P3-Prob-2018-2.

1. La variable aleatoria X tiene distribución normal con media 84 y varianza 36. Obtener:

a) $P(X>90)$ b) $P(81<X<87)$

c) $X_{0.3}$ d) $a=?$ si $P(a<X<96)=0.6065$

2. Un jugador de baloncesto logra encestar el 72% de los tiros libres en los partidos de Baloncesto. Si en un partido realiza 12 tiros libres y cada tiro libre se considera independiente de los otros, hallar:

a) La probabilidad de que acierte al menos 5 tiros libres.

b) La probabilidad de que falle al menos 3 tiros libres.

c) La probabilidad de que acierte entre 4 y 8 tiros libres.

d) ¿Cuantos tiros libres debe hacer en el partido para que la probabilidad de que acierte al menos 1 sea de 0.9 ó más?

3. En un almacén hay 30 llantas de las cuales 4 están defectuosas. Si se seleccionan aleatoriamente 7 llantas del almacén sin reposición y X representa el número de llantas defectuosas en la muestra seleccionada:

a) Obtenga $p(x)$, μ_x, $C.V_x$. Use las fórmulas.

b) Cuál es la probabilidad de que al menos 2 llantas esten defectuosas?

c) Cuál es la probabilidad de que a lo sumo 3 llantas esten buenas?

Solución P3- prob - 2018-2

1. $X \sim N(84, 6)$ $\quad \mu = 84 \quad \sigma = 6. \quad Z = \frac{X-84}{6}$

a) $P(X>90) = P(Z>1) = 1 - \underbrace{F_Z(1)}_{\text{Tabla D}} = 1 - 0.8413 = 0.1587$

b) $P(81<X<87) = P(-0.5<Z<0.5) = F_Z(0.5) - F_Z(-0.5)$

$= 0.6915 - 0.3085 = 0.383$

c) $X_{0.3} = ?$ $\quad F(X_{0.3}) = 0.3 \quad Z_{0.3} = \frac{X_{0.3}-84}{6}$

$F(Z_{0.3}) = 0.3$ Tenemos:

Z_α	α
-0.52	0.3015
$Z_{0.3}$	0.3
-0.53	0.2981

$$\frac{0.2981 - 0.3015}{-0.53-(-0.52)} = \frac{0.3 - 0.3015}{Z_{0.3}-(-0.52)}$$

$$Z_\alpha \cong -0.524411764\,7 = \frac{X_{0.3}-84}{6}$$

por tanto: $\boxed{X_{0.3} \cong 80.853529412}$

d) $P(a<X<96) = 0.6065$

$P\left(\frac{a-84}{6} < Z < 2\right) = 0.6065$

$\underbrace{F_Z(2)}_{\text{Tabla D}} - F_Z\left(\frac{a-84}{6}\right) = 0.6065$

$0.9772 - F_Z\left(\frac{a-84}{6}\right) = 0.6065$

$F_Z\left(\frac{a-84}{6}\right) = 0.3707 \qquad \frac{a-84}{6} = Z_{0.3707} = -0.33$

$\frac{a-84}{6} = -0.33 \rightarrow \boxed{a = 82.02}$

2. Distribución binomial

$n = 12$ (Tiros libres independientes)

$p = 0.72$ (probabilidad de éxito (encestar el tiro libre))

X: # de aciertos (cestas) en los 12 tiros libres (variable aleatoria)

$$p(x) = \begin{cases} \binom{12}{x}(0.72)^x(0.28)^{12-x} ; & x = 0, 1, 2, \cdots, 12 \\ 0 & \sim \end{cases}$$

$$F_B(x) = \sum_{i=0}^{x} \binom{12}{i}(0.72)^i(0.28)^{12-i}$$

a) $P(X \geq 5) = 1 - F_B(4) = 1 - \sum_{i=0}^{4} \binom{12}{i}(0.72)^i(0.28)^{12-i}$

$P(X \geq 5) = 1 - 6.00311828 \times 10^{-3} = 0.99399688 17$

b) P(falle al menos 3) = P(acierte a lo sumo 9) = $P(X \leq 9)$

$$= F_B(9) = \sum_{i=0}^{9} \binom{12}{i}(0.72)^i(0.28)^{12-i} = 0.6962943256$$

c) $P(4 \leq X \leq 8) = F_B(8) - F_B(3)$

$$= \sum_{i=0}^{8} \binom{12}{i}(0.72)^i(0.28)^{12-i} - \sum_{i=0}^{3} \binom{12}{i}(0.72)^i(0.28)^{12-i}$$

$$= \sum_{i=4}^{8} \binom{12}{i}(0.72)^i(0.28)^{12-i} = 0.4441923494$$

d) $n = ?$ $P(X \geq 1) = 0.9$ o mas $\qquad p(x) = \binom{n}{x}(0.72)^x(0.28)^{n-x}$

$P(X \geq 1) = 1 - p(0) \geq 0.9 \qquad p(0) \leq 0.1$

$p(0) = \binom{n}{0}(0.72)^0(0.28)^{n-0} \leq 0.1$

$\boxed{0.28^n = 0.1} \qquad n \geq \frac{\log 0.1}{\log 0.28} = 1.8088$. como $n \in \mathbb{N}$.

por tanto $\boxed{n \geq 2}$ Debe hacer por lo menos 2 tiros libres

3. Tenemos $N = 30$ llantas

$K = 4$ llantas defectuosas

$n = 7$ (muestra aleatoria sin reposición)

X: # de llantas defectuosas en la muestra de 7.

El modelo es Hipergeométrico

a)

$$p(x) = P(X = x) = \begin{cases} \dfrac{\binom{4}{x}\binom{26}{7-x}}{\binom{30}{7}} & \text{si } x = 0,1,2,3,4 \\ 0 & \sim \end{cases}$$

$$\boxed{\mu_x = \frac{nK}{N} = \frac{7 \times 4}{30} = \frac{14}{15}} \qquad \sigma_x^2 = n\frac{K}{N}\left(\frac{N-K}{N}\right)\left(\frac{N-n}{N-1}\right)$$

$$\sigma_x^2 = \frac{4186}{6525}$$

$$\sigma_x^2 \cong 0.641532567$$

$$\boxed{CV_x = \frac{\sigma_x}{\mu_x} \cdot 100\% = 85.817\%}$$

b) $P(X \geq 2) = p(2) + p(3) + p(4)$ o también

$$= 1 - [P(X \leq 1)] = 1 - F(1) = 1 - \sum_{i=0}^{1} \frac{\binom{4}{i}\binom{26}{7-i}}{\binom{30}{7}}$$

$$= 1 - p(0) - p(1) = 0.2245210728$$

$$\boxed{P(X \geq 2) = 0.2245210728}$$

c) P(A lo sumo 3 llantas estén buenas) = P(por lo menos 4 llantas defectuosas)

$$= P(X \geq 4) = P(4) = \frac{\binom{4}{4}\binom{26}{3}}{\binom{30}{7}} = \frac{1}{783} \cong 0.001277139$$