

**Національний Технічний Університет України**

**“КПІ ім.Ігоря Сікорського”**

**Інститут прикладного системного аналізу**

**ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 1**

**Оцінювання параметрів різницевого рівняння  
авторегресії із ковзним середнім на основі  
експериментальних даних за допомогою МНК і РМНК**

Виконавці роботи:

студенти гр. КА-71

***Батейко Едуард***

***Третьяков Максим***

***Жакулін Нікіта***

***Орел Евген***

Перевірила:

***Кузнєцова Наталія***

***Володимирівна***

---

(підпис, дата)

Київ 2020

| № бригади | $a_0$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $b_1$ | $b_2$ | $b_3$ |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 11        | 0,4   | 0,05  | -0,05 | 0,5   | 0,4   | 0,5   | 0,1   |

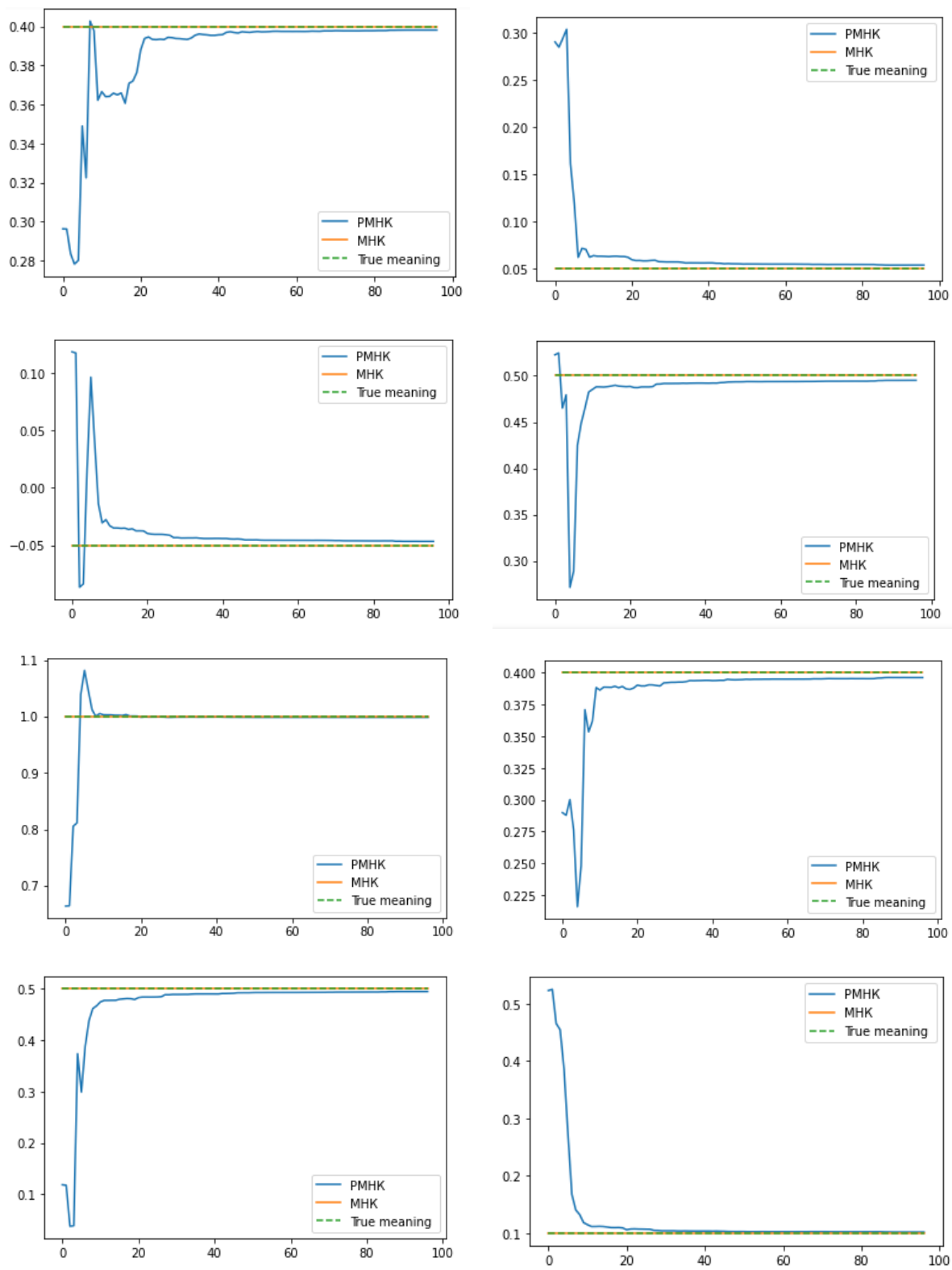
1. Згідно з номером бригади, модель має вигляд:

