МАтан
диффуры

№51
$xydx+(x+1)dy=0$
$\frac{y}{dy}=-\frac{x+1}{xdx}$
$-\frac{xdx}{x+1}=\frac{dy}{y}$
$-\int\frac{xdx}{x+1}=\int\frac{dy}{y}$
$-ln(x+1)+x+1=ln(y)+C$
№52
$\sqrt{y^2+1}dx=xydy$
$\frac{dx}{x}=\frac{ydy}{\sqrt{y^2+1}}$
$ln(x)=\sqrt{y^2+1}+C$
№55
$y'=$
$\frac{dy}{dx}=3\sqrt[3]{y^2}$
$\frac{dy}{3\sqrt[3]{y^2}}=dx$
$\frac{1}{3}\int\frac{dy}{y^{\frac{2}{3}}}=\int dx$
$\sqrt[3]{y}=x+C$
№60
$\frac{dz}{dx}=10^x10^z$
$\frac{dz}{10^z}=10^xdx$
$\frac{10^z}{ln(10)}=-\frac{1}{ln(10)10^x}$
$10^z=-\frac{1}{10^x}$
№137
$(2x+1)y'=4x+2y$
решение однородного:
$(2x+1)y'-2y=0$
$\frac{1}{2}\frac{dy}{y}=\frac{1}{2}(\frac{dx}{x+\frac{1}{2}})$
$\frac{dy}{2y}=\frac{dx}{2x+1}$
$ln(y)=ln(x+\frac{1}{2})+ln(C)$
$y=C(x+\frac{1}{2})$
$(x+\frac{1}{2})(C'(x+\frac{1}{2})+C)-C(x+\frac{1}{2})=2x$
$C'(x+\frac{1}{2})^2=2x$
$dC=\frac{2xdx}{(x+\frac{1}{2})^2}$
$C=2(ln(2x+1)+\frac{1}{2x+1})+C_2$
$y=(2(ln(2x+1)+\frac{1}{2x+1})+C_2)(x+\frac{1}{2})$
№139
$(xy+e^x)dx-xdy=0$
$xy-xy'=-e^x$
решение однородного
$xy-xy'=0$
$dx=\frac{dy}{y}$
$x=ln(y)-ln(C)$
$y=Ce^x$
$xCe^x-xC'e^x-xCe^x=-e^x$
$xC'=1$
$dC=\frac{dx}{x}$
$C=ln(x)+C_2$
$y=(ln(x)+C_2)e^x$
№140
$x^2y'+xy+1=0$
Решение однородного
$y'+\frac{y}{x}=0$
$\frac{dy}{y}=-\frac{dx}{x}$
$ln(y)=-ln(x)+ln(C)$
$y=\frac{C}{x}$
$C'x-C+C+1=0$
$dC=-\frac{dx}{x}$
$C=-ln(x)+C_2$
$y=\frac{-ln(x)+C_2}{x}$

1)уравнение вида $F(x, y, y') = 0$ можно решать двумя методами

а)разрешшить уравнение относительно y', то есть из уравниея F(x,y,y')=0 выразить y' черех x и y таким образом получится одно или несколько уравний вида y'=f(x,y) и каждое из них нужно решить.
б) метод введение параметра. Пусть уравнение F(x,y,y')=0 можно разрешить относительно y, то есть записать ввиде y=f(x,y')

Вводим параметр p=y' отсюда следует y=f(x,p)
Прихоим к уравнению вида M(x,p)dx+N(x,p)dp=0
Если решение этого ур $x = \phi(p)$
Диффиренциал- $x = \phi(p)$
$y = f(\phi(p), p)$
Пример:
$y = x + y' - ln(y')$
$p = y'$
$y = x + p - ln(p)$
$dy = dx + dp - \frac{dp}{p}$
$pdx = dx + dp - \frac{dp}{p}$
$dx(p-1) = dp(1 - \frac{1}{p})$
$p \neq 1;$
$dx = \frac{dp}{p}$
$x = ln(p) + C$
$p = Ce^x$
$y = ln(p) + C + p - ln(p)$
$y = C + p$
$y = C + Ce^x$
$y = C(e^x + 1)$
$p = 1$
$y = x + 1$
Дискрименантная кривая-
решение $y = \phi(x)$ уравнения $F(x, y, y') = 0$ называется особым если через каждую точку, кроме этого решения проходит и другое решение, имеющее в этой точке ту же касательную, что и решение $y = \phi(x)$, но не совпадющее с ним в сколько угодно малой окерсности этой точке.
Если функция $F(x, y, y')$ и прозводная $\frac{\partial f}{\partial y}$ и производная $\frac{\partial f}{\partial y'}$ непрерывна то любое особое решение уравнения $F(x, y, y') = 0$ удовлетворяет также уравению $\frac{\partial F(x,y,y')}{\partial y'} = 0$

Пример 2: найти особое решение уравнения
$y = x + y' - ln(y')$
$0 = 1 - \frac{1}{y'}$
$y' = 1$
$y = x + 1$
$y_1(x_0) = y_2(x_0)$
$y_1'(x_0) = y_2'(x_0)$
$x + 1 = e^{x-C} + C$
$1 = e^{x-C}$
$x_0 = C$
$C + 1 = 1 + C$
Пример 3:
$(y')^2 - y^2 = 0$
$y' = p$
$p^2 - y^2 = 0$
$pdp = ydxp$
$p \neq 0$
$\frac{dp}{dx} = y$
$p = \frac{dp}{dx}$
$x = ln(p) + C$
$p = e^{x-C}$
$y' = e^{x-C}$
$(e^{x-C})^2 - y^2 = 0$
$y = e^{\pm x - C}$

Задача коши
$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} + \rho(x)y(x) = 0 \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$
доп условие, которое делает диффур корректным как задачу.
Корректность
1) решение существует
2) решение единственно
3) решение не сильно изменяется от изменния входных данных(решение непрерывно зависит от данных в некоторой разумной топологии)

$Cx^2 + 2 = 2Cy$
$4C + 2 = 2C$
$C = -\frac{1}{2}$

$$\begin{cases} y' + y = e^{-x}sinx \\ y(0) = 0 \end{cases}$$
$y' + y = e^{-x}sinx$
$\frac{dy}{dx} + y = 0$
$ln(y) + x - ln(C) = 0$
$y = Ce^{-x}$
$C'e^{-x} - Ce^{-x} + Ce^{-x} = e^{-x}sinx$
$C' - sinx = 0$
$\frac{dC}{dx} = sinx$
$C_1 = -cosx + C_2$
$y = (-cosx + C_2)e^{-x}$
$C_2 = 1$
Ответ:$y = (1 - cosx)e^{-x}$

$$\begin{cases} y'' - y' = 4x \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = -4 \end{cases}$$
$y' = p$
$p' - p = 0$
$\frac{dp}{dy} = p$
$ln(p) = y + C$
$p = Ce^y$
$y' = Ce^y$
$\frac{dy}{e^y} = Cdx$
$-e^{-y} = Cx + C_2$
$y = -ln(-Cx - C_2)$
$-(\frac{-C}{-Cx-C_2})' + (\frac{-C}{-Cx-C_2}) = 4x$
$\frac{-C^2}{(-Cx-C_2)^2} + \frac{-C}{-Cx-C_2} = 4x$