

## Gümnaasiumi matemaatika kitsa kursuse õppeprotsessi kirjeldus

### 1. Üldisi märkusi

Gümnaasiumi matemaatika kitsa kursuse õppeprotsessi korraldamisel tuleb lähtuda **ainekavas** märgitud kahest põhiseisukohast<sup>1</sup>:

1) kitsa kava läbimine võimaldab jätkata õpinguid aladel, kus matemaatikal ei ole olulist tähtsust ja seda ei õpetata iseseisva aienena;  
 2) kitsa kava eesmärk on õpetada aru saama matemaatikakeeles esitatud teabest, kasutada matemaatikat igapäevaelus esinevates olukordades, tagades sellega sotsiaalse toimetuleku. Kitsa kava järgi õpetatakse kirjeldavalt ja näitlikustavalt, matemaatiliste väidete põhjendamine toetub intuitsioonile ning analoogiale.

Neist lähtekohtadest tulenevalt on kitsa kursuse **ainekava** üldisteks õppe-eesmärkideks taotlus, et õpilane:

- 1) saab aru matemaatika keeles esitatud teabest;
- 2) tõlgendab erinevaid matemaatilise informatsiooni esituse viise;
- 3) kasutab matemaatikat igapäevaelus esinevates olukordades;
- 4) väärtustab matemaatikat, tunneb rõõmu matemaatikaga tegelemisest;
- 5) arendab oma intuitsiooni, arutleb loogiliselt ja loovalt;
- 6) kasutab matemaatilises tegevuses erinevaid teabeallikaid;
- 7) kasutab arvutiprogramme matemaatika õppimisel.

Nagu toodud viidetest näha, on kitsa kursusega loodud eesti koolimatemaatikas uus paradigma. Selles seatakse varasemast praktikast erinevalt matemaatika õppeprotsessi põhiülesandeks mitte matemaatika kui teadusharu enese tundmaõppimine vaid peamine on matemaatika rakenduste vaatlemine inimest ümbritseva maailma teaduspõhiseks kirjeldamiseks ning elus toimetuleku tagamiseks. Selleks vajalik keskkond luuakse muidugi matemaatika mõistete, sümbolika, omaduste ja seoste, reeglite ja protseduuride käsitlemise ning intuitsioonil ja loogilisel arutelul põhinevate mõttekäikude esitamise kaudu.

Alljärgnevas esitatakse mõned võimalikud soovitusel kitsa kursuse teemade käsitlemiseks. Kuna eesti koolimatemaatikas puudub niisuguse kursuse õpetamise kogemus, siis tuleb toodud vaadelda eelkõige kui matemaatika ainekavakomisjoni ettekujutust selle uue kursuse ülesehitusest ja põhilistest rõhuasetustest. Kursuse viimistletud esitused tekkivad muidugi alles aastate jooksul vastavate õpikute ja õppematerjalide autorite, õpetajate ning õppijate koostöö tulemusel.

---

<sup>1</sup> Siin ja edaspidi on väljavõtted ainekava tekstist esitatud *kursiivkirjas*.

Kursuse teemadele juurdeminekul ning aine käsitlemisel tuleb niipalju kui võimalik lähtuda reaalselt konteksti sisaldavatest ülesannetest. Ainekavas rõhutatud rakendusliku sisuga ülesannete lahendamine on enamasti töömahukas, aegaviitev ning seotud funktsionaalse lugemise oskusega. Seetõttu tuleb nende lahendamiseks varuda piisavalt õppeaega. Samuti on vaja õppeprotsessis kasutada võimalikult palju IKT vahendeid ja võimalusi. Ainekavas ja allpool toodud soovitusel näidatud ainese esitamise järjestus on vaid soovituslik.

## I kursus. Arvuhulgad. Avaldised. Võrrandid ja võrratused

Kursus on põhilisi algebrasõnaku kordav ja süvendav baaskursus. Selles käsitletava omandatus määrab suures osas kogu edasise matemaatikakursuse läbimise edukuse. Samuti tuleb kursuse õppeprotsessi korraldamisel pidada silmas nende õpilaste vajadusi, kes leiavad kursuse käigus, et soovivad edasises üle minna laia matemaatikakursuse õppimisele. Nende vajadusi silmas pidades võiks õppematerjalidesse olla lisatud ka ainekavast mõnevõrra väljuvaid, kuid laiale kursusele üleminekuks vajalikke ülesandeid. Need peavad olema muidugi õppija jaoks kohustuslikustmaterjalist eristatavad.

Õppesisu	Õpitulemused	Soovitusi
	<i>Kursuse lõpul õpilane:</i>	
<i>Naturaalarvude hulk <math>N</math>, täisarvude hulk <math>Z</math> ja ratsionaalarvude hulk <math>Q</math>. Irratsionaalarvude hulk <math>I</math>. Reaalarvude hulk <math>R</math>. Reaalarvude piirkonnad arvteljel. Arvu absoluutväärtus. Ratsionaalavaldiste lihtsustamine. Arvu <math>n</math>-es juur. Astme mõiste üldistamine: täisarvulise ja ratsionaalarvulise astendajaga aste. Murdvõrrand. Arvu juure esitamine ratsionaalarvulise astendajaga astmena. Tehed astmetega ja tehete näiteid</i>	<i>eristab ratsionaal-, irratsionaal- ja reaalarve;</i>	Käsitus tugineb arvuhulkade esitlemisele neisse kuuluvate arvude loetlemise või kirjeldamise abil. Tuuakse illustreeriv joonis arvuhulkade vahelise seose kohta. Reaalarvude piirkondi arvteljel vaadeldakse võrratuste lahendamise esimese kontsentrilise kontekstis. Arvu absoluutväärtuse definitsioon kujul $ a  = \begin{cases} a, & \text{kui } a \geq 0 \\ -a, & \text{kui } a < 0 \end{cases}$ küll esitatakse, kuid rõhutatakse arvu absoluutväärtust kui selle kaugust arvtelje nullpunktist. Ainete integratsiooni huvides on vaja korrata arvu standardkuju koos mõningate standardkujul antud arvudega teostatavate korrutamise- ja jagamistehete näidetega.
	<i>eristab, võrdust, samasust, võrrandit ja võrratust; selgitab samasusteisendusi võrrandite ja võrratuste lahendamisel;</i>	Loetletud mõisted ei pea õppija oskama defineerida kuid peab nendega määratud kirjutisi ära tundma, õigesti nimetama ning kasutama
	<i>lahendab ühe tundmatuga lineaar-, ruut- ja lihtsamaid murdvõrrandeid ning nendeks taanduvaid võrrandeid;</i>	Lineaar- ja ruutvõrrandeid lahendatakse kordavalt. Kuna põhikoolis ei tegeleta uue ainekava kohaselt enam murdvõrrandite lahendamisega, siis tuleb viimaste lahendamist alustada kõige lihtsamatest. Lahendatavate murdvõrrandite keerukus võiks olla piiratud peamiselt tekstülesannete

