

2. SAYI SİSTEMLERİ VE KODLAR

Sayı sistemleri iki ana gruba ayrılır.

1.Sabit Noktalı Sayı Sistemleri

2.Kayan Noktalı Sayı Sistemleri

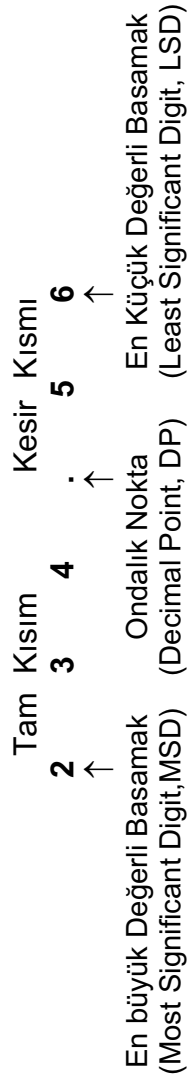
2.1. Sabit Noktalı Sayı Sistemleri

2.1.1. Ondalık Sayı Sistemi

Günlük yaşamımızda kullandığımız sayı sistemi ondalık (decimal) sayı sistemidir. Ayrıca 10 tabanlı sistem olarak da adlandırılır ve bu sistemde on tane sembol kullanılır.

Semboller : 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9

Ondalık sayı sisteminin genel biçimi ve terminolojisi aşağıda verilmiştir.



$$234.56_{10} = 234.56D$$

Basamak Değeri	Basamak Ağırlığı
2	10^{+2}
3	10^{+1}
4	10^{+0}
5	10^{-1}
6	10^{-2}

↑ Taban Değeri

$$234.56_{10} = 2 \times 10^{+2} + 3 \times 10^{+1} + 4 \times 10^{+0} + 5 \times 10^{-1} + 6 \times 10^{-2}$$

$$13.25_{10} = (?)_2$$

Birinci kısımda önce tamsayı kısmın dönüşümü yapılır.

$$\frac{13}{2} = 6 + \text{kalan } 1$$

$$\frac{6}{2} = 3 + \text{kalan } 0$$

$$\frac{3}{2} = 1 + \text{kalan } 1$$

$$\frac{1}{2} = 0 + \text{kalan } 1$$

Buradan 1 1 0 1 elde edilir.

İkinci ve son kısımda ise kesirli kısmın dönüşümü yapılır.

$$0.25 \times 2 = 0.5 \text{ tam kısmı } 0$$

$$0.5 \times 2 = 1.0 \text{ tam kısmı } 1$$

Sonuç olarak **1 1 0 1 . 0 1** elde edilir.

$$13.25_{10} = 1101.01_2$$

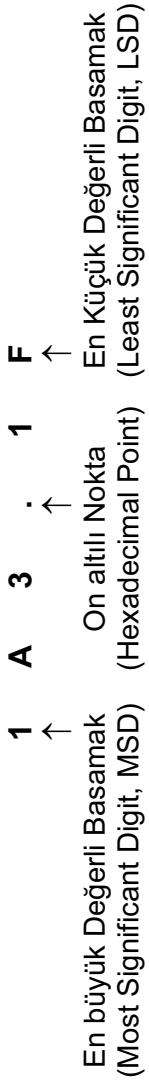
2.1.3. Sekizli Sayı Sistemi

2.1.4. Onaltılık Sayı Sistemi

Onaltılık (Hexadecimal, Hex) sayı sistemi, sayısal elektronik sistemlerinde mikroişlemci temelli uygulamalarda yaygın olarak kullanılır.

Semboller 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

Onaltılık sayı sisteminin genel biçimi ve terminolojisi aşağıda verilmiştir.



On altı tabanlı sayı sisteminin gösterimi ve sayıların kuvvet serisi şeklindeki açılımı aşağıda verilmiştir

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cc}
 \text{Basamak} & \text{Basamak} \\
 \text{Değeri} & \text{Ağırlığı}
 \end{array} \\
 \downarrow \quad \quad \quad \swarrow \\
 1A3.1F_{16} = 1 \times 16^{+2} + 10 \times 16^{+1} + 3 \times 16^{+0} + 1 \times 16^{-1} + 15 \times 16^{-2} \\
 \uparrow \quad \quad \quad \uparrow \\
 \text{Taban} \quad \text{Değeri}
 \end{array}$$

$$1A3.1F_{16} = 1A3.1FH$$

Onaltılık sistemden ondalık sisteme dönüşüm için bir örnek aşağıda verilmiştir. Burada daha önce verilen kuvvet serisi şeklindeki açılım kullanılarak onaltılık sayının ondalık değeri elde edilmiştir.

$$1A3.1F_{16} = 419.12109375_{10}$$

$$419.12109375_{10} = (?)_{16}$$

Birinci kısımda önce tamsayı kısmın dönüşümü yapılır.

$$\frac{419}{16} = 26 + \text{kalan } 3$$

$$\frac{26}{16} = 1 + \text{kalan } 10$$

$$\frac{1}{16} = 0 + \text{kalan } 1$$

Buradan **1 A 3** elde edilir.

