

FACTORIZACIÓN



CASO I : Factor Común

$$ax + bx = x(a + b)$$

CASO II : Factor Común por Agrupación

$$ax(c + d) + by(c + d) = (ax + by)(c + d)$$

CASO III : Trinomio Cuadrado Perfecto

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

CASO IV : Diferencia de Cuadrados

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

CASO V : Trinomio Cuadrado por Adición y Sustracción

$$\begin{array}{r} x^4 + x^2y^2 + y^4 \\ + x^2y^2 \\ - x^2y^2 \\ \hline x^4 + 2x^2y^2 + y^4 - x^2y^2 \end{array}$$

Siempre son tres términos, el primer y tercer término deben ser positivos y las raíces deben ser múltiplos de 4.

CASO VI : Trinomio de la Forma: $x^2 + bx + c$

$$x^2 + bx + c = (x + m)(x + n)$$

$$x^2 - bx + c = (x - m)(x - n)$$

$$x^2 + bx - c = (x + m)(x - n)$$

Donde: $m = b + c$ y $n = b \times c$

"b" y "c" con su signo respectivo

CASO VIII : Cubo Perfecto de un Binomio

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

CASO IX : Suma o Diferencia de Cubos

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

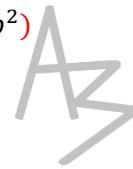
CASO X : Suma o Diferencia de dos Potencias Iguales

$$a^5 + b^5 = (a + b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4)$$

$$a^5 - b^5 = (a - b)(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4)$$

El grado de las raíces deben ser impares.

PRODUCTOS NOTABLES



$$1. (a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$$

$$2. (a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$$

$$3. (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

$$4. (a + b + c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3(a + b)(b + c)(a + c)$$

$$5. (x + a)(x + b)(x + c) = x^3 + (a + b + c)x^2 + (ab + bc + ac)x + abc$$

$$6. (a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2) = (a^4 - a^2b^2 + b^4)$$

$$7. (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac) = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$$

$$9. \text{ Si } a + b + c = 0 \rightarrow a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

$$10. a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ac$$

RADICACIÓN



$$\begin{array}{c} \text{Índice} \leftarrow n \sqrt[n]{A} \rightarrow \text{Rep. de Raíz} \\ \text{Radicando} \leftarrow A \quad \text{Raíz} \leftarrow q \end{array}$$

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}, \quad \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, \quad \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$$

Radicales Dobles

1ª Forma:

$$\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a + c}}{2} \pm \frac{\sqrt{b + c}}{2}$$

Donde: $c = \sqrt{a^2 - b}$

2ª Forma:

$$\sqrt{a \pm 2\sqrt{b}} = \sqrt{m} \pm \sqrt{n}$$

Donde: $a = m + n$ y $b = m \cdot n$

PROGRESIONES



PROGRESIÓN ARITMÉTICA (P.A.)

Formula General:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

Donde:

a_n : Término enésimo de la P.A.

a_1 : Primer término de la P.A.

n : Número de términos de la P.A.

d : Diferencia de la P.A.

Suma de Términos de una P.A.

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} \quad \text{ó} \quad S_n = \frac{n[2a_1 + (n - 1) \cdot d]}{2}$$

Términos Centrales en una P.A. (Interpolación)

$$t_c = \frac{a_1 + a_n}{2}, \quad \text{si } n \text{ es impar}$$

$$t_{c_1} = \frac{a_1 + a_{n-d}}{2} \quad \text{ó} \quad t_{c_2} = \frac{a_1 + a_{n+d}}{2}, \quad \text{si } n \text{ es par}$$

PROGRESIÓN GEOMÉTRICA (P.G.)

Formula General:

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

Donde:

a_n : Término enésimo de la P.G.

a_1 : Primer término de la P.G.

n : Número de términos de la P.G.

r : Razón de la P.G.

Suma de Términos de una P.G.

$$S_n = \frac{a_1 - r \cdot a_n}{1 - r} \quad \text{ó} \quad S_n = a_1 \cdot \frac{1 - r^n}{1 - r}$$

Términos Centrales en una P.G. (Interpolación)

$$t_c = \sqrt{a_1 \cdot a_n}, \quad \text{si } n \text{ es impar}$$

$$t_{c_1} = \sqrt{\frac{a_1 \cdot a_n}{2}} \quad \text{ó} \quad t_{c_2} = \sqrt{a_1 \cdot a_n \cdot r}, \quad \text{si } n \text{ es par}$$

