

Razvoj diskretne matematike v Sloveniji

Vladimir Batagelj

V tem sestavku bom poskusil opisati razvoj diskretne matematike pri nas v Sloveniji. Ker ni bilo časa za temeljito »brskanje po dokumentih«, sem se odločil za prikaz na osnovi svojih spominov, kar daje pregledu občutno osebno noto in je po svoji naravi pristranski. Težko je bilo tudi postaviti meje, kaj vključiti in kaj izpustiti. Pregled obsega obdobje do moje upokojitve leta 2014. Vključeni so tudi nekateri dogodki po tem letu. Zaradi prekrivanja pregled posega deloma tudi na področji (teoretičnega) računalništva in analize podatkov. Upam, da so zabeleženi najpomembnejši dogodki in dejavnosti ter bo vseeno dobro izhodišče za morebitni celovitejši pregled.

Za osnovo sestavka sem vzela članka Sto let matematike in fizike na Univerzi v Ljubljani in Interview with Tomaž Pisanski ter ju na posameznih mestih dopolnil.

Diskretna matematika (DM) je veja matematike, ki se ukvarja s števniimi (končnimi in števno neskončnimi) množicami. Praviloma imajo elementi teh množic posebno zgradbo, na katero se pri njih proučevanju opremo. V DM prištevamo teorijo števil, logiko, kombinatoriko, teorijo grafov, teorijo jezikov in avtomatov, kriptografijo, dovršen del algebre (predvsem teorijo grup), končne geometrije, teorijo poliedrov, itd. Seveda DM po potrebi uporabi tudi orodja iz druge veje - zvezne matematike, ki se je razvila iz poskusov opisa prostora in fizikalnih pojavov.

Z logiko in teorijo števil so se ukvarjali že v antiki (silogizmi, Epimenidov paradoks lažnivca, praštevila, neskončnost praštevil, pitagorejske trojice, nesoizmerljivost diagonale kvadrata, evklidov algoritem, diofantske enačbe). Tudi zvezna matematika ima svoje korenine v antiki (geometrija), a je svoj pravi razcvet doživela od 17. stoletja naprej z razvojem fizike (analitična geometrija, funkcije, odvod, integral, itd.) kot njen jezik, ki mu pravimo matematična analiza.

Področja DM so vznikala ločeno. Tako sta kombinatorika in verjetnostni račun zrasla iz poskusov analiz iger na srečo (Pierre Remond de Montmort in Jakob Bernoulli, začetek 18. stol.). Začetek teorije grafov predstavlja Eulerjeva rešitev naloge o Königsberških mostovih leta 1736. Pravi zagon pa je DM dobila v drugi polovici 20. stoletja kot podlaga za računalništvo, računalniška matematika, v zadnjem času pa kot osnova za informacijsko – komunikacijsko tehnologijo (svetovni splet, pametni telefon, kriptografija, veriženje blokov, itd.). Brez nje si tudi ne moremo predstavljati dosežkov sodobnega družboslovja, kemije ter biokemije in sintetične biologije. Kot univerzitetni predmet se je začela širše uveljavljati po letu 1980.

Jurija Vega (1754–1802) v svojem učbeniku matematike v štirih knjigah *Vorlesungen uber die Mathematik* (Predavanja iz matematike). Četrta popravljena izdaja, v prvi knjigi v šestem poglavju obravnava vsote končnega aritmetičnega in geometrijskega zaporedja ter kvadratov in kubov prvih n naravnih števil, Newtonov binomski obrazec (binomski simboli še niso bili znani), obrazce za število krogel (bil je topničar) v nekaj vrstah skladovnic in nekaj osnovnih preštevalnih kombinatoričnih nalog. Kombinatorika je bila dobro zastopana tudi v srednješolskih učbenikih matematike Franca Močnika (1814–1892), ki so se uporabljali tudi na Slovenskem. Manjše presenečenje je bilo odkritje Marka Petkovška in Tomaža Pisanskega Ivo Lah, da je avtor Lahovih števil slovenski aktuar Ivo Lah (1896–1979).

Na Univerzi v Ljubljani je matematika spočetka obsegala pretežno matematično analizo in statistiko. Od diskretnih vsebin je Josip Plemelj (1873-1967) predaval algebro in teorijo števil in o tem napisal tudi knjigo (1962). Pri statistiki seveda ni šlo brez kombinatorike pri izračunih verjetnosti. Po drugi svetovni vojni sta bila na matematiki le dva univerzitetna učitelja Josip Plemelj in Ivan Vidav. Študij matematike je bil namenjen predvsem izobraževanju (srednješolskih) učiteljev matematike. V začetku šestdesetih let so uvedli smer tehnična matematika, ki naj bi ponudila kadre tudi za druga področja uporabe matematike. Prvi diplomant tehnične matematike je bil Jože Vrabec (1963). V šestdesetih letih se je zgodilo še nekaj pomembnih sprememb. Na Univerzo je prišlo nekaj novih učiteljev: Niko Prijatelj, Rajko Jamnik, Josip Grasselli, France Križanič, Anton Suhadolc, Zvonimir Bohte, Ivan Štalec, Milan Ziegler. Društvo matematikov, fizikov in astronomov (DMFA), ustanovljeno leta 1949, je že od leta 1950 izdajalo glasilo *Obzornik* in organiziralo matematična tekmovanja in predavanja po šolah. V knjižni zbirki *Sigma* je v letih 1959 do 1972 izšlo več knjižic, ki so v naš prostor prinašale nova področja matematike – logika, računalniki, verjetnostni račun, algebra, teorija števil, numerična analiza, linearno programiranje: Ivan Vidav: Rešeni in nerešeni problemi matematike, Alojzij Vadnal: Elementarni uvod v verjetnostni račun, Niko Prijatelj: Uvod v matematično logiko, France Križanič: Elektronski aritmetični računalniki, Ivan Vidav: Algebra, Oton Sajovic: Normalna aksonometrija, France Križanič: Vektorji, matrike, tenzorji, Zvonimir Bohte: Numerično reševanje enačb, Niko Prijatelj: Matematične strukture v treh delih, Rajko Jamnik: Elementi teorije informacij, Ivan Vidav: Števila in matematične teorije, Rajko Jamnik: Teorija iger, Jože Grasselli: Osnove teorije števil in Alojzij Vadnal: Rešeni problemi linearnega programiranja.

Leta 1960 je bil ustanovljen Inštitut za matematiko, fiziko in mehaniko (IMFM). 15. novembra 1962 je v Računskem centru IMFM na Lepem potu 11 začel delovati računalnik ZUSE Z-23, nabavljen v sodelovanju z IJS. Ob njem se je porajalo slovensko računalništvo. Še kot študent je Egon Zakrajšek, ki je diplomiral na tehnični matematiki leta 1965, napisal osnovne priročnike, Zvonimir Bohte s

matematike. Postala sva študenta tehnične matematike. Najina generacija (1967/68) je bila prva številnejša generacija na tehnični matematiki. Še v srednji šoli me je Tomo spoznal s Francetom Dacarjem, študentom matematike, ki je na olimpijadi pred nekaj leti prejel zlato medaljo. Diplomiral je leta 1968 z delom »Formalna aritmetika« pod mentorstvom Antona P. Železnikarja. Istega leta smo ustanovili klub mladih matematikov Laargetny. Člani kluba smo predavali po šolah, pomagali pri tekmovanjih, se občasno sestajali in skrbeli za živahno študentsko življenje (matematične seanse Pri Mraku ali Pod lipo in posedanja pri Poldetu). Za zbirko Sigmoid sva s Tomom pripravila knjižici »Rešene naloge z republiških tekmovanj«. Zraven sva bila tudi pri zagonu nove mladinske revije Presek (1972) za mlade matematike, fizike in astronome.

Sodobna matematika je le polagoma dobivala svoje mesto na naši univerzi. Najina generacija je za las zgrešila predavanja Nika Prijatelja iz matematične logike in teorije množic. Zato se je skupina študentov (Andrej Ule, Andrej Bekeš, Borut Jurčič in jaz) odločila za vzporedni študij filozofije, kjer je Frane Jerman predaval logiko. Celotni študij je dokončal le Andrej Ule, ki je iz filozofije tudi doktoriral.

