

# Tugas Fisika Komputasi

Bayu Aditya - 1606822390

2 Mei 2018

## 1 Bab 27 Nomor 4

### 1.1 Soal

Terdapat sebuah persamaan diferensial orde dua linear yang ditulis :

$$7\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} - y = -x \quad (1.1)$$

dengan kondisi batas  $y(0) = 5$  dan  $y(20) = 8$ . Tentukan solusi dari persamaan diferensial tersebut.

### 1.2 Jawaban

Dengan menggunakan metode beda hingga *finite different*, maka akan didapat :

$$\begin{aligned} \frac{d^2y}{dx^2} &= \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{h^2} \\ \frac{dy}{dx} &= \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h} \end{aligned}$$

kedua persamaan tersebut disubstitusikan ke dalam (1.1) sehingga akan menjadi

$$\begin{aligned} 7\left(\frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{h^2}\right) - 2\left(\frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h}\right) - y_i + x_i &= 0 \\ y_{i+1}(7 - h) + y_i(-14 - h^2) + y_{i-1}(7 + h) &= -x_i h^2 \end{aligned} \quad (1.2)$$

Persamaan (1.2) apabila dikerjakan untuk  $i$  dari 1 hingga 9 dengan  $y_0 = 5$  dan  $y_{10} = 8$  maka akan dibentuk persamaan :

$$\begin{aligned} y_2(7 - h) + y_1(-14 - h^2) &= -x_1 h^2 - y_0(7 + h) & (i=1) \\ y_3(7 - h) + y_2(-14 - h^2) + y_1(7 + h) &= -x_2 h^2 & (i=2) \\ y_4(7 - h) + y_3(-14 - h^2) + y_2(7 + h) &= -x_3 h^2 & (i=3) \\ y_5(7 - h) + y_4(-14 - h^2) + y_3(7 + h) &= -x_4 h^2 & (i=4) \\ y_6(7 - h) + y_5(-14 - h^2) + y_4(7 + h) &= -x_5 h^2 & (i=5) \\ y_7(7 - h) + y_6(-14 - h^2) + y_5(7 + h) &= -x_6 h^2 & (i=6) \\ y_8(7 - h) + y_7(-14 - h^2) + y_6(7 + h) &= -x_7 h^2 & (i=7) \\ y_9(7 - h) + y_8(-14 - h^2) + y_7(7 + h) &= -x_8 h^2 & (i=8) \\ y_9(-14 - h^2) + y_8(7 + h) &= -x_9 h^2 - y_{10}(7 - h) & (i=9) \end{aligned}$$

Dengan mendefinisikan  $a = (7 + h)$ ,  $b = (-14 - h^2)$ , dan  $c = (7 - h)$  maka kesembilan persamaan tersebut dapat dibentuk matriks :

$$\begin{bmatrix} b & c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a & b & c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & b & c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & b & c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & b & c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a & b & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a & b & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a & b & c \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \\ y_7 \\ y_8 \\ y_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x_1 h^2 - y_0(7 + h) \\ -x_2 h^2 \\ -x_3 h^2 \\ -x_4 h^2 \\ -x_5 h^2 \\ -x_6 h^2 \\ -x_7 h^2 \\ -x_8 h^2 \\ -x_9 h^2 - y_{10}(7 - h) \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

Matriks tersebut dapat diselesaikan secara numerik, dalam kasus ini diselesaikan dengan menggunakan bahasa pemrograman Python versi 3 yang berbentuk

```
1 """
2         BAB 27 NOMOR 4
3         Bayu Aditya - 1606922390
4     """
5 import matplotlib.pyplot as plt
6 import numpy as np
7 from bayu_algebra import gaussPivot
8
9 n = 9
10 h = 20/(n+1)
11 x = np.arange(0,20+h,h)
12
13 # Matriks A
14 A = np.zeros([n,n])
15 for i in range(0,n):
16     for j in range(0,n):
17         if (i == j):
18             A[i,j] = -14. - h**2      # Nilai elemen diagonal
19             if ((j-1) >= 0):
20                 A[i,j-1] = 7 + h      # Nilai elemen diagonal kiri
21             if ((j+1) <= n-1):
22                 A[i,j+1] = 7 - h      # Nilai elemen diagonal kanan
23 print("Matriks A adalah \n",A,"\n")
24
25 # Matriks B
26 B = []
27 for i in range(0,n):
28     B.append(-x[i+1]*h**2)
29 B[0] = -x[1]*h**2 - 5*(7+h)          # mengganti baris awal matriks B
30 B[n-1] = -x[n]*h**2 - 8*(7-h)        # mengganti baris terakhir matriks B
31 print("Matriks B adalah \n",B,"\n")
32
33 # Matriks C
34 C = gaussPivot(A,B)
35 for i in range(1,n+1):
36     print("nilai dari y_{:d} adalah {:.7f}".format(i,C[i-1]))
37
38 C.insert(0,5.) ; C.append(8.)
39 plt.plot(x,C) ; plt.title("Grafik Soal 27.4")
40 plt.xlabel('Waktu (sec)') ; plt.ylabel('$y(x)$')
41 plt.grid(True) ; plt.show()
```

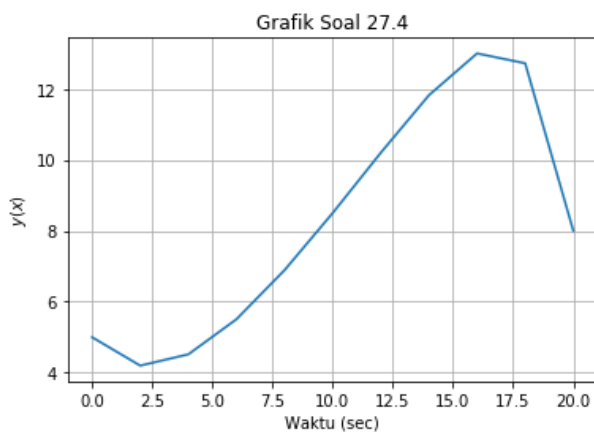
Apabila script tersebut dijalankan, maka pada terminal IPython akan menghasilkan :

