

# Jogos cooperativos na gestão da cadeia de suprimentos

João B. G. Brito, *Esp.*  
[jbgb@uol.com.br](mailto:jbgb@uol.com.br)

Michel J. Anzanello, *Phd*  
[michel.anzanello@gmail.com](mailto:michel.anzanello@gmail.com)

6 de abril de 2016

## Resumo

No ambiente de uma cadeia de suprimentos (CS) as decisões de cada organização tendem a refletir nos seus elos. A análise destas interações é importante para avaliar a colaboração entre seus membros, sugerir acordos e buscar o equilíbrio mais rentável. Para explorar problemas desta espécie propomos o emprego da teoria dos jogos cooperativos (TJC) com um algoritmo que maximiza a satisfação dos insatisfeitos (*nucleolus*) e outro que pondera a participação nos custos de cada parceiro (*Shapley value*). Para execução, iniciamos com a apreciação dos conceitos da TJC relacionando com a GCS, para então explorar o raciocínio de cada lógica e discutir a comparação deles. Como resultados, encontramos (**adicionar os resultados**). Concluimos que o *nucleolus* e *Shapley value* tem potencial de instrumentar apoio na definição de diretrizes da GCS pois seu emprego oferece recursos para racionalizar o potencial dos relacionamentos, estratégias conflitantes e colaborativas.

**Palavras-chave:** Teoria dos jogos cooperativos. Gestão da cadeia de suprimentos. Nucleolus. Shapley value.

## Introdução

Seguem referências para adicionar:

- Social choice and individual values ([FIGUEIREDO, 1994](#))
- Geometric Properties of the Kernel, Nucleolus, and Related Solution Concepts ([MASCHLER et al., 1979](#))
- Theory of games and economic behavior ([NEUMANN; MORGENSTERN, 1947](#))
- Aplicação de Teoria de Jogos à Alocação de Capacidade Firme em um Sistema Térmico ([AYALA, 2008](#))
- Game Theory in Supply Chain Analysis ([CACHON; NETESSINE, 2004](#))

- Aircraft Landing Fees: A Game Theory Approach ([LITTLECHILD; THOMPSON, 1977](#))
- Teoria dos Jogos Cooperativos: Conceitos Fundamentais ([MOREIRA, 2002](#))
- Teoria Dos Jogos ([FIANI, 2006](#))
- Supply Chain Games: Operations Management and Risk Valuation ([KOGAN; TAPIERO, 2007](#))
- Value Solutions in Cooperative Games ([MCCAIN, 2013](#))
- The Shapley value: essays in honor of Lloyd S. Shapley ([ROTH, 1988](#))
- Social choice and individual values ([ARROW, 2012](#))
- Lloyd Shapley's Matching and Game Theory ([SERRANO, 2013](#))
- Cooperation: Game-Theoretic Approaches ([HART; MAS-COLELL, 2012](#))
- Cooperative Games, Solutions and Applications ([DRIESSEN, 2013](#))
- Collective Rationality: Equilibrium in Cooperative Games ([WEIRICH, 2009](#))
- Introduction to the Theory of Cooperative Games ([PELEG; SUDHÖLTER, 2007](#))
- Cooperative Game Theory and Applications: Cooperative Games Arising from Combinatorial Optimization Problems ([CURIEL, 1997](#))
- Bayesian learning in negotiation ([ZENG; SYCARA, 1998](#))
- Towards a theory of supply chain management: the constructs and measurements ([CHEN; PAULRAJ, 2004](#))
- Quantitative Methods in Supply Chain Management: Models and Algorithms ([CHRISTOU, 2012](#))
- Cooperation in an HMMS-type supply chain: A management application of cooperative game theory= Kooperáció egy HMMS-típusú ellátási láncban: A kooperatív játékelmélet egy menedzsment alkalmazása ([DOBOS; PINTÉR, 2010](#))
- On axiomatizations of the Shapley value for assignment games ([BRINK; PINTÉR, 2015](#))
- Linearity of unrestrictedly transferable utilities ([AUMANN, 1960](#))
- Game theoretic analysis of a bankruptcy problem from the Talmud ([AUMANN; MASCHLER, 1985](#))
- A Way to Play Claims Problems (??)
- Common mistakes in computing the nucleolus ([GUAJARDO; JÖRNSTEN, 2015](#))
-