S Tomom sva na povabilo Dacarja leta 1968 začela sodelovati z Oddelkom za elektroniko na IJS, ki ga je vodil Anton P. Železnikar. Ta je doktoriral leta 1966 z nalogo »Splošna teorija substitucijskih algoritmov in njena povezava z digitalnimi avtomati« (mentor Vladimir Devidé), Leta 1967 je objavil članek o prekrivnih algoritmih Overlapping algorithms, ki je najbrž prvi mednarodni članek slovenskega avtorja iz teoretičnega računalništva. Za svoje dosežke je prejel Kidričevo nagrado. Železnikar in Dacar sta predavala na Seminarju za matematično logiko in osnove matematike (SLOM) na Univerzi v Zagrebu.

Oddelek se je ukvarjal s teoretičnimi vprašanji računalništva: teorija vezij, programski in naravni jeziki ter prevajanje, kasneje umetna inteligenca. Skrbel je tudi za vsakoletno (1965–1981) mednarodno računalniško srečanje FCIP/Informatica. Na IJS sva pomagala doktorantom (Janez Korenini, Rudi Murn, Peter Kolbezen) pri formalizaciji diagnostike napak v vezjih. Tako sva se začela zanimati za teorijo grafov, ki sva jo spoznavala iz knjig avtorjev Ore, Berge, in pravkar izšli, Harary in Zykov. Zaradi nizke cene smo takrat pogosto kupovali in uporabljali knjige v ruščini. Tomo je leta 1969/70 odšel na študij v Nancy v Franciji. Izbral je tri matematične predmete in Teorijo formalnih jezikov in avtomatov pri Claudu Pairu na oddelku za računalništvo. To je bil njegov prvi formalni stik z diskretno matematiko. Od tam mi je med drugim prinesel Pairove zapiske predavanj o algebraskem pristopu (polkolobarji) k omrežjem, ki sem jih uporabil v posplošitvi Luntsovega izreka iz teorije preklopnih vezij (predmet na študiju tehnične matematike, predaval Jernej Virant) Vrednostna funkcija grafov Vrednostna funkcija grafov II Odločljive operacije in minimalne poti. S Tomom in Dacarjem smo naredili posplošitev regularnih jezikov in avtomatov na zvezne Languages, automata, regularity..

Leta 1971 (23.–28. avgust) je bil v Ljubljani kongres mednarodnega računalniškega združenja IFIP (pridobila sta ga Silvin Leskovar in Anton P. Železnikar) z 2500 udeleženci iz 49 držav. Mladi z IJS in

Univerze smo dobili vlogo tehničnih sekretarjev. Na IFIP sem neuspešno prijavil prispevek o posplošitvi Luntsovega izreka – prišel je v ožji izbor, a je na koncu Jugoslavijo predstavljal Vukašin Masnikosa. Na kongresu IFIP sva s Tomom srečala tudi Donalda E. Knutha, ki je ravno izdal prve knjige iz zbirke »The Art of Computer Programming«. Te so precej vplivale na vsebine predavanj pri računalniških predmetih na Matematični. Izvoda prvih dveh delov smo dobili v Ljubljano že pred kongresom IFIP.

Na pobudo Zvonimirja Bohteta je začel delovati seminar za numerično in računalniško matematiko IMFM – Sredin seminar (1971–) Sredin seminar, ki je še vedno dejaven. Dosedaj se je nabralo čez 1300 predavanj. Seminar je združeval matematike in računalnikarje z različnih fakultet in drugih ustanov in je imel velik pomen pri prenosu novosti iz matematike in računalništva v naš prostor. Tista leta je Ljubljano nekajkrat obiskal Robert Korfhage (1933–1998), ki je pripravil več predavanj in tečaj iz teorije grafov.

V začetku sedemdesetih smo se na IJS v sodelovanju z Janezom Orešnikom s Filozofske fakultete začeli ukvarjati s semantiko. Organizirali smo dve zimski delavnici na Voglu. Ena je bila v času epidemije črnih koz.

Prišel je čas za diplomu. Ker na ljubljanski univerzi nisva videla mentorja za teme, ki so naju takrat zanimali, sva s Tomom odšla na pogovor k Vladimirju Devidéju v Zagreb. Možnost zunanjega mentorja se je izkazala za prezapleteno. Zato je Tomo pri Egonu Zakrajšku pripravil po drugi Knuthovi knjigi The Art of Computer Programming, Volume 2 – Seminumerical Algorithms diplomsko nalogo iz generatorjev naključnih števil. Diplomiral je spomladi 1972. Za nekaj mesecev se je zaposlil na Računskem centru IMFM. Po njegovi ukinitvi je bil kratek čas brezposelen in je delal honorarno za arhitekta Eda Ravnikarja ml., kjer sta skupaj z Andrejem Kmetom začela razvijati programski sistem »super«. Ta dolgoletni, ambiciozni Ravnikarjev projekt je zaradi svoje abstraktne in aplikativne narave pritegnil za krajši ali daljši čas vrsto matematikov. Že jeseni pa je Tomo nadaljeval kariero, sprva kot asistent na oddelku za matematiko FNT. Sam sem diplomsko nalogo »Rekurzivna aritmetika« pripravil pri Niku Prijatelju. Za pripravo naloge sem si vzel dobro leto in preštudiral tri knjige iz logike Mathematical Logic: A First Course Introduction to Mathematical Logic Foundations of Mathematical Logic.

S Tomom sva sodelovala tudi na raziskovalnem projektu o statističnih lastnostih slovenskega jezika. Takrat je Denis Poniž pripravljala knjigo "Slovenski jezik, literatura, računalniki" (1974). Na računalniških karticah je pripravil več besedil, ki so jih naši fortranski programi statistično obdelali in na ta način poskušali razločevati avtorje.

Po diplomu leta 1973 sem se zaposlil na IJS. Kolega z IJS Ivan Bratko je sodeloval z Vero Levovnikovo iz Iskre (v Tobačni tovarni). Povabil me je, da bi zanj pripravil pregled dela z razpršenimi (hash) tabelami. Ugotovil sem, da obstajajo kvadratične funkcije pregledovanja, ki preiščejo celotno tabelo. Dotedaj so domnevali, da lahko preiščejo le do polovice tabele. O tem sem objavil članek v

CACM Quadratic hash method when table size is not a prime number. V sedemdesetih letih smo svoje rezultate povečini objavljali v zbornikih domačih konferenc (FCIP/Informatica, ADP, Etan itd.).

Prve generacije matematikov so podiplomski študij opravljale v Zagrebu. Okrog časa moje diplome se je tudi pri nas začel podiplomski študij iz funkcionalne analize. Sočasno je Viljem Rupnik organiziral na Ekonomski fakulteti magistrski študij iz operacijskih raziskav. Kar nekaj mojih sošolcev se je odločilo zanj.

Moj prvi računalnik je bil IBM 1130 in prvi programski jezik fortran. Proti koncu leta 1974 smo dobili na Cyberu trak s pascalskim prevajalnikom. Pascal je prinesel precejšnje spremembe v pouk računalništva. Naslednje leto smo ga, skupaj z obema Wirthovima knjigama, na Matematični fakulteti začeli uporabljati pri predavanjih. Knjigi je Boštjan Vilfan prevedel v slovenščino (DMFA, 1979). Egon Zakrajšek je napisal učbenik za pascal (1976).

Leta 1975 sem se z IJS preselil na FNT, matematika. Jeseni sva s Tomom odšla k vojakom – v šolo za rezervne tehnične oficirje na Črnomercu v Zagrebu. Med stažiranjem sva na Tehniški vojaški akademiji v Zagrebu programirala sistem za oskrbo enot, ki ga je razvijal Jernej Kozak (začel ga je med svojo vojaščino). Za prosti čas sem imel s seboj ruski prevod knjige o podatkovnih strukturah in algoritmih avtorjev Aho, Hopcroft in Ullman *The Design and Analysis of Computer Algorithms*. Tomo je med služenjem vojaškega roka v Zagrebu izkoristil počitek med prebolevanjem angine v stacionarju ter napisal članek »On planar graphs with 12 vertices of degree five« On planar graphs with 12 vertices of degree five, ki je prvi članek slovenskega avtorja iz teorije grafov objavljen v znanstveni reviji. Tu se je tudi navdušil nad balistiko in prispevki Jurija Vege. Božu Vranješ s strojne fakultete v Zagrebu sva pomagala pri doktoratu iz razmeščanja strojev v proizvodni dvorani. Tako sva se seznanila s kombinatorično optimizacijo. Po vrnitvi iz vojske sem od Jerneja Kozaka prevzel poučevanje programiranja na FNT (kemija, KT, tekstil, montanistika) od Zvonimirja Bohteta pa skrb za Sredin seminar.