Gambar 1: *hasil running dari script Python3*

```
[Mathematics and Natural Science S1] UI/Semester 4/Fisika Komputasi/
Core/soal_bab_27_no_4.py', wdir='C:/Users/Bayu Aditya/Documents/
Fisika [Mathematics and Natural Science S1] UI/Semester 4/Fisika
Komputasi/Core')
Reloaded modules: bayu_algebra, swap, error
Matriks A adalah
[[-18.  5.  0.  0.  0.  0.  0.  0.  0.]
 [ 9. -18.  5.  0.  0.  0.  0.  0.  0.]
 [ 0.  9. -18.  5.  0.  0.  0.  0.  0.]
 [ 0.  0.  9. -18.  5.  0.  0.  0.  0.]
 [ 0.  0.  0.  9. -18.  5.  0.  0.  0.]
 [ 0.  0.  0.  0.  9. -18.  5.  0.  0.]
 [ 0.  0.  0.  0.  0.  9. -18.  5.  0.]
 [ 0.  0.  0.  0.  0.  0.  9. -18.  5.]
 [ 0.  0.  0.  0.  0.  0.  0.  9. -18.]]

Matriks B adalah
[-53.0, -16.0, -24.0, -32.0, -40.0, -48.0, -56.0, -64.0, -112.0]

nilai dari y_1 adalah 4.199592
nilai dari y_2 adalah 4.518531
nilai dari y_3 adalah 5.507445
nilai dari y_4 adalah 6.893447
nilai dari y_5 adalah 8.503007
nilai dari y_6 adalah 10.202621
nilai dari y_7 adalah 11.824022
nilai dari y_8 adalah 13.001762
nilai dari y_9 adalah 12.723103
```



## 2 Bab 27 Nomor 24

### 2.1 Soal

Terdapat sebuah persamaan diferensial orde dua non linear yang ditulis :

$$\frac{d^2T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} + S = 0 \quad (2.1)$$

dengan kondisi batas  $T(r = 1) = 1$  dan  $\left. \frac{dT}{dr} \right|_{r=0} = 0$  maka tentukan suhu terhadap jari-jari ( $r$ ) dengan rentang  $r$  dari 0 sampai 1.

### 2.2 Jawaban

Dengan metode beda hingga untuk titik tengah *centered* yang diimplementasikan pada persamaan (2.1) maka akan didapat

$$\left(1 - \frac{\lambda}{r_i}\right) T_{i-1} - 2T_i + \left(1 + \frac{\lambda}{r_i}\right) T_{i+1} = -sh^2 \quad (2.2)$$

dengan mendefinisikan  $h \equiv r_i - r_{i-1}$  dan  $\lambda \equiv \frac{h}{2}$  maka untuk data dari 1 sampai 9 akan didapat

$$\left(1 - \frac{\lambda}{r_1}\right) T_0 - 2T_1 + \left(1 + \frac{\lambda}{r_1}\right) T_2 = -sh^2 \quad (i=1)$$

$$\left(1 - \frac{\lambda}{r_2}\right) T_1 - 2T_2 + \left(1 + \frac{\lambda}{r_2}\right) T_3 = -sh^2 \quad (i=2)$$

:

:

$$\left(1 - \frac{\lambda}{r_7}\right) T_7 - 2T_8 + \left(1 + \frac{\lambda}{r_7}\right) T_9 = -sh^2 \quad (i=8)$$

$$\left(1 - \frac{\lambda}{r_8}\right) T_8 - 2T_9 = -sh^2 - \left(1 + \frac{\lambda}{r_9}\right) T_{10} \quad (i=9)$$

dengan nilai  $T_{10} = 1$ . Sedangkan untuk data  $i = 0$  maka harus menggunakan titik maju *forward* dan memasukkan kondisi batas akan didapatkan

$$-3T_0 + 4T_1 - T_2 = 0 \quad (i=0)$$

dengan mendefinisikan variabel :

$$a_i \equiv \left(1 - \frac{\lambda}{r_i}\right) \quad (2.3)$$

$$b_i \equiv \left(1 + \frac{\lambda}{r_i}\right) \quad (2.4)$$

maka kesembilan persamaan tersebut dapat dibentuk matriks :

$$\begin{bmatrix} -3 & 4 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_1 & -2 & b_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & -2 & b_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 & -2 & b_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_4 & -2 & b_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_5 & -2 & b_5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_6 & -2 & b_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_7 & -2 & b_7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_8 & -2 & b_8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_9 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_0 \\ T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \\ T_7 \\ T_8 \\ T_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -sh^2 \\ -sh^2 \\ -sh^2 \\ -sh^2 \\ -sh^2 \\ -sh^2 \\ -sh^2 \\ -sh^2 \\ -sh^2 - b_9 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Matriks tersebut dapat diselesaikan secara numerik, dalam kasus ini diselesaikan dengan menggunakan bahasa pemrograman Pyhon versi 3 yang berbentuk

```

1  """
2      BAB 27 NOMOR 24
3      Bayu Aditya - 1606922390
4  """
5  import numpy as np
6  from bayu_algebra import gaussPivot
7  import matplotlib.pyplot as plt
8
9  # pendefinisian data
10 r = np.linspace(0, 0.9, 10)          # membuat r0 sampai r9
11 n = len(r)                          # ukuran matriks n = 10
12 h = (r[1] - r[0])                  # definisi nilai h
13 lam = h / 2.0                      # definisi nilai lamda
14 a = 1 - (lam / 0.1)                # nilai untuk diagonal kiri
15 b = 1 + (lam / 0.1)                # nilai untuk diagonal kanan
16 A = np.zeros([n, n])
17 B = np.zeros([n])
18
19 # Ax = B
20 # Matriks A
21 for i in range(0, n):
22     for j in range(0, n):           # loop dari 0 sampai 9
23         if (i == j):
24             A[i, j] = -2             # nilai diagonal
25             if ((j-1) >= 0):         # kondisi agar tidak melebihi
26                 ukuran matriks
27                 A[i, j - 1] = 1 - (lam / r[i]) # nilai diagonal kiri
28                 if ((j+1) <= n-1):
29                     A[i, j + 1] = 1 + (lam / r[i]) # nilai diagonal kanan
30 A[0,0] = -3 ; A[0,1] = 4 ; A[0,2] = -1      # definisi titik awal
31 #print(" Matriks A adalah \n", A,"\n")
32
33 # Matriks B
34 s = float(input("masukkan nilai S : "))     # input nilai s
35 for i in range(1, n - 1):                   # loop dari 1 sampai 8
36     B[i] = -s * h**2
37 B[n - 1] = -s * h**2 - (1 + lam/r[n-1])     # nilai untuk baris terakhir
38 #print(" Matriks B adalah \n",B)
39
40 C = gaussPivot(A,B)
41 for i in range(0,n):

