

Denge Durumundaki Yarıiletkenlerde Taşıyıcı Konsantrasyonu: 1

Enerji ve Durum Yoğunluğu

Yarıiletkenlerin enerji düzeylerinin e⁻ larla dolma olasılığını, yarıiletkenlerin temel özellikleri belirler. Yarıiletkenlerde e⁻ veya boşlukların konsantrasyonunu hesaplamak için enerji durum yoğunluğunu ve bu durumların e⁻ larla işgal edilme olasılığını bilmek gerekir -

iletim bandında enerji düzeylerinin e⁻ la dolması
Fermi-Dirac dağılım fonksiyonu ile belirlenir -

$$F(E, T) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_f}{kT}\right)}$$

E: Belirli bir enerji durumu

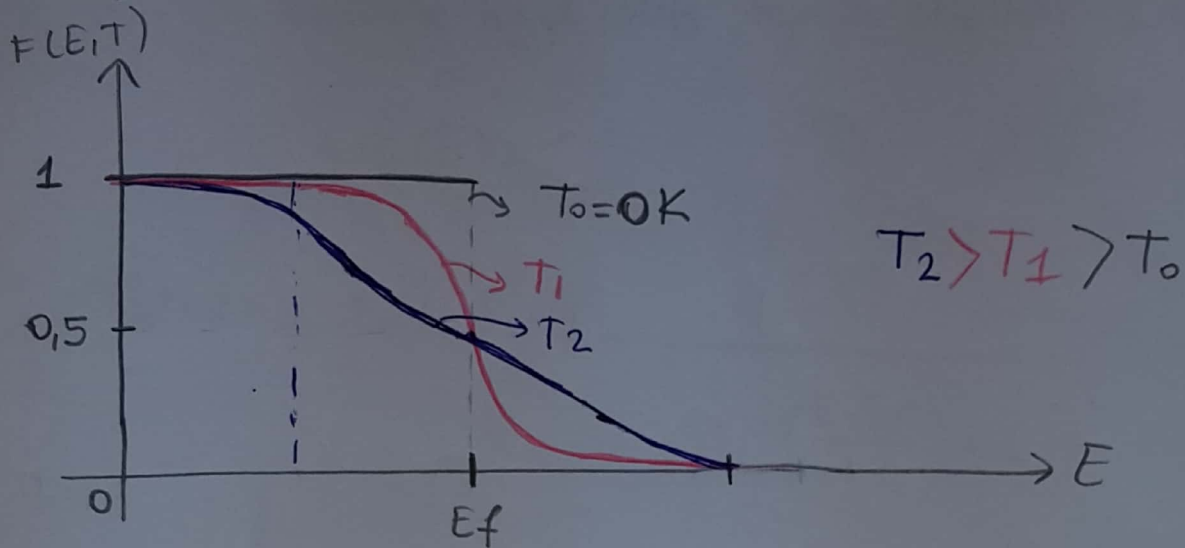
E_f: Fermi Enerjisi

T: Sıcaklık

k: Boltzman sabitidir. ($1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K) •

Görüldüğü üzere fonksiyon sıcaklığa bağlıdır.

(2)



* $T_0 = 0\text{ K}$ de:

$$E < E_f \Rightarrow F(E) = 1$$

$$E > E_f \Rightarrow F(E) = 0$$

* $T > 0$ durumunda:

$$E - E_f \ll kT \Rightarrow F(E) = 1$$

$$\frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_f}{kT}\right)} \xrightarrow{\text{çok küçük}} \frac{1}{1 + 0} = 1$$

$$E = E_f \Rightarrow F(E) = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_f}{kT}\right)} \xrightarrow{0} \frac{1}{1 + e^0} = \frac{1}{2}$$

$$E - E_f \gg kT \Rightarrow$$

$$\frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_f}{kT}\right)} \approx \exp\left(-\frac{E - E_f}{kT}\right)$$

$$F(E) \approx \exp\left(-\frac{E - E_f}{kT}\right) = \underbrace{\exp\left(\frac{E_f}{kT}\right)}_A \exp\left(-\frac{E}{kT}\right)$$

$$F(E) \approx A \exp\left(-\frac{E}{kT}\right)$$

(3)

- Bir kristalde herhangi bir enerji durumunun e^- la veya boşlukla ılgal olma toplam olasılığı 1'dir.