Katedra za računalništvo in informatiko na Fakulteti za elektrotehniko je leta 1973 začela izvajati študij računalništva in informatike (v tretjem in četrtem letniku) v sodelovanju s FNT, matematika. Za urejanje zadev na tem študiju je s strani matematike skrbel Zvonimir Bohte. Leta 1978 sem prevzel za Nikom Prijatelj (asistent Izidor Hafner) na tem študiju predmet Diskretne strukture (logika in množice, osnove algebre, teorija grafov in kombinatorika).

V drugi polovici sedemdesetih smo na matematiki dobili prve prave terminale. Računalnik se je vsebolj uporabljal tudi za neračunska opravila. Eno od opravil je bilo oblikovanje besedil. Egon Zakrajšek je za Cyber sprogramiral program MANUAL, ki je omogočal pripravo in vzdrževanje besedil na računalniku – priročniki, zbirke nalog itd. Žal je Cyber omogočal izpis le z velikimi črkami. Stvari so se izboljšale, ko smo na Univerzi dobili računalnik DEC10, ki je podpiral kodo ASCII. Na IMFM smo

dobili računalnik PDP z grafičnim zaslonom. Za operaterja je bil nekaj časa John Shawe-Taylor, ki je takrat študiral matematiko pri nas. Sam sem se naučil uporabljati risalnik na RRC. Za Dacarja (sodelovanje z arhitektom Edom Ravnikarjem ml.) sem sprogramiral risanje razporeditev strešnikov, ki je bilo uporabljeno na primer na Ljubljanskem gradu. Risalnik sem uporabil tudi za prikaze dreves razvrstitev v programskem paketu Cluse za razvrščanje enot v skupine, ki sem ga razvijal za soprogo Nušo (Anuška Ferligoj), ki je poučevala statistične predmete na FSPN (sedaj FDV). Pokazal sem, kdaj Lance-Williamsov postopek razvrščanja zagotovo daje hierarhične razvrstitve brez obratov Note on ultrametric hierarchical clustering algorithms.

John Shawe-Taylor je leta 1982 diplomiral pri Tomu z delom »Linearen algoritem za preverjanje planarnosti grafov«. Njegov program v pascalu je implementiral leta 1976 objavljeni algoritem, ki temelji na PQ-drevesih in je tudi risal ravninske grafe na edini grafični zaslon v našem računskem centru. Doktoriral je leta 1986 na Royal Holloway, University of London z nalogo "Regularity and Transitivity in Graphs" (mentor Norman L. Biggs). Kasneje se je usmeril v teoretične osnove statističnega učenja. V soavtorstvu z Nello-jem Cristianini-jem je napisal osnovni monografiji o metodi jeder in metodi podpornih vektorjev. Bil je znanstveni koordinator evropskega projekta PASCAL2. Postal je profesor na University College London, kjer je vodil Center za računalniško statistiko in strojno učenje.

Po povratku iz vojske sva s Tomom začutila, da stopicava na mestu. Skupaj sva sicer spravila članek o Eulerjevem problemu na splošnih grafih On partially directed Eulerian multigraphs. Tomo se je odločil, da gre po znanje v Ameriko. Mlajši kolega Dragan (Marušič), ki je diplomiral leta 1976 z delom »Najmanjši grafi cikličnih grup« pri Jožetu Vrabcu, je odšel na študij v Anglijo. Sam sem se, po analogiji s teorijo jezikov in induktivnimi razredi iz logike (Foundations of Mathematical Logic; moja diplomska naloga), začel ukvarjati z induktivnimi definicijami grafov. Za teorijo grafov se je začel zanimati tudi Bojan (Mohar), ki se je srečal z uporabo grafov v kemiji in Zagrebško šolo kemijske teorije grafov (Nenad Trinajstić, Milan Randić, Ivan Gutman, Ante Graovac) pri sodelovanju z Borko Jerman Blažič z IJS.

Leta 1978 je z delom »NP-polni problemi« diplomiral Marko (Petkovšek) in leta 1979 Bojan z delom »Robni problem z lastnim parametrom v robnem pogoju«.

V sedemdesetih letih sva s Tomom na IMFM sodelovala pri nekaj raziskovalnih nalogah iz računalništva. V osemdesetih letih se je težišče raziskovalnih nalog prevesilo na teorijo grafov. Posamezne teme so postale prezahtevne za Sredin seminar – pojavila se je potreba po raziskovalnih seminarjih (Bohte – numerična analiza, Pisanski – teorija grafov, Mohar – teorija grafov). Svoje rezultate smo začeli objavljati v mednarodnih revijah.



Slika 2: 3. Jugoslavanski seminar iz teorije grafov, Kragujevac 3. in 4. junij 1982. France Dacar, Marko Petkovšek, John Shawe-Taylor, Rade Doroslovački, Miroslav Petrović, Zoran Radosavljević, Vojislav Petrović, Bojan Mohar, Dragan Acketa, Dragoš Cvetković, Ivan Gutman.

V dneh 24–26. junija 1979 je bil na obisku pri nas Frank Harary – pisec prvega učbenika za teorijo grafov. Na njegovo predavanje sta prišla tudi Dragoš Cvetković in Slobodan Simić iz Beograda. Ob tej priložnosti smo vzpostavili povezave s kolegi v Beogradu. V osemdesetih letih smo imeli vsako leto (razen 1989) Jugoslavanski seminar iz teorije grafov (JSTG) Grafovi kao inspiracija: 1. JSTG v Beogradu 22. novembra 1980, udeleženci: Tomo, jaz, Bojan, D. Cvetković, S. Simić, Z. Radosavljević, A. Torgašev, D. Acketa, v tem času je bil v Beogradu tudi F. Harary; 2. JSTG v Ljubljani 15-16. 7. 1981, prisotni tudi Torrence Parsons, C.D. Godsil, B. McKay; 3. JSTG v Kragujevcu 3-4. 6. 1982; 4. JSTG v Novem Sadu 15-16. 4. 1983; 5. JSTG na PMF v Beogradu 18-19. 5. 1984; 6. JSTG v Dubrovniku 18-19. 4. 1985; 7. JSTG v Zagrebu ??? 1986; 8. JSTG v Novem Sadu 17-18. 4. 1987; 9. JSTG na EF v Beogradu 22-23. 4. 1988; 10. JSTG na Jahorini (Sarajevo) 20-21. 4. 1990. Med temi srečanji se je vzpostavilo tudi plodno sodelovanje na področju matematične kemije, predvsem z Antejem Graovcem in Ivanom Gutmanom.

Prva konferenca, ki smo se je slovenski diskretni matematiki udeležili zunaj Jugoslavije, je bila konferenca »Finite and infinite sets« leta 1981 v Egru na Madžarskem (Tomo, Bojan, Dragan, jaz) Finite

and infinite sets. Vol. 1, (Colloquiamathematica societatis János Bolyai, 37). Tu je Tomo navezal stike z Wilfriedom Imrichom in začeli smo se srečevati še na seminarju Ljubljana-Leoben (septembra 2017 smo imeli 30. seminar).

V prvi polovici osemdesetih je bil za nekaj mesecev na obisku v Ljubljani Martin Škoviera iz Bratislave. Tako smo vzpostavili stike še z njegovima kolegoma Josefom Širáňom in Romanom Nedelo. Meduniverzitetno izmenjavo smo izkoristili tudi za stike s skupino Jaroslava Nešetřila (Jarika) iz Prage. V Italiji je Tomo sodeloval z Giustino Pica in Dragan z Raffaelejem Scapellatom.



Slika 3: Nekaj udeležencev Seminarja Leoben-Ljubljana na Voglu leta 1985. Tomaž Pisanski, Marko Petkovšek, Wolfgang Woess, Sandi Malnič, Wilfried Imrich, Vladimir Batagelj, Bojan Mohar, Sandi Klavžar.