```

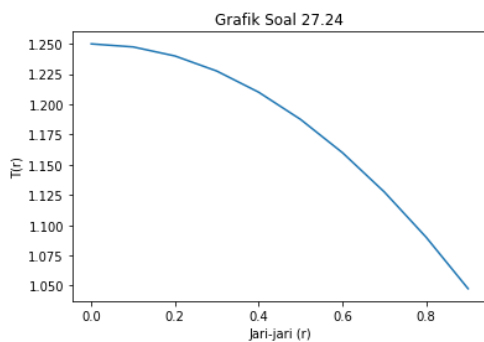
```

41 print("Nilai dari T_{:d} adalah {:.6f}".format(i,C[i]))
42 plt.title('Grafik Soal 27.24')
43 plt.xlabel("Jari-jari (r)") ; plt.ylabel("T(r)")
44 plt.plot(r,C) ; plt.show()

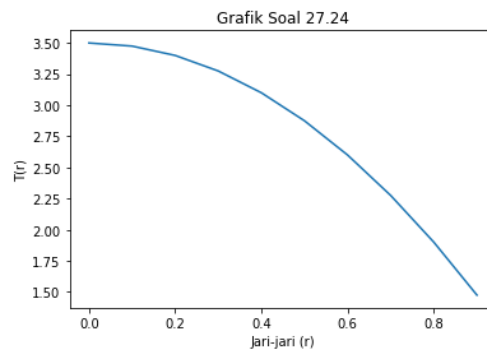
```

Apabila script tersebut dijalankan, maka pada terminal IPython akan menghasilkan :

masukkan nilai S : 1	masukkan nilai S : 10
Nilai dari T_0 adalah 1.250000	Nilai dari T_0 adalah 3.500000
Nilai dari T_1 adalah 1.247500	Nilai dari T_1 adalah 3.475000
Nilai dari T_2 adalah 1.240000	Nilai dari T_2 adalah 3.400000
Nilai dari T_3 adalah 1.227500	Nilai dari T_3 adalah 3.275000
Nilai dari T_4 adalah 1.210000	Nilai dari T_4 adalah 3.100000
Nilai dari T_5 adalah 1.187500	Nilai dari T_5 adalah 2.875000
Nilai dari T_6 adalah 1.160000	Nilai dari T_6 adalah 2.600000
Nilai dari T_7 adalah 1.127500	Nilai dari T_7 adalah 2.275000
Nilai dari T_8 adalah 1.090000	Nilai dari T_8 adalah 1.900000
Nilai dari T_9 adalah 1.047500	Nilai dari T_9 adalah 1.475000



(a) Untuk nilai S = 1

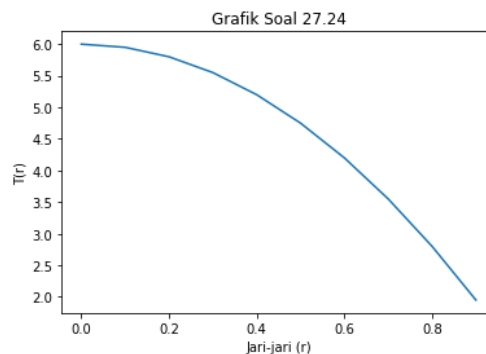


(b) Untuk nilai S = 10

```

masukkan nilai S : 20
Nilai dari T_0 adalah 6.000000
Nilai dari T_1 adalah 5.950000
Nilai dari T_2 adalah 5.800000
Nilai dari T_3 adalah 5.550000
Nilai dari T_4 adalah 5.200000
Nilai dari T_5 adalah 4.750000
Nilai dari T_6 adalah 4.200000
Nilai dari T_7 adalah 3.550000
Nilai dari T_8 adalah 2.800000
Nilai dari T_9 adalah 1.950000

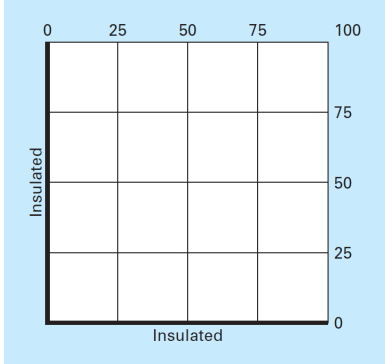
```



(c) Untuk nilai S = 20

### 3 Bab 29 Nomor 8

#### 3.1 Soal



Distribusi panas pada kasus tersebut saat keadaan setimbang dapat dicari dengan menggunakan persamaan Laplace yang dapat ditulis :

$$\begin{aligned}\nabla^2 T(x, y) &= 0 \\ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} &= 0\end{aligned}\quad (3.1)$$

Berdasarkan gambar tersebut dapat dicari distribusi panas pada titik tersebut.

#### 3.2 Jawaban

Solusi numerik untuk diferensial (turunan) parsial untuk variabel x dan y berturut-turut adalah :

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} &= \frac{T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j}}{h^2} \\ \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} &= \frac{T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}}{k^2}\end{aligned}$$

dengan mensubstitusi kedua persamaan tersebut ke persamaan (2.1) maka akan didapat

$$\frac{T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j}}{h^2} + \frac{T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}}{k^2} = 0$$

untuk lebar segmen sumbu x dan y yang sama maka  $h = k$  sehingga didapat persamaan

$$T_{i+1,j} - 4T_{i,j} + T_{i-1,j} + T_{i,j+1} + T_{i,j-1} = 0 \quad (3.2)$$

dengan menggunakan persamaan dari (3.2) maka dapat disubstitusi nilai dari i dan j.