İkinci ve son kısımda ise kesirli kısmın dönüşümü yapılır.

$$0.12109375 \times 16 = 1.9375 \text{ tam kısmı } 1$$

$$0.9375 \times 16 = 15.0 \text{ tam kısmı } 15$$

Buradan **0 . 1 F** elde edilir.

Sonuç olarak **1 A 3 . 1 F** elde edilir.

$$419.12109375_{10} = 1A3.1F_{16}$$

$16=2^4$ olduğu için onaltılık sistemden ikili sisteme dönüşüm için onaltılık sayının her basamağına karşılık olarak 4-bitlik ikili kodu yazılarak elde edilebilir.

$$1A3.1F_{16} = 0001\ 1010\ 0011.0001\ 1111_2$$

İkili sistemden onaltılık sisteme dönüşüm için ikili sayı 4-bitlik gruplara ayrılır ve bunların onaltılık karşılığı ($16=2^4$ olduğu için bunu yapmaya hakkımız var) yazılarak elde edilmesi aşağıda verilmiştir.

$$1011\ 1001.0111_2 = B9.7_{16}$$

2.1.5. İkili Kodlanmış Ondalık Sayı Sistemi

İkili kodlanmış ondalık (Binary Coded Decimal, BCD) sayı sistemi, ikili sayıların ondalık karşılıklarının fiziksel dış dünyada gösterilmesini sağlamak üzere sayısal elektronik sistemlerinde yaygın olarak kullanılır.

Semboller 0, 1

BCD sayı sisteminin genel biçimi ve terminolojisi aşağıda verilmiştir.

0111	0011	.	0010	0101
------	------	---	------	------

7 3 . 2 5

Ondalık sistemden BCD sisteme dönüşüm, her bir ondalık basamak ayrı ayrı 4-bit ikili sayıya dönüştürülerek yapılır.

$$73.25_{10} = 0111\ 0011 . 0010\ 0101_{BCD}$$

BCD sistemden ikili sisteme dönüşüm için sayı önce ondalık nokta referans alınarak 4-bit gruplara ayrılır ve her bir 4-bit ikili sayı bağımsız olarak ondalık sayıya dönüştürülür. Sonra ondalık sayı ikili sayıya dönüştürülerek BCD sistemden ikili sisteme dönüşüm yapılır.

$$\mathbf{0111\ 0011\ .\ 0010\ 0101_{BCD} = 73.25_{10} = 1001001.01_2}$$

İkili sistemden BCD sisteme dönüşüm yapmak için önce ikili sayı ondalık sayıya dönüştürülür. Sonra ondalık sistemden BCD sisteme dönüşüm için her bir ondalık basamak ayrı ayrı 4-bit ikili sayıya dönüştürülür.

