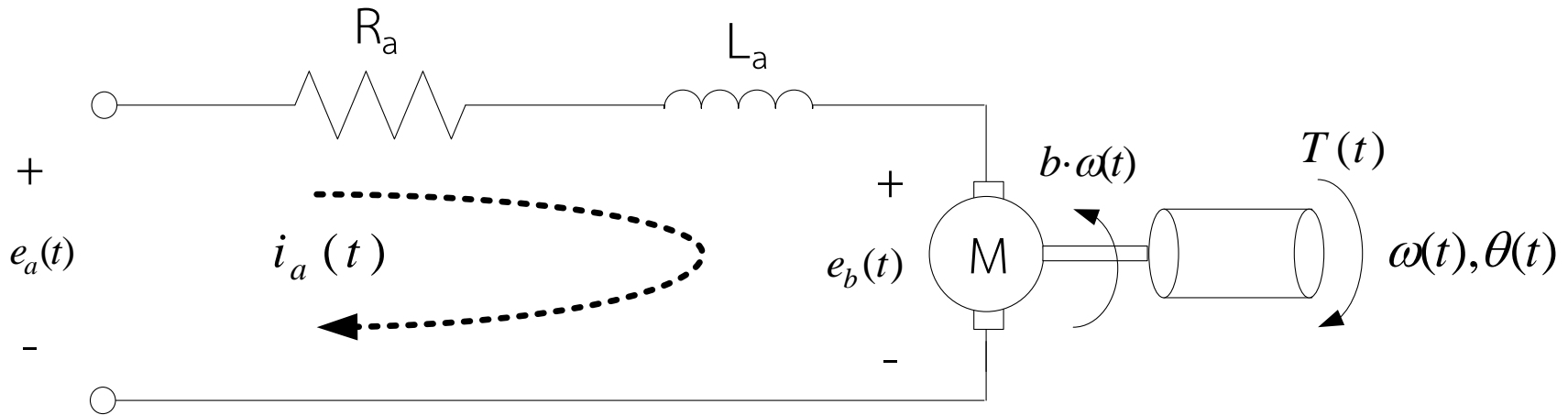




# การหาแบบจำลองของ DC-Motor เพื่อการประยุกต์ใช้ในการควบคุมแบบป้อนกลับ

## มอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง(DC motor)



$i_a(t)$  คือกระแสในขดลวดอาร์มาเจอร์

$T(t)$  คือแรงบิดของมอเตอร์

$E_b(t)$  คือศักดาย้อนกลับ(back emf voltage)

$R_a$  คือความต้านทานของขดลวดอาร์มาเจอร์

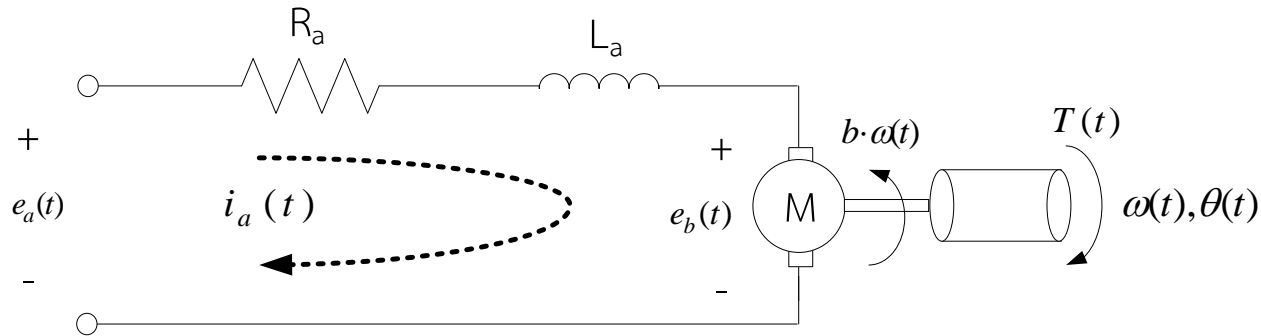
$L_a$  คือค่าความเหนี่ยวนำของขดลวดอาร์มาเจอร์

$k_\phi$  คือสัมประสิทธิ์แรงบิดของมอเตอร์

$K_b$  คือสัมประสิทธิ์ศักดาย้อนกลับ

$J$  คือโมเมนต์ความเฉื่อย

$B$  คือสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานทางกลของมอเตอร์



$$e_a(t) - e_b(t) = L_a \frac{d}{dt} i_a(t) + R_a i_a(t)$$

แรงบิดของมอเตอร์จะแปรผันตามค่าความเข้มของสนามแม่เหล็กและกระแสที่ไหลผ่านมอเตอร์

$$T(t) = K_\phi i_a(t)$$

เมื่อพิจารณาแรงบิดที่ทำให้เพลาลงของมอเตอร์หมุนจะได้

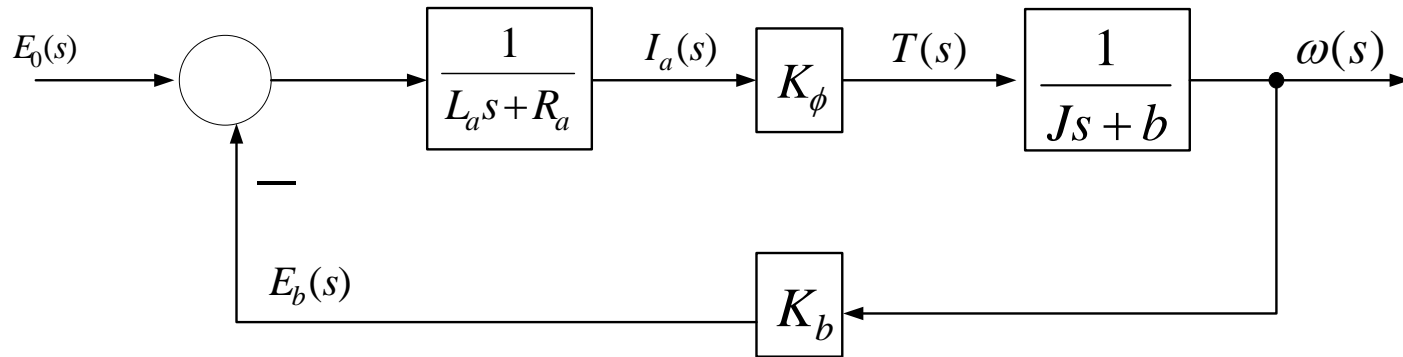
$$T(t) - b \cdot \omega(t) = J \frac{d}{dt} \omega(t)$$

หรือ

$$T(t) = J \frac{d}{dt} \omega(t) + b \cdot \omega(t)$$

ในการหมุนของมอเตอร์จะทำให้เกิดศักดาย้อนกลับ  $e_b(t)$  โดยแปรกับอัตราความเร็วเชิงมุมในการหมุน

$$e_b(t) = K_b \omega(t)$$



$$\frac{\omega(s)}{E_a(s)} = \frac{K_\phi}{JL_a s^2 + (JR_a + L_a b)s + (R_a b + K_b K_\phi)}$$

