Контрольная работа.

1 вариант

1)Является ли функция $\frac{x}{x-2}$ перевообразной для функции $\frac{-2}{(x-2)^2}$ на интревале $(2,5)$?
$f(x)=\frac{x}{x-2}$
$F(x)=\frac{x-2-x}{(x-2)^2}=\frac{-2}{(x-2)^2}$
Ответ: да является

2) Найти одну из перевообразных функция $cos(2x-3)$
$f(x)=cos(2x-3)$
$F(x)=\frac{1}{2}sin(2x-3)$

3)$\int\frac{xdx}{1-x^2}=-\frac{1}{2}\int\frac{1}{u}du=-\frac{1}{2}ln(|u|)=-\frac{1}{2}ln(|1-x^2|)+C$
$u=1-x^2$
$du=(1-x^2)'dx\ dx=-\frac{1}{2x}du$

4)$\int xe^{-x}dx=-xe^{-x}-\int -e^{-x}dx=-xe^{-x}-e^{-x}+C=-(x+)e^{-x}+C$
$\int udv=uv-\int du$
$u=x$
$dx=du$
$e^{-x}dx=dv$
$v=-e^{-x}$

5)$\int\frac{dx}{x^2+2x+3}dx=\int\frac{dx}{(x+1)^2+2}dx=\frac{1}{\sqrt{2}}arctg\frac{x+1}{\sqrt{2}}+C$

6)$\int\frac{5x}{(x-2)(x+3)}dx=\frac{2}{5}\int\frac{dx}{(x-2)}+\frac{3}{5}\int\frac{dx}{(x+3)}=\frac{2}{5}ln|x-2|+\frac{3}{5}ln|x+3|+C$
$\frac{x}{(x-2)(x+3)}=\frac{A}{(x-2)}+\frac{B}{(x+3)}$
$x=A(x+3)+B(x-2)$
$x=Ax+3A+Bx-2B$
$A+B=1$
$3A-2B=0$
$A=\frac{2}{3}B$
$B=\frac{3}{5}$
$A=\frac{2}{5}$

7)$\int\limits_0^\pi(sin\frac{x}{3})^3dx=\int\limits_0^\pi(sin\frac{x}{3})^2(sin\frac{x}{3})dx=\int\limits_0^\pi(1-cos^2\frac{x}{3})sin\frac{x}{3}dx=\int\limits_0^\pi 3t^2-3dt=t^3-3x\Big|_0^\pi=cos^3(\frac{x}{3})-3cos(\frac{x}{3})\Big|_0^\pi=$
$=1-3-(\frac{1}{2})^3+\frac{3}{2}=-\frac{16}{8}-\frac{1}{8}+\frac{12}{8}=-\frac{5}{8}$
$t=cos\frac{x}{3}$
$-3dt=sin(\frac{x}{3})dx$

2 вариант

1) Найти интеграл $\int(\frac{x+2}{6})^2dx$, сделав замену переменной $x=6t-2$
$\int(\frac{x+2}{6})^2dx=\frac{1}{36}\int(x+2)^2dx=6\int t^2dt=2t^3+C=2(\frac{x+2}{6})^3+C$
$x=6t-2$
$t=\frac{x+2}{6}$
$dx=6dt$

2) Найти одну из перевообразных функция $e^{\frac{1-x}{2}}$
$\int e^{\frac{1-x}{2}}dx=-2\int e^tdt=-2e^{\frac{1-x}{2}}+C$
$t=\frac{1-x}{2}$
$dt=-\frac{1}{2}dx$
$dx=-2dt$

3) $\int\frac{xdx}{\sqrt{x^4+1}}=\frac{1}{2}\int\frac{dt}{\sqrt{t^2+1}}=\frac{1}{2}ln|t+\sqrt{t^2+1}|=\frac{1}{2}ln|x^2+\sqrt{x^4+1}|+C$
$t=x^2$
$dt=2xdx$
$xdx=\frac{dt}{2}$

4) $\int\limits_{1/e}^{e} \frac{1}{x^2} ln(x) dx = -\frac{1}{x} ln x$

$u = ln(x)$

$du = \frac{1}{x} dx$

$dv = \frac{dx}{x^2}$

$v = -\frac{1}{x}$