jR_m tg(\beta l_m)}$$

l_m 可以从图中得到

这样就可以计算出 R_m 推出反射系数