$$F_n(E) + F_p(E) = 1$$

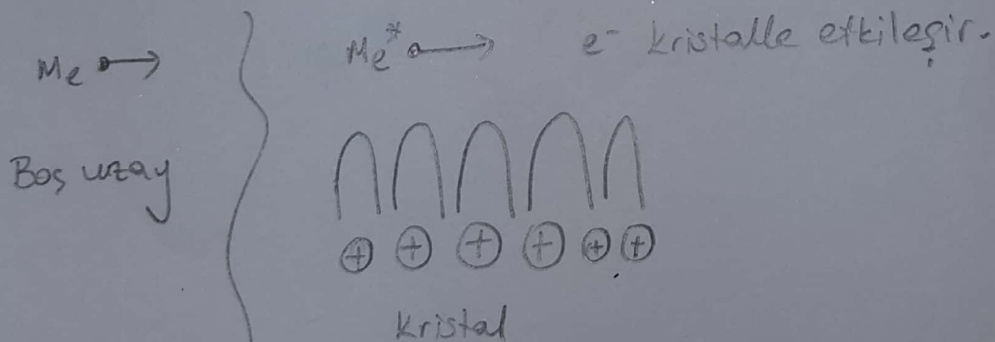
$$F_p(E) = 1 - F_n(E) = 1 - \frac{1}{\exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right) + 1}$$

$$F_p(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E_F - E}{kT}\right)}$$

Etkin Kütle:

Kristal içinde yeterli enerjiyi kazanan elektronlar, serbest elektronlar gibi ivmelenirler. Ancak kristal içindeki bu e^- ların kütlesi, serbest elektronların kütlesinden farklıdır. Bu durum elektronun etkin kütlesi (m_e^*) olarak tanımlanır. Yarıiletkenlerde e^- lar için (m_n^*) olarak gösterilir.

Yarıiletkenlerde benzer bir durum boşluk için de tanımlanabilir. (m_p^*) veya (m_h^*).



Saf Yarıiletkenlerde Yük Taşıyıcı Konsantrasyonu :

(4)

ve
Fermi Seviyesinin Yeri :

Saf yarıiletkenlerde iletim bandındaki e-ların konsantrasyonu;

$$n = N_c \exp \left(- \frac{E_c - E_f}{kT} \right) \text{ olarak tanımlanır.}$$

N_c : iletim bandındaki etkin durum yoğunluğudur.

$$N_c = 2 \left(\frac{2\pi m_n^* kT}{h^2} \right)^{3/2}$$

Deliklerin valans bandındaki konsantrasyonu;

$$p = N_v \exp \left(- \frac{E_f - E_v}{kT} \right) \text{ olarak tanımlanır.}$$

Yine N_v : valans bandındaki etkin durum yoğunluğudur.

$$N_v = 2 \left(\frac{2\pi m_p^* kT}{h^2} \right)^{3/2}$$

Saf yarıiletkenlerde elektronların ve deliklerin konsantrasyonlarının çarpımı;

$$n_i^2 = np = N_c N_v \exp\left(-\frac{E_c - E_v}{kT}\right) = N_c N_v \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right)$$

$$n_i = \sqrt{N_c N_v} \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right)$$

$$n_i = 2 \left(\frac{kT}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2} (m_n^* m_p^*)^{3/4} \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right)$$

olarak ifade edilebilir.

Aynı ifade enerji durumu yoğunluğu ve fermi fonksiyonu yardımıyla da ifade edilebilir.

(6)

Yarıiletkenlerde Enerji Durum Yoğunluğu:

Enerji durum yoğunluğu, her bir bantta kaç tane enerji seviyesi olduğunu ve bu enerji seviyelerinin ; ne kadarının elektronlarla dolu olduğunu gösterir.

Bantlarda var olan kuantumlu enerji düzeylerinin yoğunluğu (Enerji durum yoğunluğu)

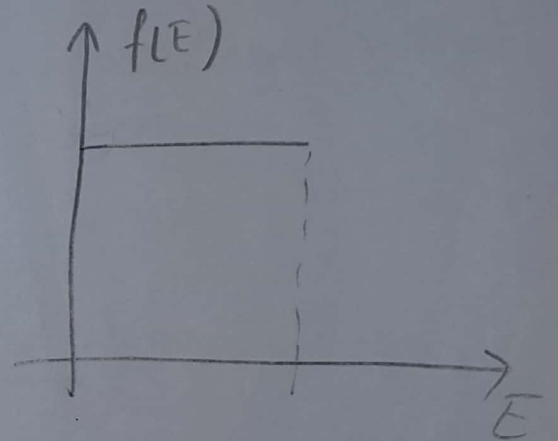
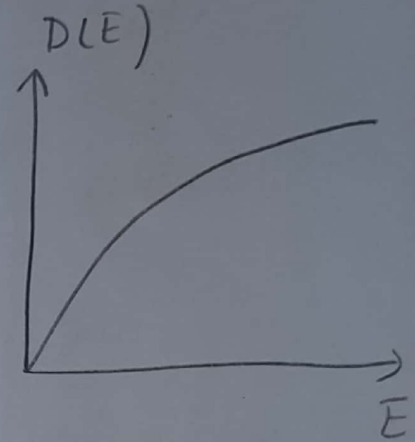
$$D(E) = \frac{4\pi}{h^3} (2m_e^*)^{3/2} E^{1/2}$$

ile ifade edilir.

