

Bachelor afhandling

Spannere

Allan Nielsen

Datalogisk Institut
Københavns Universitet

DIKU, 2016

Outline

1 Spannere

Overordnet

Greedy

Thorup-Zwick

2 Eksperimenter

Densitet

Stretch

Vægt

Køretid

Grad

3 Bias

4 Outlook

Spannere

Overordnet

- Hvad?
- Hvorfor?
- Hvordan?
- Grænser

Spannere

Overordnet

- Hvad? lettere/sparse sub-graf, *t-spanner*
- Hvorfor?
- Hvordan?
- Grænser

Spannere

Overordnet

- Hvad? lettere/sparse sub-graf, *t-spanner*
- Hvorfor? F.eks. optimering af infrastruktur eller approksimering af afstande til søgning i metriske rum
- Hvordan?
- Grænser

Spannere

Overordnet

- Hvad? lettere/sparse sub-graf, *t-spanner*
- Hvorfor? F.eks. optimering af infrastruktur eller approksimering af afstande til søgning i metriske rum
- Hvordan? Greedy og Thorup-Zwick
- Grænser

- Hvad? lettere/sparse sub-graf, *t-spanner*
- Hvorfor? F.eks. optimering af infrastruktur eller approksimering af afstande til søgning i metriske rum
- Hvordan? Greedy og Thorup-Zwick
- Grænser

Grænser	Stretch	Størrelse	Køretid	vægt
Greedy	$2k - 1$	$O(n^{1+1/k})$	$O(mn^{1+1/k})$	$O(MST(G) \frac{n}{2(2k-1)})$
ThorupZwick	$2k - 1$	$O(kn^{1+1/k})$	$O(kmn^{1/k})$	-

Figure: Greedy og ThorupZwicks teoretiske grænser.

Outline

1 Spannere

Overordnet

Greedy

Thorup-Zwick

2 Eksperimenter

Densitet

Stretch

Vægt

Køretid

Grad

3 Bias

4 Outlook

Greedy

- Koncepter (r -værdi, kant sortering, tjek før tilføjelse, ny graf)

$$r \cdot \omega(v, u) < \delta(v, u)$$

- Lightness property (MST, $r \rightarrow \infty$)

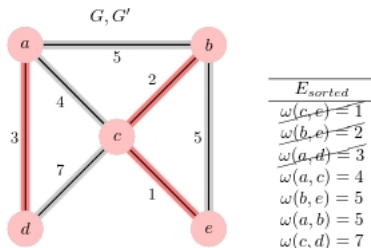


Figure: Iteration af Greedy-Spanner

Outline

1 Spannere

Overordnet

Greedy

Thorup-Zwick

2 Eksperimenter

Densitet

Stretch

Vægt

Køretid

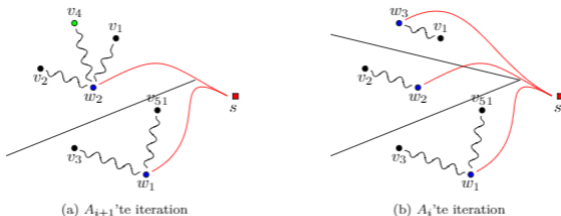
Grad

3 Bias

4 Outlook

Thorup-Zwick

- Koncepter (Partitioner, sub-træer)
 $A_0 \supseteq \dots A_i \supseteq A_{i+1} \dots \supseteq A_k$
- Optimeringer (Kildeknude, Dijkstra)



Figur 2: Tilføjelse af kildeknode for at bestemme vidner.

Figure: Iteration af subtræer med kildeknode

- Koncepter (Partioner, sub-træer)
 $A_0 \supseteq \dots A_i \supseteq A_{i+1} \dots \supseteq A_k$
- Optimeringer (Kildeknude, Dijkstra)

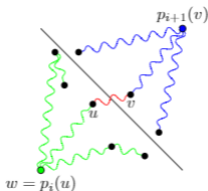


Figure: Optimeret Dijkstra relaxering

Outline

1 Spannere

Overordnet

Greedy

Thorup-Zwick

2 Eksperimenter

Densitet

Stretch

Vægt

Køretid

Grad

3 Bias

4 Outlook

Densitet

Forholdet mellem antallet af kanter spanneren har, og det maksimale antal kanter den kan antage

Greedy Plateau ved 3 og frem (MST)

TZ Aftager mindre som k bliver større.