$$y(k) = 0,4 + 0,05 * y(k - 1) - 0,05 * y(k - 2) + 0,5 * y(k - 3) + v(k) + 0,4 * v(k - 1) + 0,5 * v(k - 2) + 0,1 * v(k - 3) + \varepsilon$$

2. Після написання програми отримані такі експериментальні дані

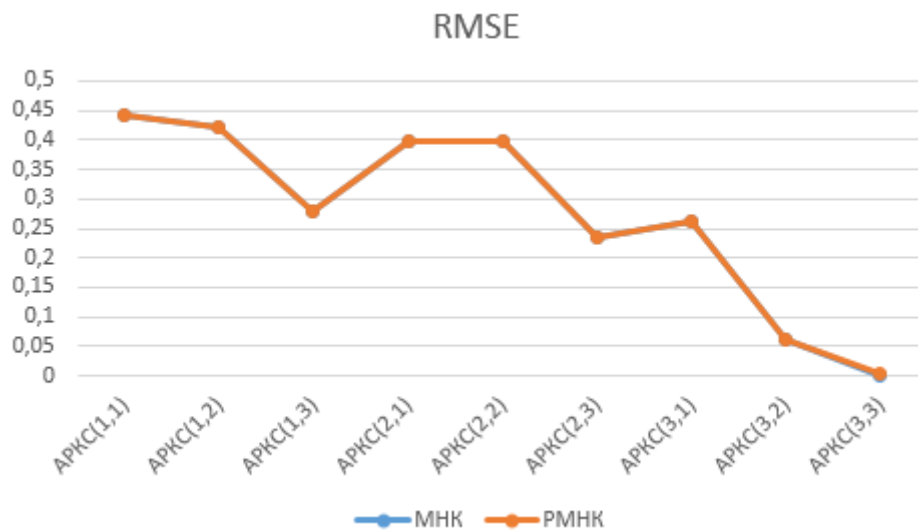
|           | МНК     |         |             | РМНК    |         |            |
|-----------|---------|---------|-------------|---------|---------|------------|
|           | S       | R2      | ІКА         | S       | R2      | ІКА        |
| АРКС(1,1) | 0.44155 | 0.92745 | 299.05775   | 0.44155 | 0.92745 | 299.05877  |
| АРКС(1,2) | 0.42096 | 0.93467 | 287.74446   | 0.42096 | 0.93467 | 287.74551  |
| АРКС(1,3) | 0.27835 | 0.97173 | 205.64324   | 0.27835 | 0.97173 | 205.64499  |
| АРКС(2,1) | 0.39761 | 0.94171 | 276.55799   | 0.39761 | 0.94171 | 276.55896  |
| АРКС(2,2) | 0.39643 | 0.94206 | 277.97536   | 0.39643 | 0.94206 | 277.97619  |
| АРКС(2,3) | 0.23394 | 0.98003 | 173.92269   | 0.23394 | 0.98003 | 173.92604  |
| АРКС(3,1) | 0.26082 | 0.97517 | 193.02444   | 0.26083 | 0.97517 | 193.03114  |
| АРКС(3,2) | 0.06237 | 0.99858 | -82.54810   | 0.06243 | 0.99857 | -82.33252  |
| АРКС(3,3) | 0       | 1.00000 | -5832.14483 | 0.00286 | 1.00000 | -678.41922 |

3. Графіки зміни у часі оцінки для кожного коефіцієнта математичної моделі (графік перехідного процесу алгоритму оцінювання).