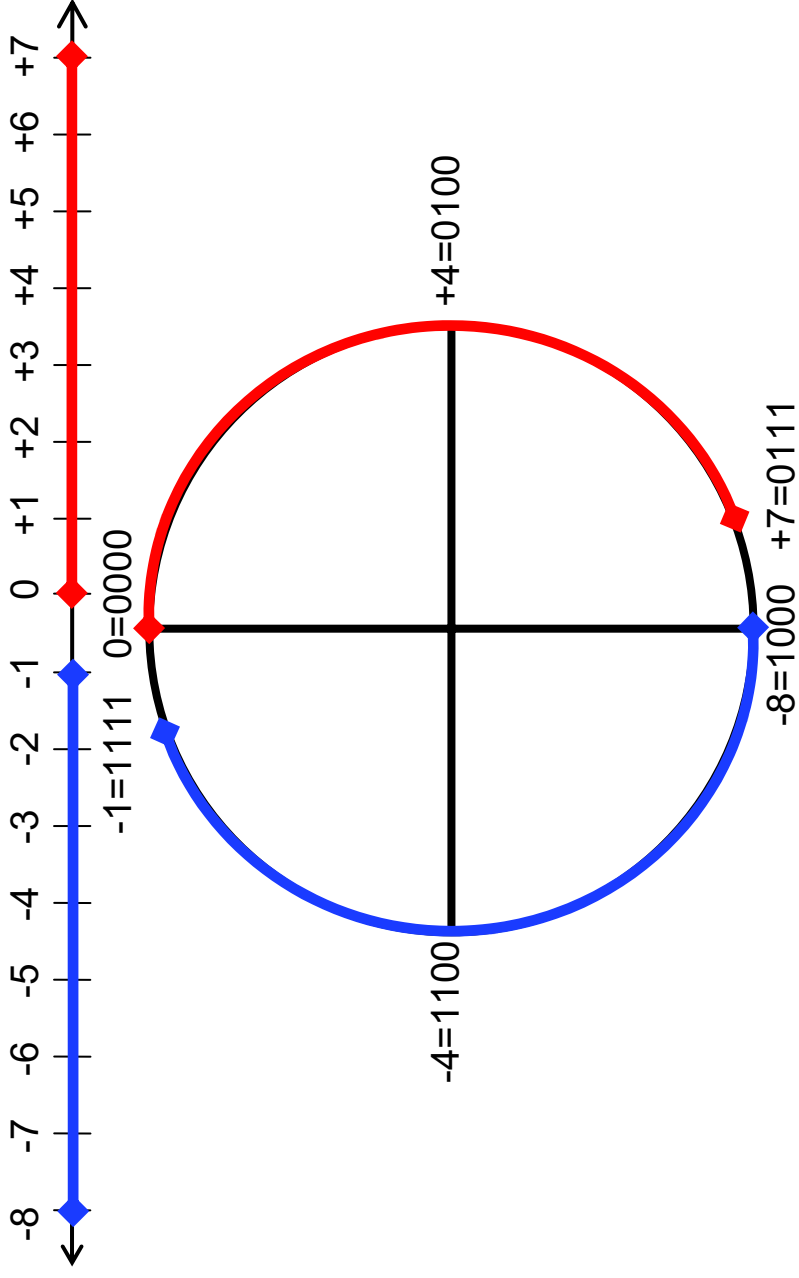
$$\mathbf{1001001.01_2 = 73.25_{10} = 0111\ 0011\ .\ 0010\ 0101_{BCD}}$$

2.2. İşaretli Sayılar

Tablo 2-1 İkili sayıların (4-bit) işaretli gösterimi

Ondalık Değer	İşaretili 2'ye tümleyen	İşaretili 1'e tümleyen	İşaretili büyüklük
+ 7	0111	0111	0111
+ 6	0110	0110	0110
+ 5	0101	0101	0101
+ 4	0100	0100	0100
+ 3	0011	0011	0011
+ 2	0010	0010	0010
+ 1	0001	0001	0001
+ 0	0000	0000	0000
- 0	—	1111	1000
- 1	1111	1110	1001
- 2	1110	1101	1010
- 3	1101	1100	1011
- 4	1100	1011	1100
- 5	1011	1010	1101
- 6	1010	1001	1110
- 7	1001	1000	1111
- 8	1000	—	—

Buradaki gösterim şekilleri Şekil 2-1 ile karşılaştırıldığında en uygun ve verimli olan 2'ye tümleyen işaretli tamsayı gösterimidir ve matematiğe de en uygun olan şekildir.



Şekil 2-1 İşaretili tamsayılar ile 2'ye tümleyen sayıların grafik gösterimi

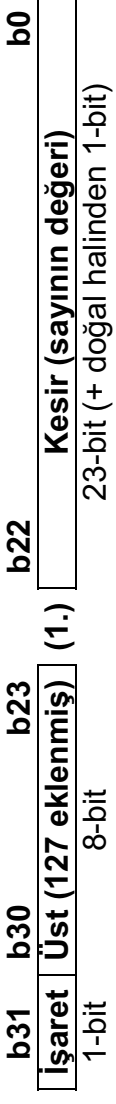
Pozitif İşaretili sayılardan negatif işaretli sayıların elde edilmesi :

1'e Tümleme ile Pozitif Sayıların Negatif Karşılığının Elde Edilmesi	2'ye Tümleme ile Pozitif Sayıların Negatif Karşılığının Elde Edilmesi
$+ 5 \rightarrow 0101$ $- 5 \rightarrow 1010$; önce sayının 1'e tümleyeni bulunur. $+ 5 \rightarrow 0101$ 1010 $+ 1$; sonra 1 eklenir. <hr/> $- 5 \rightarrow 1011$
1010B	1011B
İkili Sistemde	On altılı Sistemde
$+ 15 = 0000\ 1111$ 1'e tümleme 1111 0000 $+ 1$ <hr/> 1111 0001	$+ 2A$ 1'e tümleme FF - 2A = D5 $+ 1$ <hr/> - 2A = D6 - 2AH \rightarrow D6H
- 15 \rightarrow 1111 0001B	- 2AH \rightarrow D6H

2.3. Kayan Noktalı Sayı Sistemleri

32-bit ikili sayı ile işaretli olarak 0 ile 4,294,967,295 veya

2'ye tümleyen işaretli olarak -2,147,483,648 ile 2,147,483,647 arasında ondalık sayıları gösterebiliriz. Daha büyük ve küçük değerli sayıları, ancak bilimsel gösterimden yararlanarak kayan noktalı (Floating Point) sayılar biçiminde gösterebiliriz. Aşağıda IEEE/ANSI 754 standardına uygun bir 32-bit kayan noktalı sayı biçimi gösterilmiştir.