## 1 Teoria dos jogos cooperativos na cadeia de suprimentos

A chave da cooperação entre empresas está em conseguir a unidade de motivação pelo alinhamento de incentivos (CAO; ZHANG, 2012). Uma cadeia de suprimentos é beneficiada pela colaboração entre seus membros, que pode ocorrer pelo compartilhamento de informações, conhecimentos, custos, riscos e recompensas. Mesmo que as organizações constituam unidades autônomas, temos uma sequência ou rede de relações interdependentes que pode promover alianças estratégicas (CHEN; PAULRAJ, 2004). Em geral, a cooperação vem ganhando cada vez mais importância, principalmente em redes de alta complexidade (DRECHSEL, 2010) onde as decisões de cada um dos membros (agentes) afeta nas decisões dos demais e o acordo entre os agentes é a base da cooperação (YOUNG, 1994).

Estudos sobre a aplicação da teoria dos jogos cooperativos no gerenciamento da cadeia de suprimentos abordam como principal questão o gerenciamento harmonioso das decisões entre os elos da cadeia (DOBOS; PINTO, 2010). O pressuposto está na existência de uma estrutura comum entre os agentes de uma cadeia e que o ganho ou custo seja compartilhado seguindo critérios de distribuição (axiomas) (BEZERRA et al., 2009).

### 1.1 Cálculo de um jogo cooperativo

Alguns conceitos são necessários para desenvolvimento da teoria dos jogos cooperativos.

$$\{x \in \mathbb{R}^n \mid f(x, S) \leq c(S), \forall S \subseteq N\} \quad (1)$$

## 2 Shapley value

Shapley axiomas para  $\varphi(v)$

1. Eficiência:  $\sum_{i \in N} \varphi_i(v) = v(N)$
2. Simetria: Se  $i$  e  $j$  são tal que  $v(S \cup \{i\}) = v(S \cup \{j\})$  para cada coalisão  $S$  não contenha  $i$  e  $j$ , então  $\varphi_i(v) = \varphi_j(v)$
- 3.

Sendo  $\forall S \neq \emptyset$  e  $S \subset N$

$$\varphi_i = \sum_{S \subset N} \frac{(|S| - 1)!(n - |S|)!}{n!} [v(S) - v(S - i)] \quad (2)$$

Definição do jogo começa pela apuração dos vetores de custo.

Temos então:

$$\begin{array}{llll} v(\emptyset) = 0 & v(1) = 5 & v(1, 2) = 10 & v(1, 2, 3) = 14 \\ v(N) = 14 & v(2) = 8 & v(1, 3) = 10 & \\ & v(3) = 5 & v(2, 3) = 10 & \end{array}$$

Para  $i = 1$ .

$$x_{[1]} = \frac{0!2!}{3!}(c(\{1\}) - c(\emptyset)) + \frac{1!1!}{3!}(c(\{1, 2\}) - c(\{2\})) + \frac{1!1!}{3!}(c(\{1, 3\}) - c(\{3\})) + \frac{2!0!}{3!}(c(\{1, 2, 3\}) - c(\{2, 3\})) \quad (3a)$$

DRAFT VERSION

$\therefore$

$$x_{[1]} = \frac{2}{6}(c(\{5-0\}) + \frac{1}{6}(c(\{10-8\}) + \frac{1}{6}(c(\{10-5\}) + \frac{2}{6}(c(\{14-10\})) \quad (3b)$$

$\therefore$

$$x_{[1]} = \frac{25}{6} \cong 4, 1667 \quad (3c)$$

Para  $i = 2$ .

$$x_{[2]} = \frac{0!2!}{3!}(c(\{2\}) - c(\emptyset)) + \frac{1!1!}{3!}(c(\{1, 2\}) - c(\{1\}) + \frac{1!1!}{3!}(c(\{2, 3\}) - c(\{3\}) + \frac{2!0!}{3!}(c(\{1, 2, 3\}) - c(\{1, 3\})) \quad (4a)$$

