

# Mathematical analysis

## Seminar-1

### Function of several variables

1) Найти и построить область определения функции.

$$z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$$

$$9 - x^2 - y^2 \geq 0$$

$$x^2 + y^2 \leq 9$$

D(z) все точки лежащие внутри окружности и на самой окружности.

$$2) z = \sqrt{x^2 + y^2 - 16}$$

$$x^2 + y^2 \geq 16$$

D(z) все точки лежащие вне окружности и на самой окружности.

$$3) z = \ln(-x - y)$$

$$-x - y > 0$$

$$x + y < 0$$

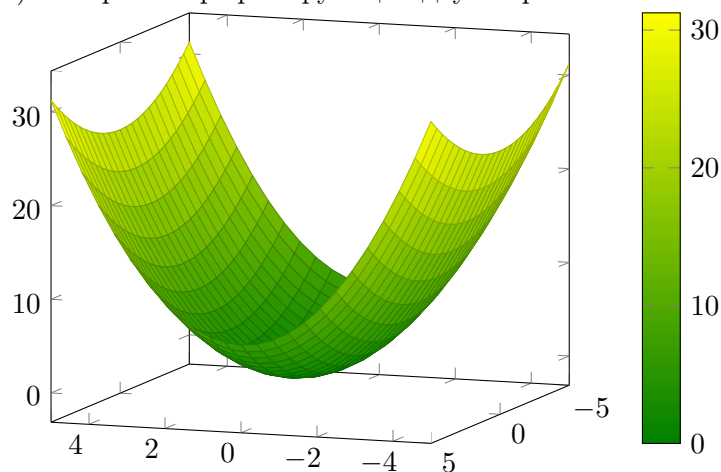
$y < -x$  D(z) все точки лежащие ниже прямой  $y = -x$ .

$$4) z = \arcsin\left(\frac{x}{y^2}\right)$$

$$\begin{cases} y \neq 0 \\ \frac{x}{y^2} \geq -1 \\ \frac{x}{y^2} \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \neq 0 \\ x \geq -y^2 \\ x \leq y^2 \end{cases}$$

5) Построить график функции двух переменных  $z = x^2 + \frac{y^2}{4}$



6) Найти множество значений функции.

$$u = x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y + 2z$$

$$E(y) = ?$$

$$u = (x - 2)^2 - 4 + (y + 3)^2 - 9 + (z + 1)^2 - 14$$

$$E(y) = [-14; +\infty)$$

7) Найти значение функции  $z = \sin(2x - y)$

$$z(0; \frac{\pi}{2}); z(\frac{\pi}{4}; -\frac{\pi}{6});$$

$$z = \sin(-\frac{\pi}{2}) = -1$$

$$z = \sin(\frac{2\pi}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

8) Найти частные производные  $z'_x, z'_y$

$$z = xy + \frac{y}{x}$$

$$z'_x = y - \frac{y}{x^2}$$

$$z'_y = x + \frac{1}{x}$$

$$9) z = x^{-xy}$$

$$z'_y = -x^2 e^{-xy}$$

$$z'_x = e^{-xy} - xy e^{-xy}$$

$$10) z = y^x$$

$$z'_x = y^x \ln(y)$$

$$z'_y = xy^{x-1}$$

$$11) z = \frac{y}{x} - \frac{x}{y}$$

$$z'_x = -\frac{y}{x^2} - \frac{1}{y}$$

$$z'_y = -xy^{-2} + x^{-1}$$

$$12) z = (x + y)e^{xy}$$

$$dz = z'_x dx + z'_y dy$$

$$z'_x = (x + y)' e^{xy} + (x + y)(e^{xy})'$$

$$= e^x y + (x + y)e^{xy} y$$

$$= e^{xy}(1 + (x + y)y)$$

$$z'_y = e^{xy}(1 + (xy)y)$$

$$dz = e^{xy}(1 + (x + y)y)dx + e^{xy}(1 + (xy)y)dy$$

$$13) u = \frac{x}{y} e^z$$

$$du = ?$$