1. untuk kondisi  $i = 0$  dan  $j = 0$

$$T_{1,0} - 4T_{0,0} + T_{-1,0} + T_{0,1} + T_{0,-1} = 0$$

karena batasnya berupa insulator, maka  $T_{-1,0} = T_{0,0}$  dan  $T_{0,-1} = T_{0,0}$  sehingga

$$-2T_{0,0} + T_{1,0} + T_{0,1} = 0 \quad (3.3)$$

2. untuk kondisi  $i = 1$  dan  $j = 0$

$$T_{2,0} - 4T_{1,0} + T_{0,0} + T_{1,1} + T_{1,-1} = 0$$

karena terdapat batas insulator maka  $T_{1,-1} = T_{1,0}$  sehingga

$$T_{0,0} - 3T_{1,0} + T_{1,1} + T_{2,0} = 0 \quad (3.4)$$

3. untuk kondisi  $i = 2$  dan  $j = 0$

$$T_{3,0} - 4T_{2,0} + T_{1,0} + T_{2,1} + T_{2,-1} = 0$$

karena terdapat batas insulator maka  $T_{2,-1} = T_{2,0}$  sehingga

$$T_{1,0} - 3T_{2,0} + T_{2,1} + T_{3,0} = 0 \quad (3.5)$$

4. untuk kondisi  $i = 3$  dan  $j = 0$

$$T_{4,0} - 4T_{3,0} + T_{2,0} + T_{3,1} + T_{3,-1} = 0$$

karena terdapat batas insulator maka  $T_{3,-1} = T_{3,0}$  sehingga

$$T_{2,0} - 3T_{3,0} + T_{3,1} = -T_{4,0} \quad (3.6)$$

5. untuk kondisi  $i = 0$  dan  $j = 1$

$$T_{1,1} - 4T_{0,1} + T_{-1,1} + T_{0,2} + T_{0,0} = 0$$

karena terdapat batas insulator maka  $T_{-1,1} = T_{0,1}$  sehingga

$$T_{0,0} - 3T_{0,1} + T_{0,2} + T_{1,1} = 0 \quad (3.7)$$

6. untuk kondisi  $i = 1$  dan  $j = 1$

$$T_{0,1} + T_{1,0} - 4T_{1,1} + T_{1,2} + T_{2,1} = 0 \quad (3.8)$$

7. untuk kondisi  $i = 2$  dan  $j = 1$

$$T_{1,1} + T_{2,0} - 4T_{2,1} + T_{2,2} + T_{3,1} = 0 \quad (3.9)$$

8. untuk kondisi  $i = 3$  dan  $j = 1$

$$T_{2,1} + T_{3,0} - 4T_{3,1} + T_{3,2} = -T_{4,1} \quad (3.10)$$

9. untuk kondisi  $i = 0$  dan  $j = 2$

$$T_{1,2} - 4T_{0,2} + T_{-1,2} + T_{0,3} + T_{0,1} = 0$$

karena terdapat batas insulator maka  $T_{-1,2} = T_{0,2}$  sehingga

$$T_{0,1} - 3T_{0,2} + T_{0,3} + T_{1,2} = 0 \quad (3.11)$$

10. untuk kondisi  $i = 1$  dan  $j = 2$

$$T_{0,2} + T_{1,1} - 4T_{1,2} + T_{1,3} + T_{2,2} = 0 \quad (3.12)$$

11. untuk kondisi  $i = 2$  dan  $j = 2$

$$T_{1,2} + T_{2,1} - 4T_{2,2} + T_{2,3} + T_{3,2} = 0 \quad (3.13)$$



12. untuk kondisi  $i = 3$  dan  $j = 2$

$$T_{2,2} + T_{3,1} - 4T_{3,2} + T_{3,3} = -T_{4,2} \quad (3.14)$$

13. untuk kondisi  $i = 0$  dan  $j = 3$

$$T_{1,3} - 4T_{0,3} + T_{-1,3} + T_{0,4} + T_{0,2} = 0$$

karena terdapat batas insulator maka  $T_{-1,3} = T_{0,3}$  sehingga

$$T_{0,2} - 3T_{0,3} + T_{1,3} = -T_{0,4} \quad (3.15)$$

14. untuk kondisi  $i = 1$  dan  $j = 3$

$$T_{0,3} + T_{1,2} - 4T_{1,3} + T_{2,3} = -T_{1,4} \quad (3.16)$$

15. untuk kondisi  $i = 2$  dan  $j = 3$

$$T_{1,3} + T_{2,2} - 4T_{2,3} + T_{3,3} = -T_{2,4} \quad (3.17)$$

16. untuk kondisi  $i = 3$  dan  $j = 3$

$$T_{2,3} + T_{3,2} - 4T_{3,3} = -T_{3,4} - T_{4,3} \quad (3.18)$$

Dengan memasukkan kondisi batas :

$$\begin{aligned} T_{4,0} &= T_{0,4} = 0 \\ T_{4,1} &= T_{1,4} = 25 \\ T_{4,2} &= T_{2,4} = 50 \\ T_{4,3} &= T_{3,4} = 75 \\ T_{4,4} &= 100 \end{aligned}$$

maka dapat disusun matriks agar dapat dicari solusi dari ke-enambelas persamaan tersebut dengan bentuk :