Začele so se ustanavljati »visokošolske temeljne organizacije združenega dela« - VTOZD-i. Med FE in Oddelkom za matematiko na FNT je bil sprejet samoupravni sporazum, po katerem je bilo »pedagoško računalništvo« matično na matematiki; »strojna oprema«, »programska oprema« in »informatika« pa na FE. Na nekaterih drugih fakultetah so imeli »X-informatike«.

Na študiju računalništva je bil organiziran tudi podiplomski študij, na katerem je predavalo več matematikov. Na pobudo Zvonimirja Bohteta je bil na matematiki sprejet sklep, da je magisterij iz računalništva z dovolj matematičnimi predmeti zadosten za pristop k doktoratu iz matematike. Tomo je z delom »Orientabilne in neorientabilne vložitve grafov« doktoriral v Ljubljani leta 1981 (mentor Torrence Parsons). Istega leta je v Readingu z delom »On vertex symmetric digraphs« doktoriral tudi Dragan (mentor Crispin Nash-Williams). Tako so bili ustvarjeni pogoji za »samoreprodukcijo« diskretne matematike pri nas. Sam sem se odločil za magistrski študij računalništva in nato leta 1986 z delom »Induktivni razredi grafov« doktoriral iz matematike na Univerzi v Ljubljani; sočasno z Bojanom z delom »Grafi v kombinatorični topologiji«. Obema je bil mentor Tomo. Pot skozi magisterij iz računalništva je ubralo še več kolegov. Pregled doktoratov s področij diskretne matematike je mogoče dobiti na spletni strani [Mathematics Genealogy Project](#) [Mathematics Genealogy Project](#). Trenutno ima Tomo 93 akademskih potomcev.

Študij računalništva na FE je leta 1981 postal štiriletni. Po novem programu je večina matematičnih predmetov prešla v nižje letnike – Diskretne strukture v prvi letnik. Razcepile so se na dva semestrski predmeta in posebej Kombinatoriko. Sicer pa se vsebina Diskretnih struktur ni bistveno spremenila. V osemdesetih in devetdesetih sem za te predmete napisal tudi skripta Diskretne strukture: zapiski predavanj. Zv. 1, [Logika]; Zv. 2, [Množice]; Zv. 3, [Algebra]; Zv. 4, [Grafi] Kombinatorika: zapiski predavanj in s Sandijem (Klavžarjem) zbirki rešenih nalog iz Diskretnih struktur. Pri vajah so mi pomagali: Bojan, Marko, Sandi, Robert Reinhardt, Martin Juvan, Jože Marinček, Andrej Vitek, Matjaž Kaufman, Gašper Fijavž, Arjana Žitnik in Jernej Barbič. Poleg tega sem na računalništvu prevzel še predmeta Optimizacijske metode in Operacijske raziskave. Diskretne strukture in Kombinatoriko sem predaval do šolskega leta 1997/8, Operacijske raziskave do 2007/8 in Optimizacijske metode do 2013/4.

Na povabilo kolegov iz Zagreba (Radovan Sedmak, Dean Rosenzweig, Zvonimir Šikić), ki so se ukvarjali z logiko, smo se januarja leta 1983 Tomo, Marko, Jernej Kozak in jaz udeležili na IUC v Dubrovniku srečanja iz osnov logike in računalništva »Foundations of Computation Theory«. Tako je Marko dobil priložnost za doktorski študij na CMU v Pittsburgu pri Danu Scottu. Tomo je predaval v Vidmu (Italija) in Zagrebu.



Slika 4: Podiplomski tečaj Foundations of Computation Theory na IUC Dubrovnik 17. do 29. januarja 1983: Vladimir Batagelj, __, Egon Börger, Helena Rasiowa, Marko Petkovšek, __, Vladimir Kirin, __, Marek Karpinski, Tomaž Pisanski, __, Dean Rosenzweig, Per Martin-Löf, Branislava Peruničič, Dana Scott, Radovan Sedmak, Rohit Jivanlal Parikh.

Leta 1985 smo Ljubljancani v Dubrovniku organizirali JSTG združen s podiplomskim tečajem iz algebrske in topološke teorije grafov (Tomo, Bojan, Dragan, Chris Godsil, Brendan McKay, Torrence Parsons, Carsten Thomassen, Tom Tucker, Arthur T. White, Wilfried Imrich). To srečanje šteje tudi kot prva Slovenian (International) Conference on Graph Theory (S(I)CGT). Konferenca se je dobro oprijela in se ponavlja vsaka štiri leta: 1. Algebraic and Topological Graph Theory, Dubrovnik, 8.-19. april 1985; 2. Algebraic and Topological Methods in Graph Theory, Bled, 24.-29. junij 1991; 3. SICGT, Bled, 25. junij - 1. julij 1995; 4. SICGT, Bled, 28. junij - 2. julij 1999; 5. SICGT, Bled, 22.-27. junij 2003; 6. SICGT, Bled, 24.-30. junij 2007; 7. SICGT, Bled, 19.-25. junij 2011; 8. SCGT, Kranjska Gora, 21.-27. junij 2015; 9. SCGT, Bled, 23.-29. junij 2019; 10. SCGT, Kranjska Gora, 18.-24. junij 2023.



Slika 5: Algebraic and Topological Graph Theory, Dubrovnik, 8.-19. april 1985: Torrence Parsons, Slobodan Simić, Vladimir Batagelj, Bill Jackson?, Arthur T. White, Dragan Acketa, Norbert Seifert, Bojan Mohar, Martin Škovič, Chris Godsil, Ante Graovac, Katherine Heinrich, Robert Manger, Vojislav Petrović, André Bouchet, Brian Alspach, Wilfried Imrich, Dragoš Cvetković, Branislava Peruničič, Giustina Pica,

Na osnovi uspeha tega srečanja je Ante Graovac z Inštituta Ruđer Bošković (IRB), Zagreb začel na Inter University Center (IUC) v Dubrovniku organizirati vsakoletno srečanje Math/Chem/Comp (matematika, kemija, računalništvo). Ljubljancani smo bili redni udeleženci teh srečanj; tudi med vojno na Hrvaškem. Srečanje Math/Chem/Comp je še vedno dejavno. Kar nekaj člankov slovenskih matematikov obravnava probleme kemijske teorije grafov. Tu smo vzpostavili stike tudi s kolegi s Kemijskega inštituta. Večkrat se je v Ljubljani na obisku Kemijskega inštituta pri Marku Razingerju, Juretu Zupanu in Marjani Novič mudil (tudi za več časa) Milan Randić. Iz srečanj Math/Chem/Comp je izrasla tudi International Academy of Mathematical Chemistry. Mednarodno sodelovanje na področju matematične kemije je privedlo do skupnega mentorstva Toma in Patricka Fowlerja, FRS (Fellow of the Royal Society). Pod njunim vodstvom je doktorat iz kemijske teorije grafov na Univerzi v Ljubljani zagovarjal leta 2013 Nino Bašić. Sandi Klavžar je vzpostavil sodelovanje z Romanom Jeralo na področju matematičnih osnov sintezne biologije. Zanimivo je, da avstrijski bioinformatik Peter Stadler, ki ima

močno raziskovalno skupino v Leipzigu, že od leta 1986 organizira vsak februar zimski seminar s sedežem v Plemljevi vili na Bledu.



Figure 6: Udeleženci 9. SGTC leta 2019 na Bledu

Tomo je svoje navdušenje nad Jurijem Vego širil tudi tako, da je v osemdesetih v maju svoje študente in sodelavce povabil na obisk Vegove domačije v Zagorici. Posebej se je angažiral pri pripravi 200. obletnice smrti leta 2002 in Vegove 250. obletnice leta 2004. Takrat je Zagorico obiskal predsednik Drnovšek. Topovi slovenske vojske so izstrelili častno salvo. Na mestu, kjer je Vega nekoč študiral, pa so na pročelju stavbe odkrili spominsko ploščo v čast Juriju Vegi. Izšel je tudi dvojezični zbornik »Jurij Vega in njegov čas«. Leta 2005 je Tomo prejel red za zasluge RS ob 250-letnici rojstva Jurija Vege.

Nuša je ob sodelovanju z Zdravkom Mlinarjem pri raziskavah naletela na problem regionalizacije – določanja skupin geografsko povezanih enot, kar si je izbrala tudi za temo svojega doktorata. Skupaj sva razvila postopke za razvrščanje z relacijsko omejitvijo *Some types of clustering with relational constraints*.