Kayan Noktalı Sayıların (FPN, Floating Point Number) genel biçimi aşağıda verilmiştir.

$$\text{FPN} = F \times r^E$$

İki tabanı için kayan noktalı sayının genel biçimi aşağıda verilmiştir.

$$A = (-1)^S \cdot f \cdot 2^e, \quad S : \text{işaret biti}, \quad e : \text{üst kısmı}, \quad f : \text{kesir kısmı}$$

FPN₂ biçimindeki kayan noktalı sayıların sınır değerleri aşağıda verilmiştir.

m = 8 için üst kısmın sınırları :

$$-126 \leq f \leq 128$$

en küçük ve en büyük değer :

$$eb = 1, e = -126, f = 000000 \\ (2^{-126}) = 1.18 \times 10^{-38}$$

$$eb = 255, e = 128, f = 7FFFFFFF \\ (2^{128} \cdot 2) = 3.4 \times 10^{+38} \times 2 = 6.8 \times 10^{+38}$$

Örnek 1 :

$45.781_{10} = 101101.11001_2$ sayısı IEEE 32-bit normalize FPN₂ gösterimi:

Önce sayının en büyük ağırlıklı biti dışında tamamı kesir haline getirilir.

$$101101.11001_2 = 1.0110111001 \times 2^5$$

İşaret biti = 0 (pozitif)

$$\text{Üst } (E_{xs}) = 5 + 127 = 132_{10} = 10000100_2$$

Kesir (F) = 0110111001...00 (MSB = 1 gösterilmez)

b31 b30b23 b22..... b0

0	10000100	(1.)	011011100100000000000000
---	----------	------	--------------------------

Bunun sonucunda IEEE normalize FPN

$$\text{FPN}_2 = 01000010001101110010000000000000_2 = 42372000h$$

Örnek 2 :

0.15625 için $e = -3$, $f = 1.010000000000000000000000$

Örnek 3 :

0.1 için $e = -4$, $f = 1.100110011001100110011001100_2$

Dönüşümden elde edilen bu 32-bit kayan noktalı sonuç yeniden ondalık sayıya dönüştürülürse

0.099999994039536 elde edilir.

Örnek 4 :

1.0 için $e = 0$, $f = 1.000000000000000000000000$

Örnek 5 :

$1.23 \times 10^{+3}$ için $e = 10$, $f = 1.001100111000000000000000$

2.4. Aritmetik İşlemler

İkili sayılar ile dört işlem (toplama, çıkarma, çarpma ve bölme), özelliklede toplama ve çıkarma işlemleri sayısal elektronik sistemlerin programlanmasında sıkça kullanılan işlemlerdir.

2.4.1. Toplama / Çıkarma İşlemi

İkili sayılar ile yapılan toplama işlemi, işleme giren sayıların karşılıklı bitleri bit bit toplanır ve oluşması halinde eldenin bir sonraki toplamaya eklenmesi şeklinde yapılır. Bu toplama işleminde işleme giren sayılar, 2'ye tümleyen işaretli değerler ise doğal olarak sayıların işareti dikkate alınarak doğru sonuç elde edilir. Çıkarma işlemi ise, toplama işlemine giren ikinci sayının işareti değiştirilerek gerçekleştirilir.

+ 15	0000 1111	+ 15	0000 1111	- 15	1111 0001	- 15	1111 0001
+ 08	0000 1000	- 08	1111 1000	+ 08	0000 1000	- 08	1111 1000
<hr/>							
+ 23	0001 0111	+ 07	0000 0111	- 07	1111 1001	- 23	1110 1001
<hr/>							
2BH=43D, 78H=120D							
+	2B	+	2B	2B	- 2B	D5	D5
+	78	-	78	88	+	78	88
<hr/>							
(+)	A3	(-)	B3	(+)	44D	(-)	45D

2.4.2. Çarpma İşlemi

İkili sayılarla çarpma işlemi, çarpan sayının çarpılan sayının bütün bitleri ile tek tek lojik “VE” işlemine sokulması ve çarpan sayının her bir biti için sola ötelenerek toplanması ile elde edilir.