อย่างไรก็ตาม โดยทั่วไปแล้วค่าความต้านทานของตัวเหนี่ยวนำที่ขดลวดอาร์มาเจอร์  $L_a$  นั้นมีค่าน้อยมากๆ หรือกล่าวได้ว่า  $L_a = 0 \Omega$  ดังนั้นสามารถประมาณทราสเฟอร์ฟังก์ชันใหม่ได้

$$\frac{\omega(s)}{E_a(s)} = \frac{K_\phi}{\cancel{JL_a s^2} + (JR_a + \cancel{L_a b})s + (R_a b + K_b K_\phi)}$$

0                      0

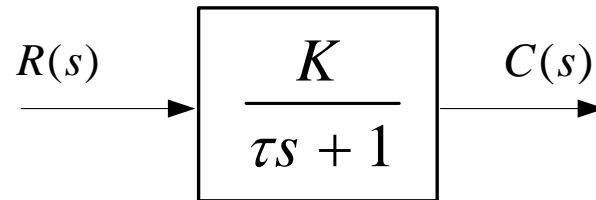
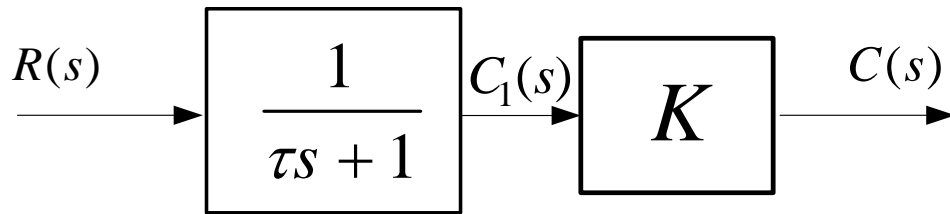
หรือ

$$\frac{\omega(s)}{E_a(s)} \cong \frac{K_\phi}{JR_a s + (R_a b + K_b K_\phi)} = \frac{K_m}{\tau_m s + 1}$$

เมื่อ

$$\tau_m = \frac{JR_a}{R_a b + K_b K_\phi}, \quad K_m = \frac{K_\phi}{R_a b + K_b K_\phi}$$

