Buku Seri Praktikum

2 RISET OPERASIONAL

Laboratorium Manajemen Menengah

UNIVERSITAS GUNADARMA

2015

OR 2

SERI PRAKTIKUM OPERASIONAL RISET

Aplikasi : Win Quantitative System for Business (WinQSB)

Penyusun : Risky Apriyani, Arief, Fauwziah, dan Suwardi

Website : ma-menengah.lab.gunadarma.ac.id

LABORATORIUM MANAJEMEN MENENGAH

UNIVERSITAS GUNADARMA JAKARTA

2017

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadirat Allah SWT karena atas berkat rahmat-Nya yang telah dilimpahkan kepada penulis, sehingga Modul Operasional Riset Dua ini telah berhasil kami selesaikan sehingga dapat disajikan pada mahasiswa/i dan dapat menjadi sumber ilmu yang dapat dipahami oleh mahasiswa/i ataupun pembacanya.

Untuk memudahkan penyelesaian masalah yang ada, modul ini juga dilengkapi dengan cara penggunaan aplikasi Win Quantitative System for Business (WinQSB) sebagai software yang digunakan untuk mengurangi kesalahan perhitungan secara manual, dan mempertinggi keakuratan dalam memecahkan masalah yang ada.

Dalam kesempatan ini, penyusun ingin mengucapkan terima kasih kepada Kedua Orang Tua kami, Staff Laboratorium Manajemen Menengah Universitas Gunadarma, juga para Asisten senior dan rekan-rekan asisten lainnya yang telah memberikan bantuan dalam penyusunan modul Operasional Riset Dua ini.

Penulis menyadari bahwa masih banyak kekurangan yang terdapat dalam modul ini, oleh karena itu kami memohon kritik dan saran yang bersifat konstruktif demi perbaikkan dalam penyusunan modul yang akan datang. Semoga modul ini dapat memberikan manfaat positif pembacanya.

Depok, Januari 2017

Litbang OR2

DAFTAR ISI

Deskripsi Modul

Riset operasional merupakan cabang interdisiplin dari matematika terapan dan sains formal yang menggunakan model-model seperti model matematika, statistika, dan algoritma untuk mendapatkan nilai optimal atau nyaris optimal pada sebuah masalah yang kompleks. Riset Operasional merupakan suatu metode/teknik/peralatan/cara manajemen yang digunakan oleh seorang manajer untuk menyelesaikan masalah-masalah yang sering muncul dalam kegiatan-kegiatan sehari-hari. Riset operasional biasanya digunakan untuk mencari nilai maksimal (profit, performa lini perakitan, hasil panen, bandwith dll) atau nilai minimal (kerugian, risiko, biaya, dll) dari sebuah fungsi objektif. Sehingga akhirnya permasalahan tersebut dapat dipecahkan secara optimal.

Tujuan Modul

Setelah menyelesaikan praktikum pada modul ini, praktikan akan memahami: 1. Efektifitas dari suatu loket 2. Penjadwalan yang efisien dalam pengerjaan suatu proyek 3. Prediksi dari adanya perubahan-perubahan yang akan terjadi dari suatu permasalahan 4. Probabilitas atas resiko dari suatu kegiatan 5. Menyusun suatu strategi atas suatu kegiatan

Isi

Pembelajaran: Teori Antrian

Latihan 1 Menghitung Probabilitas atas suatu antrian

Pembelajaran: Program Evaluation and Review Technique

Latihan 2 Menghitung Waktu optimal penyelesaian proyek

Pembelajaran: Analisis Markov

Latihan 3 Menghitung Prediksi perubahan suatu kegiatan

Pembelajaran: Teori Pengambilan Keputusan

Latihan 4 Menghitung Keputusan yang paling optimal

Buku Seri Praktikum

Modul RO 2:

BAB 1

TEORI ANTRIAN

Laboratorium

Manajemen Menengah

TEORI ANTRIAN

Deskripsi

Teori antrian adalah teori-teori yang menyangkut studi matematis dari barisan atau barisan pengguna. Antrian ini terjadi apabila kebutuhan akan suatu pelayanan melebihi kapasitas yang tersedia untuk menyelenggrakan pelayanan itu, sehingga pelanggan (*customer*) yang datang tidak segera mendapatkan pelayanan. Dalam kehidupan sehari-hari kejadian ini sering ditemukan. Misalnya seperti terjadi pada loket pembayaran, loket bioskop, loket kereta api, loket teller bank, pada dermaga pelabuhan, telepon jarak jauh, tempat praktek dokter, pompa minyak, pada pelanggan restoran yang menunggu pesanan, kedatangan pesanan barang digudang, dan lain-lain.

Tujuan

Setelah menyelesaikan praktikum pada modul ini, praktikan akan memahami:

1. Konsep dalam menentukan Model Keputusan Antrian
2. Jenis-jenis biaya yang timbul dari sistem antrian.
3. Pengaplikasian model-model antrian

Isi

Pembelajaran : Model keputusan antrian

Pembelajaran : Latihan soal

Pembelajaran : Langkah-langkah penyelesaian menggunakan software

1.1 SEJARAH TEORI ANTRIAN

Sistem antrian atau sering disebut sebagai waiting line theory diciptakan pada tahun **1909** oleh seorang matematikawan dan **insinyur berkebangsaan Denmark** yang bernama **A.K. Erlang** yang mempelajari fluktuasi permintaan fasilitas telepon dan keterlambatan pelayanannya. Teori ini pertama kali diperkenalkan pada tahun **1913** yang dimulai dengan menggunakan konsep dan struktur system antrian sebelum mengembangkan model matematisnya.

Teori ini dirancang untuk memperkirakan berapa banyak langganan menunggu dalam suatu garis antrian, kepanjangan garis tunggu, seberapa sibuk fasilitas pelayanan, dan apa yang terjadi bila waktu pelayanan atau pola kedatangan berubah.

Biasanya antrian terlihat setiap harinya pada:

1. Deretan mobil yang mengantri untuk mengambil tiket atau membayar jalan tol.
2. Antrian pengambilan DNU dan DNS mahasiswa Gunadarma di loket BAAK.
3. Antrian dari permintaan telepon pada suatu switch board.
4. Penonton yang ingin membeli tiket bioskop.
5. Menunggu pesanan pada suatu restoran.
6. Antrian pesawat di lapangan udara.
7. Kedatangan kapal di suatu pelabuhan.
8. Peralatan yang menunggu di service.
9. Antrian pembayaran listrik di Bank DKI
10. Antrian KRL Ekonomi tujuan Jakarta

1.2 TUJUAN ANTRIAN

Tujuan dasar model-model antrian adalah untuk meminimumkan biaya total, yaitu :

1. Biaya langsung

   Biaya karena menambah fasilitas layanan serta gaji tenaga kerja yang memberi pelayanan.

2. Biaya tidak langsung

   Biaya karena mengantri (biaya yang timbul karena para individu harus menunggu untuk dilayani).

1.3 ELEMEN - ELEMEN POKOK DALAM SISTEM ANTRIAN

Model antrian paling tidak memerlukan 3 jenis data, yaitu :

1. Tingkat kedatangan rata-rata langganan untuk mendapatkan pelayanan.
2. Tingkat pelayanan rata-rata.
3. Jumlah fasilitas pelayanan.

1.4 ELEMEN-ELEMEN YANG MEMBENTUK SISTEM ANTRIAN

1. Populasi masukan (input)

Yaitu jumlah total unit yang memerlukan pelayanan dari waktu ke waktu atau disebut jumlah total langganan potensial. Input dapat berupa populasi orang, barang, komponen atau kertas kerja yang datang pada system untuk dilayani. Asumsi yang digunakan untuk input dalam antrian adalah terbatas.

2. Pola Kedatangan (distribusi kedatangan)

Arriver pattern (pola kedatangan) adalah dengan cara bagaimana individu-individu dari populasi memasuki system. Untuk pola kedatangan menggunakan asumsi distribusi probabilitas poisson, yaitu salah satu dari pola-pola kedatangan yang paling umum bila kedatangan didistribusikan secara random.

Ini terjadi karena distribusi poisson menggambarkan jumlah kedatangan per unit waktu bila sejumlah besar variable-variabel random mempengaruhi tingkat kedatangan. Bila pola kedatangan individu-individu mengikuti suatu distribusi poisson, maka waktu antar kedatangan atau inter arriver time (waktu kedatangan setiap individu) adalah random dan mengikuti suatu distribusi exponential.

3. Disiplin antrian/Pola Pelayanan

Disiplin antrian menunjukkan pedoman keputusan yang digunakan untuk menyeleksi individu-individu yang memasuki antrian untuk dilayani terlebih dahulu.