Fermi Dağılım fonksiyonunun da;

$$f(E) = \frac{1}{e^{(\frac{E-E_f}{kT})} + 1}$$

hatırlanırsa



(7)

Banttaki Taşıyıcı konsantrasyonu:

$$n = \int D(E) f(E) dE$$

$$n_i = \int \left(D(E) = \frac{4\pi}{h^3} (2m_e^*) E^{1/2} \right) \times \left(f(E) = \frac{1}{e^{\left(\frac{E-E_F}{kT}\right)} + 1} \right) dE$$

$$n_i = 2 \left(\frac{2\pi kT}{h^2} \right)^{3/2} (m_e^* m_p^*)^{3/4} e^{-E_g/2kT} \text{ elde edilir.}$$

Saf yarıiletkenlerde Fermi Enerjisinin Yeri:

Saf yarıiletkenlerde Fermi Enerjisinin yeri, iletim bandındaki elektronlarla valans banttaki boşlukların konsantrasyon eşitliği (elektiriksel nötr) şartından bulunur.

$$n = p$$

$$N_c \exp\left(-\frac{E_c - E_F}{kT}\right) = N_v \exp\left(\frac{E_F - E_v}{kT}\right)$$

$$\frac{N_v}{N_c} = \exp\left(-\frac{E_c - E_F}{kT}\right) \exp\left(\frac{E_F - E_v}{kT}\right) \left. \vphantom{\frac{N_v}{N_c}} \right\} E_F \text{ alınırsa}$$

$$\ln \frac{N_v}{N_c} = \cancel{\exp} \left(\frac{2E_F - (E_c - E_v)}{kT} \right) \Rightarrow 2E_F \frac{(E_c - E_v)}{kT} = \frac{E_F +}{- (E_c - E_v)} \frac{kT}{2} \ln \left(\frac{N_v}{N_c} \right)$$

(8)

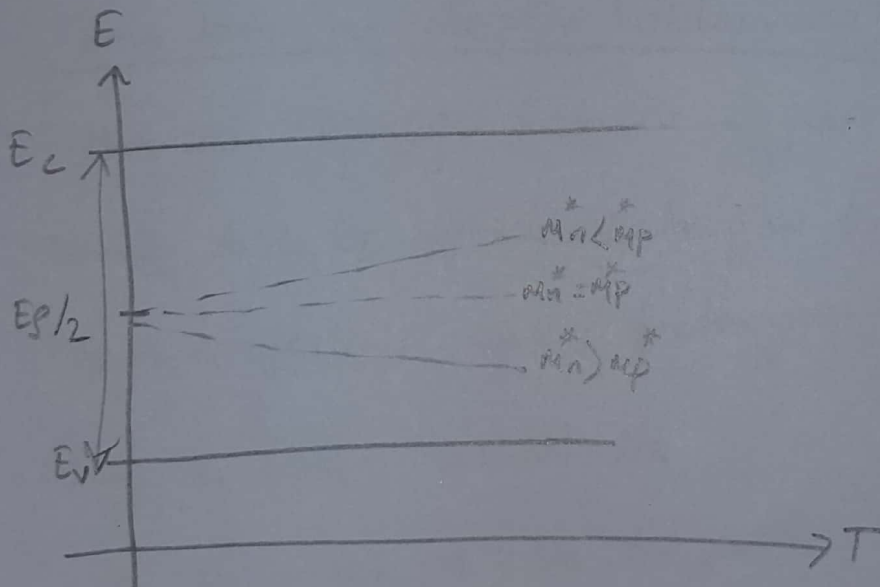
Bir önceki denklemden logaritma alınarak;

$$E_F = \frac{E_g}{2} + \frac{1}{2} kT \ln \frac{N_v}{N_c}$$

veya

$$E_F = \frac{E_g}{2} + \frac{3}{4} kT \ln \frac{m_p^*}{m_n^*} \quad \text{dur.}$$

Formüllerden de anlaşılacağı gibi, mutlak sıfırda; $T \rightarrow 0^\circ$
Fermi Enerji seviyesinin yeri, yasak bandın ortasıdır.
Sıcaklıkla arttıkça değişimi gösterir.



Katkılı Yarıiletkenlerde Taşıyıcı Konsantrasyonu:

Tek tip katkı yapıldığında;

Yapı içinde n-tipinde tüm katkı atomları (donör) iyonizedir.