## ระบบอันดับหนึ่งที่มีเกน

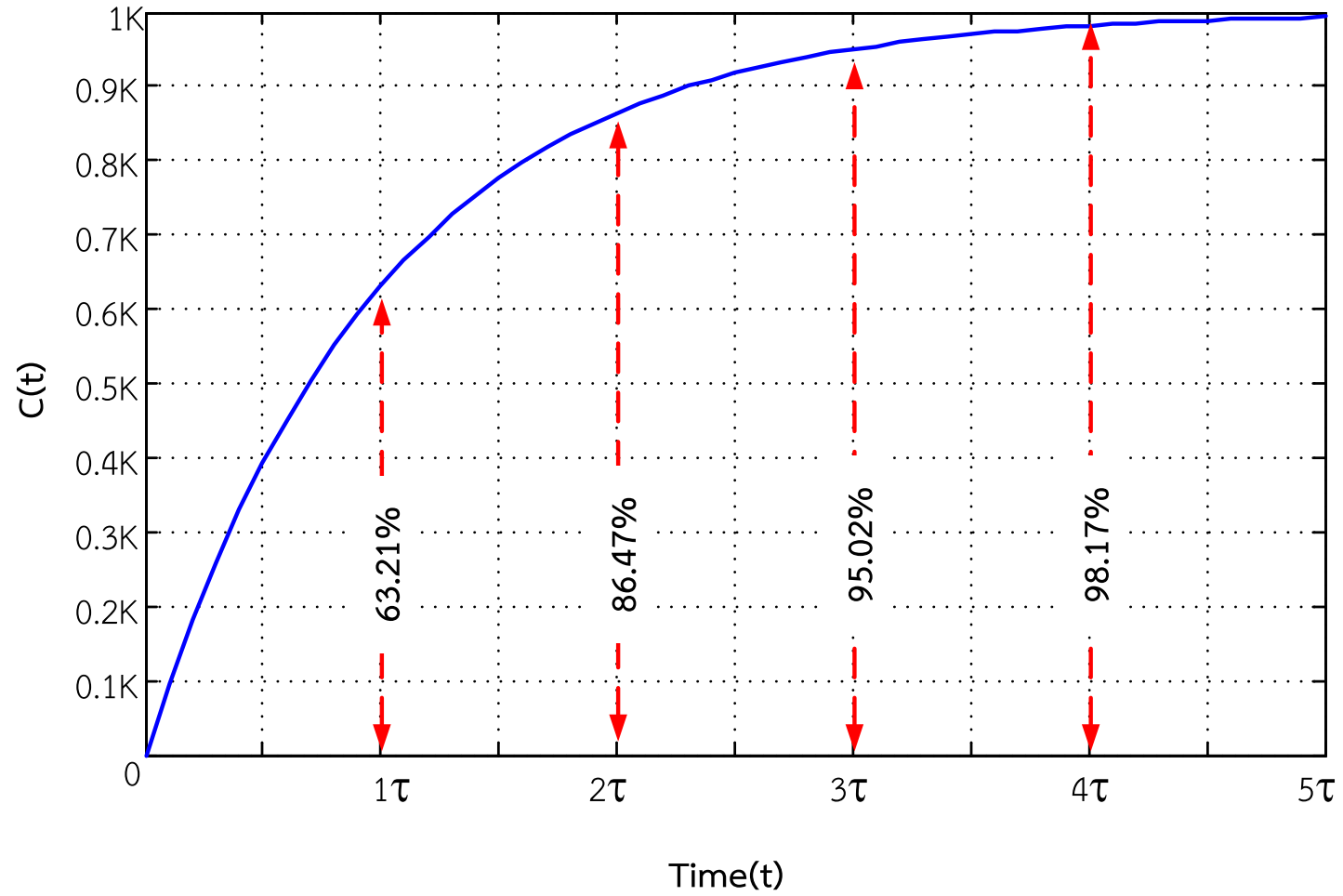


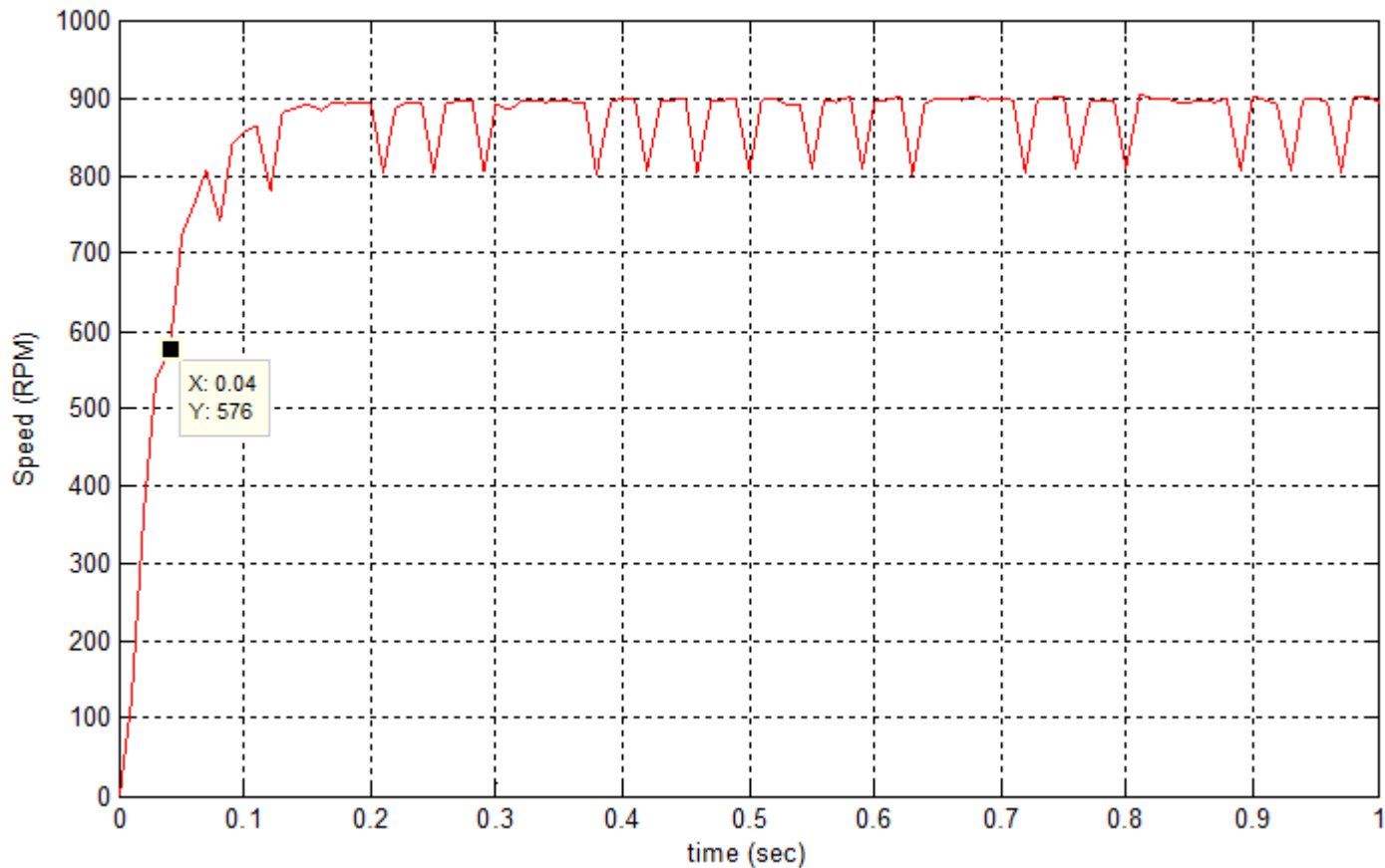
$$C(s) = \frac{K}{\tau s + 1} R(s)$$

$$C(s) = K \left( \frac{1}{\tau s + 1} \right) \left( \frac{1}{s} \right)$$

$$C(s) = K \frac{1/\tau}{s(s + 1/\tau)} = K \left( \frac{1}{s} - \frac{1}{s + 1/\tau} \right)$$

$$c(t) = K \left( 1 - e^{-\frac{1}{\tau}t} \right), t \geq 0$$





จากผลตอบสนองจะเห็นว่าผลเหมือนกรณีระบบอันดับหนึ่ง ดังนั้นสามารถจำลองระบบด้วยทราสเฟอร์ฟังก์ชันอันดับหนึ่งได้สมการ

$$\frac{\omega(s)}{E_a(s)} \cong \frac{K_m}{\tau_m s + 1}$$

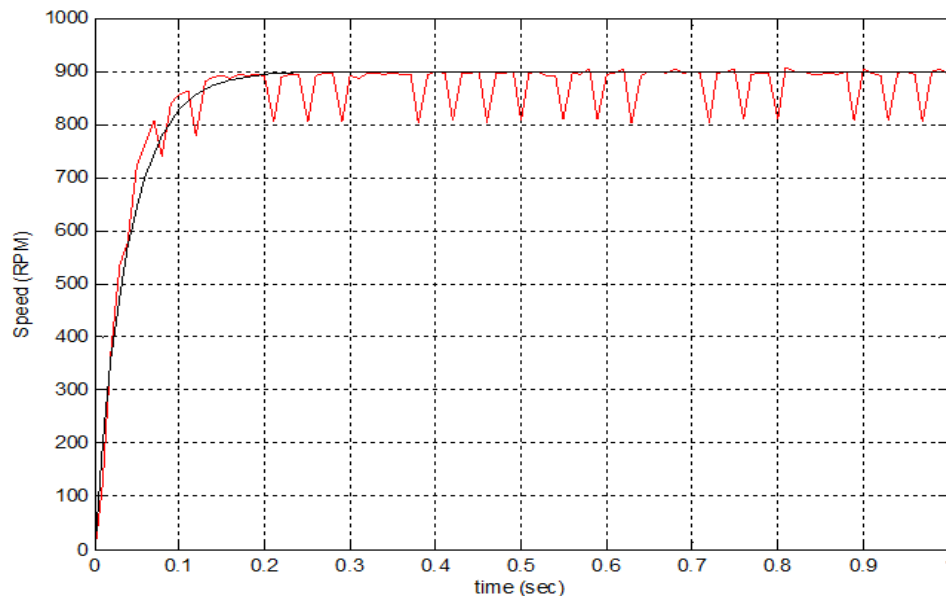
จากกราฟเห็นว่าค่าปลายสู่เข้าความเร็วที่ 900 RPM ดังนั้นพิจารณาค่าคงที่  $\tau_m$  จากการไต่ถึงระดับ 63.21% ของค่าปลายคือ  $900 \times 63.21\% = 568.89$  จากผลการทดลองได้ประมาณ 576 RPM ที่  $\tau_m = 40 \text{ ms}$

