

Architecture avancée : TD4

Exercice 1 : Calculs (et erreurs) sur les flottants

Question 1 :

Sujet

Montrer que la loi d'associativité de l'addition n'est pas toujours respectée en arithmétique flottante. Utiliser l'arithmétique flottante normalisée à 3 chiffres et les nombres suivants :

$$x = 0,854 \times 10^3$$

$$y = 0,252 \times 10^3$$

et

$$z = 0,852 \times 10^3$$

Résolution

$$(x + y) + z = (0,854 \cdot 10^3 + 0,252 \cdot 10^3) + 0,852 \cdot 10^3 = 1,11 \cdot 10^3 + 0,852 \cdot 10^3 = 0,111 \cdot 10^4 + 0,0852 \cdot 10^4 = 0,196 \cdot 10^4$$

$$x + (y + z) = 0,854 \cdot 10^3 + (0,252 \cdot 10^3 + 0,852 \cdot 10^3) = 0,854 \cdot 10^3 + 1,10 \cdot 10^3 = 0,0854 \cdot 10^4 + 0,110 \cdot 10^4 = 0,195 \cdot 10^4$$

Question 2 :

Sujet

Effectuer les opérations suivantes en arithmétique flottante à 3 chiffres :

1. $\pi \times \left(\frac{1}{\pi}\right)$

2. $2136 \times (9993 + 0,004567)$

3. $10200 + 341$

4. $(10200 + 341) - 9800$

5. $(125 \times 25) + (10 \times 2,5)$

Résolution

$$1. \pi \times \left(\frac{1}{\pi}\right) = 0,314 \cdot 10^1 \times \frac{0,100 \cdot 10^1}{0,314 \cdot 10^1} = 0,314 \cdot 10^1 \times 0,318 \cdot 10^0 = 0,999 \cdot 10^0$$

2. $2136 \times (9993 + 0,004567) = 0,213.10^4 \times (0,999.10^4 + 0,457.10^{-3}) =$
 $0,213.10^4 \times (0,999 + 0,000000457)10^4 = 0,213.10^4 \times 0,999.10^4 = 0,214.10^8$
3. $10200 + 341 = 0,102.10^5 + 0,341.10^3 = (0,102 + 0,00341).10^5 = 0,105.10^5$
4. $(10200 + 341) - 9800 = 0,105.10^5 - 0,980.10^4 = 0,105.10^5 - 0,098.10^5 =$
 $0,700.10^3$
5. $(125 \times 25) + (10 \times 2,5) = (0,125.10^3 \times 0,25.10^2) + (0,1.10^2 \times 0,25.10^1) =$
 $0,313.10^4 + 0,25.10^2 = 0,313.10^4 + 0,003.10^4 = 0,316.10^4$

Question 3 :

Sujet

On considère l'expression suivante : $x = ((((((0,1 \times 10^0 + 0,1.10^{-3}) + 0,4.10^{-3}) + 0,2.10^{-3}) + 0,1.10^{-3}) + 0,2.10^{-3}) + 0,1.10^{-3}) + 0,1.10^{-3}) + 0,1 \times 10^0)$

Proposer une modification de l'ordre de sommation qui permette d'obtenir une réponse plus précise en arithmétique flottante à 3 chiffres. Valider votre réponse en calculant de nouveau l'erreur relative.

Résolution

$$x = ((((((0,1.10^{-3} + 0,4.10^{-3}) + 0,2.10^{-3}) + 0,1.10^{-3}) + 0,2.10^{-3}) + 0,1.10^{-3}) + 0,1.10^{-3}) + 0,1 \times 10^0)$$