V začetku osemdesetih let sem bil predstavnik oddelka za matematiko FNT na Zavodu za šolstvo. Tu sem s svetovalcem Aleksandrom Cokanom in še nekaj učitelji sodeloval pri posodabljanju učnih načrtov za matematiko in računalništvo. Z Izidorjem Hafnerjem sva napisala učbenik iz logike za srednje šole. Jože Čibej pa je napisal srednješolski učbenik za kombinatoriko.

Izidor Hafner je diplomiral leta 1972 pri Niku Prijatelju z delom »Popolnost predikatnega računa«. Doktoriral je leta 1983 z nalogo »Kompleksnost teorij Leśniewskega in njihova uporaba«. Bil je učitelj matematike na Fakulteti za elektrotehniko (in računalništvo) in od leta 2006 na FRI. Je ustanovitelj tekmovanj iz logike in razvedrilne matematike. Leta 1991 je ustanovil revijo »Logika in razvedrilna matematika«. Leta 2000 je za svoje zasluge pri uvajanju računalništva in logike v srednje šole ter za delo z mladimi na tem področju prejel Častni znak svobode Republike Slovenija. Leta 2009 je prejel Nagrado Republike Slovenije na področju šolstva. Od leta 2014 je častni član DMFA Slovenije. Veliko časa

posveča dogajanju in lastnim raziskavam na področju razvedrilne matematike in pripravi fizičnih modelov ali slikovnih prikazov, pogosto dinamičnih, s programom Mathematica Primeri v Mathematici.

Okrog leta 1983 so se pri nas pojavili hišni računalniki (Spectrum, Commodore, nekoliko kasneje Partner). Osnovni programski jezik in okolje na njih je bil Basic. Mikroračunalniki so korenito vplivali na računalništvo v šoli. Posamezna šola (tudi osnovna) je lahko za ne zelo veliko denarja nabavila nekaj računalnikov in bila tako neodvisna od prijaznosti podjetij in ustanov v bližini. Za razliko od velikih računalnikov so ti ponujali poceni multimedijsko komunikacijo (besedila, slika, zvok), kar je za izobraževalne (in razvedrilne) namene zelo pomembno.

Na računalniku DEC je bil za oblikovanje besedil na voljo program Ro. Za pripravo zahtevnejših besedil z več pisavami so se okrog 1980 pojavili marjetični pisalni stroji/tiskalniki proizvajalca Olympia. Dva taka tiskalnika smo nabavili tudi na Matematiki. Bojan je napisal program ROFF3 za oblikovanje besedil na računalniku Partner in izpis na Olympiji. Kasneje so se pojavili še drugi programi za oblikovanje (T3, Wordstar ...). Marjetične tiskalnike so zamenjali matrični in laserski. V drugi polovici osemdesetih let smo tudi pri nas dobili Knuthov TEX, ki se je v nadgradnji LATEX izkazal za najustreznejšega za oblikovanje matematičnih in računalniških besedil. Z Bojanom Gollijem sva napisala knjigo o TEXu TEX: povabilo v TEX, LATEX, BIBTEX, PICTEX.

Tomo in Drago Bajc sta za Presekovo knjižnico napisala knjižico »Najnujnejše o grafih« Najnujnejše o grafih. Pri pisanju knjige »Enajsta šola računalništva« smo avtorji prvič uporabili sodelovalno pisanje na računalniku – za omrežje DEC-ovih računalnikov Slon so kolegi na IJS sprogramirali sistem za sodelovalno pisanje. Knjigo smo prevedli v angleščino in izdali pri založbi Wiley Problems in Programming: Experience Through Practice.

Janez Žerovnik je diplomiral leta 1982 z delom »Vzporednost v programiranju«, Aleksander Malnič leta 1983 z delom »Vložitvena razbitja končnih grafov« in Sandi Klavžar leta 1985 z delom »Algebraski problemi poti«.

V drugi polovici osemdesetih let smo se slovenski diskretni matematiki začeli pogosteje udeleževati mednarodnih konferenc in objavljati v mednarodnih revijah. Leta 1987 smo bili Tomo, Bojan in jaz povabljeni predavati na 30. semestru »Combinatorics and Graph Theory« v Banachovem centru v Varšavi. Moj in Tomov članek, pripravljena na osnovi najinih predavanj, sta bila objavljena v Banach Center Publications 25 (1989).

George Mejak je konec osemdesetih let sprogramiral v pascalu knjižnico Graph za delo z grafi. Za Hermes Softlab (Rudi Bric in Tomaž Schara) sva s Tomom zasnovala knjižnico za delo z grafi Xgraph. V C-ju sta jo sprogramirala Marko Grobelnik in Darko Zupanc.

V letih 1990/91 sem bil, skupaj z Nušo, tri mesece v ZDA v Pittsburghu pri Patricku Doreainu (spoznali smo se že leta 1974 na poletni šoli ECPR v Cholchestru). Ukvarjati smo se začeli z analizo

družbenih omrežij (social network analysis) – posebej z bločnim modeliranjem, ki združuje razvrščanje v skupine, teorijo grafov in diskretno optimizacijo. Bločno modeliranje smo zastavili kot diskretni optimizacijski problem in ga posplošili tako, da smo vpeljali tudi vrste povezav med bloki. Z Nušo sva se začela udeleževati konferenc Sunbelt/INSNA (International Network for Social Network Analysis).

Prispevke iz analize omrežij smo predstavljali tudi na domačih srečanjih iz analize podatkov. V letih 1987-1991 so srečanja »Metodologija in statistika«, ki jih je organizirala Nuša s sodelavci, potekala na Bledu. Leta 1992 so se preselila v Preddvor. Organizacijo srečanj pod novim imenom »Applied statistics« v Ribnem je leta 2004 prevzel Andrej Blejec pod okriljem Statističnega društva Slovenije. SDS izdaja tudi mednarodno revijo »Advances in Methodology and Statistics« (Metodološki zvezki).

Osamosvojitve Slovenije smo dočakali na Bledu na drugi SCGT. Na dan osamosvojitve, 25. junija 1991, smo imeli izlet v Postojnsko jamo in smo bili zvečer na slovesnosti v Ljubljani. Naslednji dan pa je bilo drugače. Udeležence iz tujine je bilo potrebno varno spraviti čez mejo - nekatere z vlakom, druge v konvoju avtomobilov čez Kočno in Jesenic čez Karavanke. Sami pa smo se med bombardiranjem Brnika zaradi zapore cest v konvoju avtomobilov vrnili z Bleda prek Kroke, Škofje Loke in Toškega čela v Ljubljano..

Marko je doktoriral leta 1991 na Carnegie Mellon University, Pittsburgh, ZDA z nalogo »Finding closed-form solutions of difference equations by symbolic methods« (mentor Dana Scott). S svojega študija v ZDA je prinesel navdušenje za program Mathematica. Skupaj z Istvanom Nemesom sta ustvarila paket »RComp: A Mathematica Package for Computing with Recursive Sequences«. V soavtorstvu s Herbertom Wilfom in Doronom Zeilbergerjem je napisal knjigo $A=B$ [1]. Na oddelku za matematiko je predaval predmete iz diskretne matematike in Optimizacijske metode. Na podiplomskem študiju računalništva je predaval Simbolno računanje. Marko je avtor algoritma Hyper za reševanje linearnih rekurzivnih diferenčnih enačb s polinomskimi koeficienti v hipergeometrični obliki, ki je znan tudi kot Petkovškov algoritem Hypergeometric solutions of linear recurrences with polynomial coefficients. Vsebujejo ga vsi večji sistemi za simbolno računanje, kot so Mathematica, Maple in Sage. Bil je član uredniških odborov revij »Annals of Combinatorics« in »Advances in Applied Mathematics«.

Tomo je s sodelavci (Bor Plestenjak, Andrej Bauer, Arjana Žitnik, Marko Boben in drugi) začel razvijati paket za diskretno matematiko Vega v Mathematici.

