Le comportement élastique

Définition (milieu élastique) :

le travail fourni par les efforts extérieurs est stocké sous forme d'énergie élastique $\mathcal{P}_{\text{ela}} = \int_{S_0}^{S_1} \mathbb{W}_{\text{e}}(\varepsilon(S), \kappa(S)) \, \mathrm{d}S$.

La variation d'énergie élastique entre deux équilibres voisins quelconques (ε, κ) et $(\varepsilon + \delta \varepsilon, \kappa + \delta \kappa)$

$$\begin{split} \delta \bigg[\int_{S_0}^{S_1} \mathsf{W}_{\mathsf{e}}(\varepsilon(S), \kappa(S)) \, \mathrm{d}S \bigg] &= \int_{S_0}^{S_1} \! \delta[\mathsf{W}_{\mathsf{e}}(\varepsilon(S), \kappa(S))] \, \mathrm{d}S \\ &= \int_{S_0}^{S_1} \! \bigg(\frac{\partial \mathsf{W}_{\mathsf{e}}}{\partial \varepsilon}(\varepsilon(S), \kappa(S)) \, \delta \varepsilon(S) + \frac{\partial \mathsf{W}_{\mathsf{e}}}{\partial \kappa}(\varepsilon(S), \kappa(S)) \, \delta \kappa(S) \bigg) \, \mathrm{d}S \end{split}$$

est donc identifiée avec le travail des efforts extérieurs $\delta \mathcal{W} = \int_{S_0}^{S_1} (N \, \delta \varepsilon + M \, \delta \kappa) \, \mathrm{d}S$

$$\Rightarrow \ \, \text{comportement général d'une poutre \'elastique}: \ \, \begin{array}{c} N = N_{\rm e}(\varepsilon,\kappa) \\ M = M_{\rm e}(\varepsilon,\kappa) \end{array} \, \begin{array}{c} N_{\rm e}(\varepsilon,\kappa) = \frac{\partial W_{\rm e}}{\partial \varepsilon}(\varepsilon,\kappa) \\ M = M_{\rm e}(\varepsilon,\kappa) \end{array} \, \begin{array}{c} N_{\rm e}(\varepsilon,\kappa) = \frac{\partial W_{\rm e}}{\partial \varepsilon}(\varepsilon,\kappa) \end{array}$$

Pas de loi de comportement pour T qui peut être calculé par l'équilibre $\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}S}+(1+\varepsilon)T+m_S=0$.