Macam-macam disiplin antrian :

a. First come first served (FCFS) yang akan dipelajari
b. Shortest operating (service)-time (SOT)
c. Last come first served (LCFS)
d. Longest operating time (LOT)

e. Service in random order (SIRO)
f. Emergency first atau critical condition first

4. Kepanjangan antrian

Kepanjangan antrian ada yang terbatas dan tidak terbatas. Asumsi untuk kepanjangan antrian ini yang akan kita gunakan adalah yang terbatas (finite). System antrian yang menampung jumlah individu-individu yang besar ini mempunyai kapasitas yang terbatas dan model antrian terbatas harus digunakan untuk manganalisa system tersebut.

5. Tingkat pelayanan

Waktu pelayanan (service time) adalah waktu yang digunakan untuk melayani individu-individu dalam suatu system. Apabila waktu pelayanan mengikuti distribusi exponensial atau distribusi acak, waktu pelayanan (unit atau jam) akan mengikuti distribusi poisson.

6. Keluaran (exit)

Sesudah individu selesai dilayani, maka ia akan keluar system.

1.5 SISTEM ANTRIAN

Sistem antrian dapat diklasifikasikan menjadi system yang berbeda-beda dimana teori antrian sering diterapkan secara luas.

1. Sistem pelayanan komersial
   Contoh : restoran, cafetaria, toko-toko, salon, dll
2. Sistem pelayanan bisnis industri.
   Contoh : lini produksi, system material handling, system penggudangan.
3. Sistem pelayanan transportasi
   Contoh : kereta api, bus, pesawat terbang.
4. Sistem pelayanan social
   Contoh : kantor tenaga kerja, kantor registrasi SIM dan STNK.

CONTOH SISTEM ANTRIAN

SISTEM	ANTRIAN/GARIS TUNGGU	FASILITAS PELAYANAN
Lapangan terbang	Pesawat menunggu di landasan	Landasan pacu
Bank	Nasabah(orang)	Teller (kasir)
Bongkar muat barang	Kapal atau truk	Fasilitas bongkar muat
Perpustakaan	Anggota	Pegawai perpustakaan
Car Wash Automatic	Mobil Automatic	Alat pencuci mobil otomatis
Registrasi mahasiswa	Mahasiswa	Pusat Registrasi
Menonton Bioskop	Pelanggan	Pelayanan tiket

1.6 PERILAKU BIAYA

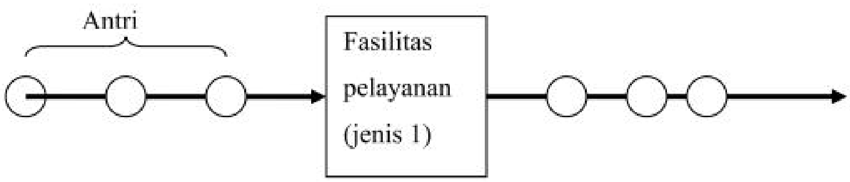
Dalam sistem antrian ada dua jenis biaya yang timbul. Yaitu biaya karena mengantri, dan di sisi lain biaya karena menambah fasilitas layanan. Biaya yang terjadi karena orang mengantri, antara lain berupa waktu yang hilang karena menunggu. Sementara biaya menambah fasilitas layanan berupa penambahan fasilitas layanan serta gaji tenaga kerja yang memberi pelayanan. Tujuan dari sistem antrian adalah meminimalkan biaya total, yaitu biaya karena mengantri dan biaya karena menambah fasilitas layanan.

1.7 STRUKTUR ANTRIAN

Menurut Pangestu Subagyo (1999) terdapat 4 model struktur antrian dasar yang umum terjadi dalam seluruh system antrian, yaitu :

1. Single Channel Single Phase

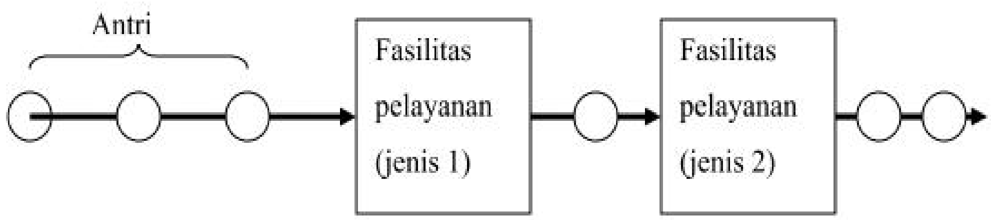
Single chanel berarti bahwa hanya ada satu jalur untuk memasuki system pelayanan atau ada satu fasilitas pelayanan. Single phase menunjukkan bahwa hanya ada satu station pelayanan atau sekumpulan tunggal operasi yang dilaksanakan.



Gambar. 1 Single Channel Single Phase

2. Single Chanel Multi Phase

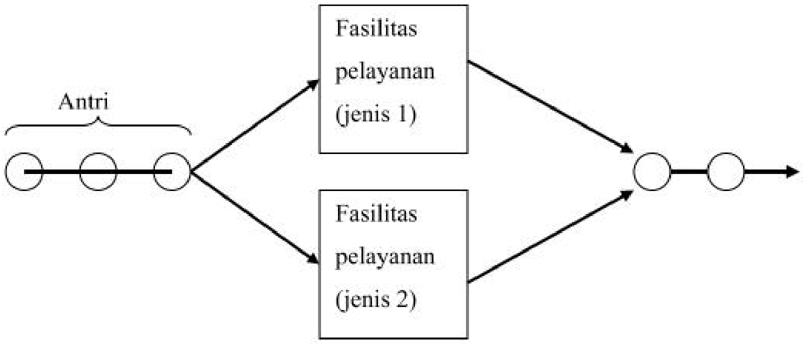
Multi phase menunjukkan ada dua atau lebih pelayanan yang dilaksanakan secara berurutan.



Gambar. 2 Single Chanel Multi Phase

3. Multi Chanel Single Phase

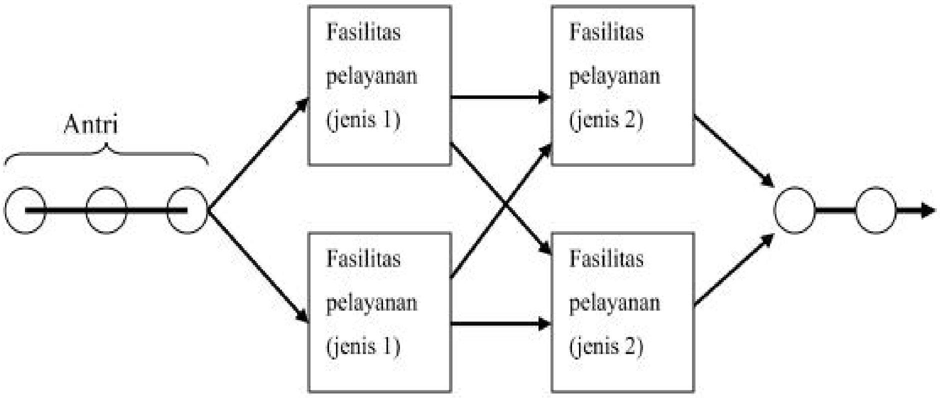
Multi chanel single phase terjadi kapan saja dua atau lebih fasilitas pelayanan dialiri oleh antrian tunggal.



Gambar. 3 Multi Chanel Single Phase

4. Multi Chanel Multi Phase

Sistem ini mempunyai beberapa fasilitas pelayanan pada setiap tahap, sehingga lebih dari satu individu dapat dilayani pada suatu waktu. Pada umumnya, jaringan antrian ini terlalu complex untuk dianalisa dengan teori antrian, mungkin simulasi lebih sering digunakan untuk menganalisa system ini.



Gambar. 4 Multi Chanel Multi Phase

1.8 MODEL-MODEL ANTRIAN

Dalam mengelompokan model-model antrian yang berbeda-beda akan digunakan suatu notasi yang disebut **kendall's notation**. Notasi ini sering dipergunakan karena beberapa alasan. Pertama, karena notasi tersebut merupakan alat yang efisien untuk mengidentifikasi tidak hanya model-model antrian, tapi juga asumsi-asumsi yang harus dipenuhi.

Dibawah ini adalah model-model yang digunakan dalam antrian :

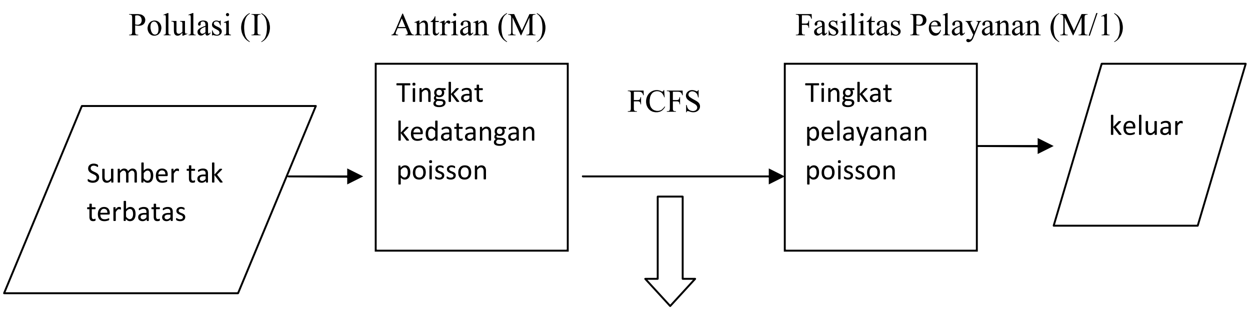
a) M/M/1/I/I
b) M/M/S/I/I
c) M/M/1/I/F
d) M/M/S/F/I

Penjelasan notasi-notasi pada model-model diatas :

- Tanda pertama notasi selalu menunjukkan distribusi tingkat kedatangan. Dalam hal ini, M menunjukkan tingkat kedatangan mengikuti suatu distribusi probabilitas poisson.
- Tanda kedua menunjukkan distribusi tingkat pelayanan. Lagi, M menunjukkan bahwa tingkat pelayanan mengikuti distribusi probabilitas poisson.
- Tanda ketiga menunjukkan jumlah fasilitas pelayanan (channels) dalam system. Model diatas adalah model yang mempunyai fasilitas pelayanan tunggal.