- TZ tilnærmer sig plateau, Greedy opnår MST størrelse hurtigt.

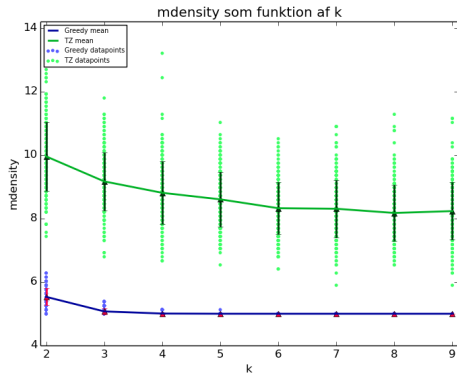


Figure: Densitet som funktion af k .
 $d = 0.7$, $|V| = 40$.

Outline

1 Spannere

Overordnet

Greedy

Thorup-Zwick

2 Eksperimenter

Densitet

Stretch

Vægt

Køretid

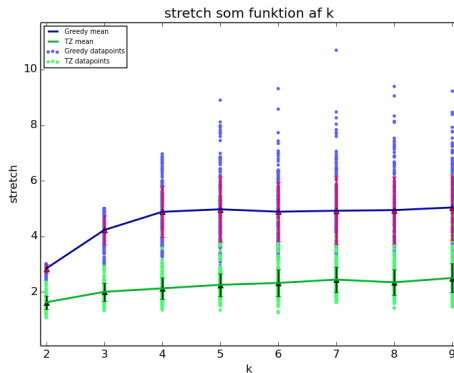
Grad

3 Bias

4 Outlook

Stretch

bredden/længde af en spanner, i forhold til den oprindelige graf



Greedy Opnår plateau fra k lig 4.

TZ Vokser stødt. Flere subtræ spanneren.

- Greedy presser grænsen, hvor TZ holder en lav gns. stretch

Figure: Stretch som funktion af k.
 $d = 0.8$, $|V| = 40$.

Outline

1 Spannere

Overordnet

Greedy

Thorup-Zwick

2 Eksperimenter

Densitet

Stretch

Vægt

Køretid

Grad

3 Bias

4 Outlook

Vægt

Sum af kantvægte i spanneren

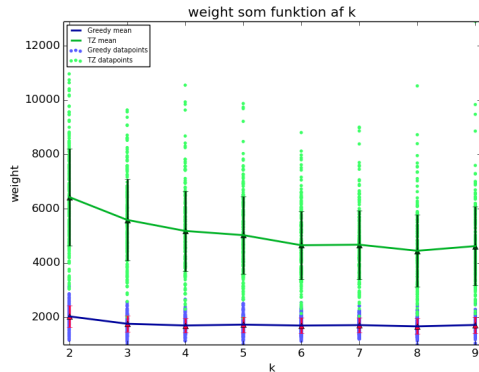


Figure: Vægt som funktion af k.
 $d = 0.7$, $|V| = 40$.

Outline

1 Spannere

Overordnet

Greedy

Thorup-Zwick

2 Eksperimenter

Densitet

Stretch

Vægt

Køretid

Grad

3 Bias

4 Outlook

Køretid

Målte tid for generation af spanner

Greedy Stiger eksponentielt

TZ Stiger marginalt

- TZ er hurtigere, knuder taget i betragtning

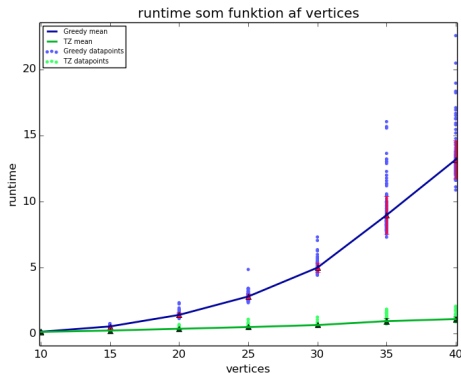


Figure: Køretid som funktion af V . $d = 0.7$, $k = 7$.