$$\begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -3 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -3 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -4 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -4 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -4 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -3 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -4 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -4 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -4 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{0,0} \\ T_{1,0} \\ T_{2,0} \\ T_{3,0} \\ T_{0,1} \\ T_{1,1} \\ T_{2,1} \\ T_{3,1} \\ T_{0,2} \\ T_{1,2} \\ T_{2,2} \\ T_{3,2} \\ T_{0,3} \\ T_{1,3} \\ T_{2,3} \\ T_{3,3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -25 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -50 \\ 0 \\ -25 \\ -50 \\ -150 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Matriks tersebut dapat diselesaikan secara numerik, dalam hal ini diselesaikan dengan bahasa pemrogramman Python 3 dengan bentuk

```

1 """
2         BAB 29 NOMOR 8
3         Bayu Aditya – 1606922390
4     """
5 import numpy as np
6 from bayu_algebra import gaussPivot
7
8 # input data
9 m = 4
10 n = m**2
11 A = np.zeros([n,n])
12 B = np.zeros([n])
13 var = ('0,0','1,0','2,0','3,0','0,1','1,1','2,1','3,1','0,2','1,2','2,2','3,2','0,3','1,3','2,3','3,3')
14
15 # Matriks A
16 A[0,0] = -2.
17 for i in range(0,n):
18     for j in range(0,n):
19         if (i==j):
20             if (i>=m):
21                 if (i%4 !=0):
22                     A[i,j] = -4.
23             else:
24                 A[i,j] = -3.
25         elif (i>0 and i<m):
26             A[i,j] = -3.
27         if ((j+1)<=(n-1)):
28             if ((i+1)%m != 0):
29                 A[i, j+1] = 1.
30         if ((j-1)>=(0)):
31             if (i%m !=0):
32                 A[i, j-1] = 1.
33         if ((j+m)<=(n-1)):
34             A[i, j+m] = 1.
35         if ((j-m)>=0):
36             A[i, j-m] = 1.
37 print("Matriks A adalah :\n",A,"\n")
38
39 # Matriks B
40 B[3] = 0           ;B[7] = -25.       ;B[11] = -50.   ;B[12] = 0
41 B[13] = -25        ;B[14] = -50.      ;B[15] = -75.-75
42 print("Matriks B adalah :\n",B,"\n")
43
44 C = gaussPivot(A,B)
45 for i in range(0,n):
46     print("Nilai dari T_",var[i]," adalah ",C[i]," celcius")

```

Apabila script tersebut dijalankan, maka pada terminal IPython akan menghasilkan :

Gambar 3: hasil running dari script Python3

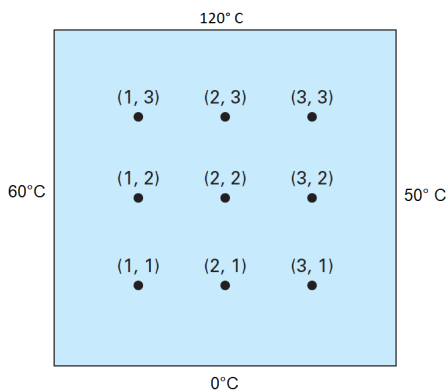
```
Core/soal_bab_29_no_8.py', wdir='C:/Users/Bayu Aditya/Documents/
Fisika [Mathematics and Natural Science S1] UI/Semester 4/Fisika
Komputasi/Core')
Reloaded modules: bayu_algebra, swap, error
Matriks A adalah :
[[-2.  1.  0.  0.  1.  0.  0.  0.  0.  0.  0.  0.  0.  0.  0.]
 [ 1. -3.  1.  0.  0.  1.  0.  0.  0.  0.  0.  0.  0.  0.  0.]
 [ 0.  1. -3.  1.  0.  0.  1.  0.  0.  0.  0.  0.  0.  0.  0.]
 [ 0.  0.  1. -3.  0.  0.  0.  1.  0.  0.  0.  0.  0.  0.  0.]
 [ 1.  0.  0.  0. -3.  1.  0.  0.  1.  0.  0.  0.  0.  0.  0.]
 [ 0.  1.  0.  0.  1. -4.  1.  0.  0.  1.  0.  0.  0.  0.  0.]
 [ 0.  0.  1.  0.  0.  1. -4.  1.  0.  0.  1.  0.  0.  0.  0.]
 [ 0.  0.  0.  1.  0.  0.  1. -4.  0.  0.  0.  1.  0.  0.  0.]
 [ 0.  0.  0.  0.  1.  0.  0.  0. -3.  1.  0.  0.  1.  0.  0.]
 [ 0.  0.  0.  0.  0.  1.  0.  0.  1. -4.  1.  0.  0.  1.  0.]
 [ 0.  0.  0.  0.  0.  0.  1.  0.  0.  1. -4.  0.  0.  0.  1.]
 [ 0.  0.  0.  0.  0.  0.  0.  1.  0.  0.  0. -3.  1.  0.  0.]
 [ 0.  0.  0.  0.  0.  0.  0.  0.  1.  0.  0.  1. -4.  1.  0.]
 [ 0.  0.  0.  0.  0.  0.  0.  0.  0.  1.  0.  0.  1. -4.  1.]
 [ 0.  0.  0.  0.  0.  0.  0.  0.  0.  0.  1.  0.  0.  1. -4.]]

Matriks B adalah :
[  0.   0.   0.   0.   0.   0.   0.  -25.   0.   0.   0.
-50.
  0.  -25.  -50. -150.]

Nilai dari T_0,0 adalah 26.1653718091 celcius
Nilai dari T_1,0 adalah 26.1653718091 celcius
Nilai dari T_2,0 adalah 24.500554939 celcius
Nilai dari T_3,0 adalah 17.8412874584 celcius
Nilai dari T_0,1 adalah 26.1653718091 celcius
Nilai dari T_1,1 adalah 27.8301886792 celcius
Nilai dari T_2,1 adalah 29.4950055494 celcius
Nilai dari T_3,1 adalah 29.0233074362 celcius
Nilai dari T_0,2 adalah 24.500554939 celcius
Nilai dari T_1,2 adalah 29.4950055494 celcius
Nilai dari T_2,2 adalah 36.6259711432 celcius
Nilai dari T_3,2 adalah 43.756936737 celcius
Nilai dari T_0,3 adalah 17.8412874584 celcius
Nilai dari T_1,3 adalah 29.0233074362 celcius
Nilai dari T_2,3 adalah 43.756936737 celcius
Nilai dari T_3,3 adalah 59.3784683685 celcius
```

## 4 Bab 30 Nomor 6

### 4.1 soal



Berdasarkan gambar tersebut dapat dicari distribusi panas pada titik tertentu dengan menggunakan persamaan diferensial parsial difusi yang ditulis

$$\nabla^2 T = \frac{1}{k} \frac{\partial T}{\partial t}$$

untuk  $T$  dalam fungsi  $x$  dan  $x = y$  maka persamaan diatas akan menjadi

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{1}{k} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4.1)$$

dengan menggunakan kondisi batas pada gambar tersebut, maka tentukan suhu pada titik tersebut dari 0 hingga 10

detik dengan setengah step 5 detik.

