

# Práctica 11 - Lógica de Predicados.

---

1.- Expresar en un lenguaje de predicados de primer orden las siguientes afirmaciones:

i.- Algunas aves no vuelan.

Sea:

- $A(x) \Rightarrow$  "x tiene alas"
- $V(x) \Rightarrow$  "x puede volar"
- $(\exists x)(A(x) \wedge \neg V(x))$

ii.- No todas las aves vuelan.

- $\neg(\forall x)(A(x) \rightarrow V(x))$

Analizar la relación entre ambas. Mostrar cómo se puede transformar una expresión en la otra.

Cómo podemos ver, las dos expresiones son muy similares entre sí, y también existen reglas con las que podemos representar al cuantificador existencial con el cuantificador universal y viceversa.

- $(\exists x) \Leftrightarrow \neg(\forall x)\neg(\dots)$
- $(\forall x) \Leftrightarrow \neg(\exists x)\neg(\dots)$

2.- Escribir las siguientes proposiciones usando un lenguaje de predicados de primer orden:

i.- El cero es menor natural.

- $c_1 \Rightarrow$  Número cero.
- $x_1 \Rightarrow$  Número.
- $P_1^1 \Rightarrow$  "x es natural"
- $P_1^2 \Rightarrow$  "x es mayor o igual que y"
- $(\forall x_1)(P_1^2((P_1^1(x_1), c_1)))$

ii.- El conjunto vacío está incluido en cualquier conjunto.

- $c_1 \Rightarrow$  Conjunto vacío

- $x_1 \Rightarrow$  Conjunto
- $P_1^2 \Rightarrow$  "x está incluido en y"
- $(\forall x_1)(P_1^2(c_1, x_1))$

iii.- Si se prueba una propiedad para el cero y luego se prueba que esa propiedad vale para el número  $n+1$  si vale para  $n$ , entonces se ha probado que la propiedad vale para cualquier natural.

- $c_1 \Rightarrow$  Cero.
- $x_1 \Rightarrow$  Número.
- $x_2 \Rightarrow$  Propiedad.
- $f_1^1 \Rightarrow$  Función sucesor de  $x$ .
- $P_1^1 \Rightarrow$  "x es Natural"
- $P_1^2 \Rightarrow$  "x se cumple para y"
- $(\forall x_2)((\forall x_1) P_1^2(x_2, P_1^1(x_1)) \longleftrightarrow (P_1^2(x_2, c_1) \wedge ((\forall x_1) (P_1^2(x_2, x_1) \rightarrow P_1^2(x_2, f_1^1(x_1))))))$

iv.- Si hay un número natural que cumple cierta propiedad, entonces hay un mínimo natural que cumple esa propiedad.

- $x_1 \Rightarrow$  Número
- $x_2 \Rightarrow$  Propiedad
- $P_1^1 \Rightarrow$  "x es Natural"
- $P_1^2 \Rightarrow$  "x se cumple para y"
- $P_2^2 \Rightarrow$  "x es menor que y"
- $(\forall x_2)((\exists (x_1))(P_1^1(x_1) \wedge P_1^2(x_2, x_1)) \rightarrow ((\exists (y_1))(P_1^1(y_1) \wedge P_1^2(x_2, y_1) \wedge P_2^2(y_1, x_1))))))$

3.- Expresar en un lenguaje de predicados de primer orden el conocimiento asociado a las siguientes situaciones:

i.- Todos los alumnos de LeIA, cuyo documento es par y han aprobado el parcial con nota mayor a 7 están inscriptos en la mesa de finales de Agosto.

- $a \Rightarrow$  Alumno
- $c_1 \Rightarrow$  LeIA
- $c_2 \Rightarrow$  Parcial

- $c_3 \Rightarrow$  Número 7
- $c_4 \Rightarrow$  Agosto
- $dni(a) \Rightarrow$  Función que me da el DNI de un alumno.
- $nota(x, y, z) \Rightarrow$  Función que me da la nota que sacó el alumno x, en el parcial y de la materia z
- $P_1^1(x) \Rightarrow$  "x es par"
- $P_1^2(x, y) \Rightarrow$  "x aprobó y"
- $P_2^2(x, y) \Rightarrow$  "x alumno de y"
- $P_3^2(x, y) \Rightarrow$  "x mayor que y"
- $P_4^2(x, y) \Rightarrow$  "x se inscribió a la mesa de y"

$$\forall (a) ((P_2^2(a, c_1) \wedge P_1^1(dni(a)) \wedge P_1^2(a, c_2) \wedge P_3^2(nota(a, c_2, c_1), c_3) \rightarrow (P_4^2(a, c_4)))$$

ii.- Algunos alumnos de informática, mayores de 18 años han sido vacunados con la vacuna Sputnik V.

- $a \Rightarrow$  Alumno
- $c_1 \Rightarrow$  Informática
- $c_2 \Rightarrow$  Número 18
- $c_3 \Rightarrow$  Sputnik V
- $edad(x) \Rightarrow$  Función que retorna la edad de x
- $P_1^2(x, y) \Rightarrow$  "x es mayor que y"
- $P_2^2(x, y) \Rightarrow$  "x fue vacunado por y"
- $P_3^3(x, t) \Rightarrow$  "x es alumno de y"

$$(\exists a)((P_3^3(a, c_1) \wedge P_1^2(edad(a), c_2)) \rightarrow (P_2^2(a, c_3)))$$

iii.- Todos los jugadores de la selección Argentina que viven en Europa, excepto los de Inglaterra, participarán en el Mundial.