LEYES DE EXPONENTES

Base $\leftarrow a^n \rightarrow$ Exponente

- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
- $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
- $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
- $a^0 = 1$
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$
- $\sqrt[n]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n \cdot n]{a} = \sqrt[n]{a}$
- $\sqrt[n]{a^n} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$
- $a^x = a^y \rightarrow x = y$
- $a^x = b^x \rightarrow x = 0$
- $a^a = b^b \rightarrow a = b$



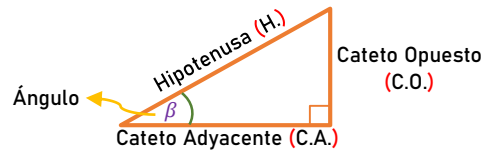
LOGARITMOS

Base $\leftarrow \log_a b \rightarrow$ Número

- $\log_a a^x = x$
- $\log_a a = 1$
- $a^{\log_a x} = x$
- $\ln x = \log_e x$
- $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$
- $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$
- $\log_a b^n = n \cdot \log_a b$
- $\log_a b^n = \frac{n}{m} \cdot \log_a b$
- $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a b = x \rightarrow b = a^x$
- $\log_a M = \log_a N \rightarrow M = N$
- $\log_a \text{antilog}_a N = N$
- $\text{colog}_a b = -\log_a b$



TRIGONOMETRÍA

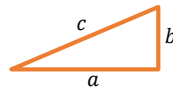


Funciones Trigonómicas

$$\begin{aligned}\sin \beta &= \frac{\text{Cateto Opuesto}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{\text{C.O.}}{H.} \\ \cos \beta &= \frac{\text{Cateto Adyacente}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{\text{C.A.}}{H.} \\ \tan \beta &= \frac{\text{Cateto Opuesto}}{\text{Cateto Adyacente}} = \frac{\text{C.O.}}{\text{C.A.}}\end{aligned}$$



Teorema de Pitágoras



$$c^2 = a^2 + b^2$$

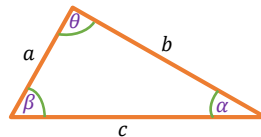
Área de un Triángulo:

$$A = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{b \cdot a}{2}$$

Perímetro de un Triángulo: Suma de lados

$$P = a + b + c$$

Suma de Ángulos:



$$\alpha + \beta + \theta = 180^\circ$$

Ley de Senos:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \theta}$$

Ley de Cosenos:

$$\begin{aligned}a^2 &= b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha \\ b^2 &= a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta \\ c^2 &= a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \theta\end{aligned}$$

IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS

- $\csc \beta = \frac{1}{\sin \beta}$
- $\sec \beta = \frac{1}{\cos \beta}$
- $\cot \beta = \frac{1}{\tan \beta}$
- $\tan \beta = \frac{\sin \beta}{\cos \beta}$
- $\cot \beta = \frac{\cos \beta}{\sin \beta}$
- $\sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1$
- $\sec^2 \beta - \tan^2 \beta = 1$
- $\csc^2 \beta - \cot^2 \beta = 1$
- $\csc^2 \beta = 1 + \cot^2 \beta$
- $\cot^2 \beta = \csc^2 \beta - 1$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta}$
- $\sin(2\beta) = 2 \sin \beta \cos \beta$
- $\cos(2\beta) = \cos^2 \beta - \sin^2 \beta$
- $\sin^2 \beta = \frac{1 - \cos(2\beta)}{2}$
- $\cos^2 \beta = \frac{1 + \cos(2\beta)}{2}$
- $\sin^2\left(\frac{\beta}{2}\right) = \frac{1 - \cos \beta}{2}$
- $\cos^2\left(\frac{\beta}{2}\right) = \frac{1 + \cos \beta}{2}$
- $\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$
- $\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)]$
- $\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)]$
- $\sin(-\beta) = -\sin \beta$
- $\cos(-\beta) = \cos \beta$
- $\tan(-\beta) = -\tan \beta$



COCIENTES NOTABLES

$$\frac{a^n \pm b^n}{a \pm b}$$

Es una división EXACTA

De manera general:

$$\frac{a^m \pm b^q}{a^p \pm b^r}$$

Un C.N. cumple: $\frac{m}{p} = \frac{q}{r} = n$

n : Número de términos del C.N.