Berikut adalah contoh gambar dari model-model dalam antrian:

a). M/M/1/I/I

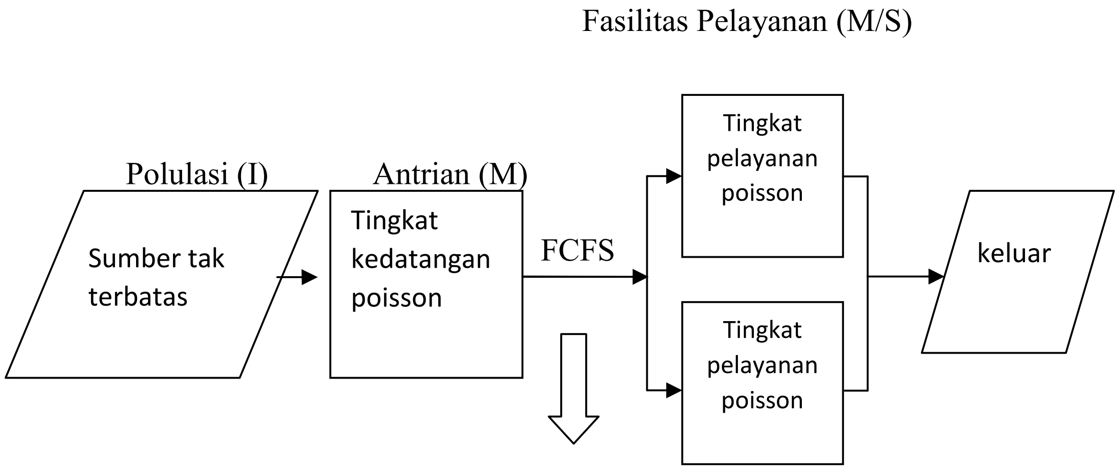


Kepanjangan antrian tak/ terbatas (I)

Penjelasan :

- Sumber tak terbatas (I) merupakan salah satu sumber masukkan (input) dimana sumber masukkan dapat terdiri atas suatu populasi orang, barang, komponen atau kertas kerja yang datang pada system untuk dilayani. Bila populasi relatif besar sering dianggap merupakan besaran yang *tak terbatas.* Suatu populasi dinyatakan besar apabila populasi tersebut besar dibandingkan kapasitas pelayanan
- Tingkat kedatangan poisson (M) merupakan bagian dari pola kedatangan para individu dari populasi untuk memasuki sistem. Tingkat kedatangan poisson adalah pola-pola kedatangan yang paling sering bila kedatangan-kedatangan di distribusikan secara random.
- FCFS merupakan salah satu dari disiplin antrian dimana disiplin antrian menunjukkan pedoman keputusan yang digunakkan untuk menyeleksi individu-individu yang memasuki antrian untuk dilayani terlebih dahulu. Dan FCFS merupakan disiplin antrian yang paling umum yaitu kepanjangan dari First Come, First Served yang pertama kali datang, pertama kali dilayani.
- Tingkat pelayanan (M/1) adalah waktu yang digunakkan untuk melayani individu-individu dalam suatu system. Waktu ini mungkin konstan, tetapi juga sering acak. Bila waktu pelayanan mengikuti distribusi eksponensial, waktu pelayanan (yaitu unit perjam) akan mengikuti distribusi poisson. Angka 1 maksudnya jumlah fasilitas adalah 1.
- Tingkat kepanjangan antrian tak terbatas (I) adalah bila kapasitas antrian tidak menjadi faktor terbatas jumlahnya individu yang dapat dilayani dalam system secara nyata berarti system mempunyai kepanjangan antrian tak terbatas.
- Keluar adalah apabila seorang individu telah selesai dilayani dia keluar (exit) dari system.

b). M/M/S/I/I

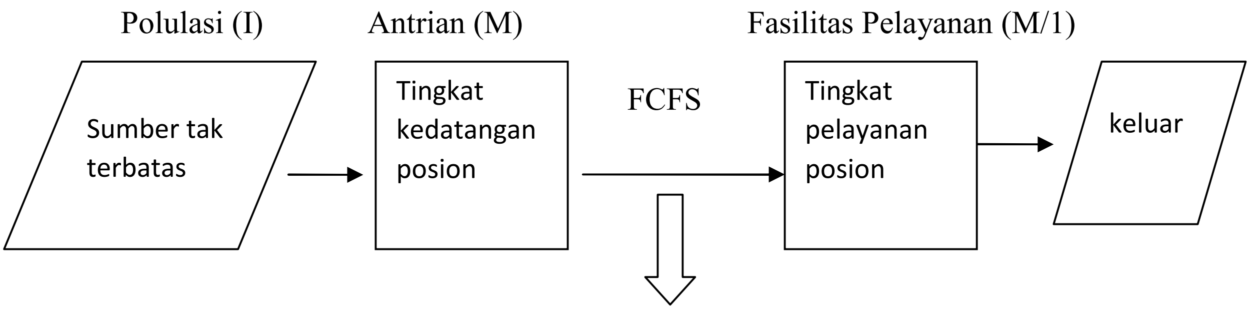


Kepanjangan antrian tak/ terbatas (I)

Penjelasan :

- Untuk penjelasan yang lain telah diuraikan pada point a.
- Seperti yang telah di jelaskan diatas mengenai tingkat pelayanan poisson kali ini Huruf S menunjukan jumlah fasilitas adalah lebih dari 1.

c). M/M/1/I/F

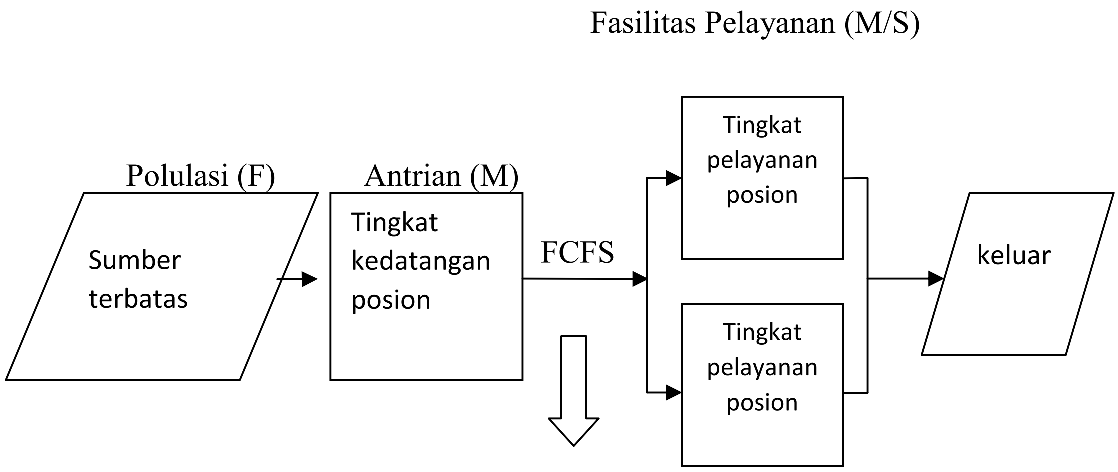


Kepanjangan antrian terbatas (F)

Penjelasan :

- Untuk penjelasan yang lain telah diuraikan pada point a.
- Tingkat kepanjangan antrian terbatas (F) adalah bila kapasitas antrian menjadi faktor terbatas jumlahnya individu yang dapat dilayani dalam system secara nyata berarti system mempunyai kepanjangan antrian terbatas.

d). M/M/S/F/I



Kepanjangan antrian tak/ terbatas (I)

Penjelasan :

- Untuk penjelasan yang lain telah diuraikan pada point a.

