

Pracuj samodzielnie!!!

Imię i nazwisko: Kasper Pajkiewicz  
Numer części: II Numer zadania: 3

Mamy układ  $Ax=b$ . Wtedy, rozkładając  $A$  na dwie macierze trójkątne:  $L$  (dolną) i  $U$  (górną) mamy.

$$Ax=b \rightarrow L \underset{y}{U}x=b \rightarrow Ly=b \leftarrow \text{a to już jest układ trójkątny czyli łatwy do rozwiązania}$$

Stukamy rozkładu  $LU$ .  
Ze wzoru albo możemy  $L$  przez  $U \cdot A$

$$\begin{cases} u_{ij} = a_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} l_{ik} u_{kj}, & j \in \{1, \dots, n\} \\ l_{ij} = \frac{1}{u_{ii}} \left( a_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} l_{ik} u_{ki} \right) \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 8 \\ 4 & 1 & 3 & 17 \\ 6 & 5 & 8 & 30 \\ 8 & 6 & 17 & 46 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 & 0 \\ l_{31} & l_{32} & 1 & 0 \\ l_{41} & l_{42} & l_{43} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & u_{14} \\ 0 & u_{22} & u_{23} & u_{24} \\ 0 & 0 & u_{33} & u_{34} \\ 0 & 0 & 0 & u_{44} \end{bmatrix}$$

Wyznaczymy raz wiersze  $U$ , raz kolumny  $L$ .

$$u_{12}=0.$$

$$u_{11}=2 \Rightarrow a_{11}=2 \cdot u_{11} \Rightarrow u_{11}=2 \quad u_{12}=0=1 \cdot u_{12}+0 \cdot u_{22}+0+0.$$

$$u_{13}=1 \Rightarrow a_{13}=1=1 \cdot u_{13}+0 \cdot u_{23}+0 \cdot u_{33}+0=1. \quad u_{14}=8$$

$$l_{21}=a_{21}-u_{11}=4-2=2 \quad l_{31}=a_{31}-u_{11}=6-2=4 \quad l_{41}=a_{41}-u_{11}=8-2=6$$

$$a_{22}=1 \Rightarrow l_{21} \cdot u_{11} + u_{22} = 1 \Rightarrow 2 \cdot 2 + u_{22} = 1 \Rightarrow u_{22} = -3$$

$$a_{31}=6 \Rightarrow l_{31} \cdot u_{11} = 6 \Rightarrow 4 \cdot 2 = 8 \neq 6 \quad a_{32}=5 \Rightarrow l_{31} \cdot u_{11} + l_{32} \cdot u_{22} = 5 \Rightarrow 4 \cdot 2 + l_{32} \cdot (-3) = 5 \Rightarrow l_{32} = -1$$

$$a_{41}=8 \Rightarrow l_{41} \cdot u_{11} = 8 \Rightarrow 6 \cdot 2 = 12 \neq 8 \quad a_{42}=6 \Rightarrow l_{41} \cdot u_{11} + l_{42} \cdot u_{22} = 6 \Rightarrow 6 \cdot 2 + l_{42} \cdot (-3) = 6 \Rightarrow l_{42} = -2$$

$$L \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & -1 & 1 & 0 \\ 6 & -2 & -1 & 1 \end{bmatrix} U \rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 8 \\ 0 & -3 & 0 & 17 \\ 0 & 0 & 1 & 30 \\ 0 & 0 & 0 & 46 \end{bmatrix}$$

$$a_{22} = l_{21} \cdot v_{12} + l_{22}^1 \cdot v_{22} + 0 + 0 = 2 \cdot 0 + 1 \cdot v_{22} \rightarrow v_{22} = 1$$

$$a_{23} = l_{31} \cdot v_{13} + l_{32} \cdot v_{23} + l_{33}^1$$

$$a_{23} = a_{23} - \sum_{k=1}^1 l_{2k} \cdot v_k$$

$$a_{23}^{13} = l_{21}^2 \cdot v_{13}^3 + 1 \cdot v_{23} \rightarrow v_{23} = -3$$

$$a_{33} \text{ and } a_{24}^{14} = l_{21} \cdot 8 + v_{24} \rightarrow v_{24} = -8$$

Druga kolumna L

$$l_{32}^5$$

$$a_{32}^{15} = 3 \cdot 0 + l_{32}^1 \cdot v_{22}^1$$

$$v_{22} = 5 \quad l_{32} = 5$$

$$L \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 5 & 1 & 0 \\ 4 & l_{42}^6 & l_{43}^1 & 1 \end{bmatrix} \quad U \rightarrow \begin{bmatrix} 24 & 1 & 8 \\ 1 & -3 & -8 \\ & v_{33} & v_{34} \\ & & v_{44} \end{bmatrix}$$

$$\text{Wzrost } a_{33} = 3 \cdot 1 + 5 \cdot (-3) + 1 \cdot v_{33} \Rightarrow 8 = 3 - 15 + v_{33} \Rightarrow v_{33} = 21$$

$$a_{34}^{18} = 30 = 3 \cdot 8 + 5 \cdot (-8) + 1 \cdot v_{34} + 0 \cdot v_{44} \Rightarrow 30 = 24 - 40 + v_{34} \Rightarrow v_{34} = -48$$

$$a_{42}^{16} = 8 \text{ and } 4 \cdot 0 + l_{42} \cdot 1 \quad l_{42} = 6. \quad l_{43} = ? ??$$

Jak już będziemy wyznaczyli L i pomnożyli  $U \cdot x = y$   
to dostajemy układ

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 5 & 1 & 0 \\ 4 & 6 & l_{43} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix}$$

$$\text{mamy} \\ \downarrow \\ y_1 = b_1 \\ \vdots$$

dobrze  
rozwiązane  
rozwiązane

Pamiętaj o zasadach nadstawiania rozwiązań!