Lista 5 - Estatística para Administração - 2024.2

1)

a) Queremos calcular:

$$P(X \leq 220).$$

Primeiro, padronizamos a variável:

$$Z = \frac{220 - 200}{10} = 2.$$

Utilizando a tabela da distribuição normal padrão temos que:

$$P(Z \leq 2) \approx 0.9772.$$

b)

$$P(X > x) = 0.01 \implies P(X \leq x) = 1 - 0.01 = 0.99.$$

Utilizando a tabela da distribuição Normal fornecida no curso, temos que $P(Z \leq z) = 0.99$ corresponde a $z \approx 2.33$. Assim:

$$\frac{x - 200}{10} = 2.33 \quad \Rightarrow \quad x = 200 + 10 \cdot 2.33 = 223.3.$$

2)

a) Resposta nos slides da disciplina. Importante ressaltar a garantia teórica.

b) Sabemos que:

- Média amostral: $\bar{x} = 4,2$ Kg.
- Variância populacional: $\sigma^2 = 0,16 \quad \Rightarrow \quad \sigma = \sqrt{0,16} = 0,4$ Kg.
- Tamanho da amostra: $n = 100$.

O intervalo de confiança para a média populacional com um nível de confiança de 95% é dado por:

$$IC(\mu, 95\%) = \left[\bar{X} - z_{0.95/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{X} + z_{0.95/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right],$$

Substituindo, temos que? O intervalo de confiança é:

$$IC(\mu, 95\%) = [4,2 - 1,96 \cdot 0,04; 4,2 + 1,96 \cdot 0,04] = [4.1216; 4.2784].$$

Interpretação: Com 95% de confiança, podemos afirmar que a média do peso dos recém-nascidos no hospital está entre $4,1216$ Kg e $4,2784$ Kg. Ou seja, se obtivéssemos m amostras de tamanho 100 e calculássemos o intervalo de confiança utilizando cada uma das médias amostrais, é esperado que aproximadamente 95% dos intervalos contenham a média populacional.

c) O raciocínio é semelhante ao do exercício anterior, muda apenas o valor de z. Importante apresentar sua observação a respeito da influência do nível de confiança na amplitude do intervalo.

d) Raciocínio semelhante ao da questão b, mudando apenas o tamanho amostral. Importante apresentar sua observação a respeito da influência do tamanho da amostra na amplitude do intervalo.

3) Para a resolução dos itens abaixo definamos a seguinte variável aleatória:

$$X: \text{ Número de acidentes por dia}$$

Segue que:

$$X \sim Poisson(2)$$

a) $\mathbb{P}(X = 0) = \dfrac{e^{-2}2^0}{0!} = e^{-2} \approx 0,1353$

b)

$$\begin{aligned}
\mathbb{P}(X \geq 2) &= 1 - \mathbb{P}(X < 2) \\
&= 1 - (\mathbb{P}(X = 0) + \mathbb{P}(X = 1)) \\
&= 1 - \left(e^{-2} + \frac{e^{-2} \cdot 2^1}{1!}\right) \\
&= 1 - 3e^{-2} \approx 0,5941
\end{aligned}$$

c) Nesse caso definiremos outra variável aleatória Y:

$$Y: \text{ Número de acidentes por semana}$$

Segue que:

$$Y \sim Poisson(2 \cdot 7)$$

Logo:

$\mathbb{P}(Y \geq 10) = 1 - \mathbb{P}(Y < 10) = 1 - \sum_{k=0}^{9} \dfrac{e^{-14}14^k}{k!}$

Obs: Nesse caso é suficiente deixar a expressão dessa forma, não precisa obter um valor numérico.