1.9 APLIKASI MODEL ANTRIAN

1. Tingkat kegunaan (Utility / U)

$$\boxed{U = \frac{\lambda}{\mu}}$$

2. Jumlah individu rata-rata dalam system (L)

$$\boxed{L = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}}$$

3. Jumlah individu rata-rata dalam antrian (Lq)

$$\boxed{Lq = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}}$$

4. Waktu rata-rata dalam sistem (W)

$$\boxed{W = \frac{1}{\mu - \lambda}}$$

5. Waktu rata-rata dalam antrian (Wq)

$$\boxed{Wq = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}}$$

6. Probabilitas jumlah individu dalam sistem

Untuk pelanggan ke- …

$$\boxed{Pn = \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right)\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n}$$

Untuk adanya …. pelanggan

$$\boxed{Pn = \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right) - \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{n+1}}$$

Keterangan :

λ	: Tingkat kedatangan rata-rata (unit/jam)
1/ λ	: Waktu antar kedatangan rata-rata (jam/unit)
µ	: Tingkat pelayanan rata-rata (unit/jam)
1/ µ	: Waktu pelayanan rata-rata (jam/unit)
Lq	: Jumlah individu rata-rata dalam antrian (unit)
L	: Jumlah individu rata-rata dalam sistem (unit)
Wq	: Waktu rata-rata dalam antrian (jam)
W	: Waktu rata-rata dalam system (jam)
Pn	: Probabilitas jumlah n individu dalam system (frekuensi relatif)
P	: Tingkat kegunaan fasilitas pelayanan (rasio)

<u>**Contoh Soal**</u>

1. Tingkat kedatangan pelanggan pada "AXISMART" adalah 10 $^{orang}/_{15\ menit}$ sedangkan pelayanannya memerlukan waktu rata-rata 50 $^{orang}/_{jam}$. Bila tingkat kedatangan pelanggan mengikuti distribusi poisson dan tingkat pelayanan mengikuti distribusi exponensial, maka tentukan :
   a. Tingkat kegunaan bagian pelayanan
   b. Jumlah pelanggan rata-rata dalam antrian
   c. Jumlah pelanggan rata-rata dalam system
   d. Waktu rata-rata dalam antrian
   e. Waktu rata-rata dalam system
   f. Probabilitas adanya pelanggan ke-20 dalam system
   g. Probabilitas untuk adanya 3 pelanggan dalam system

Jawaban

Diketahui :

$\lambda \;=\; 10\; {}^{orang}/_{15\;menit}$

$\;\;=\; 40\; {}^{orang}/_{jam}$

$\mu \;= 50\; {}^{orang}/_{jam}$

Jawab:

A. $\boldsymbol{U} = \frac{\lambda}{\mu}$

$= \frac{40}{50} = 0,8$

$= 80\%$

Bahwa AXISMART akan sibuk melayani pelaggan selama 80% dari waktunya, sedangkan 20% dari waktunya (1-p) menganggur.

B. $\boldsymbol{Lq} = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$

$= \frac{40*40}{50(50-40)}$

$= 3,2$ orang $= 3$ orang

Jadi, pelanggan yang menunggu untuk dilayani dalam antrian sebanyak 3 pelanggan.

C. $\boldsymbol{L} = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$

$= \frac{40}{50-40}$

$= \frac{40}{10}$

$= 4$ orang

Angka 4 menunjukkan bahwa pegawai dapat mengharapkan 4 pelanggan yang berada dalam system.

D. $\boldsymbol{Wq} = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$

$= \frac{40}{50(50-40)} = \frac{40}{50(10)}$

$= \frac{40}{500}$

= 0,08 jam

= 4,8 menit

Jadi , waktu rata-rata pelanggan menunggu dalam antrian selama 4,8 menit.

E. $\boldsymbol{W} = \frac{1}{\mu - \lambda}$

$= \frac{1}{50-40} = \frac{1}{10}$

= 0,1 jam

= 6 menit

Jadi, waktu rata-rata pelanggan menunggu dalam system selama 6 menit.

F. $Pn = \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right)\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n$

$P_{20} = \left(1 - \frac{40}{50}\right)\left(\frac{40}{50}\right)^{20}$

$= \left(\frac{10}{50}\right)(0{,}01153)$

= 0,002306

Jadi, probabilitas adanya pelanggan ke-20 dalam system adalah 0,002306.

G. $P_0 = \left(1 - \frac{40}{50}\right)\left(\frac{40}{50}\right)^0$

$= \left(\frac{10}{50}\right)(1)$

= 0,2

$P_1 = \left(1 - \frac{40}{50}\right)\left(\frac{40}{50}\right)^1$

$$= \left(\frac{10}{50}\right)(0{,}8)$$

$$= 0{,}16$$

$$P_2 = \left(1 - \frac{40}{50}\right)\left(\frac{40}{50}\right)^2$$

$$= \left(\frac{10}{50}\right)(0{,}64)$$

$$= 0{,}128$$

$$P_3 = \left(1 - \frac{40}{50}\right)\left(\frac{40}{50}\right)^3$$

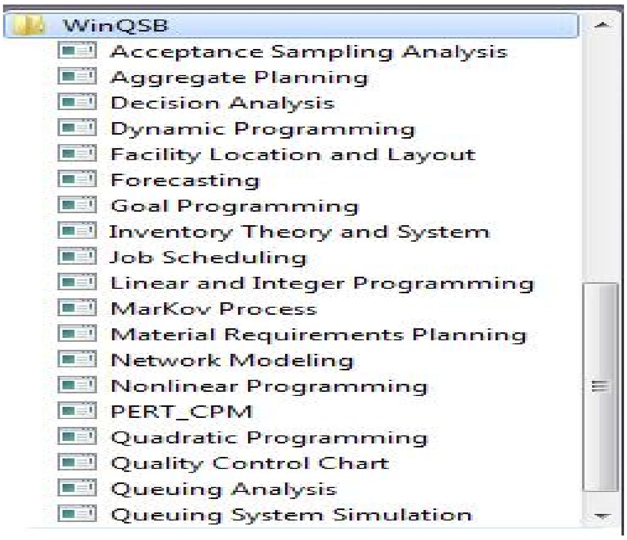
$$= \left(\frac{10}{50}\right)(0{,}512)$$

$$= 0{,}1024$$

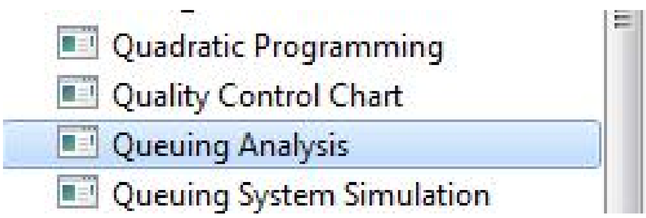
Jadi, probabilitas adanya 3 pelanggan dalam system adalah 0,5904.