$\therefore$

$$x_{[2]} = \frac{2}{6}(c(\{8-0\}) + \frac{1}{6}(c(\{10-5\}) + \frac{1}{6}(c(\{10-5\}) + \frac{2}{6}(c(\{14-10\})) \quad (4b)$$

$\therefore$

$$x_{[2]} = \frac{34}{6} \cong 5, 6667 \quad (4c)$$

Para  $i = 3$ .

$$x_{[3]} = \frac{0!2!}{3!}(c(\{3\}) - c(\emptyset)) + \frac{1!1!}{3!}(c(\{1, 3\}) - c(\{1\}) + \frac{1!1!}{3!}(c(\{2, 3\}) - c(\{2\}) + \frac{2!0!}{3!}(c(\{1, 2, 3\}) - c(\{1, 2\})) \quad (5a)$$

$\therefore$

$$x_{[3]} = \frac{2}{6}(c(\{5-0\}) + \frac{1}{6}(c(\{10-5\}) + \frac{1}{6}(c(\{10-8\}) + \frac{2}{6}(c(\{14-10\})) \quad (5b)$$

$\therefore$

$$x_{[3]} = \frac{25}{6} \cong 4, 1667 \quad (5c)$$

A soluo para o vetor  $x$   :

$$x = \left( \frac{25}{6}; \frac{34}{6}; \frac{25}{6} \right) \quad (6)$$

$\therefore$

$$x \cong (4, 1667; 5, 6667; 4, 1667) \quad (7)$$

Onde:

$$x = \left( \frac{25}{6} + \frac{34}{6} + \frac{25}{6} \right) \quad (8)$$

$\therefore$

$$\sum_{i=1}^3 x_i = 14 = c(N) \quad (9)$$

```

# Carrega pacotes de trabalho
library(GameTheory)
library(ggplot2)
library(scales)
# Define os custos de coalisoas
coalisoasAgentes <- c(5, 8, 5, 10, 10, 10, 14)

# Nomes dos agentes/jogadores
nomesAgentes <- c("[1] Sapiranga","[2] Porto Alegre","[3] Campo Bom")

# Define jogo com tres jogadores/agentes
definicaoJogo <- DefineGame(3, coalisoasAgentes)

# Demonstra as coalisoas e respectivos custos
summary(definicaoJogo)

##
## Characteristic form of the game
##
## Number of agents: 3
##
## Coaliton Value(s)
##
##      v(i)
## 1      5
## 2      8
## 3      5
## 12     10
## 13     10
## 23     10
## 123    14

# Calcula o Shapley Value
shapleyValue <- ShapleyValue(x = definicaoJogo, Names = nomesAgentes)
# Guarda o resultado
valorShapley <- summary(shapleyValue)

##
## Shapley Value for the given game
##
##              Shapley Value
## [1] Sapiranga      4.166667
## [2] Porto Alegre   5.666667
## [3] Campo Bom      4.166667