ในกรณีนี้ เกน  $K_m$  คิดได้จากสัดส่วนเอาต์พุตค่าปลายที่ได้ต่อขนาดอินพุตที่จ่ายให้ระบบ โดยในการทดลองนี้ได้จ่ายแรงดันไฟเลี้ยงให้ DC Motor เท่ากับ 12 V. โดยผลการทดลองได้ความเร็วรอบของ DC Motor ที่ค่าปลายเท่ากับ 900 RPM จะได้

$$K_m = \frac{900[RPM]}{12[V]} = 75 \frac{[RPM]}{[V]}$$

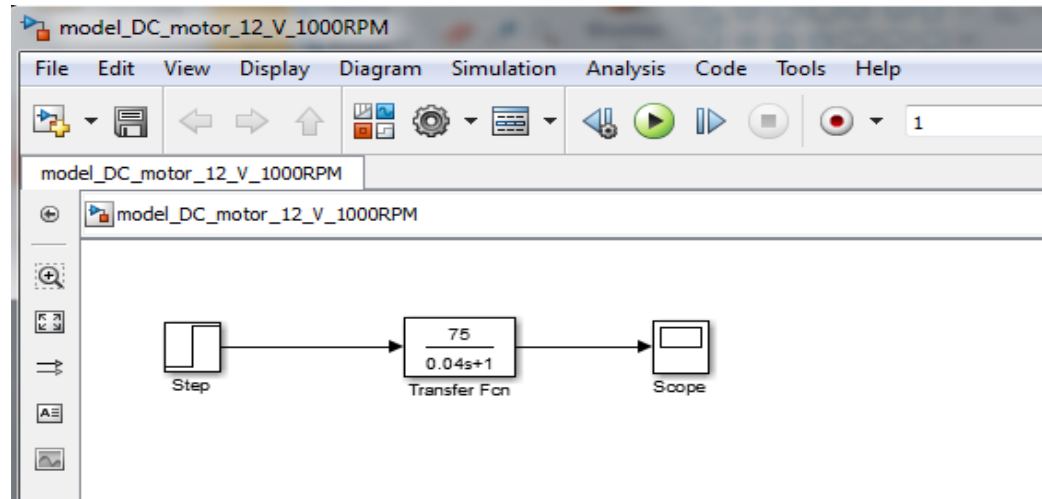
ดังนั้นสามารถประมาณค่าทรานเฟอร์ฟังก์ชันของ DC Motor ได้เป็น

$$\frac{\omega(s)}{E_a(s)} \cong \frac{75}{0.04s + 1}$$



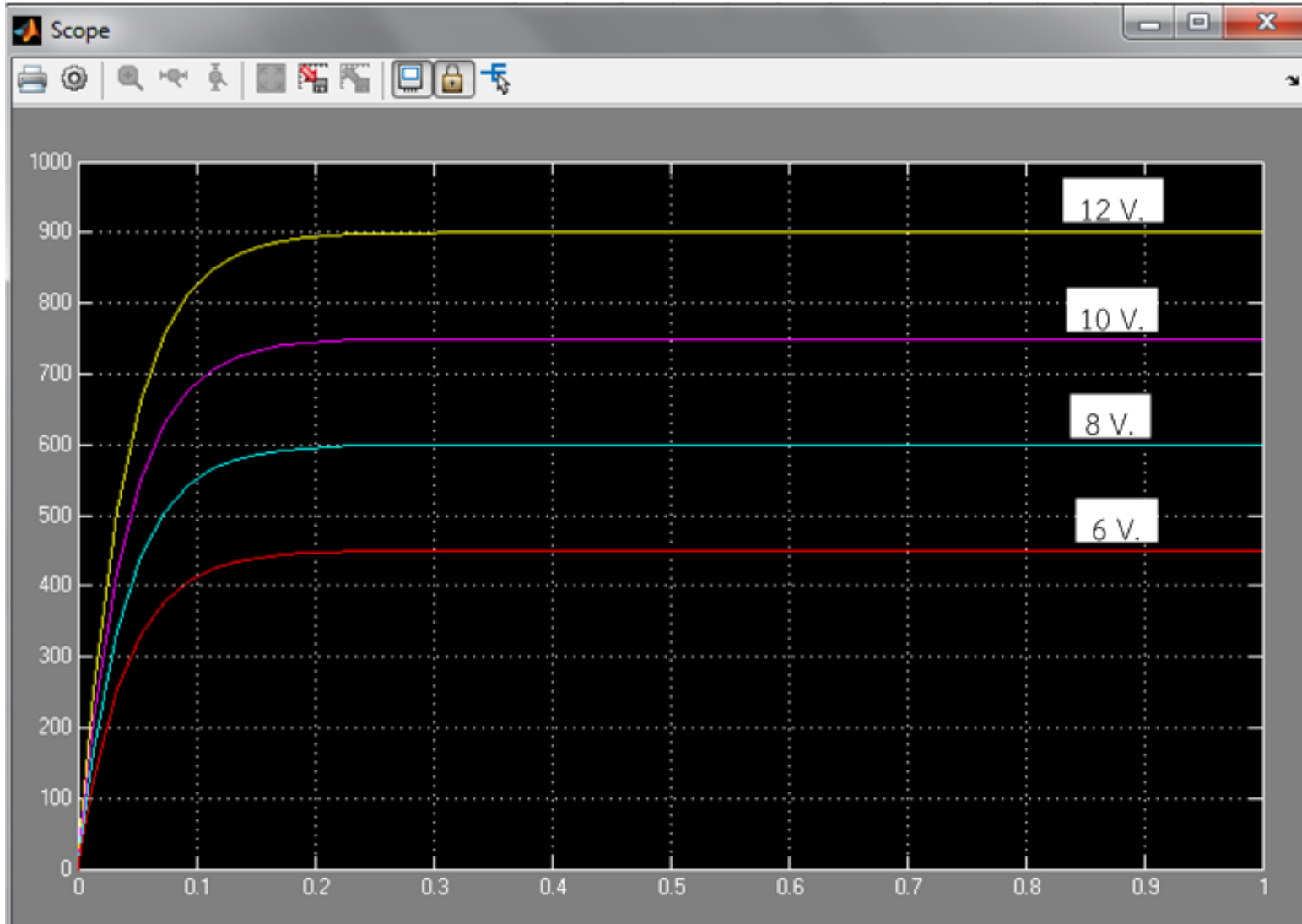


เพื่อเป็นการยืนยันแบบจำลองของทรานสเฟอ์ฟังก์ชันที่ได้ประมาณการ สามารถจำลองการทำงานโดยใช้โปรแกรม MATLAB Simulink