Penggunaan Software

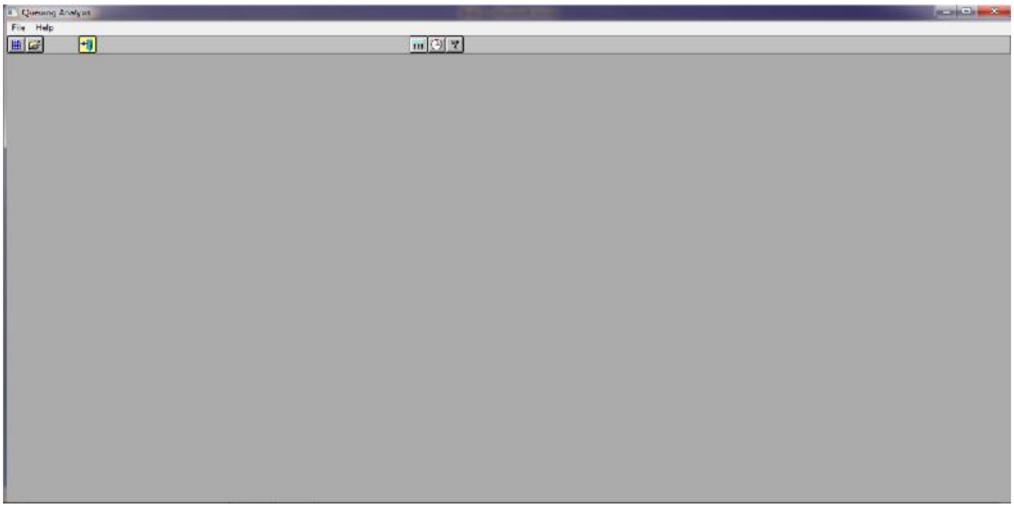
1. **Start -> All Program -> WinQSB**



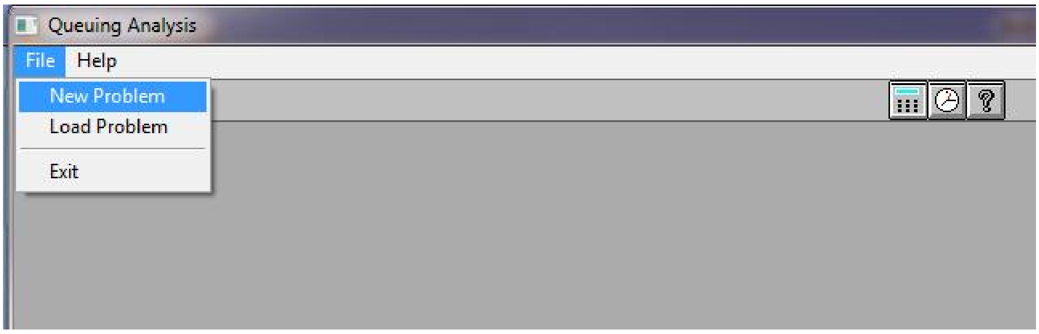
2. Pilih **Queuing Analysis**



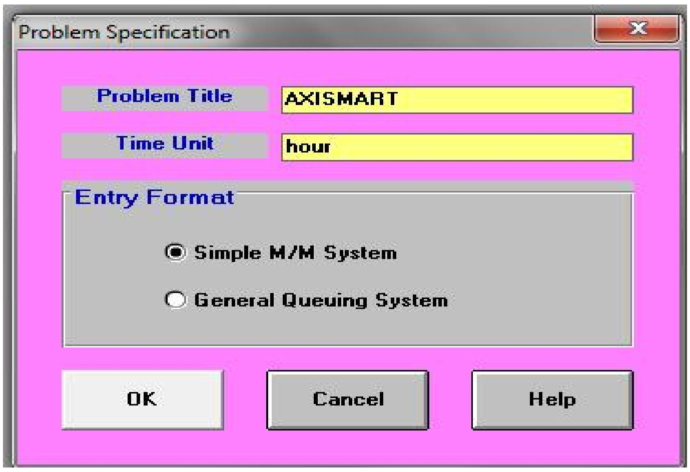
3. Tampilan awal saat program dijalankan



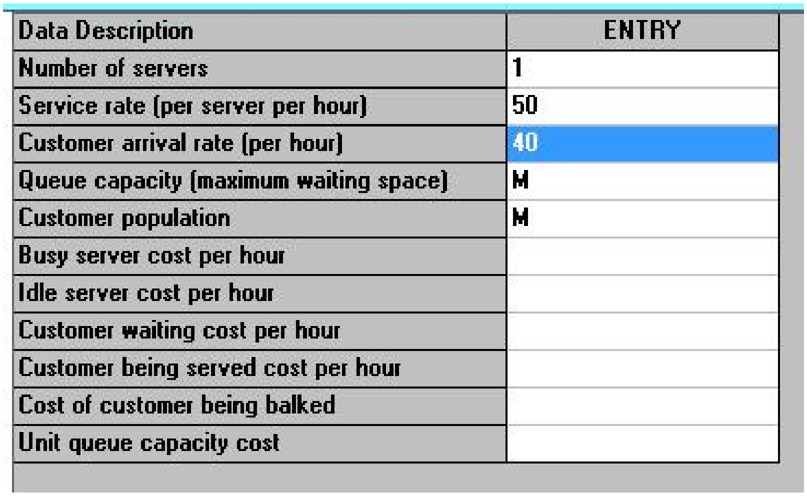
4. Untuk memulai, pilih menu **File -> New Problem**



5. Pada form **Problem Specification**, masukkan **Problem Title** = AXISMART (disesuaikan dengan soal), isikan **Time Unit** (satuan yang digunakan) = **hour**. Pilih **Simple M/M System** pada Entry Format. Klik OK untuk melanjutkan

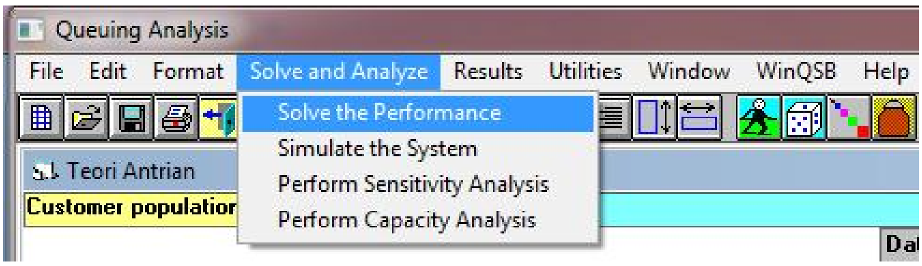


6. Masukkan **Number of server** = 1, **Costumer arrival rate (lambda)** = 40, **Service rate (µ)** = 50. Isikan **Queue Capacity** = M (**menandakan kapasitas Antrian tidak terbatas <infinity>**) dan **Costumer Population** = M (**menandakan banyaknya pelanggan tidak terbatas<infinity>**)



Data Description	ENTRY
Number of servers	1
Service rate (per server per hour)	50
Customer arrival rate (per hour)	40
Queue capacity (maximum waiting space)	M
Customer population	M
Busy server cost per hour	
Idle server cost per hour	
Customer waiting cost per hour	
Customer being served cost per hour	
Cost of customer being balked	
Unit queue capacity cost	

7. Untuk melakukan problem solving, pilih menu **Solve and Performance -> Solve the Performance**



8. Hasil akhir dari problem solving.

   Tingkat Kegunaan (U) *Overall system utilization* = 80.00% (0,80)

   Jumlah Pelanggan Rata-rata Dalam Sistem (L) = 4

   Jumlah Pelanggan Rata-rata Dalam Antrian (Lq) = 3,2

   Waktu Rata-rata Dalam Sistem (W) = 0,1000 hours

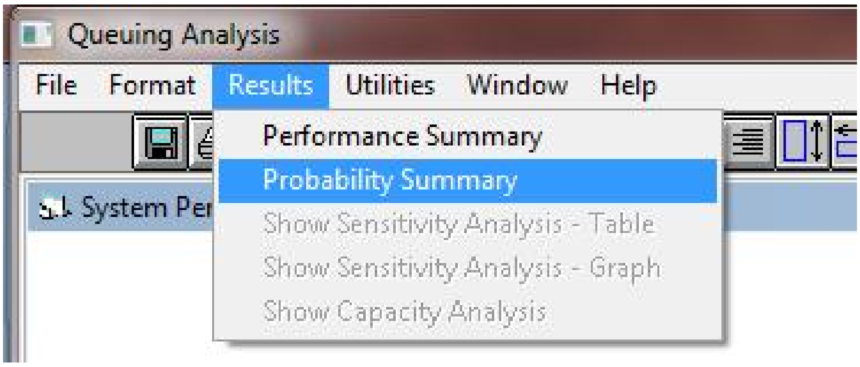
   Waktu Rata-rata Dalam Antrian (Wq) = 0,0800 hours

   Kemungkinan Semua Loket Menganggur (P0) = 20% (0,20)

   Kemungkinan Kedatangan Pelanggan Menunggu (Pw) = 80% (0,80)

10-26-2015	Performance Measure	Result
1	System: M/M/1	From Formula
2	Customer arrival rate (lambda) per hour =	40,0000
3	Service rate per server (mu) per hour =	50,0000
4	Overall system effective arrival rate per hour =	40,0000
5	Overall system effective service rate per hour =	40,0000
6	Overall system utilization =	80,0000 %
7	Average number of customers in the system (L) =	4,0000
8	Average number of customers in the queue (Lq) =	3,2000
9	Average number of customers in the queue for a busy system (Lb) =	4,0000
10	Average time customer spends in the system (W) =	0,1000 hours
11	Average time customer spends in the queue (Wq) =	0,0800 hours
12	Average time customer spends in the queue for a busy system (Wb) =	0,1000 hours
13	The probability that all servers are idle (Po) =	20,0000 %
14	The probability an arriving customer waits (Pw or Pb) =	80,0000 %
15	Average number of customers being balked per hour =	0
16	Total cost of busy server per hour =	$0
17	Total cost of idle server per hour =	$0
18	Total cost of customer waiting per hour =	$0
19	Total cost of customer being served per hour =	$0
20	Total cost of customer being balked per hour =	$0
21	Total queue space cost per hour =	$0
22	Total system cost per hour =	$0

9. Untuk menghitung Probabilitas adanya pelanggan ke-20 dalam system pilih menu **Result -> Probability Summary**



10. Hasil perhitungan kemungkinan adanya pelanggan ke-20, pada kolom **Estimated Probability of n Costumers in the System** cari n ke-20. Itulah kemungkinan adanya pelanggan ke-20 yaitu sebesar 0.0023

06-17-2016 21:51:47 n	Estimated Probability of n Customers in the System	Cumulative Probability
0	0,2000	0,2000
1	0,1600	0,3600
2	0,1280	0,4880
3	0,1024	0,5904
4	0,0819	0,6723
5	0,0655	0,7379
6	0,0524	0,7903
7	0,0419	0,8322
8	0,0336	0,8658
9	0,0268	0,8926
10	0,0215	0,9141
11	0,0172	0,9313
12	0,0137	0,9450
13	0,0110	0,9560
14	0,0088	0,9648
15	0,0070	0,9719
16	0,0056	0,9775
17	0,0045	0,9820
18	0,0036	0,9856
19	0,0029	0,9885
20	0,0023	0,9908

11. Untuk menghitung adanya 3 pelanggan dalam sistem perhatikan kolom **Cumulative Probability**. Cari n ke-3 yaitu sebesar 0,5904.