<p>võrdsete juurijatega juurtega. Võrratuse mõiste ja omadused. Lineaar- ja ruutvõrratused. Lihtsamate, sealhulgas tegelikusest tulenevate tekstülesannete lahendamine võrrandite abil.</p>		<p>lahendamisel tekkivate murdvõrranditega. Näiteks <math>\frac{6}{x} + \frac{6}{x+5} = 1</math> või ka</p> $\frac{2}{x-2} - \frac{x}{2} = \frac{x}{x-2}.$
	<p>sooritab tehteid astmete ja juurtega teisendades viimased ratsionaalarvulise astendajaga astmeteks;</p>	<p>Põhiliseks võtteks juurtega töötamisel on nende teisendamine murrulisele astendajale ning astmete omaduste rakendamine koos saadud vastuse kirjutamisega juurena. Lihtsamatel juhtudel võib muidugi kasutada ka juurte omadusi. Näiteks <math>\sqrt{a^3} \cdot \sqrt{a} = \sqrt{a^3 a} = \sqrt{a^4} = a^2</math>.</p>
	<p>teisendab lihtsamaid ratsionaal- ja juuravaldisi;</p>	<p>Kuna põhikoolis on senist ratsionaalavaldiste teisendamisega seonduvat ainet oluliselt lihtsustatud, siis tuleb siin kõnealust temaatikat kaunis põhjalikult käsitleda. Avaldiste kindel teisendusoskus on aluseks kogu järgneva kursuse õppimisele. Samuti on kõnealune baasoskus eriti vajalik õpilastele, kes pärast kitsa kursuse esimese osakursuse läbimist otsustavad matemaatikaõpikute jätkamiseks valida laia kursuse. Teisendatavate ratsionaalavaldiste keerukusaste võiks olla ülalt piiratud avaldistega, mille näitena esitame siin järgmise: <math>\left( \frac{x+1}{2x-2} + \frac{6}{2x^2-2} - \frac{x+3}{2x+2} \right) \cdot \frac{4x^3-4x}{5}</math></p> <p>Juuravaldiste teisendamisel võiks võimekama klassi korral jõuda teisendust <math>a-b = (\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b})</math> nõudvate avaldisteni. Näiteks</p> $\left( \frac{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}}{a-b} - \frac{a-b}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}} \right) \cdot (\sqrt{a} - \sqrt{b}).$
	<p>lahendab lineaar- ja ruutvõrratuse ning ühe tundmatuga lineaarvõrratuste süsteeme;</p>	<p>Kuna põhikoolist on võrratuste lahendamine uue ainekavaga täielikult välja viidud, on mõistlik käsitleda lineaarvõrratuse siin kahes kontsentris. Esimene, lineaarvõrratuse ja nende põhiomadusi tutvustavat laadi käsitlus esitatakse koos arvuhulkade kui võrratuste lahendite kujutamise arvteljel. Hiljem tullakse teema juurde aga tagasi lineaarvõrratuste käsitluse süvendamisega ruutvõrratuste ja lineaarvõrratuste süsteemide käsitlemise eel. Võrratuste ja eriti nende süsteemide lahendamisel on oluline kujutada nende lahendihulki arvteljel. Ruutvõrratuste lahendamine toimub neile vastavate paraboolide skitseerimise kaudu. Paraboolide skitseerimisel võib mõislikkuse piires kasutada ka arvutiprogramme.</p>

	lahendab lihtsamaid, sh tegelikkusest tulenevaid tekstülesandeid võrrandite ja võrrandisüsteemide abil.	Kogu kitsa matemaatika kursuses peab olema erilisel kohal ning pideva tähelepanu all reaalse kontekstidega seotud protsentülesannete lahendamine. Vaadeldavas kursuses lisanduvad neile uue ainekava järgi põhikoolis mitte käsitletavat murdvõrrandite ning võrrandisüsteemide lahendusoskust nõudvad nn liikumisülesanded ning lihtsamad nn koostöötamise ülesanded.
--	---	--

## II kursus. Trigonomeetria

Põhikooli uues ainekavas piirdub trigonomeetria käsitus vaid siinuse, koosinuse ja tangensi mõistetega täisnurkses kolmnurgas. Põhikooli matemaatika õppeprotsessi kirjelduses märgitakse seejuures vaid kaht õpitulemust: 1) *õpilane leiab taskuarvutil teravnurga trigonomeetriliste funktsioonide väärtusi ning* 2) *trigonomeetriat kasutades leiab täisnurkse kolmnurga joonelemendid. Kursuse võiks üles ehitada järgmise üldskeemi kohaselt:*

1. Kordamine
2. Nurga mõiste üldistamine
3. Mistahes nurga trigonomeetrilised funktsioonid
4. Ringjoone kaare pikkus ja ringi sektori pindala
5. Kolmnurga pindala valemid
6. Siinusteoreem ja koosinusteoreem
7. Kordamine

Õppesisu	Õpitulemused	Soovitusi
<i>Nurga mõiste üldistamine, radiaanmõõt Mis tahes nurga trigonomeetrilised funktsioonid (<math>\sin \alpha</math>, <math>\cos \alpha</math>, <math>\tan \alpha</math>), nende väärtused nurkade <math>0^\circ</math>, <math>30^\circ</math>, <math>45^\circ</math>, <math>60^\circ</math>, <math>90^\circ</math>, <math>180^\circ</math>, <math>270^\circ</math>, <math>360^\circ</math> korral. Negatiivse nurga trigonomeetrilised funktsioonid. Funktsioonide <math>y = \sin x</math>, <math>y = \cos x</math>, <math>y = \tan x</math></i>	<i>teisendab kraadimõõdu antud nurga radiaanmõõtu ja vastupidi;</i>	<p>Üleminekuid radiaan- ja kraadimõõdu vahel on mõistlik korraldada võrdega. Näiteks: Mitu kraadi on nurk <math>\frac{3\pi}{2}</math>? Koostame võrde</p> $\pi = 180^\circ$ $\frac{3\pi}{2} = x.$ <p>Siit</p> $x = \frac{\frac{3\pi}{2} \cdot 180^\circ}{\pi} = 270^\circ$

