

Aufgabenstellung für die Hausarbeit

Quantencomputing

Aufgabenstellung

Die Hausarbeit umfasst die Lösung einer Reihe kleinerer und mittlerer Probleme, welche innerhalb der Vorlesung besprochen und thematisch vorbereitet wurden.

1. Quantenregister

Gegeben sei ein 3-Qubit Register (q_0, q_1, q_2) . Folgende Operationen sollen auf den Qubits ausgeführt werden:

- q_0 : Hadamard-Transformation (H-Gate)
- q_1 : X-Gate
- q_2 : Z-Gate

- Bestimmen Sie die unitäre 8×8 Matrix Q , welche diese Transformation realisiert

$$Q = H \otimes X \otimes Z$$

- Zeigen Sie, dass Q unitär ist
- Wenden Sie Q auf die Basiszustände $|0\rangle = |000\rangle$ und $|7\rangle = |111\rangle$ an!

2. Eigenes Simulationsprogramm für das Quantencomputing

Es gibt zwei wesentliche Bestandteile für ein Simulationsprogramm im Rahmen des Quantencomputing

- Elemente, welche die Quantenbits und ihre Veränderungen darstellen
- Der Prozess der Messung der wahrscheinlichkeitsbehafteten Resultate

Schreiben Sie ein Python-Programm, welches das einfache **Problem der Verschränkung** (vgl. Vorlesung) simuliert, **ohne auf spezielle Pakete wie zB *qiskit* zurückzugreifen**. Folgende Elemente bzw. algorithmische Schritte sind dabei einzuschließen

- (a) Bereitstellung des 2-QBit-Anfangszustands
- (b) Veränderung der QBits (H, CNOT)
- (c) Berechnung des Endzustandes (Superposition) und damit Bestimmung der Koeffizienten der Basiszustände, aus denen dann die Wahrscheinlichkeit der Messung folgt.
- (d) Messung
- (e) Nachweis der Wahrscheinlichkeitsverteilung entsprechend der Endzustandssuperposition (50, 100, 200, 500, 1000 Messungen)

Die Wahl der mathematischen Modellierung ist Ihnen überlassen. Für diesen einfachen Fall eines 2-QBit-Registers bietet sich allerdings die Darstellung mit Hilfe von 4er Vektoren und 4×4 Matrizen an (vgl. Vorlesung). Die Veränderungen sind dann ja einfache Matrixoperationen. Die Koeffizienten der einzelnen Basiszustände (-vektoren) in der Endzustandssuperposition werden durch Skalarprodukte bestimmt. Die Messergebnisse werden über den Vergleich einer ausgewürfelten gleichförmigen Zufallszahl mit den berechneten Quadraten der Koeffizienten erhalten.

3. Algorithmus von Deutsch

- Entwickeln Sie einen Schaltkreis für den Algorithmus von Deutsch
- Konstruieren Sie den Operator U_f für alle vier möglichen Fälle
 - (a) $f(0) = 1, f(1) = 1$
 - (b) $f(0) = 0, f(1) = 0$
 - (c) $f(0) = 1, f(1) = 0$
 - (d) $f(0) = 0, f(1) = 1$
- Testen Sie alle vier Möglichkeiten mit *qiskit*.

Zusatzaufgabe - optional

Grover Suchalgorithmus für $n = 3$ Qubits

- Vollziehen Sie den in der Vorlesung gegebenen Algorithmus nach
- Schreiben Sie ein *qiskit* Programm für die Suche nach dem Zustand $|111\rangle$

- Entwerfen Sie ein Quantenorakel U_f , welches die Amplitude des gesuchten Zustandes mit (-1) multipliziert. Verwenden Sie dazu die Ableitung in der Vorlesung im Abschnitt **Funktionen im QC** – dort das CCZ Gate. Dieses Gate realisiert gerade die Multiplikation des gesuchten Zustandes mit (-1)

$$\text{CCZ}|111\rangle = -|111\rangle, \quad \text{CCZ}|ijk\rangle = |ijk\rangle \quad \text{sonst}$$

- Entwerfen Sie die Spiegelung U_s . Auch hier finden Sie eine Möglichkeit in der Vorlesung im Abschnitt der 3-Qubit-Grover Suche. Im Schaltbild ist dies die **Amplification**.
- Führen Sie mit dem Simulator die Messung nach einer ein-, zwei-, drei- und sechsmaligen Anwendung von $(U_s U_f)$ aus
- *Optional:* Falls Sie sich einen account bei IBM besorgen konnten, dann senden Sie Ihren Code an einen oder zwei reale QC und vergleichen Sie die erhaltenen Ergebnisse mit denen der Simulationen bei ein-, zwei-, drei- und sechsmaligen Anwendung von $(U_s U_f)$
- Diskutieren Sie die Resultate

Abgegeben werden muss:

1. Eine Beschreibung der Algorithmen, der Problemstellung und der Lösung
2. Ich empfehle dringend, die Programme und Beschreibungen unter *qiskit* als Jupyter notebooks zu schreiben.
3. Sollten andere Programmsysteme verwendet werden, dann wird um eine ausführliche Beschreibung der Handhabung gebeten.

Die korrekte Beantwortung der Aufgaben 1., 2. und 3. kann bis zu einer Note von 1,3 führen. Mit der Lösung der Zusatzaufgabe ist die Note 1,0 erreichbar.

Die Arbeit muss in elektronischer Form als Archiv **spätestens bis zum von der Studiengangleitung vorgegebenen Termin** in das entsprechende Verzeichnis der BA

geladen werden! Alternativ können die Resultate auch per email an meine Adresse e5000052@ba-sachsen.de gesendet werden.

Die Aufgabenstellung sollte selbstständig und nur mit den in der Arbeit angegebenen Hilfsmitteln gelöst werden. Falls einige Teilaufgaben innerhalb einer Gruppe gelöst werden, dann sollten Sie diese Aufgaben kennzeichnen und die Mitglieder der Gruppe nennen. (Dadurch wird die Note nicht herabgesetzt)