Soal Latihan

1. Tingkat kedatangan pelanggan pada Bioskop "Depok" adalah 25 ${orang}/_{30\ menit}$ sedangkan pelayanan dari Bioskop Depok memerlukan waktu rata-rata 75 ${orang}/_{jam}$. Bila tingkat kedatangan pelanggan mengikuti distribusi poisson dan tingkat pelayanan mengikuti distribusi exponensial, maka berapa tingkat kegunaan bagian pelayanan, jumlah pelanggan rata-rata dalam antrian, jumlah pelanggan rata-rata dalam system, waktu rata-rata dalam antrian, waktu rata-rata dalam sistem, probabilitas adanya pelanggan ke-8 dalam system dan probabilitas untuk adanya 2 pelanggan dalam system. Pilihlah jawaban dari apa yang diminta :
   a. 66,67%; 1 pelanggan; 2 pelanggan; 1,6 menit; 2,4 menit; 0,0192; 0,7037.
   b. 66,67%; 1 pelanggan; 2 pelanggan; 1,6 menit; 2,4 menit; 0,0129; 0,7037.
   c. 66,67%; 1 pelanggan; 3 pelanggan; 0,8 menit; 2,4 menit; 0,014075; 0,01136.
   d. 66,67%; 1 pelanggan; 3 pelanggan; 1,8 menit; 2,4 menit; 0,014075; 0,6836.
2. Tingkat pelayanan pelanggan Tempat Wisata "Dumang" adalah 80 orang per jam mengikuti distribusi poisson dengan tingkat kegunaan bagian pelayanan sebesar 90%, maka tentukan tingkat kedatangan orang perjam, jumlah pelanggan rata-rata dalam antrian, jumlah pelanggan rata-rata dalam sistem, waktu rata-rata dalam antrian, waktu rata dalam sistem, probabilitas adanya pelanggan ke-9 dalam system, probabilitas adanya 3 pelanggan dalam system. Pilihlah jawaban yang tepat dari apa yang diminta :
   a. 72 orang; 4 pelanggan; 9 pelanggan; 6,6 menit; 10,2 menit; 0,066; 0,33.
   b. 72 orang; 8 pelanggan; 9 pelanggan; 6,75 menit; 7,5 menit; 0,076; 0,33.
   c. 72 orang; 8 pelanggan; 9 pelanggan; 6,75 menit; 5,7 menit; 0,076; 0,33.
   d. 72 orang; 4 pelanggan; 9 pelanggan; 6,6 menit; 11,2 menit; 0,066; 0,33.

3. Tingkat kedatangan pelanggan pada Rumah Sakit "Cepat Sembuh" adalah 20 orang/ jam, sedangkan pelayanan dari pegawai rumah sakit tersebut memerlukan waktu rata-rata 24 orang/jam. Bila tingkat kedatangan pelanggan mengikuti distribusi poisson, dan tingkat pelayanan mengikuti distribusi exponensial, tentukanlah tingkat kegunaan bagian pelayanan, Jumlah pelanggan rata-rata dalam antrian, jumlah pelanggan rata-rata dalam system, waktu rata-rata dalam antrian, waktu rata-rata dalam system, probabilitas adanya pelanggan ke-7 dalam system, probabilitas adanya 2 pelanggan dalam system. Pilihlah jawaban yang tepat dari apa yang diminta :

a. 83,33%; 4 pelanggan; 5 pelangan; 12,5 menit; 15 menit; 0,0461; 0,4213
b. 32 orang; 4 pelanggan; 3 pelangan; 7,5 menit; 6 menit; 0,06554; 0,67232.
c. 32 orang; 7 pelanggan; 3 pelangan; 7,5 menit; 1 menit; 0,06554; 0,67232.
d. 83,33%; 4 pelanggan; 5 pelangan; 12,49 menit; 15 menit; 0,0461; 0,4213.

4. Tingkat pelayanan pada bank BCA adalah 2 orang per menit mengikuti distribusi poison dengan tingkat kegunaan bagian pelayanan 95%. Tentukanlah tingkat kedatangan orang perjam, jumlah pelanggan rata-rata dalam system, jumlah pelanggan rata-rata dalam antrian, waktu rata-rata dalam system, waktu rata dalam antrian, probabilitas adanya pelanggan ke-5 dalam system, probabilitas adanya 2 pelanggan dalam system. Pilihlah jawaban dari apa yang diminta :
   a. 54 orang; 9 pelanggan; 8 pelangan; 10 menit; 9 menit; 0,059049; 0,27.
   b. 54 orang; 9 pelanggan; 8 pelangan; 10 menit; 9 menit; 0,06949; 0,17.
   c. 114 orang; 19 pelanggan; 18 pelangan; 10 menit; 9,5 menit; 0,038685; 0,1426.
   d. 114 orang; 19 pelanggan; 18 pelangan; 10 menit; 9,5 menit; 0,038685; 0,1246.
5. Tingkat kedatangan pada Tempat Wisata TRANS STUDIO adalah 4 orang per menit mengikuti distribusi poisson dengan tingkat pelayanan 252 orang/jam. Tentukanlah tingkat kedatangan orang perjam, jumlah pelanggan rata-rata dalam system, jumlah pelanggan rata-rata dalam antrian, waktu rata-rata dalam system, waktu rata-rata dalam antrian, probabilitas adanya pelanggan ke-9 dalam system, probabilitas adanya 2 pelanggan dalam system. Pilihlah jawaban dari apa yang diminta :
   a. 240 orang; 20 pelanggan; 19 pelangan; 5 menit; 4,74 menit; 0,0306; 0,1362.
   b. 50 orang; 2 pelanggan; 1 pelangan; 10 menit; 2,8 menit; 0,012; 0,657.
   c. 240 orang; 20 pelanggan; 19 pelangan; 5 menit; 4,47 menit; 0,0306; 0,1362.
   d. 50 orang; 2 pelanggan; 1 pelangan; 10 menit; 2,8 menit; 0,072; 0,657.

Buku Seri Praktikum

BAB 2

Modul RO 2:

PROGRAM EVALUATION AND REVIEW TECHNIQUE

Laboratorium

Manajemen Menengah

PROGRAM EVALUATION AND REVIEW TECHNIQUE

Deskripsi

PERT menjelaskan tentang pembuatan *network* yang berisi tentang pemhaman komponen-komponen, analisa *network* dan hal yang perlu diperhatikan dalam analisa *network*, serta distribusi probabilitas beta sehingga dapat melakukan penjawalan setiap kegiatan-kegiatan.

Tujuan

Setelah menyelesaikan praktikum pada modul ini, praktikan akan memahami:

1. Komoponen-komponen utama untuk membuat jaringan
2. Hal-hal yang perlu diperhatikan dalam pembuatan jaringan
3. Asumsi-asumsi yang digunakan dalam PERT
4. Dapat melakukan penjadwalan kegiatan

Isi

Pembelajaran 1: Pembuatan *Network*

Pembelajaran 2 : Hal yang perlu diperhatikan dalam pembuatan *network*

Pembelajaran 3 : Distribusi Probabilitas Beta

Pembelajaran 3: Aplikasi PERT

Latihan : Menghitung Aplikasi PERT

❖ PENDAHULUAN

Konsep *network* ini mula–mula di susun oleh perusahaan jasa konsultan manajemen boaz, Allen, dan Hamilton, yang disusun untuk perusahaan pesawat terbang Lockheed. Kebutuhan penyusunan *network* ini dirasakan karena perlu adanya koordinasi dan pengurutan kegiatan-kegiatan pabrik yang kompleks, yang saling berhubungan dan saling tergantung satu sama lain. Hal ini di lakukan agar perencanaan dan pengawasan semua kegiaatan itu dapat dilakukan secara sistematis, sehingga dapat di peroleh efisiensi kerja.

Masalah penjadwalan, perencanaan, dan pengawasan suatu proyek dari segi waktu biasanya dianalisis dengan salah satu model jaringan yang dinamakan *Critical Path Method* (CPM) atau *Program Evaluation And Review Tehnique* (PERT). CPM dan PERT pada dasarnya serupa, bedanya CPM adalah teknik deterministic sedangkan PERT bersifat probabilistik. Pada teknik deterministik, waktu kegiatan diasumsikan diketahui dengan pasti, sehingga merupakan nilai tunggal. Sedangkan pada PERT waktu kegiatan merupakan variable random yang memiliki distribusi probabilistik.