<p>graafikud. Trigonomeetria põhiseosed <math>\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}</math>,  <math>\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1</math>,  <math>\cos \alpha = \sin(90^\circ - \alpha)</math>,  <math>\sin \alpha = \cos(90^\circ - \alpha)</math>,  <math>\tan \alpha = \frac{1}{\tan(90^\circ - \alpha)}</math>,  <math>\sin(-\alpha) = -\sin(\alpha)</math>,  <math>\cos(-\alpha) = \cos \alpha</math>,  <math>\tan(-\alpha) = -\tan \alpha</math>,  <math>\sin(\alpha + k \cdot 360^\circ) = \sin \alpha</math>,  <math>\cos(\alpha + k \cdot 360^\circ) = \cos \alpha</math>,  <math>\tan(\alpha + k \cdot 360^\circ) = \tan \alpha</math>.  Siinus- ja koosinusteoreem. Kolmnurga pindala valemid, nende kasutamine hulknurga pindala arvutamisel. Kolmnurga lahendamine. Ringjoone kaare kui ringi sektori kui ringi osa pindala arvutamine. Rakendussisuga ülesanded.</p>		<p>Trigonomeetriakursuse järgnevates osades ja järgnevates kursustes ei nõuta õpilastelt kindlasti ühe või teise nurgamõõdusüsteemi kasutamist. Õigeks loetakse nii kraadi- kui radiaanmõõdu kasutamine. Õpilaste silmaringi laiendamiseks on mõistlik tutvustada ka detsimaalkraadimõõtu. Ülesannete lahendamise leitakse trigonomeetrilise funktsiooni argument, nurk funktsiooni väärtuse abil enamasti arvutit kasutades ligikaudse väärtusena. Kraadi murdosi sisaldava nurga esitamisel ei ole kohustuslik selle väljendamine minutites ja sekundites. Näiteks leides võrdest <math>\sin \alpha = 0,6</math> nurga, piisab selle esitusest kujul <math>\alpha = 36,869... \approx 36,7^\circ</math>.</p>
	defineerib mis tahes nurga siinuse, koosinuse ja tangensi	<p>Nurga mõiste laiendamist on tark alustada eelmise ainekava kohaselt juba põhikoolis käsitletud täiendusnurga ja vastavate trigonomeetriliste funktsioonide vaheliste seoste vaatlemisega. Positiivse ja negatiivse nurga ning suvalise suurusega nurga mõiste käsitlemisel võiks aluseks olla alghaara pöörlemise vaatlemine. Käsitleda tuleks ka täispöördest suuremate nurkade taandamist täispöördest väiksemateks nurkadeks. Nurga taandamine teravnurgale ei ole kitsa kursuse ainekava nõutav õpitulemus. Mistahes nurga trigonomeetrilised funktsioonid defineeritakse nurga lõpphaara suvalise punkti kaudu.</p>
	loeb trigonomeetriliste funktsioonide graafikuid;	<p>Trigonomeetriliste funktsioonide graafikute käsitlemise aluseks on nende konstrueerimine mingi arvutiprogrammiga. Valmisgraafikult loetavateks parameetriteks on määramispiirkond, muutumispiirkond, etteantud argumendile vastavad funktsiooni väärtused, nullkohad, positiivsus- ja negatiivsuspiirkonnad ning perioodilisus. Valdavalt võiks piirduda vahemikuga <math>-2\pi, 2\pi</math></p>
	teisendab lihtsamaid trigonomeetrilisi avaldisi;	<p>Õpilastele esitatakse teisendamiseks vaid ainekavas toodud seostele tuginevaid. Trigonomeetriliste funktsioonide väärtused teravnurkadest <math>30^\circ</math>, <math>45^\circ</math> ja <math>60^\circ</math> ning teljenurkadest memoreeritakse. Rakenduslikes ülesannetes leitakse trigonomeetriliste funktsioonide väärtusi ja argumente (nurki) siiski enamasti ligikaudsetena, arvutilt. Teisendatavate avaldiste keerukus võiks piirduda näiteks järgmise avaldisega <math>\frac{(\sin \alpha + 1)^2 + (\sin \alpha - 1)^2}{2 - \cos^2 \alpha}</math>.</p>

	<p><i>rakendab kolmnurga pindala valemeid, siinus- ja koosinusteoreemi; lahendab kolmnurki, arvutab kolmnurga, rööpküliku ja hulknurga pindala, arvutab ringjoone kaare kui ringjoone osa pikkuse ja ringi sektori kui ringi osa pindala; lahendab lihtsamaid rakendussisuga planimeetriaülesandeid.</i></p>	<p>Ringjoone kaare pikkuse ja sektori pindala valemid võidakse küll tuletada kuid ülesannete lahendamisel on tark leida need suurused võrde abil kui osa ringjoone pikkusest või ringi pindalast. Kolmnurga pindala valemist tuletatakse meelde valem <math>S = \frac{ah}{2}</math> ning vaadeldakse kolmnurga pindala leidmist kahe külje ja nende vahelise nurga siinuse kaudu. Kasulik on vaadelda ka segmendi pindala kui sektori ja kolmnurga pindala vahet ning rööpküliku pindala kahe külje ja nende vahelise nurga siinuse kaudu. Hulknurga pindala leitakse selle tükeldamisega neli- või kolmnurkadeks. Siinusteoreem on soovitatav tuletada, koosinusteoreem võetakse teadmiseks tõestuseta. Vaadeldav kursuse osa võimaldab lahendada arvukalt reaalsest kontekstidest tulenevaid ülesandeid. Seda tuleb ka teha.</p>
--	--	--

### III kursus. Vektorid. Joone võrrand.

Kursuse käsitlus võiks koosneda järgmistest osadest.

1. Lõigu keskpunkt. Kahe punkti vaheline kaugus.
2. Vektor. Tehted vektoritega.
3. Sirge tasandil.
4. Ringjoone võrrand. Kõvera ja sirge lõikepunktide leidmine

Õppesisu	Õpitulemused <i>Kursuse lõpul õpilane:</i>	Soovitusi
<p><i>Punkti asukoha määramine tasandil. Kahe punkti vaheline kaugus. Vektori mõiste ja tähistamine. Vektorite võrdsus. Nullvektor, ühikvektor, vastandvektor, seotud vektor, vabavektor. Jõu kujutamine vektorina.</i></p>	<p><i>selgitab vektori mõistet ja vektori koordinaate; liidab ja lahutab vektoreid ning korrutab vektori arvuga nii geomeetriliselt kui ka koordinaatkujul;</i></p>	<p>Koordinaadistiku ja punkti koordinaatide kordaval ja süvendaval käsitlemisel on kasulik vaadelda lõigu keskpunkti leidmist lõigu otspunktide koordinaatide kaudu. Vastavas tuletuskäigus kasutatavate projektsioonlõikude vaatlemine on eeltöö vektori koordinaatide mõiste sissetoomiseks. Kahe punkti vahelise kauguse valem tuletatakse esialgu ilma vektori mõistet kasutamata Pythagorase teoreemi abil. Hiljem, vektori pikkuse käsitlemisel seotakse see kaugust mõõtvat lõigu kui vektori pikkuse arvutamisega. Vektorite liitmise lähtekohaks võiks olla</p>