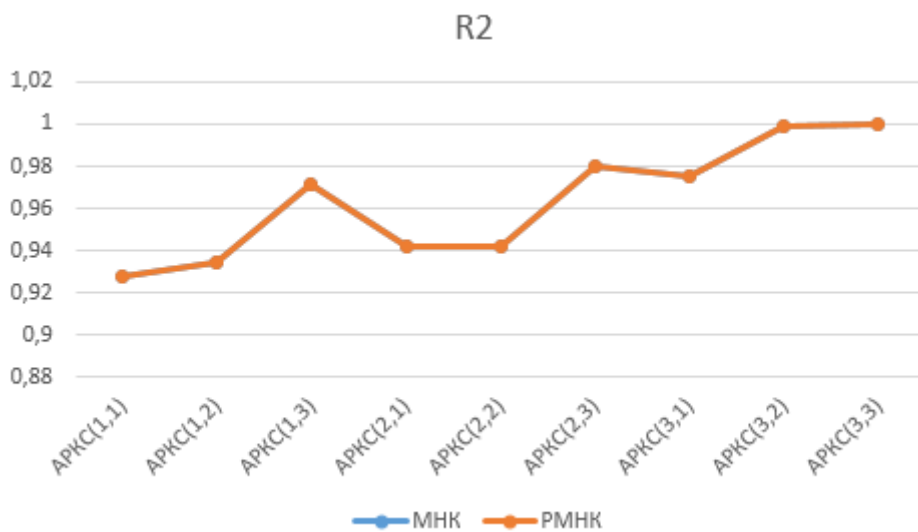


4. Побудуйте графік зміни у часі оцінки для кожного коефіцієнта математичної моделі

Графік суми квадратів похибок рівняння



Графік зміни коефіцієнта детермінації



Графік зміни значення критерію Акайке



5. За допомогою розрахованих характеристик виберіть «найкращу» модель. Обґрунтуйте вибір «найкращої» моделі. Поясніть чому для вибору кращої моделі використовують декілька статистичних параметрів, а не один параметр?

Найкраща модель виявилась МНК АРКС(3,3) за показниками, що ми можемо побачити проаналізувавши таблицю з пункту 2 та графіків у пункті 4. Для вибору кращої моделі використовують декілька статистичних параметрів, оскільки кожна з них оцінює різні властивості моделі, що важливо для розуміння та вибору моделі в тій чи іншій ситуації.

6. По отриманим результатам зробить висновок який метод МНК або РМНК дає кращі результати? Поясніть чому в техніці використовується саме метод РМНК, в чому головний недолік МНК?

Згідно наших результатів кращий результат дали моделі МНК. Але на практиці частіше використовують РМНК через те, що він не потребує вираховування оберненої матриці. Це розширює область його застосування і зменшує об'єм необхідних обчислень.

7. Раздрукуйте програмно реалізовані процедури методів МНК та РМНК.

МНК:

```
def solve_normal_equation(X, y):  
    return np.linalg.inv(X.T.dot(X)).dot(X.T).dot(y)
```

РМНК:

```
def solve_recursive(X, y):  
    p0 = np.eye(X.shape[1]) * 10  
    theta = np.zeros((X.shape[1], ))  
    theta_log = []  
  
    for i in range(X.shape[0]):  
        x_i = X[i].reshape((1, -1))  
        numerator = p0.dot(x_i.T).dot(x_i).dot(p0)  
        denominator = 1 + x_i.dot(p0).dot(x_i.T)  
  
        p1 = p0 - numerator / denominator  
        theta = theta + p1.dot(x_i.T).dot(y[i].T - x_i.dot(theta))  
  
        p0 = p1  
        theta_log.append(theta.copy())  
  
    return theta, np.array(theta_log)
```

8. Дайте письмові висновки за виконаною роботою.

Виконавши роботу, ми навчилися оцінювати параметри (коефіцієнти) різницевого рівняння типу авторегресії з заданим порядком за допомогою методу найменших квадратів (МНК) та рекурсивного методу найменших квадратів (РМНК). Проаналізувавши отримані результати ми визначили найкращий метод оцінювання параметрів різницевого рівняння — МНК для АРКС(3,3), обрали найкращу модель для конкретного процесу за допомогою множини статистичних параметрів, що характеризують якість моделі.