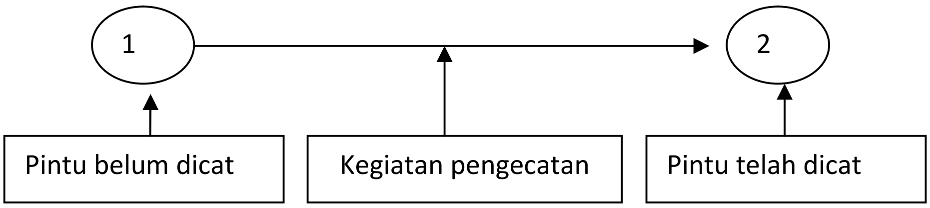
Salah satu tujuan dari analisis CPM/PERT adalah untuk menentukan waktu terpendek yang diperlukan untuk merampung proyek atau menentukan *critical path*, yaitu jalur dalam jaringan yang membutuhkan waktu penyelesaian paling lama. Kegiatan-kegiatan yang dilewati *critical path* dinamakan kegiatan kritis. Keterlambatan penyelesaian salah satu kegiatan ini akan menyebabkan keterlambatan penyelesaian proyek.

❖ PEMBUATAN NETWORK

Model Jaringan tersusun atas beberapa komponen utama:

- **Kegiatan *(activity),*** adalah suatu pekerjaan atau tugas, dimana penyelesaiannya memerlukan periode waktu, biaya serta fasilitas tertentu. Biasanya diberi simbol anak panah.
- **Peristiwa *(event)*,** yaitu permulaan atau akhir suatu kegiatan. Biasanya peristiwa digambarkan dengan suatu lingkaran atau *nodes*.
- **Kegiatan semu *(dummy),*** yaitu kegiatan yang tidak nyata. Suatu dummy activity tidak memakan waktu dan sumber daya, jadi waktu kegiatan dan biaya sama dengan nol.

Sebagai contoh yang menunjukan hubungan antara events dengan *activities* ini adalah pekerjaan mengecat pintu. *Event* pertama adalah pintu masih kotor belum dicat, kemudian dikukan kegiatan pengecatan, dan akhirnya setelah kegiatan pengecatan selesai kita peroleh *event* kedua, yaitu pintu telah dicat. Untuk lebih jelasnya contoh ini dapat dilihat pada gambar 2.1 berikut :



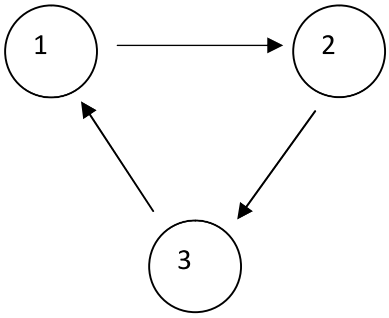
Adapun kegunaan dari kegiatan semu antara lain :

- Untuk menghindari terjadinya dua kejadian yang dihubungkan oleh lebih dari dari satu kegiatan.
- Dengan asumsi sebelumnya yang dikatakan bahwa *network* hanya dimulai dari satu kejadian awal yang sebelumnya tidak ada pekerjaan yang mendahuluinya. Terkadang harus ditambahkan satu kejadian semu pada awal suatu *network*, satu kejadian semu pada akhir *network* dan kegiatan-kegiatan semu yang menghubungkan kejadian awal atau akhir dengan kejadian-kejadian di dalam network, apabila *network* dimulai atau diakhiri oleh beberapa kejadian.
- Kegunaan *dummy activities* itu untuk menujukan urut-urutan pekerjaan secara tepat.

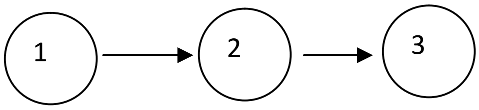
❖ HAL YANG PERLU DI PERHATIKAN DALAM ANALISA NETWORK.

Untuk bisa melakukan analisa network, kita harus memperhatikan hal-hal berikut **:**

1. Sebelum suatu kegiatan dimulai, semua kegiatan yang mendahuluinya harus selesai di kerjakan.
2. Gambar anak panah hanya sekedar menunjukan urutan-urutan di dalam mengerjakan pekerjaan saja. Panjang anak panah dan arahnya tidak menunjukan letak dari pekerjaan.
3. *Nodes* (lingkaran yang menunjukan kejadian) diberi nomor sedemikian rupa, sehingga tidak terdapat nodes yang mempunyai nomor sama. Untuk menghindari arah anak panah yang berulang kembali -kembali (lihat gambar 2.2a), biasanya nomor yang lebih kecil diletakan pada awal anak panah, sedang pada akhir anak panah diberi nomor lebih besar (lihat gambar 2.2b.).



gambar 2.2a



gambar 2.2b

4. Dua buah kejadian (*events*) hanya bisa dihubungkan oleh satu kegiatan (anak pahah).
5. *Network* hanya dimulai dari satu kejadian awal (*Initial event*) yang sebelumnya tidak ada pekerjaan yang mendahuluinya. Disamping itu *network* diakhiri oleh satu kejadian saja (*terminal events*).

❖ **DISTRIBUSI PROBALILITAS BETA**

Seringkali waktu penyelesaian kegiatan tidak diketahui dengan pasti atau merupakan variabel acak (*random*). Maka diperlukan asumsi tertentu tentang bentuk distribusi waktu penyelesaian kegiatan. Bentuk probabilistik waktu penyelesaian kegiatan tersebut dapat menggunakan **distribusi beta**.

Setiap kegiatan diasumsikan memberikan tiga kemungkinan waktu penyelesaian, yaitu:

a. *Optimistic time* (a), ialah waktu terpendek untuk menyelesaikan kegiatan. Probabilitas waktu penyelesaian lebih pendek dan waktu ini sangat kecil.
b. *Most likely time* (m), ialah waktu yang paling mungkin untuk menyelesaikan kegiatan.
c. *Pessimistic time* (b), ialah waktu terlama untuk menyelesaikan kegiatan. Probabilitas waktu penyelesaian lebih panjang dari waktu ini sangat kecil.

PERT mengasumsikan bahwa penyelesaian kegiatan mengikuti distribusi beta, dengan rata- rata (tij) dan varian (vij) seperti berikut:

$$t_{ij} = \frac{a_{ij} + 4m_{ij} + b_{ij}}{6}$$

$$v_{ij} = \left(\frac{b_{ij} - a_{ij}}{6} \right)^2$$

PERT juga mengasumsikan bahwa waktu kegiatan adalah Independen secara statistik, sehingga rata-rata dan varian waktu-waktu kegiatan itu dapat dijumlahkan untuk menghasilkan rata-rata dan varian waktu penyelesaian proyek. PERT juga mengasumsikan bahwa rata-rata dan varian waktu penyelesaian proyek mengikuti distribusi normal.

Penjadwalan Kegiatan

Analisis PERT juga bertujuan menentukan jadwal kegiatan yang dapat menerangkan kapan kegiatan ini dimulai dan berakhir. Penjadwalan itu juga dapat menentukan *critical path* (sekaligus waktu minimum yang diperlukan untuk menyelesaikan proyek) dan kegiatan apa saja yang dapat ditunda dan berapa lama.

1. ***Earliest Time*** : Waktu minimum yang diperlukan untuk menyelesaikan proyek.

$$\text{Earliest Time } (ET_j) = \text{Maks } \{ET_j + t_{ij}\}$$

2. ***Latest Time*** : Waktu terakhir (paling lama) suatu event dapat direalisasikan tanpa menunda waktu penyelesaian proyek.

$$\text{Latest Time } (LT_i) = \text{Min } \{ LT_j - t_{ij}\}$$

3. ***Slack* Kegiatan** **:** Waktu dimana suatu kegiatan dapat ditunda tanpa mempengaruhi penyelesaian proyek dengan waktu minimum

$$S_{ij} = LT_j - ET_i - t_{ij}$$

Contoh Soal

1. Di bawah ini adalah waktu perbaikan jalan di Depok

Kegiatan	Kegiatan Sebelumnya	a_{ij}	m_{ij}	b_{ij}	t_{ij}	v_{ij}
A	-	9	10	11		
B	A	10	11	12		
C	A	10	12	14		
D	A	10	13	16		
E	B,C,D	12	15	18		
F	B,C,D	11	12	13		
G	E	12	14	16		
H	G	9	10	11		
I	F	10	11	12		
J	I	7	10	13		
K	H,J	10	13	16		

Berdasarkan data di atas tentukanlah:

a. Gambarkan Jaringan!