```

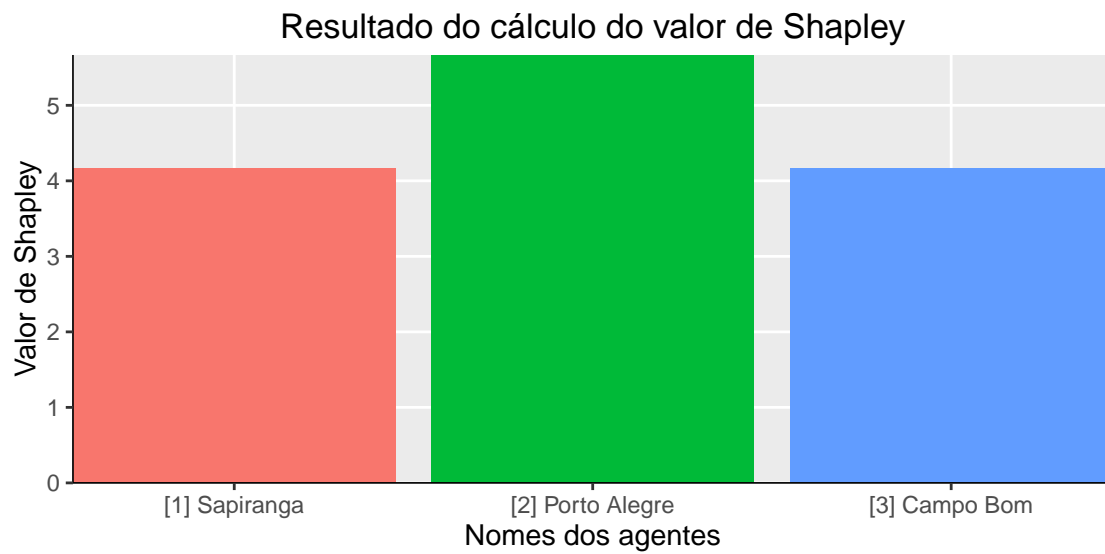


Figura 1 – Cálculo do valor de Shapley

## 2.1 Conceito

teste

## 2.2 Aplicação

## 2.3 Resultados

# 3 *Nucleolus*

## 3.1 Conceito

## 3.2 Aplicação

## 3.3 Resultados

# 4 Análise comparativa

# Conclusão

# Referências

ARROW, K. J. *Social choice and individual values*. [S.l.]: Yale university press, 2012. v. 12.

AUMANN, R. J. Linearity of unrestrictedly transferable utilities. *Naval Research Logistics (NRL)*, John Wiley and Sons, v. 7, 1960.

AUMANN, R. J.; MASCHLER, M. Game theoretic analysis of a bankruptcy problem from the talmud. *Journal of Economic Theory*, Elsevier Science, v. 36, 1985.

AYALA, G. A. A. *Aplicação de Teoria de Jogos à Alocação de Capacidade Firme em um Sistema Térmico*. Dissertação (Mestrado) — Pontífice Universidade Católica do Rio de Janeiro - PUC-Rio, 04 2008. Disponível em: <[http://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/12366/12366\\_1.PDF](http://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/12366/12366_1.PDF)>.

BEZERRA, F. A.; GRANDE, J. F.; SILVA, A. J. da. Análise e caracterização de modelos de custos que utilizam o valor de shapley para alocação de custos entre departamentos. *Gestão & Produção*, SciELO - Scientific Electronic Library Online, São Paulo, Brasil, v. 16, p. 74–84, 03 2009. ISSN 0104-530X. Disponível em: <[http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0104-530X2009000100008&nrm=iso](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0104-530X2009000100008&nrm=iso)>.

BRINK, R. van den; PINTÉR, M. On axiomatizations of the shapley value for assignment games. *Journal of Mathematical Economics*, v. 60, p. 110–114, 10 2015. ISSN 0304-4068.

CACHON, G. P.; NETESSINE, S. Handbook of quantitative supply chain analysis: Modeling in the e-business era. In: \_\_\_\_\_. Boston, MA: Springer US, 2004. cap. Game Theory in Supply Chain Analysis, p. 13–65. ISBN 978-1-4020-7953-5. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4020-7953-5\\_2](http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4020-7953-5_2)>.

CAO, M.; ZHANG, Q. *Supply Chain Collaboration: Roles of Interorganizational Systems, Trust, and Collaborative Culture*. [S.l.]: Springer London, 2012. ISBN 9781447145905.

CHEN, I. J.; PAULRAJ, A. Towards a theory of supply chain management: the constructs and measurements. *Journal of Operations Management*, Elsevier Science, v. 22, 2004.

CHRISTOU, I. T. *Quantitative Methods in Supply Chain Management: Models and Algorithms*. New York, USA: Springer London Dordrecht Heidelberg, 2012. ISBN 9780857297662.

CURIEL, I. *Cooperative Game Theory and Applications: Cooperative Games Arising from Combinatorial Optimization Problems*. [S.l.]: Springer Science+Business Media Dordrecht, 1997. v. 16. ISBN 9781475748710.

DOBOS, I.; PINTÉR, M. Cooperation in an hmms-type supply chain: A management application of cooperative game theory= kooperáció egy hmms-típusú ellátási láncban: A kooperatív játékelmélet egy menedzsment alkalmazása. Vállalatgazdaságtan Intézet, 2010.