## 4.2 Jawaban

Diasumsikan untuk detik ke 0 ,semua titik di tengah bernilai 0. Dengan metode dua step tersebut, maka dapat dilakukan untuk step pertama pada detik ke 0 hingga 5 sedangkan step kedua pada detik ke 5 hingga 10.

Untuk step pertama, sumbu X menggunakan cara eksplisit sedangkan sumbu Y menggunakan cara implisit sehingga persamaan (4.1) akan menjadi

$$\frac{T_{i,j}^5 - T_{i,j}^0}{\Delta t/2} = k \left[ \frac{T_{i+1,j}^0 - 2T_{i,j}^0 + T_{i-1,j}^0}{\Delta x^2} + \frac{T_{i,j+1}^5 - 2T_{i,j}^5 + T_{i,j-1}^5}{\Delta y^2} \right]$$

dengan kondisi  $\Delta x = \Delta y$  dan  $\lambda \equiv k\Delta t/(\Delta x^2)$  maka persamaan diatas akan menjadi

$$-\lambda T_{i,j-1}^5 + 2(1 + \lambda)T_{i,j}^5 - \lambda T_{i,j+1}^5 = \lambda T_{i-1,j}^0 + 2(1 - \lambda)T_{i,j}^0 + \lambda T_{i+1,j}^0 \quad (4.2)$$

Untuk step kedua, sumbu Y menggunakan cara eksplisit sedangkan sumbu X menggunakan cara implisit sehingga persamaan (4.1) akan menjadi

$$\frac{T_{i,j}^{10} - T_{i,j}^5}{\Delta t/2} = k \left[ \frac{T_{i+1,j}^{10} - 2T_{i,j}^{10} + T_{i-1,j}^{10}}{\Delta x^2} + \frac{T_{i,j+1}^5 - 2T_{i,j}^5 + T_{i,j-1}^5}{\Delta y^2} \right]$$

dengan kondisi  $\Delta x = \Delta y$  dan  $\lambda \equiv k\Delta t/(\Delta x^2)$  maka persamaan diatas akan menjadi

$$-\lambda T_{i-1,j}^{10} + 2(1 + \lambda)T_{i,j}^{10} - \lambda T_{i+1,j}^{10} = \lambda T_{i,j-1}^5 + 2(1 - \lambda)T_{i,j}^5 + \lambda T_{i,j+1}^5 \quad (4.3)$$

### 4.2.1 step pertama (detik 0 sampai 5)

Berdasarkan persamaan (4.2) untuk kesembilan titik, maka dapat dibentuk 9 persamaan yaitu

$$\begin{aligned} 2(1 + \lambda)T_{1,1}^5 - \lambda T_{1,2}^5 &= 60\lambda & (i=1; j=1) \\ -\lambda T_{1,1}^5 + 2(1 + \lambda)T_{1,2}^5 - \lambda T_{1,3}^5 &= 60\lambda & (i=1; j=2) \\ 2(1 + \lambda)T_{1,3}^5 - \lambda T_{1,2}^5 &= 180\lambda & (i=1; j=3) \\ 2(1 + \lambda)T_{2,1}^5 - \lambda T_{2,2}^5 &= 0 & (i=2; j=1) \\ -\lambda T_{2,1}^5 + 2(1 + \lambda)T_{2,2}^5 - \lambda T_{2,3}^5 &= 0 & (i=2; j=2) \\ 2(1 + \lambda)T_{2,3}^5 - \lambda T_{2,2}^5 &= 120\lambda & (i=2; j=3) \\ 2(1 + \lambda)T_{3,1}^5 - \lambda T_{3,2}^5 &= 50\lambda & (i=3; j=1) \\ -\lambda T_{3,1}^5 + 2(1 + \lambda)T_{3,2}^5 - \lambda T_{3,3}^5 &= 50\lambda & (i=3; j=2) \\ 2(1 + \lambda)T_{3,3}^5 - \lambda T_{3,2}^5 &= 170\lambda & (i=3; j=3) \end{aligned}$$

dengan mendefinisikan  $a \equiv 2(1 + \lambda)$ , maka kesembilan persamaan tersebut dapat dibentuk matriks

$$\begin{bmatrix} a & -\lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\lambda & a & -\lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda & a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & -\lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\lambda & a & -\lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda & a & -\lambda \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{1,1}^5 \\ T_{1,2}^5 \\ T_{1,3}^5 \\ T_{2,1}^5 \\ T_{2,2}^5 \\ T_{2,3}^5 \\ T_{3,1}^5 \\ T_{3,2}^5 \\ T_{3,3}^5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 60\lambda \\ 60\lambda \\ 180\lambda \\ 0 \\ 0 \\ 120\lambda \\ 50\lambda \\ 50\lambda \\ 170\lambda \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Matriks tersebut dapat diselesaikan secara numerik, dalam hal ini diselesaikan dengan bahasa pemrograman Python 3 dengan bentuk

```

1 """
2         BAB 30 NOMOR 6
3         Bayu Aditya — 1606922390
4 """
5 import numpy as np
6 from bayu_algebra import gaussPivot
7
8 # inisialisasi data
9 n = 9                # banyaknya persamaan
10 m = n - 1           # definisi variabel m
11 k = 0.835
12 delt = 10
13 delx = 10
14 lam = k*delt / delx # definisi lamda
15 A = np.zeros([n,n]) # membuat matriks n x n
16 B = np.zeros([n])   # membuat vektor ukuran n
17 var = ('1,1','1,2','1,3','2,1','2,2','2,3','3,1','3,2','3,3')
18
19 # Ax = B
20 # Matriks A
21 for i in range(0,m+1):
22     for j in range(0,m+1):
23         if (i == j):
24             A[i, j] = 2*(1+lam) # nilai diagonal
25             if (j >= 1):
26                 if (i % 3 != 0):
27                     A[i, j - 1] = - lam # diagonal kiri
28                 if (j <= m - 1):
29                     if ((i+1) % 3 != 0):
30                         A[i, j + 1] = - lam # diagonal kanan
31 print("Matriks A adalah \n",A,"\n")
32
33 # Matriks B
34 B[0] = 60*lam ; B[1] = 60*lam ; B[2] = (60+120)*lam
35 B[3] = 0 ; B[4] = 0 ; B[5] = 120*lam
36 B[6] = 50*lam ; B[7] = 50*lam ; B[8] = (50+120)*lam
37 print("Matriks B adalah \n",B,"\n")
38
39 C = gaussPivot(A,B)
40 for i in range(0,9):
41     print("nilai dari T_",var[i]," saat detik ke 5 adalah ",C[i])