<p>Vektori koordinaadid. Vektori pikkus. Vektori korrutamine arvuga. Vektorite liitmine ja lahutamine (geomeetriliselt ja koordinaatkujul). Kahe vektori vaheline nurk. Kahe vektori skalaar-korrutis, selle rakendusi. Vektorite kollineaarsus ja ristseis. Sirge võrrand (tõusu ja algordinaadiga, kahe punktiga, punkti ja tõusuga määratud sirge). Kahe sirge vastastikused asendid tasandil. Nurk kahe sirge vahel. Parabooli võrrand. Ringjoone võrrand. Joonte lõikepunktide leidmine. Kahe tundmatuga lineaarvõrrandist ning lineaarvõrrandist ja ruutvõrrandist koosnev võrrandisüsteem. Rakendussisuga ülesanded.</p>		kolmnurgareegel. Vektorite lahutamist käsitletakse loomulikult vastandvektori liitmise kaudu. Rööpkülikureegli juures tuleb näidata selle seost kolmnurgareegliga. Rakenduslike ülesannete lahendamiseks on vajalik käsitleda vektori esitamist etteantud sihiga komponentideks. Vektorite liitmine koordinaatkujul ei pruugi olla teema oluline komponent. Seda võiks vaadelda vaid kaunis lühidalt, etteantud valemi (võtte) rakendamisenä.
	leiab vektorite skalaarkorrutise, rakendab vektorite ristseisu ja kollineaarsuse tunnuseid;	Vektorite skalaarkorrutise mõiste käsitlemine on mõistlik siduda mehhaanilise töö kui jõuvektori ja nihkevektori skalaarkorrutise leidmisega.
	tunneb sirget, ringjoont ja parabooli ning nende võrrandeid, teab sirgete vastastikuseid asendeid tasandil; koostab sirge võrrandi, kui sirge on määratud punkti ja tõusuga, tõusu ja algordinaadiga, kahe punktiga; määrab sirgete vastastikused asendid tasandil; joonestab sirgeid nende võrrandite	Kõrvuti sirgete käsitsi skitseerimisega koordinaattasandil tuleb selleks kasutada ka arvutit. Sirgetepaaride vastastikuseid asendeid tasandil uuritakse sirgete võrranditest koostatud süsteemi lahendamise teel. Algebralist uuringut saatku vaadeldavate sirgete kujutamise teljestikus. Seda võib teha ka arvutil. Eraldi tähelepanu tuleb muidugi pöörata telgedega paralleelsete sirgete võrranditele.
	koostab ringjoone võrrandi keskpunkti ja raadiuse järgi; joonestab ringjooni ja parabooli nende võrrandite järgi	Paraboolide käsitsi joonestamisel kasutatakse neile vastavate funktsioonide nullkohti ja paraboolide varemõpitud omadusi. Omandatakse ka parabooli joonistusoskus arvutil. Ringjoonte joonistamine toimub peamiselt arvutil.
	leiab kahe joone lõikepunktid (üks joontest on sirge):	Kahe joone lõikepunkte leitakse vastava võrrandisüsteemi lahendamise teel. Algebralist lahendamist saadetakse kindlasti arvutijoonistega, Parabooli ja sirge lõikepunktide leidmist võidakse assisteerida ka käsitsi valmistatud joonistega. Teretulnud on samuti võrrandite ja võrrandisüsteemide graafilise lahendamise tähenduse käsitlemine arvutijooniste vaatlemise alusel.

	<i>kasutab vektoreid ja joone võrrandeid rakendussisuga ülesannetes.</i>	Rakenduslike sisuga ülesannete lahendamine on enamasti töömahukas, aegaviitev ning seotud funktsionaalse lugemise oskusega. seetõttu tuleb nendele varuda piisavalt õppeaega
--	--	--

## IV kursuse. Tõenäosus ja statistika

Kõnealune kursus kannab väga suurt õppija isiksuse arendamise koormust ja on eriti oma statistikaosaga üks olulisi vahendeid gümnaasiumi õppeprotsessi lõimimisel. Statistikaosa sisaldab ka üht eesti koolimatemaatika jaoks täiesti uut teemat - üldkogumi arvkarakteristikute tõenäosuslik hindamine valimi ühe arvkarakteristiku, aritmeetilise keskmise kasutamise näitel.

Kursus esitatakse kahes osas

1. Tõenäosus
2. Statistika

Õppesisu	Õpitulemused <i>Kursuse lõpul õpilane:</i>	Soovitusi
<p>Sündmus. Sündmuste liigid. Suhteline sagedus, statistiline tõenäosus. Klassikaline tõenäosus. Geomeetriline tõenäosus. Sündmuste korrutis. Sõltumatute sündmuste korrutise tõenäosus. Sündmuste summa. Välistavate sündmuste summa tõenäosus. Faktoriaal. Permutatsioonid. Kombinatsioonid. Binoomkordaja. Diskreetne juhuslik suurus, selle jaotusseadus, jaotuspolügoon ja arvkarakteristikud</p>	<p><i>eristab juhuslikku, kindlat ja võimatut sündmust; selgitab sündmuse tõenäosuse mõistet ning sõltumatute sündmuste korrutise ja välistavate sündmuste summa tähendust;</i></p>	<p>Klassikalise tõenäosuse käsitlemisel lähtutakse elementaarsündmuse mõistest ning sündmuse A klassikaline tõenäosus defineeritakse soodsate elementaarsündmuste arvu <math>S</math> ja kõikide elementaarsündmuste arvu <math>k</math> suhtena <math>P(A) = \frac{S}{k}</math>. Kohe seejärel vaadeldakse võimatu, kindla ja vastandsündmuse mõistet ning sündmuse ja selle vastandsündmuse summa tõenäosust.</p> <p>Statistilise tõenäosuse käsitlemisel peaks olema arvestataval kohal Eesti Statistikaameti poolt avaldatavad nn oodatava eluea tabelid (vt. <a href="http://pub.stat.ee/px-web.2001/Database/Rahvastik/databasetree.asp">http://pub.stat.ee/px-web.2001/Database/Rahvastik/databasetree.asp</a>) ning neil põhinevad ülesanded.</p> <p>Geomeetrilise tõenäosuse käsitlemisel vaadeldagem kaht tüüpi ülesandeid (1) pindalade suhete leidmisel ja (2) ajatelje kasutamisel põhinevaid.</p>



<p>(keskväärtus, mood, mediaan, standardhälve). Üldkogum ja valim. Andmete kogumine ja nende süstematiseerimine. Statistilise andmestiku analüüsimine ühe tunnuse järgi. Normaaljaotus (kirjeldavalt). Statistilise otsustuse usaldatavus keskväärtuse usaldusvahemiku näitel. Andmetöötuse projekt, mis realiseeritakse arvutiga (soovitavalt koostöös mõne teise õppeainega).</p>		<p>Eelmisest ainekavast erinevalt piirduakse sündmustega tehtavate tehete ning vastavate tõenäosuste arvutamisel sõltumatute sündmuste korrutisega ning välistavate sündmuste summaga</p>
	<p>selgitab faktoriaali, permutatsioonide ja binoomkordaja mõistet; arvutab sündmuse tõenäosust ja rakendab seda lihtsamaid elulisi ülesandeid lahendades;</p>	<p>Permutatsioonide ja faktoriaali mõiste käsitlemisel võiks lähtuda järjestikuste, üksteisest sõltumatute valikute arvu leidmiseks kasutatavast korrutamislausest.</p> <p>Kombinatsioonide arvu valemi juurde minnakse läbi binoomkordaja käsilemise. Konkreetsete näidete vaatlemise kaudu tuletatakse valem</p> $\binom{n}{k} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-(k-1))}{k!}.$ <p>Vaid näidete põhjal võetakse ka teadmiseks, et</p> $\binom{n}{k} = C_n^k.$ <p>Eelmisest ainekavast erinevalt ei käsitleta variatsioone ja nende arvu leidmist.</p>