N_d : malzemedeki donör yoğunluğu

(elektronların sayısı) $n \approx N_d$ (iyonize donör atomları sayısı).

p-tipinde ise;

N_a : malzemedeki akseptör yoğunluğu

(boşluk konsantrasyonu) $p \approx N_a$ (iyonize akseptör atomları sayısı)

Hem donör, hem akseptör katkıları varsa;

Hangisinin yoğunluğu fazla ise o yener.

Donörler fazla ise, çoğunluk taşıyıcısı n, azınlık p derir.

Akseptörler fazla ise, çoğunluk taşıyıcısı p, azınlık n derir.

n-tipi baskınsa: $n \approx N_d - N_a$

p-tipi baskınsa: $p \approx N_a - N_d$

* ^{örnek} $n, p \approx n_i^2 \approx 10^{20} \text{ cm}^{-3}$ olur.

Yani özetle;

$$* \quad N_d - N_a \gg n_i \Rightarrow n\text{-tipi} \quad \left\{ \begin{array}{l} n = N_d - N_a \\ p = n_i^2 / n \end{array} \right\}$$

$$\text{Eğer } N_d \gg N_a \Rightarrow n \approx N_d \quad \text{ve} \quad p = n_i^2 / N_d$$

$$* \quad N_a - N_d \gg n_i \Rightarrow p\text{-tipi} \quad \left\{ \begin{array}{l} p = N_a - N_d \\ n = n_i^2 / p \end{array} \right\}$$

$$\text{Eğer } N_a \gg N_d \Rightarrow p \approx N_a \quad \text{ve} \quad n = n_i^2 / N_a \quad \text{dur.}$$

Katkılı YI. lere Fermi Enerji Seviyesinin Yeri

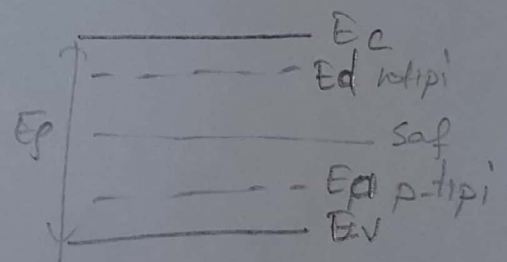
$$n\text{-tipi} \Rightarrow E_f = E_i + kT \ln \frac{n_{no}}{n_i}$$

$\nearrow E_{Si/2}$ katkılardan gelen etki

$$p\text{-tipi} \Rightarrow E = \underbrace{E_i}_{E_{Si/2}} - kT \ln \frac{p_{po}}{n_i}$$

\nwarrow katkılardan gelen etki

Saf YI. için Fermi Enj. Seviyesi



Ketika $y \cdot T$ laka Fermi E_f - Sejenisnya geri

$$n_{tipi} \rightarrow E_g/2$$

$$E_f = E_i + kT \ln \frac{n_{no}}{n_i} \Rightarrow n_{tipi} \text{ isin}$$

$$E_f = \underbrace{E_i}_{E_g/2} - kT \ln \frac{p_{po}}{n_i} \Rightarrow p_{tipi} \text{ isin}$$

Katkılı Yarıiletkende Fermi Enerji Seviyesinin Yeri:

12

erisin; $f(E) = \frac{1}{1 + e^{\frac{(E - E_F)}{kT}}}$

boşluk için; $1 - f(E) = 1 - \frac{1}{1 + e^{\frac{(E - E_F)}{kT}}} = \frac{e^{-\frac{(E_F - E)}{kT}}}{1 + e^{\frac{(E_F - E)}{kT}}}$

iptal
id.

* E değerlik bandındaki boş elektron durumu, boşluk enerjisi;

$E_F - E$ pozitif yani $E_F - E \gg kT$ için $\Rightarrow e^{-\frac{(E_F - E)}{kT}} \ll 1$ olur.

$1 - f(E) = e^{-\frac{(E_F - E)}{kT}}$ olur.

$\frac{1}{e^{\frac{(E_F - E)}{kT}}} \rightarrow 0$

* $E_F - E$ farkı azaldıkça $\Rightarrow E_F - E$ yerine $E_F - E_v$ konur.

$p = N_v e^{-\frac{(E_c - E_v)}{kT}}$

$n \cdot p = n_i^2 = N_c \cdot N_v e^{\frac{E_c - E_v}{kT}} = N_c N_v e^{\frac{E_g}{kT}}$

ve

$E_F = E_{sof} + E_F \text{ katkılar}$

$E_F = \frac{E_g}{2} + \frac{3}{4} kT \ln \left(\frac{m_p^*}{m_n^*} \right) + kT \sinh^{-1} \left(\frac{N_d - N_a}{2n_i} \right)$

$\sinh^{-1} \Rightarrow$ Ters sinüs hiperbolik fonksiyondur.