Es decir: Si $m = p \cdot n$ y $q = r \cdot n$

Entonces:

$$\frac{a^m \pm b^q}{a^p \pm b^r} = \frac{a^{p \cdot n} \pm b^{r \cdot n}}{a^p \pm b^r} = \frac{(a^p)^n \pm (b^r)^n}{a^p \pm b^r}$$

Haciendo: $a^p = x$ y $b^r = y$

Resulta:

$$\frac{x^n \pm y^n}{x \pm y}$$

1. Para n par ó impar:

$$\frac{x^n - y^n}{x - y} = x^{n-1} + x^{n-2} \cdot y + \dots + y^{n-1}$$

2. Para n impar:

$$\frac{x^n + y^n}{x + y} = x^{n-1} - x^{n-2} \cdot y + \dots + y^{n-1}$$

3. Para n par:

$$\frac{x^n - y^n}{x + y} = x^{n-1} - x^{n-2} \cdot y + \dots - y^{n-1}$$

4. No es una división exacta: $\frac{x^n + y^n}{x - y}$

Para el término de lugar k en el desarrollo del C.N.:

5. $\frac{x^n - y^n}{x - y}$, es: $t_k = a^{n-k} \cdot b^{k-1}$

6. $\frac{x^n + y^n}{x + y}$, es: $t_k = (-1)^{k+1} \cdot a^{n-k} \cdot b^{k-1}$

Para términos centrales del C.N.:

7. Si n es par: $k_1 = \frac{n}{2}$; $k_2 = \frac{n}{2} + 1$

8. Si n es impar: $k = \frac{n+1}{2}$

CONJUNTOS

Los Conjuntos se denotan de manera general con letras mayúsculas:

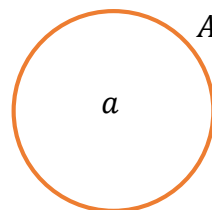
$$A, B, \dots, Z$$

Los Elementos de un Conjunto se denotan de manera general con letras minúsculas:

$$a, b, \dots, z$$

PERTENENCIA: elemento \in Conjunto

$$a \in A$$



DETERMINACIÓN DE UN CONJUNTO

- Por Extensión: Se nombre los elementos del conjunto.
- Por Comprensión: Se menciona la propiedad que caracteriza a todos los elementos.

CONJUNTOS ESPECIALES

- Conjunto Unitario: Conjunto con un elemento $A = \{x / x^2 = 0\}$ ó $A = \{0\}$
- Conjunto Vacío: Conjunto sin elementos se denota: $\phi = \{\}$
- Conjunto Universal: Conjunto del cual se generan otros conjuntos, se denota: U

RELACIONES ENTRE CONJUNTOS

- Inclusión: Se lee "A esta incluido en B"
 $A \subset B \leftrightarrow \forall x / x \in A \rightarrow x \in B$

- Igualdad: Se lee "A es igual a B"
 $A = B \leftrightarrow A \subset B \wedge B \subset A$

- Conjunto Partes: Se lee "conjunto partes de A"

$$P(A) = \{X / X \subset A\}$$

O bien:

$$X \in P(A) \leftrightarrow X \subset A$$

PROGRESIONES

PROGRESIÓN ARITMÉTICA (P.A.)

Formula General:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

Donde:

a_n : Término enésimo de la P.A.

a_1 : Primer término de la P.A.

n : Número de términos de la P.A.

d : Diferencia de la P.A.

Suma de Términos de una P.A.

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} \quad \text{ó} \quad S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1) \cdot d]}{2}$$

Términos Centrales en una P.A. (Interpolación)

$$t_c = \frac{a_1 + a_n}{2}, \text{ si } n \text{ es impar}$$

$$t_{c_1} = \frac{a_1 + a_{n-d}}{2} \quad \text{ó} \quad t_{c_2} = \frac{a_1 + a_{n+d}}{2}, \text{ si } n \text{ es par}$$

PROGRESIÓN GEOMÉTRICA (P.G.)

Formula General:

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

Donde:

a_n : Término enésimo de la P.G.

a_1 : Primer término de la P.G.

n : Número de términos de la P.G.

r : Razón de la P.G.

Suma de Términos de una P.G.

$$S_n = \frac{a_1 - r \cdot a_n}{1 - r} \quad \text{ó} \quad S_n = a_1 \cdot \frac{1 - r^n}{1 - r}$$

Términos Centrales en una P.G. (Interpolación)

$$t_c = \sqrt{a_1 \cdot a_n}, \text{ si } n \text{ es impar}$$

$$t_{c_1} = \sqrt{\frac{a_1 \cdot a_n}{2}} \quad \text{ó} \quad t_{c_2} = \sqrt{a_1 \cdot a_n \cdot r}, \text{ si } n \text{ es par}$$

OPERACIONES DE CONJUNTOS

UNIÓN:

INTERSECCIÓN

COMPLEMENTO

DIFERENCIA

DIFERENCIA SIMÉTRICA

UNIÓN