	<p><i>selgitab juhusliku suuruse jaotuse olemust ning juhusliku suuruse arvkarakteristikute tähendust; arvutab juhusliku suuruse jaotuse arvkarakteristikud ning teeb nendest järeldusi uuritava probleemi kohta;</i></p>	<p>Juhusliku suuruse mõiste esitatakse statistilise andmestiku esitamise ja põhiliste arvkarakteristikute käsitlemise kokkuvõttena. Sellele võiks kohe järgneda normaaljaotuse kirjeldav esitlemine. Statistika osade alateemade üks võimalik esitusjärjekord võiks olla selline:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Üldkogum ja valim.</li> <li>• Statistiline andmestik</li> <li>• Statistilise rea korrastamine, esitamine ja illustreerimine</li> <li>• Statistilise rea arvnäitajad, nende sisuline tõlgendamine (aritmeetiline keskmine, dispersioon, standardhälve, variatsioonikordaja)</li> </ul> <p>Kuigi ainekava seda ei nõua, on õpilaste üldise silmaringi laiendamiseks mõistlik vaadelda ka korrelatsioonivälja, regressioonijoonet ning lineaarse korrelatsioonikordaja mõisteid. Sellega seonduva nagu ka kogu muu statistikaainese käsitlemine tuginegu mingi tabelarvutussüsteemi (Excel, OpenOffice Calc) laialdasele rakendamisele.</p>
	<p><i>selgitab valimi ja üldkogumi mõistet ning andmete süstematiseerimise ja statistilise otsustuse usaldatavuse tähendust; leiab valimi järgi üldkogumi keskmise usalduspiirkonna</i></p>	<p>Eesti koolimatemaatika jaoks täiesti uudne pala on üldkogumi arvnäitajate tõenäosuslik hindamine valimi arvnäitajate abil (selle kohta vt täpsemalt näiteks Hiob, Kadri Matemaatiline statistika: algkursus koolidele. Tallinn: Avita, 1995). Teema käsitlemisel on vaja esitada usalduspiiride, usaldusvahemiku (usalduspiirkonna), usaldus- ja olulisusnivoo mõisted. Usaldusvahemike leidmist illustreeritakse vaid ühe näitega - üldkogumi keskmise usaldusvahemiku leidmisega. Vastav arvutuslik aparatuur esitatakse valmiskujul. Mõistlik on näidete alusel vaadelda ka usaldusvahemike ühisosade hindamisel põhinevat võimalust erinevate üldkogumite (mehed - naised; noored-vanad jne) keskmiste erinevuse hindamiseks. Rõhutame veelkord, et kogu selle ainese käsitus realiseeritakse mingi tabelarvutussüsteemi rakendades.</p>
	<p><i>kogub andmestikku ja analüüsib seda arvutil statistiliste vahenditega</i></p>	<p>Siin on eriti vajalik otsida lõimimisvõimalusi teiste ainetega (loodusteadused, ühiskonnaõpetus, kehakultuur jt)</p>

## 2.6. V kursus. Funktsioonid I

Kursuse põhiteemadeks on põhiliste elementaarfunktsioonide ja nende graafikute tundmaõppimine. Funktsioonide käsitlemise põhiliseks viisiks on nende arvutiga joonistatud graafikute lugemine. Koos eksponentfunktsiooni vaatlemisega on oluline osa liitprotsendilise muutumisega seotud majandus- ja rahandusülesannetel. Koos logaritmfunksiooni vaatlemisega käsitletakse ka arvu logaritmi põhilisi omadusi. Lahendatakse lihtsamaid eksponent ja logaritm võrrandeid

Õppesisu	Õpitulemused	Soovitusi
<p><i>Funktsioonid <math>y = ax + b</math>, <math>y = ax^2 + bx + c</math>, <math>y = \frac{a}{x}</math> (kordavalt). Funktsiooni mõiste ja üldtähis. Funktsiooni esitusviisid. Funktsiooni määramis- ja muutumiskiirkond. Paaris- ja paaritu funktsioon. Funktsiooni nullkohad, positiivsus- ja negatiivsuskiirkond. Funktsiooni kasvamine ja kahanemine. Funktsiooni ekstreemum. Funktsioonid <math>y = ax^n</math> (<math>n = 1, 2, -1, -2</math>). Arvu logaritmi mõiste. Korrutise, jagatise ja astme logaritm. Logaritmimine ja potentseerimine (mahus, mis võimaldab lahendada lihtsamaid eksponent- ja logaritm võrrandeid).</i></p>	<p><i>Kursuse lõpul õpilane:</i></p> <p><i>selgitab funktsiooni mõistet ja üldtähist ning funktsiooni käigu uurimisega seonduvaid mõisteid, pöördfunktsiooni mõistet, paaritu ja paarisfunktsiooni mõistet; skitseerib ainekavaga fikseeritud funktsioonide graafikuid (käsitsi ning arvutil); kirjeldab funktsiooni graafiku järgi funktsiooni peamisi omadusi;</i></p>	<p>Funktsioonide käsitlemist alustatakse põhikoolis õpitud lineaar- ja ruutfunktsiooni ning funktsiooni <math>y = \frac{a}{x}</math> ning nende graafikute käsitlemisest. Funktsiooni üldine mõiste kui seos <math>y = f(x)</math>, milles iga sõltumatu muutuja väärtusele <math>x</math> vastab üks kindel sõltuva muutuja väärtus <math>y</math> esitatakse eelnevas vaadeldud konkreetsete funktsioonide käsitluse laiendusena. Funktsiooni esitusviisidest vaadeldakse valemit, tabelit ja graafikut. Funktsiooni määramiskiirkonna leidmine seotakse võrratuste lahendamisega. Funktsiooni paarsust vaadeldakse vastavat omadust omavate konkreetsete funktsioonide graafikutest lähtudes kuid esitatakse ka vastavad algebralised seosed. Funktsiooni nullkohtade, positiivsus-, negatiivsus-, kasvamis- ja kahanemiskiirkondade ja ekstreemumkohtade leidmiseks kasutatakse funktsioonide valmisgraafikuid. Seal kus võimalik, leitakse vastavad punktid ja kiirkonnad ka algebraliselt, lahendades vastavaid võrrandeid ja võrratusi.</p> <p>Funktsioonidest <math>y = ax^n</math> vaadeldakse lisaks varem käsitletutele funktsioone <math>y = x^3</math> ja <math>y = \frac{1}{x^2}</math>. Nende omadusi selgitatakse valmisgraafikute põhjal.</p> <p>Eksponentfunktsioonile juurdeminek võiks toimuda liitprotsendilise muutumise käsitlemise kaudu. Kõigist eksponentfunktsioonidest pööratagu olulist tähelepanu funktsioonile <math>y = e^x</math>. Logaritmfunksiooni käsitlemise eel on mõistlik esitleda pöördfunktsiooni ja defineerida logaritmfunksioon</p>