Sandi Klavžar je doktoriral leta 1990 v Ljubljani z delom »Grafovski retrakti« (mentorja Wilfried Imrich in Tomo). Leta 1990 je prešel na Pedagoško fakulteto (PeF) Univerze v Mariboru in tam pomagal razvijati matematiko. Čez nekaj let se mu je na UM pridružil še Janez Žerovnik. Pod njunim mentorstvom je doktoriralo okrog 20 diskretnih matematikov. Oba sta dobro sodelovala z Wilfriedom Imrichom iz bližnjega Leobna. Oddelek za matematiko in računalništvo (OMR) je obstajal že na PeF in v njegovem okviru je že sredi 90h let nastal enopredmetni pedagoški program matematike, kasneje pa tudi

nepedagoški program matematike. Od diskretne matematike sta se predavala Kombinatorika in Diskretne strukture. Sandi je leta 2004 ustanovil Seminar za diskretno matematiko na UM. Leta 2008 se mu je pri vodenju seminarja pridružil njegov doktorant Boštjan Brešar ("Kartezični produkti grafov in ekspanzije", 2000), ki je v letih 2001 do 2008 predaval Diskretne strukture na FERI. Leta 2023 bodo na seminarju presegli 500 predavanj. Za Boštjanom je predavanja na FERI prevzel Iztok Peterin. Pri Boštjanu je dosedaj doktoriralo 7 študentov. Leta 2019 je prejel Zoisovo priznanje za pomembne dosežke na področju teorije grafov. Prehod iz PeF na Fakulteto za naravoslovje in matematiko (FNM) leta 2006 tako predstavlja naraven proces, pri katerem se je pet oddelkov združilo v novo FNM. Na OMR so v okviru FNM ohranili pedagoške programe matematike in računalništva (dvopredmetne) ter enopredmetni pedagoški program, ki se izvaja kot magistrski študij praviloma za tiste študente, ki končajo prvo stopnjo matematike. Osrednja študijska programa na OMR pa sta (nepedagoška) programa matematike na 1. oz. 2. stopnji. Na OMR se v različnih programih predavajo naslednji "diskretni" predmeti: Diskretna matematika 1 in 2, Diskretne strukture, Osnove teorije grafov, Kombinatorika in verjetnost, Teorija grafov, Kombinatorična optimizacija, Programiranje v diskretni matematiki, Operacijske raziskave z matematičnim programiranjem. Predmet Diskretna matematika je tudi na doktorskem študiju. Sandi je delno zaposlen tudi na oddelku za matematiko na FMF v Ljubljani. V soavtorstvu je napisal nekaj knjig v angleščini o grafovskih produktih [2, 7, 8], Hanojskih stolpih [10] in uporabah grafov [13, 15]. Za svoje dosežke je leta 2000 prejel Zoisovo priznanje in leta 2007 Zoisovo nagrado. Leta 2022, ob Sandijevi 60. letnici, so mariborski diskretni matematiki organizirali svojo prvo "Maribor Graph Theory Conference".

Janez Žerovnik je doktoriral iz računalništva v Ljubljani leta 1992 z delom »Verjetnost v kombinatorični optimizaciji« (mentor Tomo) in nato še iz matematike na TU v Grazu leta 1994 z delom »Algorithmic results pertaining to Cartesian product graphs« (mentor Wilfried Imrich). Sodeloval je pri uvajanju diskretne matematike na Mariborski univerzi in na Univerzi na Primorskem. Je profesor matematike na Fakulteti za strojništvo v Ljubljani. Poleg s teorijo grafov se ukvarja tudi z diskretno optimizacijo in operacijskimi raziskavami. Za zbirko Sigma je prevedel knjigo Uvod v teorijo grafov. Uvod v teorijo grafov. prevedel Janez Žerovnik in tako poskrbel za osnovno knjigo o grafih v slovenščini. Od leta 2009 je Janez predsednik državne predmetne komisije za splošno maturo za matematiko.

Aleksander Malnič je doktoriral leta 1996 z delom »Krovne tehnike v teoriji grafov« pod Draganovim mentorstvom. Je profesor na Pedagoški fakulteti v Ljubljani. Sodeluje tudi z Univerzo na Primorskem. Je soavtor knjige o simetrijah v teoriji grafov [14].

Diskretna matematika je dobila mesto tudi na podiplomskem študiju matematike na FMF.

V devetdesetih letih je bil na Tomovo pobudo ustanovljen Oddelek za teoretično računalništvo IMFM. Spočetka so imeli na OTR dva programa: Računsko intenzivne metode ter Analiza podatkov in Kombinatorična optimizacija, ki sta se leta 2003 združila v enega.

Leta 1996 je Fakulteta za računalništvo in informatiko (FRI) postala samostojna fakulteta. Postopoma je prevzela tudi pedagoško računalništvo. Oddelek za matematiko FMF in FRI imata skupno študijsko smer Interdisciplinarni univerzitetni študijski program Računalništvo in matematika (IŠRM).

Andrej Mrvar je bil študent računalništva na FRI. Za magistrsko nalogo je sprogrimiral več postopkov za risanje omrežij. Leta 1996 sva z Andrejem za njegov doktorat začela razvijati program Pajek za analizo velikih omrežij. Andrej je z nalogo »Analiza in prikaz velikih omrežij« doktoriral leta 1999. S prikazi omrežij ustvarjenimi s Pajkom sva zelo uspešno sodelovala na Graph drawing competitions Graph Drawing: Hall of Fame.

V devetdesetih letih sem bil predsednik komisije za učne načrte za Informatiko na gimnazijah. Z veliko truda smo dosegli, da je tudi Informatika postala maturitetni predmet. V prvem desetletju novega tisočletja sva s Tomom vodila maturitetni komisiji na RIC-u, Tomo za Matematiko, jaz za Informatiko.

Logiko (in teorijo množic) je pri nas vpeljal Niko Prijatelj. Zanimala je tudi mene in Izidorja Hafnerja. Nekaj let smo matematiki imeli skupni seminar iz logike s filozofi. Vodila sta ga Niko Prijatelj in Frane Jerman. Raziskovalno se je logiki posvetila Andreja Prijatelj. Doktorirala je leta 1995 v Amsterdamu z nalogo »Investigating bounded contraction« (mentorja A. S. Troelstra in J. F. A. K. van Benthem). Žal je leta 2002 prekmalu umrla. Ponovni zagon računalniško obarvane logike sta prinesla Andrej Bauer in Matija Pretnar. Andrej je doktoriral iz računalništva in logike leta 2000 na CMU, Pittsburgh z nalogo »The realizability approach to computable analysis and topology«. Mentor je bil, kot pri Marku, Dana Scott. Matija je doktoriral leta 2010 v Edinburghu z nalogo »The logic and handling of algebraic effects« (mentor Gordon Plotkin). Pridružil se jima je še Alex Simpson (Škotska).

Bojan je leta 2001 skupaj s Carstenom Thomassenom izdal monografijo »Graphs on Surfaces« [3]. Leta 2004 je odšel na Univerzo Simon Fraser v Kanadi. Leta 2009 je postal ambasador Republike Slovenije v znanosti. Od leta 2013 je glavni urednik revije Journal of Combinatorial Theory Series B. Leta 2016 je prejel prestižno mednarodno priznanje za življenjsko delo na področju diskretne matematike – Eulerjevo medaljo, ki jo podeljuje Institute of Combinatorics and its Applications s sedežem v Kanadi.

Po doktoratu leta 1981 je Dragan nekaj let preživel v tujini in se leta 1988 zaposlil na Pedagoški fakulteti v Ljubljani. Tam je sčasoma ustvaril močan oddelek za matematiko (Dragan, Aleksander Malnič, Dušan Repovš, Peter Petek, Boris Zgrablić in drugi). Draganovo glavno področje raziskovanja je algebraična teorija grafov. Za svoje prispevke je leta 2002 prejel Zoisovo nagrado za vrhunske znanstvene dosežke. V soavtorstvu je napisal knjigo "Symmetry in Graphs" [14]. Dragan je bil mentor sedmim doktorantom: Ademir Hujdurović, Aleksander Malnič, Boris Zgrablić, Cui Zhang, Klavdija Kutnar, Primož Potočnik in Primož Šparl.

Že v devetdesetih si je Dragan prizadeval za ustanovitev univerze na Obali. Univerza na Primorskem v Kopru je bila končno ustanovljena leta 2003. Dragan je s sodelavci ustanovil Fakulteto za

matematiko, naravoslovje in informacijske tehnologije (FAMNIT). Bil je njen prvi dekan (2007/11) in dvakrat rektor UP (2011–2019). Trenutna (2019-2023) rektorica Klavdija Kutnar je njegova doktorantka ("Strukturne lastnosti simetričnih grafov", 2008). UP je močno vpeta v mednarodno sodelovanje, kar posebej velja za matematiko. Raziskovalna skupina UP je vodilna skupina v Evropi na področju algebraične teorije grafov.