İkili Sistemde	On altılı Sistemde
5 x 4 = 20	24 x 26 = 624
$\begin{array}{r} 0101B \\ \times 0100B \\ \hline 0000 \\ 0000 \\ 0101 \\ + 0000 \\ \hline 0010100 \\ 0010100B \end{array}$	$\begin{array}{r} 18H \\ \times 1AH \\ \hline F0 \\ + 18 \\ \hline 270 \end{array}$
0010100	270H
0010100B	

2.4.3. Bölme İşlemi

Bölme işlemi, bölünen sayının bölen sayı ile karşılaştırılarak çıkarılması ve bu işleme bölünen sayının bölen sayıdan küçük olana kadar devam edilmesi şeklinde yapılır.

İkili Sistemde	On altılı Sistemde
50/5=10	9CH/06H
$\begin{array}{r} 110010B / 0101B \\ 101 \rightarrow (1) \\ \underline{001} \\ 101 \\ 101 \rightarrow (01) \\ \underline{000} \\ 0 \rightarrow (0) \\ 1010B \end{array}$	$\begin{array}{r} 9CH / 06H \\ 6 \rightarrow (1) \\ \underline{3C} \\ 3C \\ 3C \rightarrow (A) \\ \underline{00} \\ 1AH \end{array}$
1010B	1AH

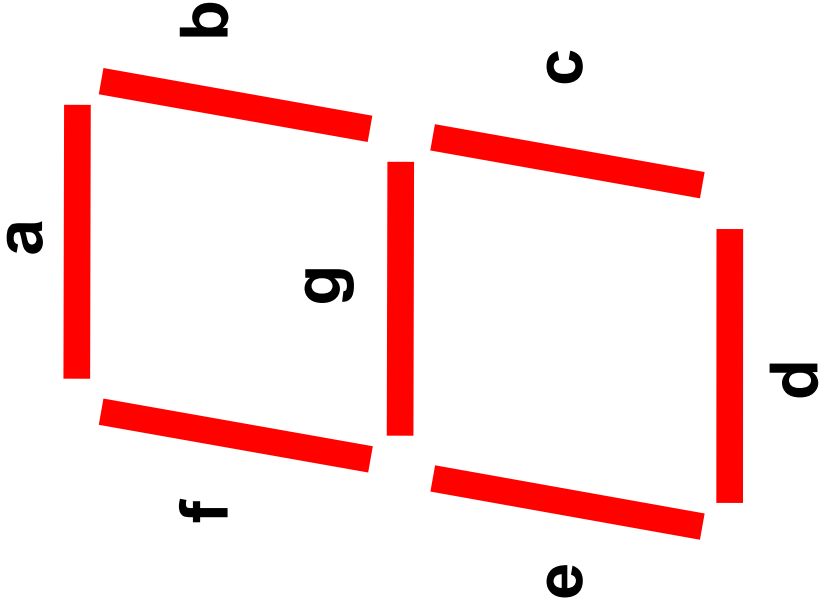
2.5. Kodlar

2.5.1. Sayısal Kodlar

İkili sayıların sıralamasını değiştirmek veya bunlara fiziksel anlam yüklemek gibi özellikler katılmasıyla elde edilen sayı gruplarına, yapılan kodlama ile ilgili bir ad verilir.

Tablo 2-2 Çok kullanılan bazı ikili kodlanmış ondalık kodlar

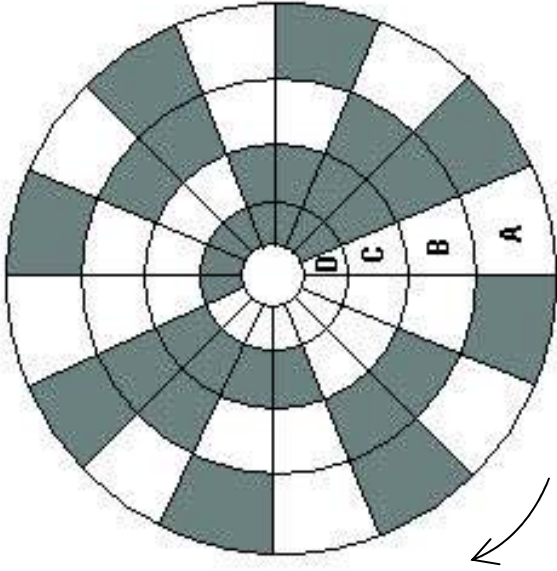
Ondalık Sayı	2421 Kodu	3-Fazla Kodu	7-parçalı LED (aktif "0") gfedcba
0	0000	0011	1000000
1	0001	0100	1111001
2	0010	0101	0100100
3	0011	0110	0110000
4	0100	0111	0011001
5	1011	1000	0010011
6	1100	1001	0000011
7	1101	1010	1111000
8	1110	1011	0000000
9	1111	1100	0011000