- $j \Rightarrow$  Jugador.
- $c_1 \Rightarrow$  Selección Argentina.
- $c_2 \Rightarrow$  Europa.
- $c_3 \Rightarrow$  Inglaterra.
- $c_4 \Rightarrow$  Mundial.
- $P_1^2(x, y) \Rightarrow$  "x juega para y"
- $P_2^2(x, y) \Rightarrow$  "x vive en y"
- $P_2^3(x, y) \Rightarrow$  "x participará en y"

$$(\forall j)((P_1^2(j, c_1) \wedge P_2^2(j, c_2) \wedge \neg P_2^2(j, c_3)) \rightarrow (P_2^3(j, c_4)))$$

4.- Expresar en un lenguaje de predicados de primer orden el conocimiento asociado a las siguientes situaciones:

i.- Ningún dragón que viva en un zoológico es feliz. Cualquier animal que encuentre gente amable es feliz. Las personas que visitan los zoológicos son amables. Los animales que viven en zoológicos encuentran personas que visitan zoológicos.

- $a \Rightarrow \text{Animal.}$
- $p \Rightarrow \text{Persona.}$
- $c_1 \Rightarrow \text{Zoológico.}$
- $P_1^1(x) \Rightarrow \text{"x es feliz"}$
- $P_2^1(x) \Rightarrow \text{"x es amable"}$
- $P_3^1(x) \Rightarrow \text{"x es un dragón"}$
- $P_1^2(x, y) \Rightarrow \text{"x vive en y"}$
- $P_2^2(x, y) \Rightarrow \text{"x encuentra y"}$
- $P_3^2(x, y) \Rightarrow \text{"x visita y"}$

1.  $\neg(\exists a) (P_3^1(a) \wedge P_1^2(a, c_1) \wedge P_1^1(a))$
2.  $(\forall a) (P_2^2(a, P_2^1(p)) \rightarrow P_1^1(a))$
3.  $(\forall p) (P_3^2(p, c_1) \rightarrow P_2^1(p))$
4.  $(\forall a) (P_1^2(a, c_1) \rightarrow P_2^2(a, P_3^2(p, c_1)))$

Interpretaciones (P12E9):

- Pipo es un dragón que vive en un zoológico.
  - $P_3^1(c_2) \wedge P_1^2(c_2, c_1)$

$U = \text{Animales} \cup \text{Personas}$

$I(c_1) = \text{Zoológico}$

$I(c_2) = \text{"Pipo"}$

ii.- Todo peluquero afeita a todo aquél que no se afeita a sí mismo. Ningún peluquero afeita a alguien que se afeita a sí mismo.

- $P_1^1(x) \Rightarrow \text{"x se afeita a sí mismo"}$
- $P_2^1(x) \Rightarrow \text{"x es peluquero"}$
- $P_1^2(x, y) \Rightarrow \text{"x afeita a y"}$

1.  $(\forall x_1) (P_2^1(x_1) \rightarrow P_1^2(x_1, \neg P_1^1(x_2)))$
2.  $\neg((\exists x_1)(P_2^1(x_1) \wedge P_1^2(x_1, P_1^1(x_2))))$

### Interpretación (P12E9):

Pedro es un peluquero.

- $P_2^1(c_1)$

$U = \{\text{"Juan", "José", "Pedro", "María", "Marcelo", "Ramón", "Pablo"}\}$

$P = \{P_1^1, P_2^1, P_1^2\}$

$I(c_1) = \text{"Pedro"}$

- $P_1^1 = \{\text{"Juan", "José", "Pedro"}\}$
- $P_2^1 = \{\text{"Pedro"}\}$
- $P_1^2 = \{(\text{"Pedro", "María"}), (\text{"Pedro", "Marcelo"}), (\text{"Pedro", "Ramón"}), (\text{"Pedro", "Pablo"})\}$
- $I(P_1^1)$ : Predicado de "x se afeita a sí mismo"
- $I(P_2^1)$ : Predicado de "x es peluquero"
- $I(P_1^2)$ : Predicado de "x afeita a y"

Con esta interpretación, cada sentencia es verdadera.

iii.- Si alguien hace algo bueno, ese alguien es bueno. Del mismo modo, si alguien hace algo malo, es malo. Sebastián ayuda a su madre y también miente algunas veces. Mentir es malo y ayudar es bueno.

- $p \Rightarrow \text{Persona.}$
- $c_1 \Rightarrow \text{Bueno.}$
- $c_2 \Rightarrow \text{Malo.}$
- $c_3 \Rightarrow \text{Ayudar.}$
- $c_4 \Rightarrow \text{Mentir.}$
- $c_5 \Rightarrow \text{Sebastián.}$
- $c_6 \Rightarrow \text{Mamá de Sebastián.}$
- $P_1^2(x, y) \Rightarrow \text{"x hace algo y"}$
- $P_2^2(x, y) \Rightarrow \text{"x es y"}$
- $P_1^3(x, y, z) \Rightarrow \text{"x hace y a z"}$

1.  $(P_1^2(p, c_1) \rightarrow P_2^2(p, c_1))$
2.  $(P_1^2(p, c_2) \rightarrow P_2^2(p, c_2))$
3.  $P_1^3(c_5, c_3, c_6) \wedge (P_1^3(c_5, c_4, p))$
4.  $P_2^2(c_4, c_2) \wedge P_2^2(c_3, c_1)$

### Interpretación (P12E9):