<p><i>Pöördfunktsioon. Funktsioonid</i>  <math>y = a^x</math> ja <math>y = \log_a x</math>.  <i>Liitprotsendiline kasvamine ja kahanemine. Näiteid mudelite kohta, milles esineb <math>e^{ax}</math>.          Lihtsamad eksponent- ja logaritmivõrrandid. Mõisted <math>\arcsin m</math>, <math>\arccos m</math> ja <math>\arctan m</math>. Näiteid trigonomeetriliste põhivõrrandite lahendamise kohta.</i></p>		<p>eksponentfunktsiooni pöördfunktsioonina..</p>
	<p><i>selgitab arvu logaritmi mõistet ja selle omadusi ning logaritmi ja potentseerib lihtsamaid avaldisi; lahendab lihtsamaid eksponent- ja logaritm võrrandeid astme ning logaritmi definitsiooni vahetu rakendamise teel;</i></p>	<p>Arvu logaritmi mõiste ja korrutise, jagatise ning astme logaritmitamise reeglid võib esitada enne logaritmifunktsiooni käsitlemist. Logaritmitakse ja potentseeritakse avaldisi, milledega opereerimise oskus on vajalik vaid lihtsaid võrrandeid lahendades. Näiteks: Logaritmida järgmisi avaldisi alusel <math>a</math>, kui <math>x &gt; 0</math>, <math>y &gt; 0</math>: <math>2e^{3xy^3}</math>, kui <math>a = e</math> või Leida <math>x</math>, 1) <math>\ln x = 5\ln 2 + 3\ln t</math> 2) <math>\log 20 - \log x = \log 2</math>. Võrrandite lahendamisel võiks olla lahendatavate ülesannete keerukus ülalt piiratud näiteks võrranditega <math>\log^2 x - 5\log x - 6 = 0</math> ja <math>3^{4x+1} - 3^{2x+1} - 18 = 0</math>.</p>
	<p><i>selgitab liitprotsendilise kasvamise ja kahanemise olemust ning lahendab selle abil lihtsamaid reaalsusega seotud ülesandeid; tõlgendab reaalsuses ja teistes õppeainetes esinevaid protsentides väljendatavaid suurusi, sh laenudega seotud kulutusi ja ohte;</i></p>	<p>Liitprotsendilise muutumise, eksponent- ja logaritmivõrrandite käsitlemisel lahendatagu ohtralt rahandusülesandeid. Näiteks: Panka, milles aasta intressimäär on 3%, pandi hoiule 5000 eurot. Mitme aasta pärast ületab hoiustatud summa 6500 eurot? või 1990. aasta algul oli riigi elanike arv 100 miljonit ja rahvastiku aastane juurdekasv 1,0%, Ühe teise riigi elanike arv oli 20 miljonit ja rahvastiku iga-aastane juurdekasv 2,5%. Oletades, et selline rahvastiku juurdekasv on muutumatu, kirjeldab esimese riigi elanike arvu funktsioon <math>y = 100e^{x \ln 1,01}</math> ja teise riigi elanike arvu funktsioon <math>y = 20e^{x \ln 1,025}</math>, kus <math>x</math> on aastad ja <math>y</math> elanike arv miljonites. Mitme aasta pärast on nende riikide elanike arv võrdne?</p>
	<p><i>lahendab graafiku järgi trigonomeetrilisi põhivõrrandeid etteantud lõigul.</i></p>	<p>Mõistete <math>\arcsin m</math>, <math>\arccos m</math> ja <math>\arctan m</math> käsitlemist võib seostada vastavate trigonomeetriliste funktsioonide pöördfunktsioonide arvutil koostatud graafikute vaatlemisega. Võrrandite lahendeid etteantud lõigul leitakse üldlahenditest sobivate väärtuste väljaotsimisega. Seda tegevust saadetakse vastava, arvutil konstrueeritud joonise kasutamiseks. Lahendatavate võrrandite keerukus ei tohiks ületada näiteks järgmises ülesandes toodut: Lahendada trigonomeetiline võrrand <math>2\sin^2 x + 7\sin x = 4</math> lõigul <math>x \in [0^\circ; 360^\circ]</math>..</p>

## 2.7. VI kursus. Funktsioonid II

Kursuse põhiteemadeks on

- 1) Aritmeetiline ja geomeetriline jada
- 2) Funktsiooni tuletis ja selle kasutamine funktsiooni uurimiseks ning ekstreemumülesannete lahendamiseks.

Kursuse suurimaks eripäraks on funktsiooni tuletise mõiste käsitlemine piirväärtuse mõistet rakendamata.

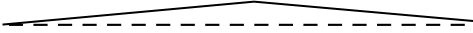
Õppesisu	Õpitulemused <i>Kursuse lõpul õpilane:</i>	Soovitusi
<p>Arvjada mõiste, jada üldliige. Aritmeetiline jada, selle üldliikme ja summa valem. Geomeetriline jada, selle üldliikme ja summa valem. Funktsiooni tuletise geomeetriline tähendus. Joone puutuja tõus, puutuja võrrand. Funktsioonide <math>y = x^n</math> (<math>n \in \mathbb{Z}</math>), <math>y = e^x</math>, <math>y = \ln x</math> tuletised. Funktsioonide summa, vahe, korrutise ja jagatise tuletised. Funktsiooni teine tuletis. Funktsiooni kasvamise ja kahanemise uurimine ning ekstreemumite leidmine tuletise abil. Lihtsamad ekstreemumülesanded.</p>	<p>selgitab arvjada ning aritmeetilise ja geomeetrilise jada mõistet; rakendab aritmeetilise ja geomeetrilise jada üldliikme ning <math>n</math> esimese liikme summa valemit, lahendades lihtsamaid elulisi ülesandeid;</p>	<p>Arvjada mõiste esitamisel piirdatakse mõnede konkreetsete jadade esitlemisega. Tuuakse sisse terminid <i>jada</i>, <i>jada liige</i>, <i>indeks</i> kui jada liikme järjekorranumber, <i>jada üldliige</i>, <i>üldliikme valem</i>. Ei käsitleta jada piirväärtust. Aritmeetilise ja geomeetrilise jada käsitlus on traditsiooniline. Esitatakse üldliikme ja summa valemid. Geomeetrilise jada summa valem võetakse kasutusele tuletamiseta. Ei käsitleta hääbuvat geomeetrilist jada.</p>
	<p>selgitab funktsiooni tuletise mõistet, funktsiooni graafiku puutuja mõistet ning funktsiooni tuletise geomeetrilist tähendust;</p>	<p>Funktsiooni tuletise vaatlemine ilma piirväärtuse ning funktsiooni muudu ja argumendi muudu esitlemiseta võiks toimuda näiteks järgmiselt: Funktsiooni tuletise mõistele juurdeminek toimub funktsiooni kasvu kiiruse vaatlemise kaudu. Alustatakse mõnede konkreetsete funktsioonide arvutiga joonestatud graafikute vaatlemisest ja nende erinevates punktides kasvamise kiiruse võrdlemisest. Viimane seotakse kohe võrreldavatesse punktidesse (arvutiga) joonestatud puutujate asendite võrdlemisega. Seejärel vaadeldakse funktsiooni kasvu antud kohal kui vastava puutuja (kui sirge) tõusu ja tõusunurka. Kohe seejärel defineeritakse tuletis antud kohal <math>x_0</math> kui <b>vastava puutuja tõus</b> (<math>f'(x_0) = k</math>). Kui klassi tase seda võimaldab ja õpetajal tahtmist on, võib funktsiooni tuletise mõisteni jõuda ka vanal tuttavalt viisil, funktsiooni ja argumendi muutude suhte ja selle piirväärtuse kaudu. Kuigi ainekava nimetab vaid funktsiooni tuletise geomeetrilist tähendust, on ainete lõimimise huvides mõistlik eraldi tähelepanu juhtida ka funktsiooni tuletise füüsikalisele tähendusele. Õpilaste üldist silmaringi laiendaks ka majandusteaduses laialdaselt kasutatava marginaalfunktsiooni</p>