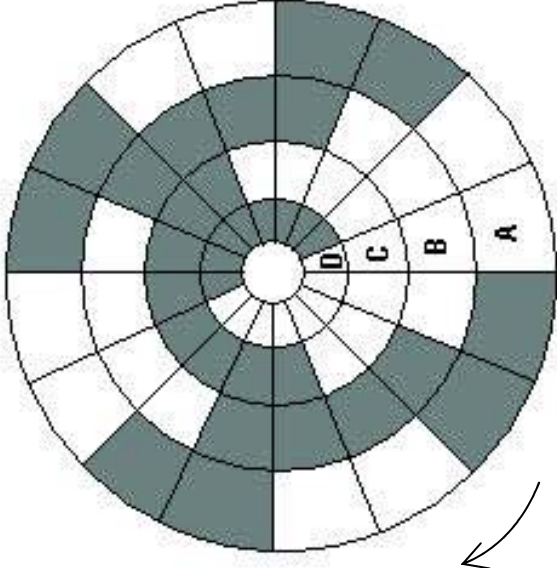
Şekil 2-2 Bir 7-parçalı göstergenin harfli kodlaması

Tablo 2-3 Çok kullanılan ikili kodlar

Ondalık Sayı	4-bit İkili DCBA	"Gray" DCBA
0	0000	0000
1	0001	0001
2	0010	0011
3	0011	0010
4	0100	0110
5	0101	0111
6	0110	0101
7	0111	0100
8	1000	1100
9	1001	1101
10	1010	1111
11	1011	1110
12	1100	1010
13	1101	1011
14	1110	1001
15	1111	1000



(a) ikili kodlanmış disk



(b) Gray kodlanmış disk

Şekil 2-3 Mil açısı kodlayıcı diskler

2.5.2. Alfa Nümerik Kodlar

Fiziksel dünyada bilgi iletişimde kullanılan semboller yalnız sayıları içermez. Bunlara ek olarak büyük ve küçük harfler, noktalama ve özel işaretler de kullanılır.

Bunlardan en yaygın olanı Tablo 2-4'de verilen 128 sembolden oluşan ASCII (**AMERICAN STANDARD CODE for INFORMATION INTERCHANGE**, Bilgi Değişimi için Standart Amerikan Kodu) alfa nümerik kodudur.

