

Описание РМНК “на пальцах” для студентов ИПСА выполняющих ЛР-1 по предмету “Анализ временных рядов”

Документ составлен Терентьевым А. Н.

Пункт 1

Подготовка тестовых данных

1. Создадим нормально распределённый ряд e из 10 чисел

1.063189
0.200904
1.270492
0.547975
0.598423
-1.264245
0.316438
0.851791
0.372758
0.655125

2. Сгенерируем ряд y по нормально распределённому ряду e :

2.1 $y(1) = e(1)$

2.2 $y(2) = e(2)$

2.3 $y(i) = 0,3 \cdot y(i-1) + 0,5 \cdot y(i-2) + 0,05 \cdot e(i)$, для $i = 2...10$

Вектор откликов (выходных значений) y – содержит значения

1.063189
0.200904
0.655390
0.324468
0.454957
0.235509
0.313953
0.254530
0.251973
0.235613

Матрица измерений $X = (y(k-1), y(k-2))$

Матрица X	
$y(k-1)$	$y(k-2)$
0.200904	1.063189
0.655390	0.200904
0.324468	0.655390
0.454957	0.324468
0.235509	0.454957
0.313953	0.235509
0.254530	0.313953
0.251973	0.254530

Пункт 2.

Прогноз методом наименьших квадратов (МНК)

$$\hat{\theta} = (X^T \cdot X)^{-1} \cdot X^T \cdot Y = \begin{bmatrix} 0,2853 \\ 0,5557 \end{bmatrix}, \text{ где}$$

Вектор Y	Матрица X	
0.655390	0.200904	1.063189
0.324468	0.655390	0.200904
0.454957	0.324468	0.655390
0.235509	0.454957	0.324468
0.313953	0.235509	0.454957
0.254530	0.313953	0.235509
0.251973	0.254530	0.313953
0.235613	0.251973	0.254530

Код программы на матлабе

```
>> inv(x'*x)*x'*y
```

Результат

0.2853

0.5557

Средне квадратическое отклонение параметров уравнения модели

$$CKO = \sqrt{(\theta - \hat{\theta})^2} = \sqrt{(0,3 - 0,2853)^2 + (0,5 - 0,5557)^2} = 0,0576$$

Пункт 3.

Прогноз рекурсивным методом наименьших квадратов (РМНК)

Начальные значения алгоритма $\theta_0 = \alpha, P_0 = \beta \cdot I, \beta \gg 0$.

$$P_i = P_{i-1} - \frac{P_{i-1} \cdot x^T(i) \cdot x(i) \cdot P_{i-1}}{1 + x(i) \cdot P_{i-1} \cdot x^T(i)}$$

$$\theta_i = \theta_{i-1} + P_i \cdot x^T(i) \cdot [y^T(i) - x(i) \cdot \theta_{i-1}]$$

Где $x(i)$ – это i -я строка матрицы измерений X .

Входные данные

Вектор y	Матрица X	
0.655390	0.200904	1.063189
0.324468	0.655390	0.200904
0.454957	0.324468	0.655390
0.235509	0.454957	0.324468
0.313953	0.235509	0.454957
0.254530	0.313953	0.235509
0.251973	0.254530	0.313953
0.235613	0.251973	0.254530

Начальные значения алгоритма

Пусть $\alpha = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\beta = 10$ следовательно $\theta_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $P_0 = \begin{pmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{pmatrix}$

Итерация-1	P_1	9.6824	-1.6809	θ_1	0.1036
		-1.6809	1.1046		0.5483
Итерация-2	P_2	2.1004	-0.5707	θ_2	0.2884
		-0.5707	0.9420		0.5213
Итерация-3	P_3	2.0321	-0.6668	θ_3	0.2927
		-0.6668	0.8069		0.5275
Итерация-4	P_4	1.6489	-0.6443	θ_4	0.2555
		-0.6443	0.8056		0.5297
Итерация-5	P_5	1.6408	-0.6626	θ_5	0.2566
		-0.6626	0.7644		0.5321
Итерация-6	P_6	1.5242	-0.6535	θ_6	0.2724
		-0.6535	0.7637		0.5309
Итерация-7	P_7	1.4930	-0.6660	θ_7	0.2751
		-0.6660	0.7587		0.5320
Итерация-8	P_8	1.4526	-0.6710	θ_8	0.2812
		-0.6710	0.7581		0.5327

Результат

0.2812

0.5327

Средне квадратическое отклонение параметров уравнения модели

$$CKO = \sqrt{(\theta - \hat{\theta})^2} = \sqrt{(0,3 - 0,2812)^2 + (0,5 - 0,5327)^2} = 0,0378$$

Программа РМНК на МатЛабе-7

```
% rmnk('s_max.txt',3)
function rmnk(file_name_data, n_column);

b=10;

fid_source = fopen(file_name_data,'r');
B = fscanf(fid_source,'%g',[n_column inf]);
A = B';
y=A(:,1);
x=A(:,2:end);

[x_row, x_column]=size(x);

% задаем начальные значения p0
p0=eye(x_column)*b;

% задаем начальные значения тэта (у нас coef)
for i=1:x_column
    coef(i)=0;
end;
coef=coef';

i=1;
for i=1:x_row
    fprintf('Итерация - %i',i);
    p1=p0-(p0*x(i,:)'*x(i,:)*p0)/(1+x(i,:)*p0*x(i,:)'),
    coef=coef+p1*x(i,:)'*(y(i)-x(i,:)*coef),
    p0=p1;
end;

coef
```