Na UP sem nekaj let predaval Didaktiko računalništva (2003–2007). Tomo je bil veliko bolj angažiran. Poleg predavanj je pomagal pri ustanovitvi inštituta IAM in fakultete FAMNIT in opravljal razne vodstvene funkcije na UP.

Dragan in Tomo sta leta 2008 ustanovila novo matematično revijo "Ars Mathematica Contemporanea" (AMC). Revija se je dobro uveljavila na področju diskretne matematike. Leta 2015 je Science Citation Index postavil AMC v prvo četrtino med matematičnimi revijami. Leta 2018 je izšla prva številka nove revije (sina AMC) "The Art of Discrete and Applied Mathematics" (ADAM).

14. decembra 2016 je bilo ustanovljeno Slovensko društvo za diskretno in uporabno matematiko.

UP IAM in UP FAMNIT že od leta 2011 organizirata koncem junija ali začetek julija enotedensko poletno šolo iz diskretne matematike z mednarodno udeležbo tako predavateljev kot študentov. Do leta 2022 (s prekinitvijo med obdobjem Covida) je potekala na Rogli. Leta 2023 pa bo v Kopru.

UP FAMNIT je bila s soorganizatorji (FMF Univerze v Ljubljani, FNM Univerze v Mariboru, IMFM, DMFA Slovenije in podjetjem Abelium) uspešna pri kandidaturi za organizacijo 8. Evropskega matematičnega kongresa (8ECM). Kongres poteka vsaka štiri leta. Zaradi Covida je bil z leta 2020 prestavljen na 20. do 26. junij 2021. Predsednik organizacijskega odbora je bil Tomo. Kongres je potekal v hibridni obliki. Od 1766 udeležencev se jih je dogodka v živo udeležilo okrog 200. Predstavljenih je bilo okrog 1000 referatov. Bil je največji evropski kongres matematike do zdaj.

Z Matjažem Zaveršnikom sva pri pripravi njegovega doktorata razvila nekaj učinkovitih algoritmov za velika omrežja (sredice, posplošene sredice, otoki, k-obročna povezanost), ki so bili vključeni v program Pajek. Matjaž je doktoriral iz matematike v Ljubljani z nalogo »Razčlenbe omrežij« leta 2003.



Figure 7: Udeleženci srečanja ob 60 letnici Tomaža Pisanskega.

Razvijalci Pajka smo bili povabljeni na Ars Electronica 2004, Linz, Avstrija, 1.–7. september 2004, ki je imela za temo omrežja. Pri Cambridge University Press smo izdali knjigo o analizi omrežij s Pajkom [5] in knjigo o posplošenem bločnem modeliranju [4]. Za slednjo so avtorji leta 2007 prejeli ASA Section on Mathematical Sociology's »Harrison White Outstanding Book Award«. Istega leta sva z Nušo prejela Simmel Award (podeljuje INSNA). Za Pajka sva z Andrejem prejela leta 2013 od združenja INSNA »William D. Richards Jr. Software Award«. Na mednarodni poletni šoli ECPR v Ljubljani sem imel več let (2006–2015) dvotedenski tečaj iz analize omrežij.

Z Nušino skupino s FDV smo zelo uspešno organizirali dve večji mednarodni srečanja: XXIV. International Sunbelt Social Network Conference, Portorož, 12.–16. maj 2004 in IFCS 2006, 10h Jubilee Conference of the International Federation of Classification Societies, Ljubljana, 25.–29. julij 2006 [6].

Matjaž Omladič in Tomaž Košir sta za popestritev ponudbe pripravila v sodelovanju z Ekonomsko fakulteto novo študijsko smer Finančna matematika (2008/9). Med predmeti na tej smeri je tudi Diskretna matematika.

Diskretno matematiko so okrepili še Primož Potočnik, Riste Škrekovski, Aleksandar Jurišić (kriptografija) in nekoliko kasneje Matjaž Konvalinka; računalništvo pa Sergio Cabello (Španija) in Alen Orbanic.

Aleksandar Jurišić je doktoriral leta 1995 z delom "Antipodal Covers" na University of Waterloo v Kanadi (mentor Christopher David Godsil). Dve leti je bil podoktorski raziskovalec v podjetju

Certicom Corp., Kanada. Je profesor na FRI v Ljubljani in predstojnik Laboratorija za kriptografijo in računalniško varnost.

Mateja Šajna je diplomirala je iz uporabne matematike na Univerzi v Ljubljani pod Bojanovim vodstvom. Doktorirala je leta 1999 na Univerzi Simon Fraser v Vancouverju z delom "Cycle decompositions of K_n and $K_n - I$ ". Mentor je bil Brian Alspach. Za njeno doktorsko delo ji je Institute for Combinatorics and its Applications leta 2013 podelil Kirkmanovo medaljo. Je redna profesorica diskretne matematike na oddelku za matematiko in statistiko Univerze v Ottawi. Ukvarja se predvsem s teorijo grafov, kjer se osredotoča na simetrije grafov, grafovskih dekompozicij, hipergrafe in uporabno vrednost tovrstnih metod.

Primož Potočnik je profesor na Oddelku za matematiko FMF. Doktoriral je v Ljubljani leta 2000 z delom "Graph Symmetries and Group Actions" (mentor Dragan Marušič). Ukvarja se z vprašanji na preseku med algebro in diskretno matematiko, natančneje, zanimajo ga permutacijske grupe ter simetrijske lastnosti kombinatoričnih objektov. Po doktoratu se je izpopolnjeval na University of Ottawa, Kanada (2003) in University of Auckland, Nova Zelandija (2004/2005). Je član uredniških odborov revij Discrete Mathematics, AMC in ADAM.

Riste Škrekovski je doktoriral iz matematike v Ljubljani leta 2000 z nalogo "Graph Colorings" (mentor Bojan Mohar). Poučuje diskretno matematiko na FMF, Univerzi na Primorskem in na Fakulteti za informacijske študije (FIŠ) v Novem Mestu.

Arjana Žitnik je doktorirala leta 2001 v Ljubljani z nalogo "Eulerjevi sprehodi s predpisanimi zavoji" pri Tomu. Na Matematiki na FMF poučuje razne predmete iz diskretne matematike.

Matjaž Konvalinka je doktoriral leta 2008 z delom "Combinatorics of determinantal identities" na MIT pri Igorju Paku. Je redni profesor na Oddelku za matematiko FMF. Raziskovalno se ukvarja s kombinatoriko. Je glavni urednik revije "Annals of Combinatorics" in član uredniškega odbora revij "Combinatorial Theory", "Discrete Mathematics & Theoretical Computer Science" ter AMC. Skupaj z Rogerjem Behrendom in Ilse Fischer je leta 2019 prejel nagrade "Robbins Prize", ki jo podeljuje Ameriško matematično združenje.

Skupina mlajših doktorjev matematike (Boris Horvat, Alen Orbanić, Primož Lukšič, Iztok Kavkler in Marko Boben) je ustanovila podjetje Abelium (2009) in tako usmerila matematiko v vsakdanjo prakso.

Leta 2012 je Tomo v soavtorstvu z Brigitte Servatius napisal in izdal knjigo »Configurations from a Graphical Viewpoint« [9].

V letih 2011–2014 smo sodelovali na mednarodnem projektu EUROGIGA/GreGAS Evropske znanstvene fundacije. Projekt je vodil Tomo, med glavnimi raziskovalci pa smo bili tudi Dragan, Sandi in jaz.