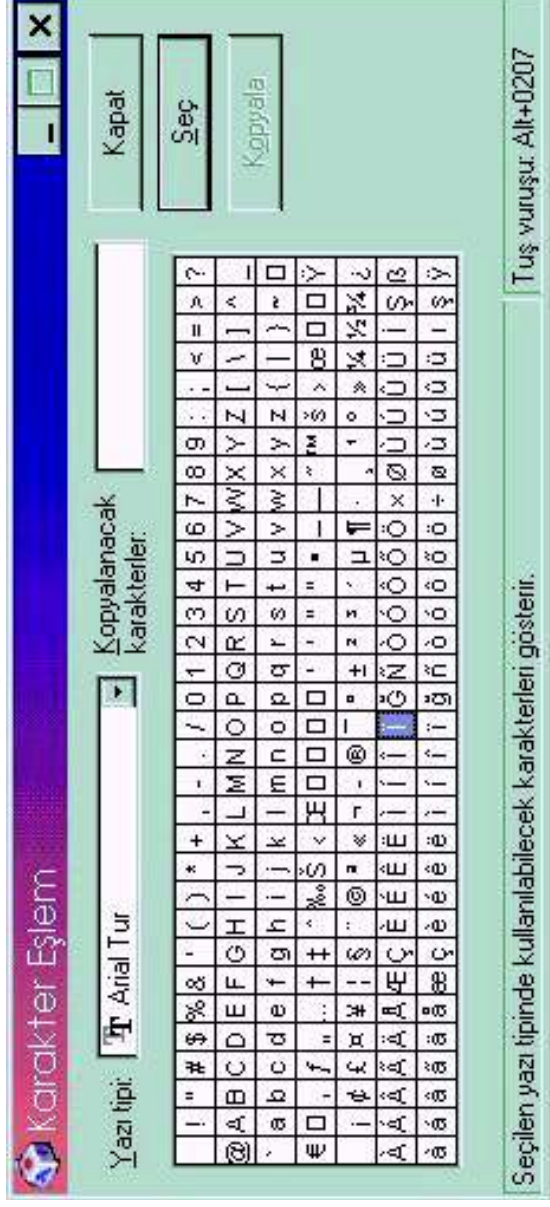
Ör : 'A' = 41H = 65

Tablo 2-4 ASCII tablosu

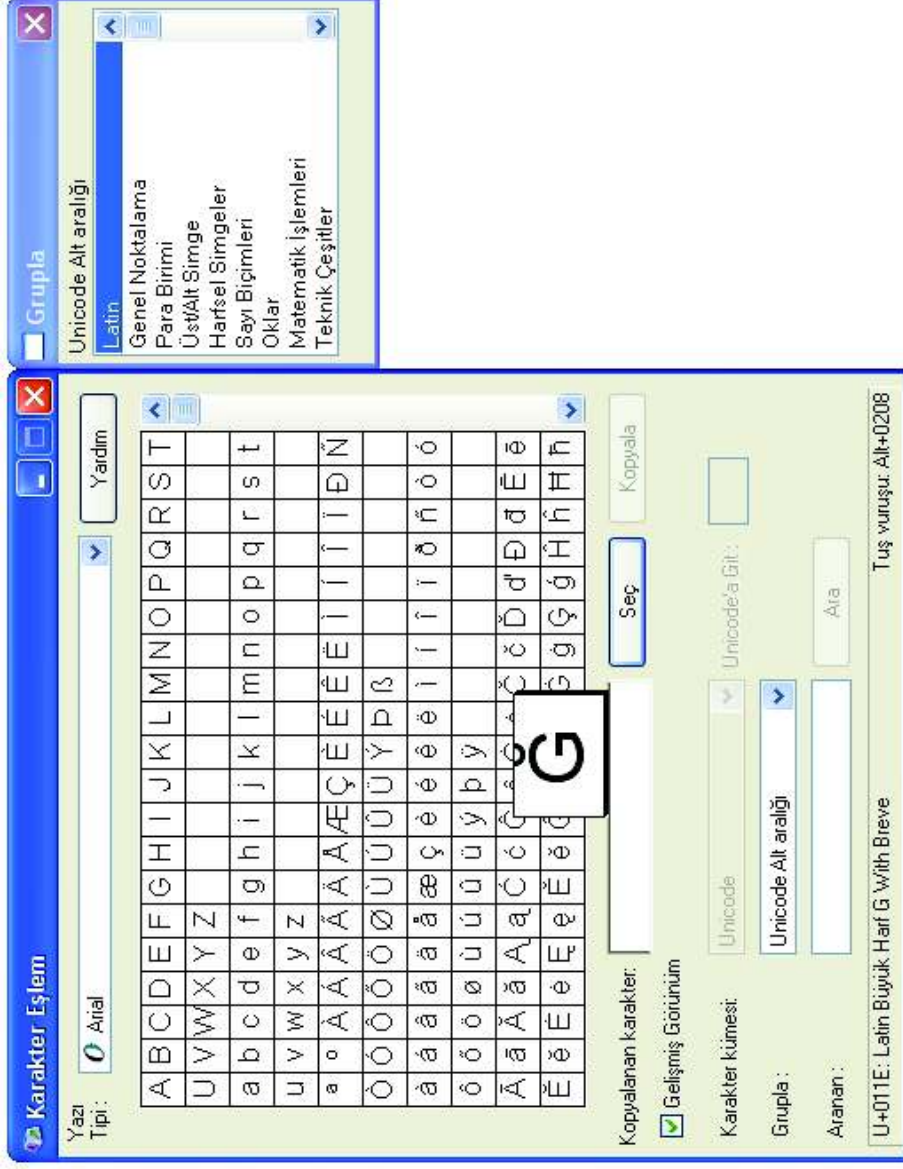
		MSB →							
Hex		0	1	2	3	4	5	6	7
LSB ↓	0	NUL	DLE	Boşluk	0	@	P	,	p
	1	SOH	DC1	!	1	A	Q	a	q
	2	STX	DC2	"	2	B	R	b	r
	3	ETX	DC3	#	3	C	S	c	s
	4	EOT	DC4	\$	4	D	T	d	t
	5	ENQ	NAK	%	5	E	U	e	u
	6	ACK	SYN	&	6	F	V	f	v
	7	BEL	ETB	'	7	G	W	g	w
	8	BS	CAN	(8	H	X	h	x
	9	HT	EM)	9	I	Y	i	y
	A	LF	SUB	*	:	J	Z	j	z
	B	VT	ESC	+	;	K	[k	{
	C	FF	FS	,	<	L	\	l	
	D	CR	GS	-	=	M]	m	}
	E	SO	RS	.	>	N	^	n	~
	F	SI	US	/	?	O	_	o	DEL

