

Reducciones de problemas. MT restringidas. Misceláneas.

Comentario: Intentar hacer por lo menos los ejercicios 1 al 5.

Ejercicio 1. Considerando la reducción de HP a L_U descrita en clase, responder:

- Explicar por qué la función identidad, es decir la función que a toda cadena le asigna la misma cadena, no es una reducción de HP a L_U .
- Explicar por qué las MT M' generadas en los pares $\langle M', w \rangle$, o bien paran aceptando, o bien loopean.
- Explicar por qué la función utilizada para reducir HP a L_U también sirve para reducir HP^C a L_U^C .
- Explicar por qué la función utilizada para reducir HP a L_U no sirve para reducir L_U a HP.
- Explicar por qué la siguiente MT M_f no computa una reducción de HP a L_U : dada una cadena válida $\langle M \rangle, w$, M_f ejecuta M sobre w , si M acepta entonces genera el output $\langle M \rangle, w$, y si M rechaza entonces genera una cadena inválida, por ejemplo la cadena 1.

Ejercicio 2. Considerando la reducción de L_U a L_{Σ^*} descrita en clase, responder:

- Explicar por qué no sirve como función de reducción alternativa la función siguiente: a todo input le asigna como output el código $\langle M_{\Sigma^*} \rangle$.
- Explicar por qué la reducción descrita en clase no sirve para probar que $L_{\Sigma^*} \notin RE$.

Ejercicio 3. Un autómata linealmente acotado (ALA) es una MT con una sola cinta, con la restricción de que su cabezal sólo puede moverse a lo largo de las celdas ocupadas por el input. Probar que el lenguaje aceptado por un ALA es recursivo. *Ayuda: ¿en cuántos pasos se puede detectar que el ALA entra en loop?*

Ejercicio 4. Construir un autómata finito que reconozca el lenguaje de las cadenas de $\{0, 1\}^*$, es decir todas las cadenas de 0 y 1 de cualquier tamaño incluso la vacía, tales que a todo cero le siga un uno. *Ayuda: En general conviene primero construir el diagrama de transición de estados, porque da una idea de cómo construir el autómata finito.*

Ejercicio 5. Sea el lenguaje $D_{HP} = \{w_i \mid M_i \text{ para desde } w_i, \text{ según el orden canónico}\}$. Encontrar una reducción de D_{HP} a HP.

Ejercicio 6. Sea el lenguaje $L_{\emptyset} = \{\langle M \rangle \mid L(M) = \emptyset\}$. Responder:

- Encontrar una reducción de L_U^C a L_{\emptyset} . *Ayuda: basarse en la idea de la reducción de L_U a L_{Σ^*} , es muy similar.*
- Considerando la reducción desarrollada en (a), ¿qué se puede decir de L_{\emptyset} , a qué clase de la jerarquía de la computabilidad no pertenece?

Ejercicio 7. Construir una MT que genere todos los índices i tales que $\langle M_i \rangle, w_i \in HP$, según el orden canónico.