Køretid

Køretid som fkt. af densiteten

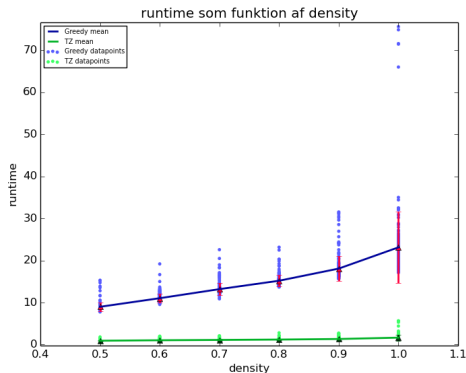


Figure: Køretid som funktion af densiteten. $k = 7$, $|V| = 40$.

Greedy Vokser lineært.

TZ Vokser så lidt, at det er ulæseligt.

- Densiteten har en større indvirkning på Greedy end TZ.

Køretid

Køretid som fkt. af k

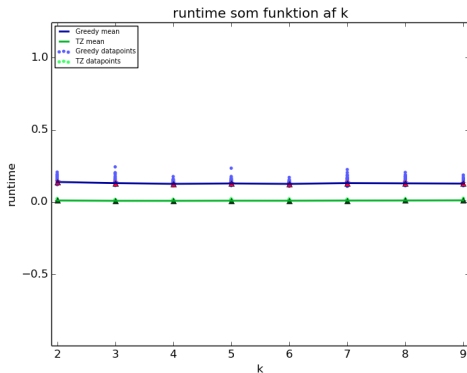


Figure: Køretid som funktion af k .
 $d = 0.7$, $|V| = 40$.

Greedy Ingen tendenser

TZ Ingen tendenser.

- Greeder kører langsommere end TZ med en fast faktor

Outline

1 Spannere

Overordnet

Greedy

Thorup-Zwick

2 Eksperimenter

Densitet

Stretch

Vægt

Køretid

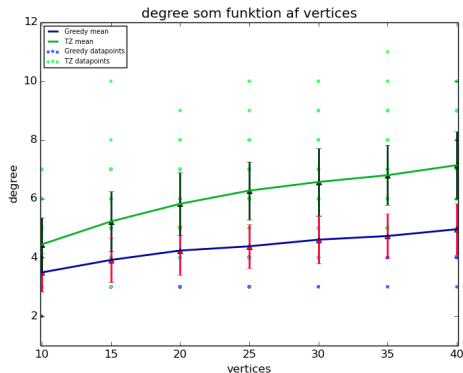
Grad

3 Bias

4 Outlook

Grad

Antal kanter, knuder med flest kanter har



Greedy Svagt voksende, aftagende tilvækst.

TZ Stærkere voksende, aftagende tilvækst.

- TZ har større grad, grundet sub-træer

Figure: Grad som funktion af k .
 $d = 0.7$, $k = 7$.

Bias

- Grad af input graf
- Spænd af vægt

Bias

- Grad af input graf
Afgøre hvorvidt spanner afhænger af grad
- Spænd af vægt

Bias

- Grad af input graf
Afgøre hvorvidt spanner afhænger af grad
- Spænd af vægt
Lette stier, mindre Grad?

Outlook

- Udvide parametre for at se andre tendenser (k, grad, vægt)
- Implementere Baswana til sammenligning.

Summary

- Hvad en Spanner er, og dens brug.
- Gennemgået koncepter for udvalgte algoritmer.
- Gennemgang af udvalgte eksperimenter.
- Perspektiver til overvejelse
 - Udvide parametre for genererede grafer (k , vægt, grad)
 - Implementere nyere algoritmer til sammenligning.

For Further Reading I



S. Baswana.

$(2k-1)$ -spanner i $O(km)$ tid.

<http://www.cse.iitd.ernet.in/ssen/journals/randstruc.pdf>,
2003.