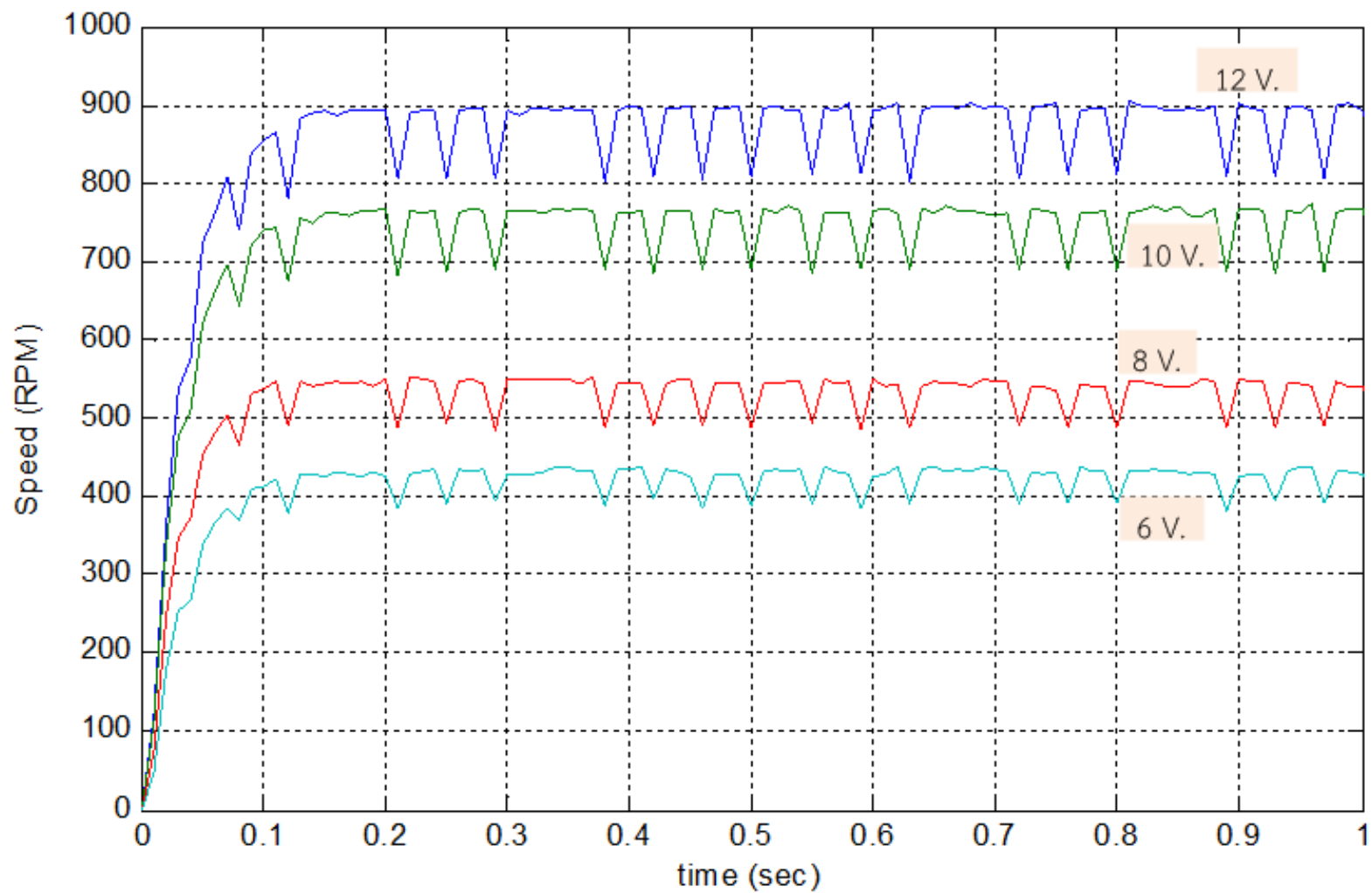


ผลการจำลองที่ได้เมื่อป้อนแรงดันไฟเลี้ยงให้ DC Motor เท่ากับ 12 V.