```

Apabila script tersebut dijalankan, maka pada terminal IPython akan menghasilkan :

Gambar 4: hasil running dari script Python3

```
In [278]: runfile('C:/Users/Bayu Aditya/Documents/Fisika
[Mathematics and Natural Science S1] UI/Semester 4/Fisika Komputasi.
Core/soal_bab_30_no_6.py', wdir='C:/Users/Bayu Aditya/Documents/
Fisika [Mathematics and Natural Science S1] UI/Semester 4/Fisika
Komputasi/Core')
Reloaded modules: bayu_algebra, swap, error
Matriks A adalah
[[ 3.67 -0.835  0.      0.      0.      0.      0.      0.      0. ]
 [-0.835 3.67 -0.835  0.      0.      0.      0.      0.      0. ]
 [ 0.    -0.835 3.67  0.      0.      0.      0.      0.      0. ]
 [ 0.      0.      0.      3.67 -0.835  0.      0.      0.      0. ]
 [ 0.      0.      0.     -0.835 3.67 -0.835  0.      0.      0. ]
 [ 0.      0.      0.      0.     -0.835 3.67  0.      0.      0. ]
 [ 0.      0.      0.      0.      0.      0.      3.67 -0.835  0. ]
 [ 0.      0.      0.      0.      0.      0.     -0.835 3.67 -0.835]
 [ 0.      0.      0.      0.      0.      0.      0.     -0.835 3.67 ]]

Matriks B adalah
[ 50.1  50.1 150.3  0.      0.      100.2  41.75  41.75
141.95]

nilai dari T_1,1 saat detik ke 5 adalah 20.2689524008
nilai dari T_1,2 saat detik ke 5 adalah 29.0862937856
nilai dari T_1,3 saat detik ke 5 adalah 47.5714047169
nilai dari T_2,1 saat detik ke 5 adalah 1.57654819193
nilai dari T_2,2 saat detik ke 5 adalah 6.92925971783
nilai dari T_2,3 saat detik ke 5 adalah 28.879000508
nilai dari T_3,1 saat detik ke 5 adalah 17.1535516993
nilai dari T_3,2 saat detik ke 5 adalah 25.3934547743
nilai dari T_3,3 saat detik ke 5 adalah 44.4560040154
```

#### 4.2.2 step kedua (detik 5 sampai 10)

Berdasarkan persamaan (4.3) untuk kesembilan titik, maka dapat dibentuk 9 persamaan yaitu

$$\begin{aligned}
2(1 + \lambda)T_{1,1}^{10} - \lambda T_{2,1}^{10} &= 60\lambda + 2(1 - \lambda)T_{1,1}^5 + \lambda T_{1,2}^5 & (i=1; j=1) \\
2(1 + \lambda)T_{1,2}^{10} - \lambda T_{2,2}^{10} &= 60\lambda + 2(1 - \lambda)T_{1,2}^5 + \lambda T_{1,1}^5 + \lambda T_{1,3}^5 & (i=1; j=2) \\
2(1 + \lambda)T_{1,3}^{10} - \lambda T_{2,3}^{10} &= 180\lambda + 2(1 - \lambda)T_{1,3}^5 + \lambda T_{1,2}^5 & (i=1; j=3) \\
-\lambda T_{1,1}^{10} + 2(1 + \lambda)T_{2,1}^{10} - \lambda T_{3,1}^{10} &= 2(1 - \lambda)T_{2,1}^5 + \lambda T_{2,2}^5 & (i=2; j=1) \\
-\lambda T_{1,2}^{10} + 2(1 + \lambda)T_{2,2}^{10} - \lambda T_{3,2}^{10} &= 2(1 - \lambda)T_{2,2}^5 + \lambda T_{2,1}^5 + \lambda T_{2,3}^5 & (i=2; j=2) \\
-\lambda T_{1,3}^{10} + 2(1 + \lambda)T_{2,3}^{10} - \lambda T_{3,3}^{10} &= 120\lambda + 2(1 - \lambda)T_{2,3}^5 + \lambda T_{2,2}^5 & (i=2; j=3) \\
-\lambda T_{2,1}^{10} + 2(1 + \lambda)T_{3,1}^{10} &= 50\lambda + 2(1 - \lambda)T_{3,1}^5 + \lambda T_{3,2}^5 & (i=3; j=1) \\
-\lambda T_{2,2}^{10} + 2(1 + \lambda)T_{3,2}^{10} &= 50\lambda + 2(1 - \lambda)T_{3,2}^5 + \lambda T_{3,1}^5 + \lambda T_{3,3}^5 & (i=3; j=2) \\
-\lambda T_{2,3}^{10} + 2(1 + \lambda)T_{3,3}^{10} &= 170\lambda + 2(1 - \lambda)T_{3,3}^5 + \lambda T_{3,2}^5 & (i=3; j=3)
\end{aligned}$$

dengan mendefinisikan  $a \equiv 2(1 + \lambda)$ , maka kesembilan persamaan tersebut dapat dibentuk matriks