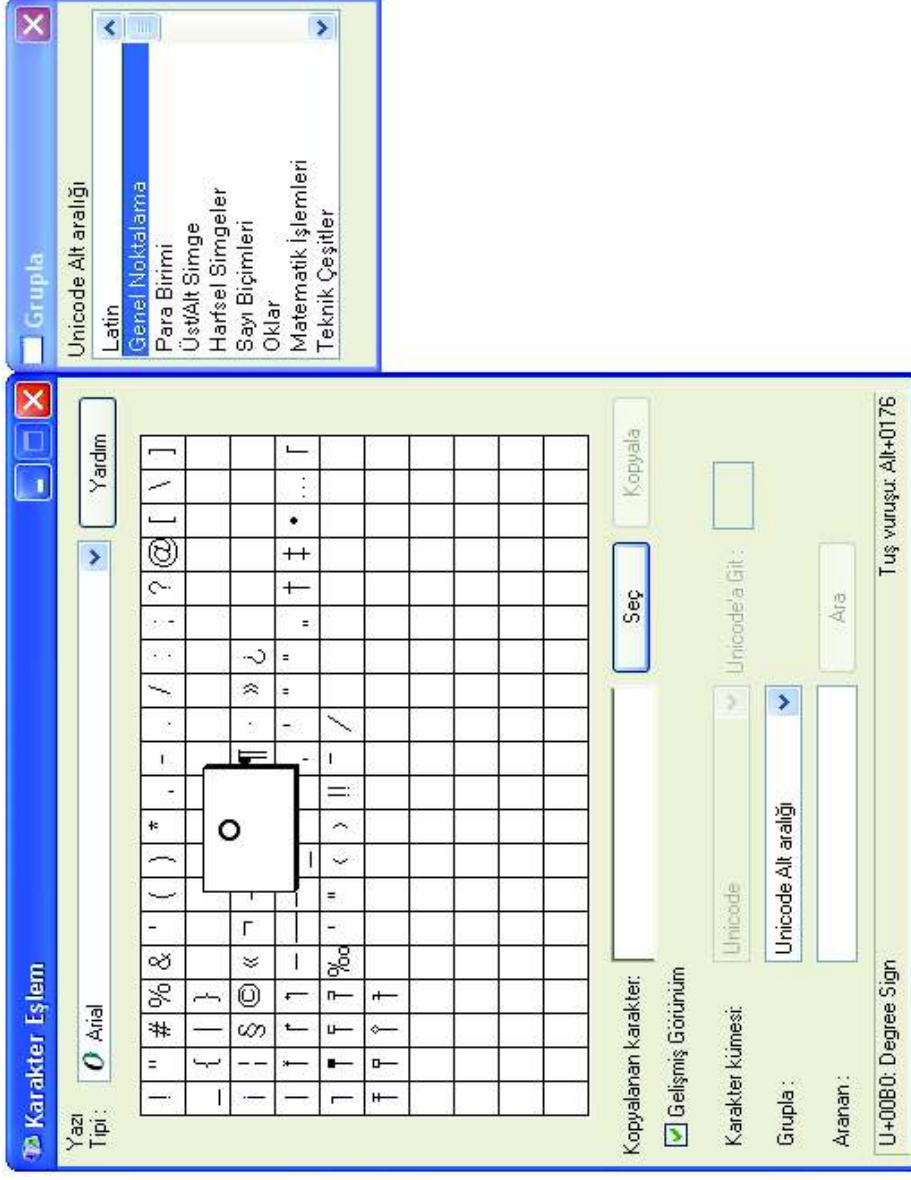
IBM uyumlu bilgisayarlarda EBCDIC (EXTENDED BCD INTERCHANGE CODE, Bilgi Değişimi için Genişletilmiş BCD Kodu) karakter kod tabloları kullanılır. Bu gelişmiş karakter kodu, ASCII koduna ek olarak fazladan 128 tane daha karakter kodu içerir ve bilginin yanında değişik uluslara göre özel karakterleri deşir.

Tablo 2-5 Bir EBCDIC tablosu



Ör : 'Ğ' = D0H = 208







Mikroişlemci Sistemleri 1. YIL İÇİ ÖDEVİ Y. Doç. Dr. Tuncay UZUN

1. ASCII (**A**merican **S**tandard **C**ode for **I**nformation **I**nterchange) tablosunu çizerek gösteriniz. Bu tabloda yer alan kod gruplarını ve kullanım amaçlarını belirtiniz. Kontrol kodlarının çalışma fonksiyonlarını kısaca açıklayınız.

Not: A4 Kareli kâğıda elle çizilip yazılacaktır. Kâğıt ikiyüzlü kullanılacak ve bir yapraktan fazla kâğıt kullanılmayacaktır.

SÜRE: 1 hafta BAŞARILAR DİLERİM.