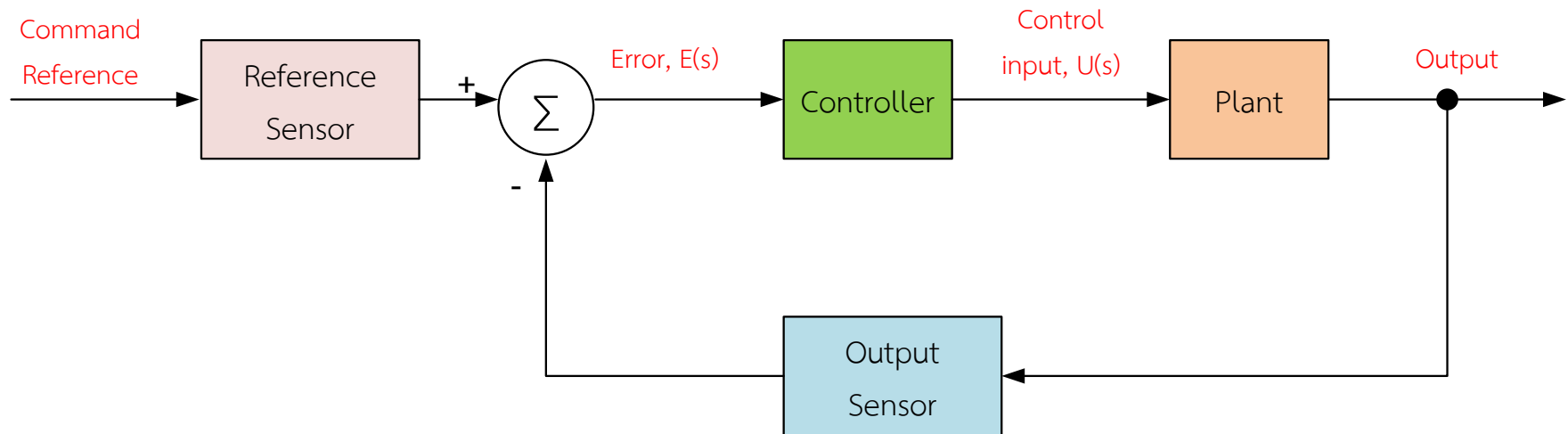


ผลการจำลองที่ได้เมื่อป้อนแรงดันไฟเลี้ยงให้ DC Motor ที่แตกต่างกัน

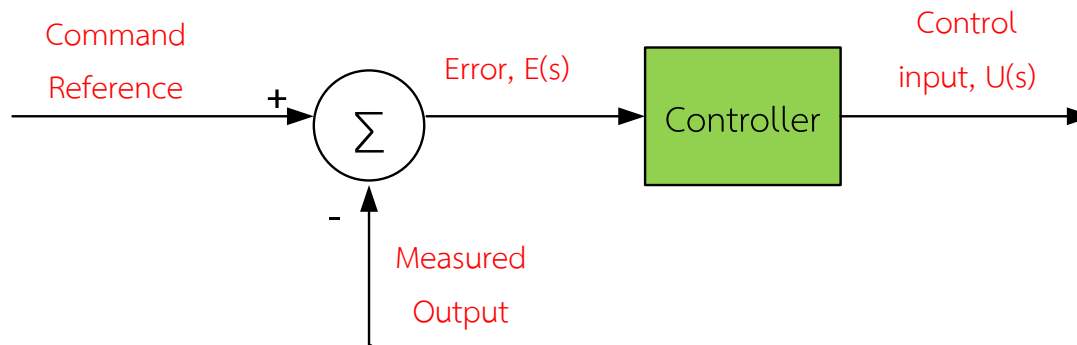


ผลการทดลองจริงเมื่อป้อนแรงดันไฟเลี้ยงให้ DC Motor ที่แตกต่างกัน

## การควบคุมแบบป้อนกลับ(feedback controller)



แผนภาพบล็อกแสดงการควบคุมแบบป้อนกลับ



แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณควบคุมและสัญญาณผิดพลาด

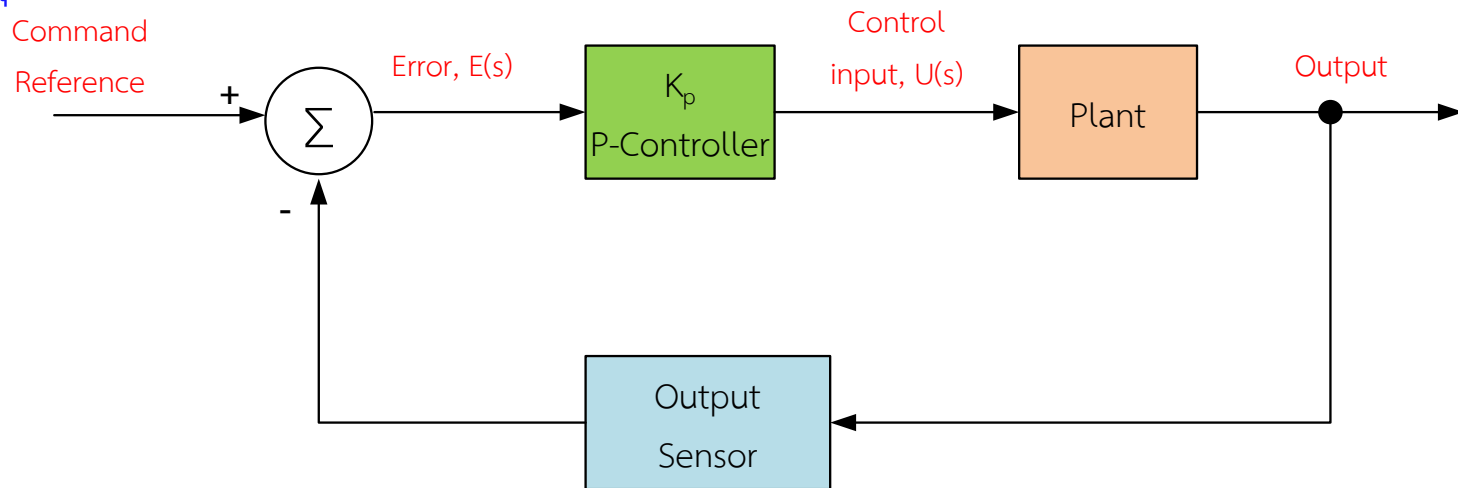
## ชนิดของระบบควบคุมพื้นฐาน (Type of Basic Feedback)

อุปกรณ์ควบคุมจะถูกออกแบบไว้เพื่อให้สร้างสัญญาณควบคุมไปควบคุมระบบเมื่อมีสัญญาณผิดพลาด (error signal) เกิดขึ้น โดยหลักคือวิธีการควบคุมเรียกว่ากฎการควบคุม (control law) เมื่อสัญญาณผิดพลาด (error signal) มีค่าไม่เป็นศูนย์ซึ่งอาจจะเป็นผลมาจากการเปลี่ยนแปลงที่คำสั่งหรือเกิดสัญญาณรบกวน หน้าที่ตัวควบคุมคือจะพยายามควบคุมตัวแปรของระบบ (system variable) ให้มีค่าใกล้เคียงกับค่าที่ต้องการ ซึ่งสามารถสรุปหน้าที่ของตัวควบคุมพอสังเขปได้ดังนี้

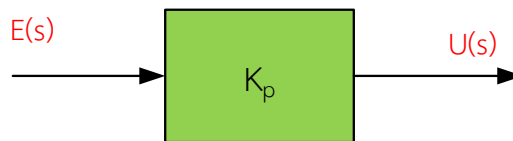
- ลดค่าผิดพลาดในสถานะอยู่ตัว (minimize the steady state error)
- ลดค่าเวลาเข้าที่ (minimize the settling time)
- เพื่อให้การตอบสนองในสถานะชั่วคราว (transient response) มีลักษณะตามที่กำหนดไว้เช่น ต้องการให้ค่าโอเวอร์ชูตมีค่าน้อยสุด กำหนดค่าอัตราส่วนการหน่วง กำหนดค่าเวลาเข้าที่ และหาค่าความถี่ธรรมชาติ

## ตัวควบคุมแบบสัดส่วน (Proportional control, P-control)

การควบคุมระบบป้อนกลับโดยใช้ตัวควบคุมเชิงสัดส่วน สัญญาณควบคุม ( $u$ ) จะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับค่าสัญญาณความผิดพลาด ( $e$ ) ที่เกิดจากสัญญาณอ้างอิงกับสัญญาณเอาต์พุตของระบบที่ทำการควบคุมระบบนั้น



แผนภาพบล็อกแสดงการควบคุมแบบป้อนกลับที่ใช้ตัวควบคุมแบบสัดส่วน

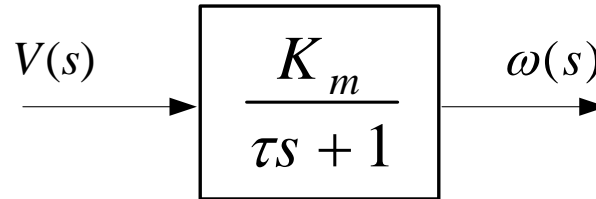


ตัวควบคุมแบบสัดส่วน

$u(t) = K_p e(t)$  หรือเขียนอยู่ในรูปแบบการแปลงลาปลาซจะได้ว่า  $\frac{U(s)}{E(s)} = K_p$   
เมื่อ  $K_p$  คืออัตราขยายของตัวควบคุมนี้

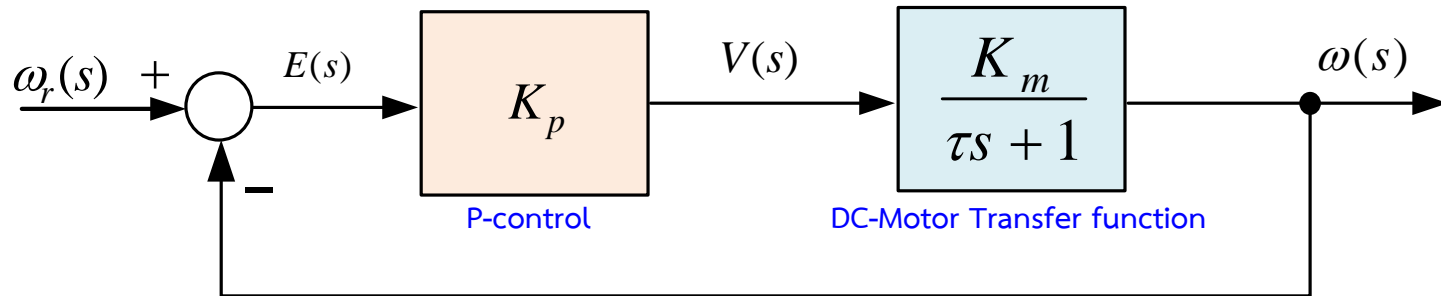
## การควบคุมโดยใช้ตัวควบคุมแบบสัดส่วนกับระบบอันดับ 1

จากการศึกษาฟังก์ชันถ่ายโอนของ DC-Motor ที่นำมาวิเคราะห์การควบคุมความเร็วมอเตอร์คือ