		kui sisuliselt tuletisfunktsiooni mõiste lühitutvustus.
	<i>leiab ainekavaga määratud funktsioonide tuletisi; koostab funktsiooni graafiku puutuja võrrandi antud puutepunktis;</i>	Ainesisus loetletud funktsioonide tuletiste valemid ning tehetega seotud diferentseerimise reeglid saadakse funktsiooni tuletise piirväärtusel põhinevast käsitlusest loobumise tõttu esitada vaid valmiskujul. Puutuja võrrand kohal $x_0$ koostatakse puutuja kui sirge võrrandina $y - y_0 = k(x - x_0)$ .
	<i>selgitab funktsiooni kasvamise ja kahanemise seost funktsiooni tuletisega, funktsiooni ekstreemumi mõistet ning ekstreemumi leidmise eeskirja;</i>	Funktsiooni kasvamine ja kahanemine ning ekstreemumi seotakse tuletisega mingi mitme vastava piirkonnaga funktsiooni arvutil koostatud valmisgraafiku käigu vaatlemise kaudu. Ekstreemumid määratletakse kui kasvamise-kahanemise üleminekukohad ja -punktid. Tähelepanu tuleb pöörata ekstreemumkoha, ekstremaalse väärtuse ning ekstreemumpunkti eristamise oskusele. Ekstreemumi liigi algebraliseks määramiseks esitatakse ka funktsiooni teise tuletise mõiste.
	<i>leiab lihtsamate funktsioonide nullkohad, positiivsus- ja negatiivsuspiirkonnad, kasvamis- ja kahanemisvahemikud, maksimum- ja miinimumpunktid ning skitseerib nende järgi funktsiooni graafiku;</i>	Funktsiooni nullkohad ning positiivsus- ja negatiivsuspiirkonnad tulevad esile kordavas plaanis. Algebralise, võrrandite ning võrratuste lahendamisele leitud piirkondi illustreeritakse funktsiooni arvutil koostatavate
	<i>lahendab lihtsamaid ekstreemumülesandeid</i>	Kontekstiga seotud ekstreemumülesannete lahendamisel määratakse ekstreemumi liik peamiselt teise tuletise märgi abil.

## 2.8. VII kursuse. Tasandilised kujundid. Integraal.

Kursuse esimene osa mõeldud põhikoolis läbitud vastava materjali kordamiseks ja süvendamiseks. Seejuures lahendatakse ohtralt elulise sisuga, kontekstis esitatud ülesandeid. Tasandiliste kujundite vaatlemine on ühtlasi ettevalmistuseks VIII, stereomeetria kursuse käsitlemisele. Kursuse teises osas jõutakse integraali mõiste kaudu lihtsamate kõverate ja sirgetega piiratud kujundite pindalade arvutamiseni.

Õppesisu	Õpitulemused	Soovitusi
----------	--------------	-----------

	<i>Kursuse lõpul õpilane:</i>	
<i>Kolmnurgad, nelinurgad, korrapäraseid hulknurgad, ringjoon ja ring. Nende kujundite omadused, elementide vahelised seosed, ümbermõõdud ja pindalad rakendusliku sisuga ülesannetes. Algfunktsioon ja määramata integraal. Määratud integraal. Newtoni-Leibnizi valem. Kõvertrapets, selle pindala. Lihtsamate funktsioonide integreerimine. Tasandilise kujundi pindala arvutamine määratud integraali alusel. Rakendusülesanded.</i>	<i>defineerib ainekavas nimetatud geomeetrilisi kujundeid ja selgitab kujundite põhiomadusi;</i>	Kursuse teoreetilise materjali käsitlemisel pööratakse tähelepanu vaadeldavate kujundite ja kujundite klasside korrektse defineerimise küsimustele. Kujundite põhiomadustest võidakse mõned ka tõestada. Esitatakse Heroni valem kolmnurga pindala arvutamiseks. Hulknurkade pindalasid leitakse nende tükeldamisega neli- ja kolmnurkadeks.
	<i>kasutab geomeetria ja trigonomeetria mõisteid ning põhiseoseid elulisi ülesandeid lahendades;</i>	Lahendatavad ülesanded võiksid olla suunatud eelkõige funktsionaalse lugemise oskuse kujundamisele. Toome siin paar näidet niisugustest ülesannetest. 1. Ilma soojenemisel pikendab metalli soojuspaisumine raudteerööpaid. Varem jäeti pikenemise kompenseerimiseks rööbaste otste vahele väikesed vahed ning rööpad ühendati nende otste nihkumist võimaldavate eriliste ühendusplaatidega. Rööpavahed põhjustasid vagunitesse kuulduvat rataste kolksumist. Tänapäeval keevitatakse rööbaste otsad teineteise külge kinni ning rööbaste kinnitused liipritele tehakse varasemast tugevamad. Oletame, et soojenemine pikendab kahest 60 meetri pikkusest rööpast jätkatud teeosa 2 cm võrra ning tekkinud jõudude mõjul annavad rööbaste kinnitused järele ja nende omavaheline keevituskoht paindub läbi. Kui kõrgele tõuseb see paindunud keevituskoht liiprite tasapinnast?  
	<i>selgitab algfunktsiooni mõistet ja leiab määramata integraale (polünoomidest);</i>	Teema käsitlemine algab muidugi tuletise kordamisest. Algfunktsiooni mõiste juurde on kasulik jõuda läbi mingi