$$\begin{bmatrix} a & 0 & 0 & -\lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 & 0 & -\lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & 0 & 0 & -\lambda & 0 & 0 & 0 \\ -\lambda & 0 & 0 & a & 0 & 0 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda & 0 & 0 & a & 0 & 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 & 0 & a & 0 & 0 & -\lambda \\ 0 & 0 & 0 & -\lambda & 0 & 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda & 0 & 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda & 0 & 0 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{1,1}^{10} \\ T_{1,2}^{10} \\ T_{1,3}^{10} \\ T_{2,1}^{10} \\ T_{2,2}^{10} \\ T_{2,3}^{10} \\ T_{3,1}^{10} \\ T_{3,2}^{10} \\ T_{3,3}^{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 60\lambda + 2(1 - \lambda)T_{1,1}^5 + \lambda T_{1,2}^5 \\ 60\lambda + 2(1 - \lambda)T_{1,2}^5 + \lambda T_{1,1}^5 + \lambda T_{1,3}^5 \\ 180\lambda + 2(1 - \lambda)T_{1,3}^5 + \lambda T_{1,2}^5 \\ 2(1 - \lambda)T_{2,1}^5 + \lambda T_{2,2}^5 \\ 2(1 - \lambda)T_{2,2}^5 + \lambda T_{2,1}^5 + \lambda T_{2,3}^5 \\ 120\lambda + 2(1 - \lambda)T_{2,3}^5 + \lambda T_{2,2}^5 \\ 50\lambda + 2(1 - \lambda)T_{3,1}^5 + \lambda T_{3,2}^5 \\ 50\lambda + 2(1 - \lambda)T_{3,2}^5 + \lambda T_{3,1}^5 + \lambda T_{3,3}^5 \\ 170\lambda + 2(1 - \lambda)T_{3,3}^5 + \lambda T_{3,2}^5 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Matriks tersebut dapat diselesaikan secara numerik, dalam hal ini diselesaikan dengan bahasa pemrograman Python 3 dengan bentuk

```

1  """
2      BAB 30 NOMOR 6
3      Bayu Aditya - 1606922390
4  """
5  import numpy as np
6  from bayu_algebra import gaussPivot
7
8  # inisialisasi data
9  n = 9          # banyaknya persamaan
10 m = n - 1      # definisi variabel m
11 k = 0.835
12 delt = 10
13 delx = 10
14 lam = k*delt / delx # definisi lamda
15 A = np.zeros([n,n]) # membuat matriks n x n
16 B = np.zeros([n])   # membuat vektor ukuran n
17 T1 = 20.2689524008  # T1,1 saat detik ke 5
18 T2 = 29.0862937856  # T1,2 saat detik ke 5
19 T3 = 47.5714047169  # T1,3 saat detik ke 5
20 T4 = 1.57654819193  # T2,1 saat detik ke 5
21 T5 = 6.92925971783  # T2,2 saat detik ke 5
22 T6 = 28.879000508   # T2,3 saat detik ke 5
23 T7 = 17.1535516993  # T3,1 saat detik ke 5
24 T8 = 25.3934547743  # T3,2 saat detik ke 5
25 T9 = 44.4560040154  # T3,3 saat detik ke 5
26 a = 2*(1-lam)
27 var = ('1,1', '1,2', '1,3', '2,1', '2,2', '2,3', '3,1', '3,2', '3,3')
28
29 # Ax = B
30 # Matriks A
31 for i in range(0,m+1):
32     for j in range(0,m+1):
33         if (i == j):
34             A[i, j] = 2*(1+lam) # nilai diagonal
35             if ((j-3) >= 0):
36                 A[i, j - 3] = - lam # diagonal kiri
37             if ((j+3) <= m):
38                 A[i, j + 3] = - lam # diagonal kanan
39 print("Matriks A adalah \n",A,"\n")
40
41 # Matriks B

```

```

42 B[0] = 60*lam + a*T1 + lam*T2
43 B[1] = 60*lam + a*T2 + lam*T1 + lam*T3
44 B[2] = 180*lam + a*T3 + lam*T2
45 B[3] = a*T4 + lam*T5
46 B[4] = a*T5 + lam*T4 + lam*T6
47 B[5] = 120*lam + a*T6 + lam*T5
48 B[6] = 50*lam + a*T7 + lam*T8
49 B[7] = 50*lam + a*T8 + lam*T7 + lam*T9
50 B[8] = 170*lam + a*T9 + lam*T8
51
52 print("Matriks B adalah \n",B,"\n")
53
54 C = gaussPivot(A,B)
55 for i in range(0,9):
56     print("nilai dari T_",var[i]," saat detik ke 10 adalah ",C[i])

```

Apabila script tersebut dijalankan, maka pada terminal IPython akan menghasilkan :

Gambar 5: *hasil running dari script Python3*

```

Core/soal_bab_30_no_6_1.py', wdir='C:/Users/Bayu Aditya/Documents/
Fisika [Mathematics and Natural Science S1] UI/Semester 4/Fisika
Komputasi/Core')
Reloaded modules: bayu_algebra, swap, error
Matriks A adalah
[[ 3.67  0.  0. -0.835 0.  0.  0.  0.  0. ]
 [ 0.  3.67 0.  0. -0.835 0.  0.  0.  0. ]
 [ 0.  0.  3.67 0.  0. -0.835 0.  0.  0. ]
 [-0.835 0.  0.  3.67 0.  0. -0.835 0.  0. ]
 [ 0. -0.835 0.  0.  3.67 0.  0. -0.835 0. ]
 [ 0.  0. -0.835 0.  0.  3.67 0.  0. -0.835]
 [ 0.  0.  0. -0.835 0.  0.  3.67 0.  0. ]
 [ 0.  0.  0.  0. -0.835 0.  0.  3.67 0. ]
 [ 0.  0.  0.  0.  0. -0.835 0.  0.  3.67 ]]

Matriks B adalah
[ 81.0758096 116.34517514 190.28561887 6.30619277
27.71703887
115.51600203 68.6142068 101.5738191 177.82401606]

nilai dari T_ 1,1 saat detik ke 10 adalah 24.8828263264
nilai dari T_ 1,2 saat detik ke 10 adalah 37.047175188
nilai dari T_ 1,3 saat detik ke 10 adalah 65.6292115229
nilai dari T_ 2,1 saat detik ke 10 adalah 12.2684587001
nilai dari T_ 2,2 saat detik ke 10 adalah 23.4945602365
nilai dari T_ 2,3 saat detik ke 10 adalah 60.5671705646
nilai dari T_ 3,1 saat detik ke 10 adalah 21.4872942267
nilai dari T_ 3,2 saat detik ke 10 adalah 33.0222825326
nilai dari T_ 3,3 saat detik ke 10 adalah 62.2336794232

```