DC-Motor Transfer function

ดังนั้นหากใช้ตัวควบคุมแบบสัดส่วนมาควบคุมความเร็วการหมุนของมอเตอร์ สามารถเขียนแผนภาพบล็อกระบบควบคุมแบบสัดส่วนได้



จากรูปสามารถวิเคราะห์หาฟังก์ชันถ่ายโอนของการควบคุมความเร็วการหมุนของ DC-Motor ได้

$$\frac{\omega(s)}{\omega_r(s)} = \frac{\frac{K_p K_m}{\tau s + 1}}{1 + \frac{K_p K_m}{\tau s + 1}} = \frac{K_p K_m}{\tau s + 1 + K_p K_m}$$

$$\frac{\omega(s)}{\omega_r(s)} = \frac{K_p K_m}{\tau s + 1 + K_p K_m}$$

สามารถวิเคราะห์ผลที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงความเร็วที่ต้องการได้ โดยกำหนดให้สัญญาณอ้างอิงเป็นฟังก์ชันหนึ่งหน่วย หรือ  $\omega_r(s) = \frac{1}{s}$  จะได้

$$\omega(s) = \frac{K_p K_m}{\tau s + 1 + K_p K_m} \omega_r(s)$$

$$\omega(s) = \left( \frac{K_p K_m}{\tau s + 1 + K_p K_m} \right) \frac{1}{s}$$

พิจารณาความเร็วในสถานะอยู่ตัวคือ

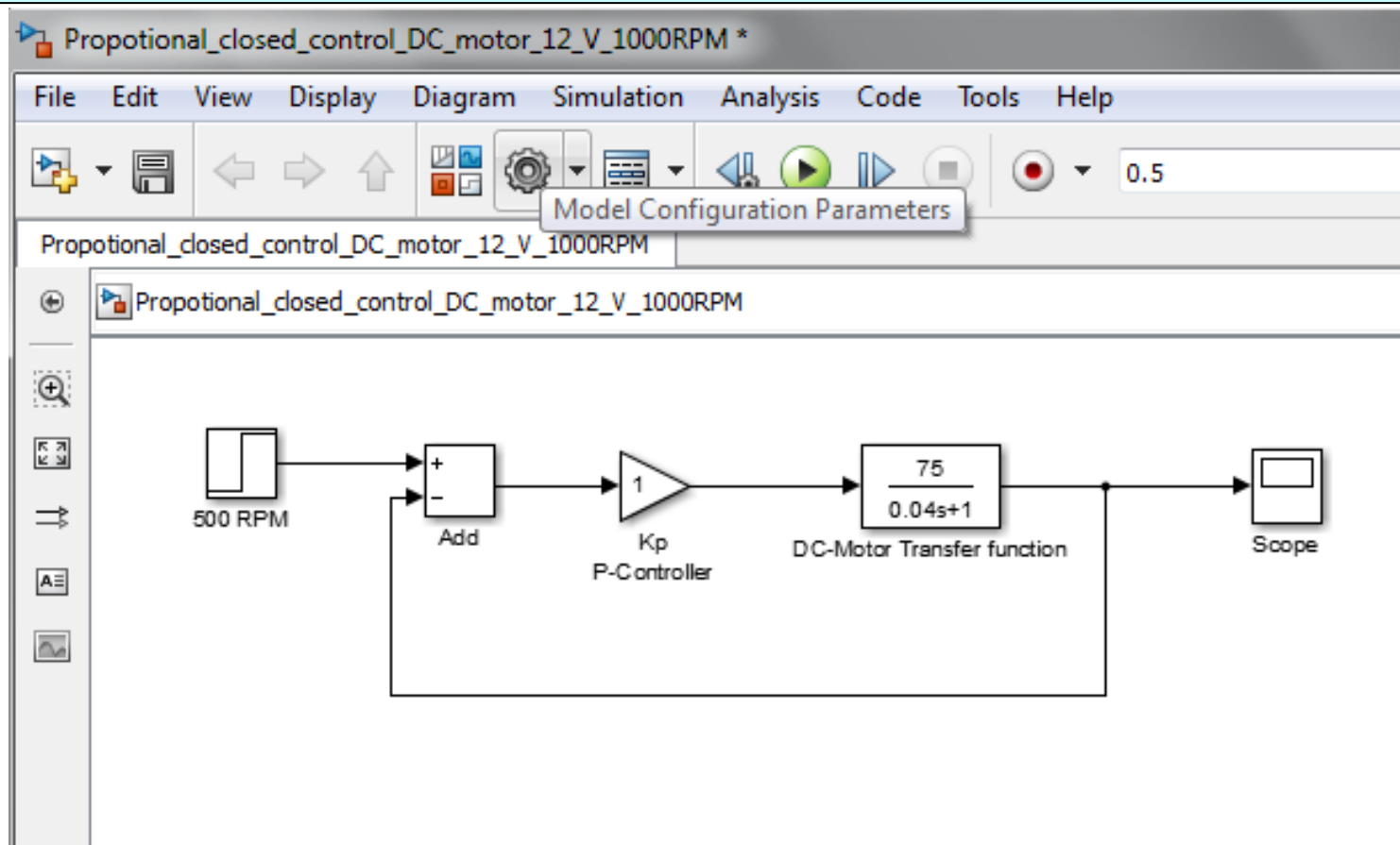
$$\omega_{ss}(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \left( \frac{K_p K_m}{\tau s + 1 + K_p K_m} \right) \frac{1}{s}$$