		<p>konkreets näite vaatlemise. Näiteks niisugune:  Veepuhastusjaamas suunatakse vesi põhiseadme remondi ajaks tagavarapaaki. Selle täitumise kiirust kirjeldab funktsioon <math>v(t) = 60t + 120</math> kus <math>t</math> on täitmise aeg (<math>0 \leq t \leq 2</math>) tundides ja <math>v(t)</math> ajaühiku, tunni jooksul lisandunud vee kogus kuupmeetrites. Täitmise algul, hetkel <math>t = 0</math> oli tagavarapaagis juba 1000 kuupmeetrit vett. Leida funktsioon <math>V(t)</math> mis kirjeldab ajahetkel <math>t</math> tagavarapaaki kogunenud vee kogust kuupmeetrites.</p> <p>Pärast niisugust juurdeminekut esitatakse algfunktsioon tähendus üldkujul. Siit jõutakse kohe määramata integraali mõiste juurde. Tuletise leidmise pöördtehtena esitatakse valem</p> $\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C$ <p>ning vaadeldakse määratud integraali omadusi <math>\int c f(x) dx = c \int f(x) dx</math> ja <math>\int (f(x) \pm g(x)) dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx</math>. Edasises lahendatavate pindalaülesannete baasi laiendamiseks võidakse vaadelda ka määramata integraali leidmist funktsioonidest <math>y = \frac{1}{x}</math>, <math>y = e^x</math>, <math>y = \sin x</math> ja <math>y = \cos x</math>.</p>
	<p><i>selgitab kõvertrapetsi mõistet ning rakendab Newtoni-Leibnizi valemit määratud integraali arvutades; arvutab määratud integraali abil tasandilise kujundi pindala.</i></p>	<p>Määratud integraali mõiste juurde jõudmiseks võidakse alustada mingi lineaarfunktsiooni <math>y = ax</math> graafiku, <math>x</math>-telje ning sirgega <math>x = a</math> määratud, I koordinaatveerandis asetseva kolmnurga pindala seostamisest vastava lineaarfunktsiooni tuletisega ning selle kaudu algfunktsiooni ja määramata integraaliga. Siit ei ole enam raske jõuda määratud integraali kui funktsiooni graafiku aluse pindala ning Newton-Leibnizi valemi juurde. Kujundite pindalade arvutamisel võiks olla üldiselt taotletavaks õpitulemuseks funktsiooni graafiku, <math>x</math>-telje ning sirgete <math>x = a</math> ja <math>x = b</math> vahelise pinnatüki pindala arvutamise oskus. Kui klassi tase seda võimaldab ning õpetajal tahtmist on, siis võiks vaadelda ka pinnatükke rajajoontega <math>y = f(x)</math>, <math>y = g(x)</math>, <math>x = a</math> ja</p>



		$x = b$ kus lõigul $[a, b]$ on $f(x) > g(x)$ .
--	--	--

## 2.9. VIII kursus. Stereomeetria (sünteesiline käsitlus)

Õppesisu	Õpitulemused <i>Kursuse lõpul õpilane:</i>	Soovitusi
<p>Ristkoordinaadid ruumis. Punkti koordinaadid. Kahe punkti vaheline kaugus. Kahe sirge vastastikused asendid ruumis. Nurk kahe sirge vahel. Sirge ja tasandi vastastikused asendid ruumis. Sirge ja tasandi vaheline nurk. Sirge ja tasandi ristseisu tunnus. Kahe tasandi vastastikused asendid ruumis. Kahe tasandi vaheline nurk. Prisma ja püramiid. Püstprisma ning korrapärasepüramiidi täispindala ja ruumala. Silinder, koonus ja kera, nende täispindala ning ruumala. Näiteid ruumiliste kujundite lõikamise kohta tasandiga. Praktilise sisuga ülesanded hulktahukate (püstprisma ja püramiidi) ning pöördkehade kohta.</p>	<p>selgitab punkti koordinaate ruumis,</p>	<p>Ruumilise ristkoordinaadistiku vaatlemise põhiliseks eesmärgiks on õpilaste matemaatilise silmaringi laiendamine. Põhitähelepanu on siin pööratud ruumilise teljestiku tasandilisele kujutamisel ning koordinaatidega antud punktide kujutamisele teljestikus.</p>
	<p>kirjeldab sirgete ja tasandite vastastikuseid asendeid ruumis, selgitab kahe sirge, sirge ja tasandi ning kahe tasandi vahelise nurga mõistet;</p>	<p>Käsitledes sirgete ja tasandite vastastikuseid asendid ruumis, hoitakse silme ees eelkõige vastavate definitsioonide ja omaduste rakendamist kehade seotud ülesannete lahendamisel. Nii on kahe tasandi vahelise nurga käsitlemise eesmärgiks anda õppijale vahend näiteks nelinurkse püramiidi külj- ja põhitahu vahelise nurga leidmiseks. Sirge ja tasandi vahelise nurga olemuse mõistmine on aga näiteks vajalik püramiidi külgserva ja põhja vahelise nurga leidmist nõudvate ülesannete juures. Ruuminurkade vaatlemisel piirdatakse kahetahulise nurgaga.</p>
	<p>selgitab ainekavas nimetatud tahk- ja pöördkehade omadusi ning nende pindala ja ruumala arvutamist; kujutab tasandil ruumilisi kujundeid ning nende lihtsamaid lõikeid tasandiga;</p>	<p>Eesmärgiks peaks siin olema kehade ja nende elementide äratundmise ja nimetamise kindla oskuse saavutamine. Tähtis on ka kehade tasandilise kujutamise, skitseerimise oskuse saavutamisele suunatud töö. Seejuures tuleb arvestada, et korralike skitside tegemine võib olla paljude õpilaste jaoks nende kaasasündinud käelise võimekuse poolt objektiivselt piiratud.</p>

	<p>arvutab ainekavas nõutud kehade pindala ja ruumala;  rakendab trigonomeetria- ja planimeetriaeadmisi lihtsamaid stereomeetriaülesandeid lahendades;  kasutab ruumilisi kujundeid kui mudeleid, lahendades tegelikkusest tulenevaid ülesandeid.</p>	<p>Käsitletavate kehade pind- ja ruumalad esitatakse kordavalt. Mõnede kehade pindalade ja ruumalade valemeid võidakse ka tuletada. Kui klassi tase seda võimaldab ja õpetajal tahtmist on, võidakse demonstreerida pöördkeha ruumala leidmist integraali abil (<math>V = \pi \int_a^b f^2(x) dx</math>). Selle alusel võiks näiteks tuletada koonuse ruumala valemi. Tahkkehade pindalade arvutamise peamiseks teeks on vastavate tahkude üksikpindalade summeerimine, mitte valmisvalemite kasutamine. Kujundite lõigetest tasandiga vaadeldakse vaid lihtsamaid: tahkkeha tippe ja/või servi läbivaid, pöördkeha telg- või ristlõikeid.</p>
--	---	--