S Tomom sva bila upokojena (»poZUIFana«). Menim, da nam je diskretno matematiko uspelo uveljaviti in postaviti na trdne temelje ter pokriti večino njenih področij (tg = teorija grafov):

- Tomaž Pisanski: topološka in algebrajska tg, kemijska tg, konfiguracije
- Dragan Marušič: algebrajska tg, teorija permutacijskih grup
- Izidor Hafner: logika, razvedrilna matematika (kombinatorična geometrija)
- Vladimir Batagelj: algoritmi, diskretna optimizacija, analiza omrežij
- Bojan Mohar: topološka tg, kemijska tg
- Sandi Klavžar: metrična tg, kemijska tg
- Marko Petkovšek: simbolno računanje
- Janez Žerovnik: tg, diskretna optimizacija, operacijske raziskave
- Aleksandar Jurišić: kriptografija
- Andrej Bauer: računalniško usmerjena logika
- Matjaž Konvalinka: klasična kombinatorika

Zahvaljujem se Tomažu Pisanskemu za vrsto koristnih pripomb in dopolnil k začetni različici sestavka in Boštjanu Brešarju za podatke o razvoju diskretne matematike na Univerzi v Mariboru.

Knjige slovenskih avtorjev s področja diskretne matematike v angleščini

- [1] Zeilberger, D.; Wilf, H.; Petkovšek, M.: $A=B$. A K Peters/CRC Press, 1996.
- [2] Imrich, Wilfried; Klavžar, Sandi: Product graphs: structure and recognition. Wiley, 2000.
- [3] Mohar, Bojan; Thomassen, Carsten: Graphs on Surfaces. Johns Hopkins UP, 2001.
- [4] Doreian, Patrick; Batagelj, Vladimir; Ferligoj, Anuška: Generalized Blockmodeling. Structural Analysis in the Social Sciences. Cambridge UP, 2004.
- [5] De Nooy, Wouter; Mrvar, Andrej; Batagelj, Vladimir.: Exploratory Social Network Analysis with Pajek; Revised and Expanded Edition for Updated Software. Structural Analysis in the Social Sciences, Cambridge UP, 2018. (Second edition 2011; First edition 2005). [Translated by Feng Lin, Beijing World Publishing Corporation, Beijing 2012; translated by Yuki Yasuda. Tokyo: Tokyo Denki Daigaku shuppankyoku, 2009]
- [6] Batagelj, Vladimir; Bock, Hans-H.; Ferligoj, Anuška; Žiberna, Aleš (Eds.): Data Science and Classification. Studies in Classification, Data Analysis, and Knowledge Organization. Springer, 2006.
- [7] Imrich, Wilfried; Klavžar, Sandi; Rall, D.: Topics in Graph Theory: Graphs and Their Cartesian Product. A K Peters, 2008.
- [8] Hammack, R.; Imrich, Wilfried; Klavžar, Sandi: Handbook of Product Graphs. Second edition, CRC Press, 2011.
- [9] Pisanski, Tomaž; Servatius, B.: Configurations from a Graphical Viewpoint. Birkhäuser, 2012.
- [10] Hinz, A.M.; Klavžar, Sandi; Petr, C.: The Tower of Hanoi – Myths and Maths. Birkhäuser, first edition 2013; second edition 2018.
- [11] Batagelj, Vladimir; Doreian, Patrick; Ferligoj, Anuška; Kejžar, Nataša: Understanding Large Temporal Networks and Spatial Networks: Exploration, Pattern Searching, Visualization and Network Evolution. Wiley Series in Computational and Quantitative Social Science. Wiley, 2014.
- [12] Patrick Doreian, Vladimir Batagelj, Anuška Ferligoj (Eds.): Advances in Network Clustering and Blockmodeling. Wiley, 2020.
- [13] Boštjan Brešar, Michael A. Henning, Sandi Klavžar, Douglas F. Rall: Domination Games Played on Graphs, Springer, 2021

- [14] Ted Dobson, Aleksander Malnič, Dragan Marušič: Symmetry in Graphs (Cambridge Studies in Advanced Mathematics Book 198), Cambridge UP 2022
- [15] Ömer Eğecioğlu, Sandi Klavžar, Michel Mollard: Fibonacci Cubes with Applications and Variations. World Scientific, 2023

Viri

DACA: Alfred Aho, John Hopcroft, Jeffrey Ullman, The Design and Analysis of Computer Algorithms, 1974

11: Andrej Vitek, Iztok Tvrdy, Robert Reinhardt, Bojan Mohar, Mark Martinec, Tomi Dolenc, Vladimir Batagelj, Problems in Programming: Experience Through Practice, 1991

antek: Anton P. Železnikar, Overlapping algorithms. Mathematical systems theory 1(1967), 325–345

RelConT: Anuška Ferligoj, Vladimir Batagelj, Some types of clustering with relational constraints. Psychometrika 48(1983)4, 541-552

Knuth2: Donald E. Knuth, The Art of Computer Programming, Volume 2 – Seminumerical Algorithms, 1969

BG: Dragoš Cvetković, Grafovi kao inspiracija, 2006

Mendelson: Elliott Mendelson, Introduction to Mathematical Logic, 1964

Vega: Georg (Jurij) Vega, Vorlesungen uber die Mathematik (Predavanja iz matematike). Četrta popravljena izdaja, 1821

Curry: Haskell Curry, Foundations of Mathematical Logic, 1963

izi: Izidor Hafner, Primeri v Mathematici, (dostop:5. 5. 2023).
<https://demonstrations.wolfram.com/author.html?author=Izidor+Hafner>

Robbin: Joel W. Robbin, Mathematical Logic: A First Course, 1969

vrabecTG: Jože Vrabec, Prikaz teorije grafov (1. in 2. del). Obzornik za matematiko in fiziko 14(1967)2/3, 58-71 / 107-120

hyper: Marko Petkovšek, Hypergeometric solutions of linear recurrences with polynomial coefficients. Journal of Symbolic Computation 14(1992), 243–264

uvodTG: Robin J. Wilson, John J. Watkins, Uvod v teorijo grafov. prevedel Janez Žerovnik, 1997

first: Tomaž Pisanski, On planar graphs with 12 vertices of degree five. Glasnik Mat. 12(1977), 233-235

Lah: Tomaž Pisanski, Ivo Lah, (dostop:). <http://turnbull.mcs.st-and.ac.uk/history/Biographies/Lah.html>

grafi: Tomaž Pisanski, Drago Bajc, Najnujnejše o grafih, 1985

regLA: Tomaž Pisanski, Vladimir Batagelj, France Dacar, Languages, automata, regularity., 1970

InterviewTP: Toufik Mansour, Interview with Tomaž Pisanski. Enumerative Combinatorics and Applications 2(2022)3, Interview #S3I11

stolet: Vladimir Batagelj, Diskretna matematika in računalništvo (ter analiza podatkov), V Mirko Dobovišek, Alojz Kodre: Sto let matematike in fizike na Univerzi v Ljubljani, 2020, 171-185

komb: Vladimir Batagelj, Kombinatorika: zapiski predavanj, 1997

DS: Vladimir Batagelj, Diskretne strukture: zapiski predavanj. Zv. 1, [Logika]; Zv. 2, [Množice]; Zv. 3, [Algebra]; Zv. 4, [Grafii], 1995/6

cubic: Vladimir Batagelj, Inductive classes of cubic graphs, V : Finite and infinite sets. Vol. 1, (Colloquiamathematica societatis János Bolyai, 37), 1984, 89-101

ultra: Vladimir Batagelj, Note on ultrametric hierarchical clustering algorithms. Psychometrika 46(1981)3, 351-352

hash: Vladimir Batagelj, Quadratic hash method when table size is not a prime number. Communicationsof the ACM 18(1975)4, 216-217

minpaths: Vladimir Batagelj, Odločljive operacije in minimalne poti, 1971

VFG2: Vladimir Batagelj, Vrednostna funkcija grafov II, 1971

VFG1: Vladimir Batagelj, Vrednostna funkcija grafov, 1970

TeX: Vladimir Batagelj, Bojan Golli, TEX: povabilo v TEX, LATEX, BIBTEX, PICTEX, 1990

euler: Vladimir Batagelj, Tomaž Pisanski, On partially directed Eulerian multigraphs. Publ. Inst. Math.(Belgr.) 25(39)(1979), 16-24

GD: , Graph Drawing: Hall of Fame, (dostop:5. 5, 2023).

<https://mozart.diei.unipg.it/gdcontest/halloffame/>

MathGen: , Mathematics Genealogy Project, (dostop:5. 5. 2023).

<https://genealogy.math.ndsu.nodak.edu/>

sreda: , Sredin seminar, (dostop:5. 5. 2023). <http://vladowiki.fmf.uni-lj.si/doku.php?id=vlado:pub:sreda>