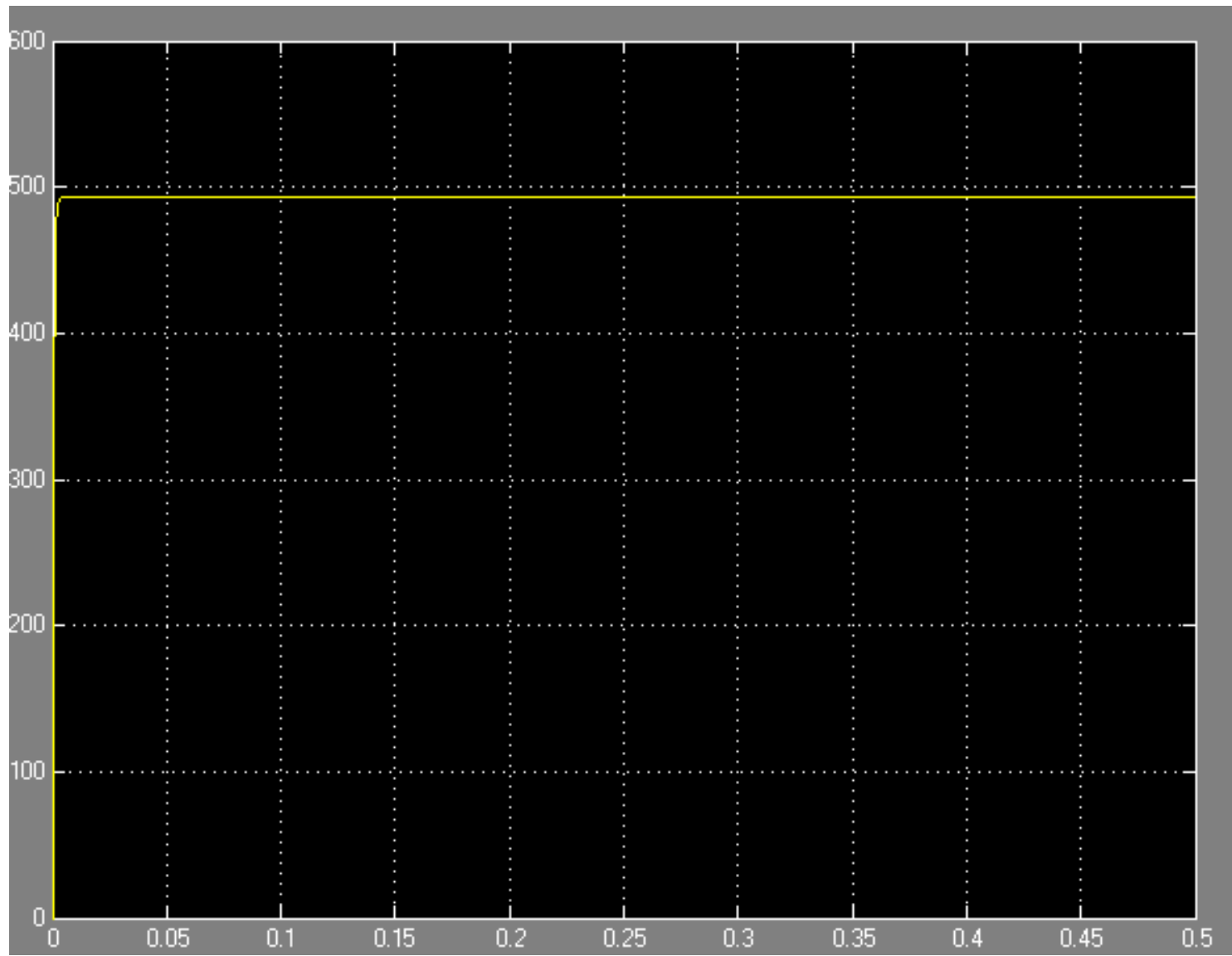
$$\omega_{ss}(s) = \frac{K_p K_m}{1 + K_p K_m} < 1$$

สังเกตว่าค่าความเร็วในการหมุนของ DC-Motor ในสถานะอยู่ตัว จะมีค่าน้อยกว่า 1 หากเลือกค่า  $K_p$  ให้มีค่ามากค่าความเร็วในการหมุนของ DC-Motor ในสถานะอยู่ตัว จะมีค่าเข้าใกล้ 1 มากขึ้น

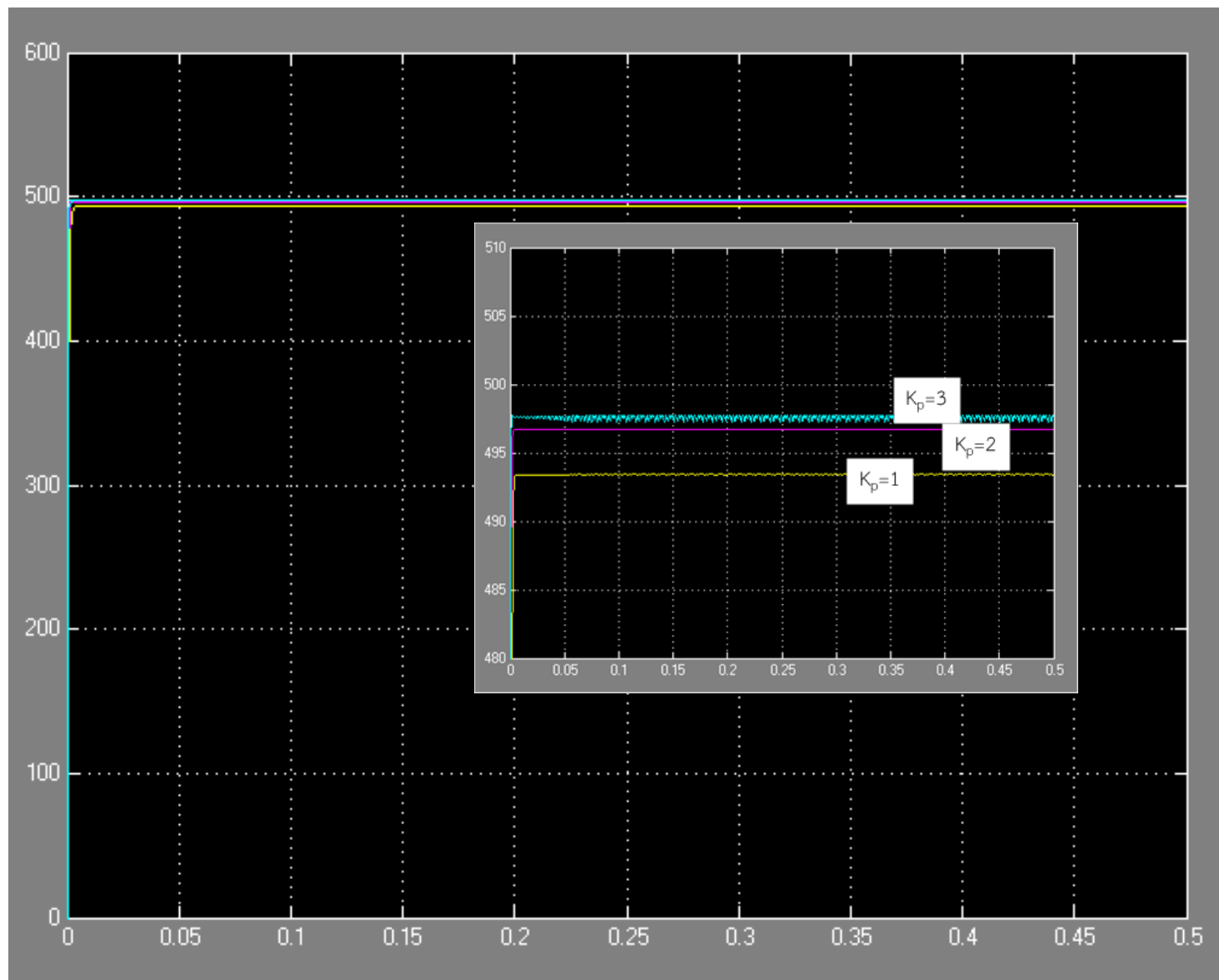


## การจำลองการทำงานการควบคุมความเร็ว DC-Motor ที่ใช้ตัวควบคุมแบบสัดส่วน





ผลการจำลองการทำงานการควบคุมความเร็ว DC-Motor ที่ใช้ตัวควบคุมแบบสัดส่วน ที่กำหนดให้ค่า  $K_p = 1$



ผลการจำลองการทำงานการควบคุมความเร็ว DC-Motor ที่ใช้ตัวควบคุมแบบสัดส่วน ที่กำหนดให้ค่า  $K_p$  ที่แตกต่างกัน