DOBOS, I.; PINTÉR, M. Cooperation in supply chains: A cooperative game theoretic analysis. Budapest, Hungary, 09 2010. ISSN 1786–3031.

DRECHSEL, J. *Cooperative Lot Sizing Games in Supply Chains*. Springer Berlin Heidelberg, 2010. ISBN 9783642137259. Disponível em: <<http://www.springer.com/us/book/9783642137242>>.

DRIESSEN, T. S. H. *Cooperative Games, Solutions and Applications*. [S.l.]: Springer Netherlands, 2013. ISBN 9789401577878.

FIANI, R. *Teoria Dos Jogos*. [S.l.]: Elsevier Brasil, 2006. ISBN 9788535220735.

FIGUEIREDO, R. S. Teoria dos jogos: conceitos, formalização matemática e aplicação à distribuição de custo conjunto. *Gestão & Produção*, SciELO - Scientific Electronic Library Online, São Paulo, Brasil, v. 1, p. 273–289, 12 1994. ISSN 0104-530X. Disponível em: <[http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0104-530X1994000300005&nrm=iso](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0104-530X1994000300005&nrm=iso)>.

GUAJARDO, M.; JÖRNSTEN, K. Common mistakes in computing the nucleolus. *European Journal of Operational Research*, Elsevier Science, v. 241, 03 2015.

HART, S.; MAS-COLELL, A. *Cooperation: Game-Theoretic Approaches*. [S.l.]: Springer Berlin Heidelberg, 2012. ISBN 9783642604546.

KOGAN, K.; TAPIERO, C. S. *Supply Chain Games: Operations Management and Risk Valuation*. Springer US, 2007. ISBN 9780387727769. Disponível em: <http://www.springer.com/us/book/9780387727752>.

LITTLECHILD, S. C.; THOMPSON, G. F. Aircraft landing fees: A game theory approach. *The Bell Journal of Economics*, The RAND Corporation, v. 8, 1977.

MASCHLER, M.; PELEG, B.; SHAPLEY, L. Geometric properties of the kernel, nucleolus, and related solution concepts. *Mathematics of Operations Research*, INFORMS, v. 4, 11 1979.

MCCAIN, R. A. *Value Solutions in Cooperative Games*. [S.l.]: World Scientific Publishing Company, 2013. ISBN 9789814417402.

MOREIRA, R. C. Teoria dos jogos cooperativos: Conceitos fundamentais. In: *Simpósio brasileiro de pesquisa operacional - SBPO*. Instituto Militar de Engenharia - IME, 2002. Mini-Curso B. Disponível em: <http://ws2.din.uem.br/~ademir/sbpo/sbpo2002/minic/minic00.htm>.

NEUMANN, J. von; MORGENSTERN, O. *Theory of Games and Economic Behavior*. [S.l.]: Princeton University Press, 1947.

PELEG, B.; SUDHÖLTER, P. *Introduction to the Theory of Cooperative Games*. [S.l.]: Springer Berlin Heidelberg, 2007. ISBN 9783540729457.

ROTH, A. E. *The Shapley value: essays in honor of Lloyd S. Shapley*. New York, USA: Cambridge University Press, 1988. ISBN 9780521361774.

SERRANO, R. Lloyd shapley's matching and game theory. *The Scandinavian Journal of Economics*, Wiley Online Library, v. 115, n. 3, p. 599–618, 2013.

WEIRICH, P. *Collective Rationality: Equilibrium in Cooperative Games*. [S.l.]: Oxford University Press, 2009. ISBN 9780199741458.

YOUNG, H. P. Cost allocation. In: \_\_\_\_\_. *Handbook of Game Theory with Economic Applications*. Amsterdam, Holanda: Elsevier North Holland, 1994. v. 2, cap. Equitable core solutions. ISBN 9780444894274.

ZENG, D.; SYCARA, K. Bayesian learning in negotiation. *International Journal of Human-Computer Studies*, Elsevier Science, v. 48, n. 1, p. 125–141, 1998.