zapis tego nowijmy

$Z(a)$
$Z(b)$

EGZAMIN Z ANALIZY NUMERYCZNEJ (L)
8 lutego 2021 r.
Pierwszy termin

Pracuj samodzielnie!!!

Imię i nazwisko: Kacper Bajkiewicz
Numer części: III Numer zadania: 2

Mamy dwie bardzo bliskie sobie liczby a,b. Weźmy ich zapis w arytmetyce zmiennopozycyjnej (konkretnie ~~ich~~ mantysy)

$j<i$ $Z(A)$ $a_0\ a_1\ a_2\ a_3\ a_4 \dots a_j\ a_{j+1} \dots a_i$ i-długość
$Z(B)$ $b_0\ b_1\ b_2 \dots \dots b_j\ b_{j+1} \dots b_j$ mantysy

Te liczby ~~a,b~~ $Z(A), Z(B)$ mają takie same cyfry aż do ~~i~~ j-tej cyfry w ~~...~~ zapisie ich mantysy. Czyli różnią się na mało znaczących pozycjach. Jeśli weźmiemy $Z(A)-Z(B)$ to otrzymamy:

$0\ 0\ 0\ 0 \dots a_j - b_j \dots a_i - b_i$ (to co jest tu dalej ~~...~~ nie znamy bo trzeba zaokrąglić $Z(A)-Z(B)$)

Teraz normalizując mantysę nowo powstałej różnicy mnożymy ją $Z(A)-Z(B)$ ~~...~~ tak, żeby zawarła się w przedziale $[\frac{1}{2}, 1)$ (liczba ta oznacza mantysę).
Mamy więc

$a_j - b_j \dots a_i - b_i\ \underbrace{0\ 00000}_{j\text{"zer" (albo jakichkolwiek liczb)}}$

I to, że ~~w~~ straciliśmy dokładność (mamy te j "zer") to utrata cyfr znaczących.

Pamiętaj o zasadach nadsyłania rozwiązań!

Występuje kiedy np. dodajemy liczby przeciwnych znaków lub odejmujemy liczby tych samych znaków, które są bardzo blisko siebie (~~ich różnica jest mała~~) ~~mają dużo~~

Scanned with CamScanner

czyli liczba ich takich samych pierwszych cyfr jest spora (a ich względne różnice mała). najbardziej znaczących

a) Utrata dla $x \to -\infty$. Wtedy $\sqrt{x^{10}+2021} \to x^5$, czyli ~~odejmuje~~ dodajemy $-x^5 \pm x^5$. ← bardzo blisko x^5

Lepszy sposób?

$$\frac{1}{x^5+\sqrt{x^{10}+2021}} - x^5+\sqrt{x^{10}+2021} \cdot \frac{x^5-\sqrt{x^{10}+2021}}{x^5-\sqrt{x^{10}+2021}} =$$

$$\frac{x^{10}-x^{10}+2021}{\underbrace{x^5-\sqrt{x^{10}+2021}}_{\text{tu odejmujemy dwie liczby tych samych znaków czyli git}}} = \frac{2021}{x^5-\sqrt{x^{10}+2021}}$$

WIĘC DLA ~~$x \to \infty$~~ BARDZO MAŁEGO (W SENSIE $x \to \infty$) ZADZIAŁA TEN NOWY WZÓR

b) Utrata dla $x \approx 0$, bo wtedy $\sin x \approx x$ czyli mamy $\underset{\text{około } x}{x} - x$.

Lepszy sposób? Szereg Maclaurina!

$$\sin x = x - x^3\cdot\frac{1}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \ldots$$

Zatem to, co chcemy policzyć ma postać:

$$x^{-3}(\sin x - x) = x^{-3}\left(x - x^3\cdot\frac{1}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \ldots - x\right) =$$

$$x^{-3}\left(-\frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \ldots\right) = -\frac{1}{3!} + \frac{x^2}{5!} - \frac{x^4}{7!} + \frac{x^6}{8!} - \ldots$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty}\left((-1)^{n+1}\cdot\frac{x^{2n}}{(2n+3)!}\right)$$ ← wystarczy policzyć sumę tego szeregu

Pamiętaj o zasadach nadsyłania rozwiązań!

Scanned with CamScanner