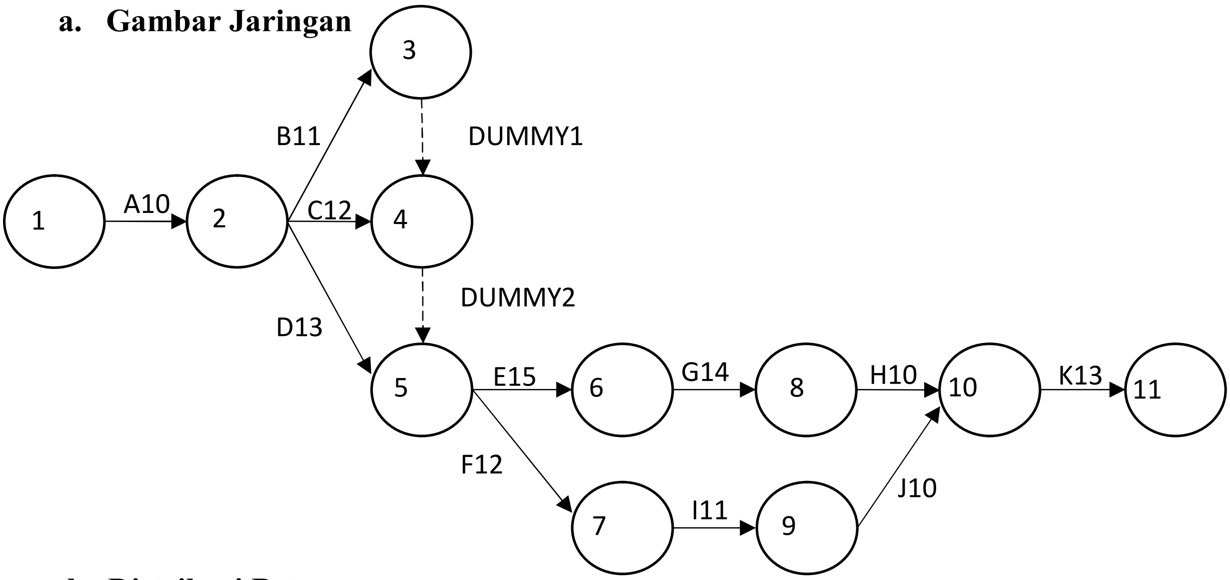
b. Tentukan Distribusi Beta!

c. Tentukanlah Jalur Jalur Kritis!

d. Tentukan Probabilitas proyek dikerjakan lebih dari 78 Minggu!

Jawaban

a. **Gambar Jaringan**

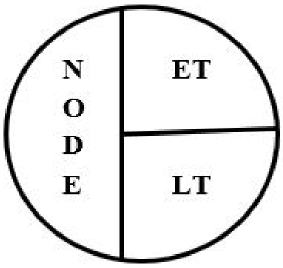


b. **Distribusi Beta**

	$t_{ij} = \frac{aij+4mij+bij}{6}$		$V_{ij} = (\frac{bij-aij}{6})^2$
A	$t_{12} = 10$		$V_{12} = \frac{1}{9}$
B	$t_{23} = 11$		$V_{23} = \frac{1}{9}$
C	$t_{24} = 12$		$V_{24} = 1$
D	$t_{25} = 13$		$V_{25} = 1$
E	$t_{56} = 15$		$V_{56} = 1$
F	$t_{57} = 12$		$V_{57} = \frac{1}{9}$
G	$t_{68} = 14$		$V_{68} = \frac{4}{9}$
H	$t_{810} = 10$		$V_{810} = \frac{1}{9}$
I	$t_{79} = 11$		$V_{79} = \frac{1}{9}$
J	$t_{910} = 10$		$V_{910} = 1$
K	$t_{1011} = 13$		$V_{1011} = 1$

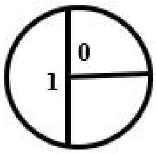
c. Penentuan Jalur Kritis

Dalam menentukan jalur kritis, kita harus mengetahui terlebih dahulu *earliest time* (ET) dan latest time (LT) dari masing peristiwa/*event* atau node yang terjadi. Lalu pilih peristiwa mana yang memiliki nilai ET dan LT yang sama, maka itulah jalur kritisnya.



Berikut adalah langkah-langkah penjelasannya:

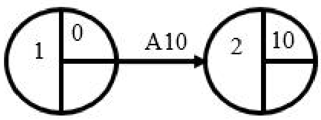
1. Node 1 selalu memiliki nilai $ET_1 = 0$ minggu.



2. Node 2 berasal dari kegiatan A (t_{12})

   maka nilai $ET_2 = ET_1 + t_{12}$

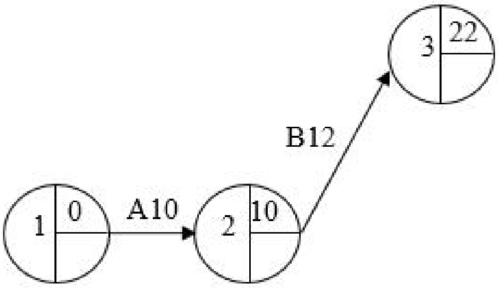
   $= 0 + 10 = 10$ minggu



3. Node 3 berasal dari kegiatan B (t_{13})

   maka nilai $ET3 = ET2 + t_{23}$

   $= 11 + 11 = 22$ minggu



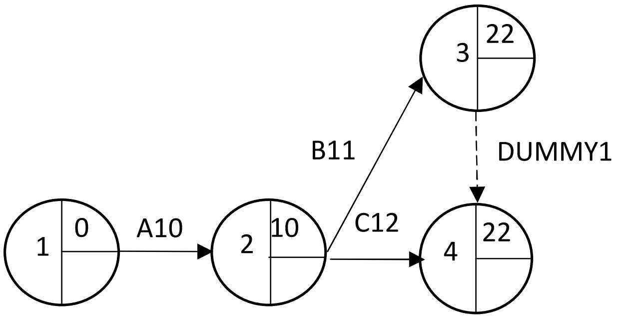
4. Node 4 berasal dari kegiatan C (t_{24}) atau dummy 1

   maka nilai ET4 = ET3 + dummy1

   = 22+ 0 = 22 minggu

   maka nilai ET4 = ET2 + t_{24}

   = 10 +12 = 22 minggu



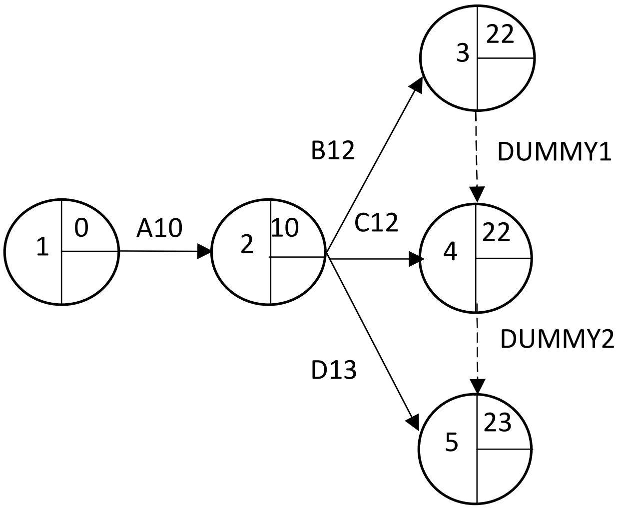
5. Node 5 berasal dari kegiatan D (t_{25}) atau dummy 2

   maka nilai ET5 = ET2 + t_{25}

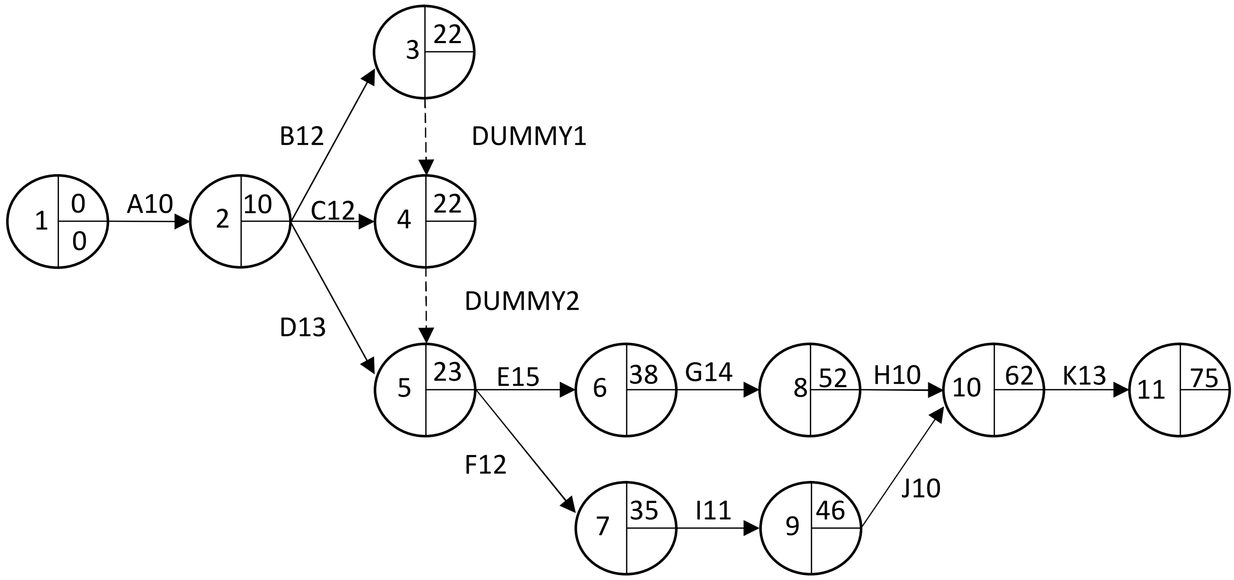
   = 10 + 13 = 23 minggu

   maka nilai ET4 = ET3 + dummy2

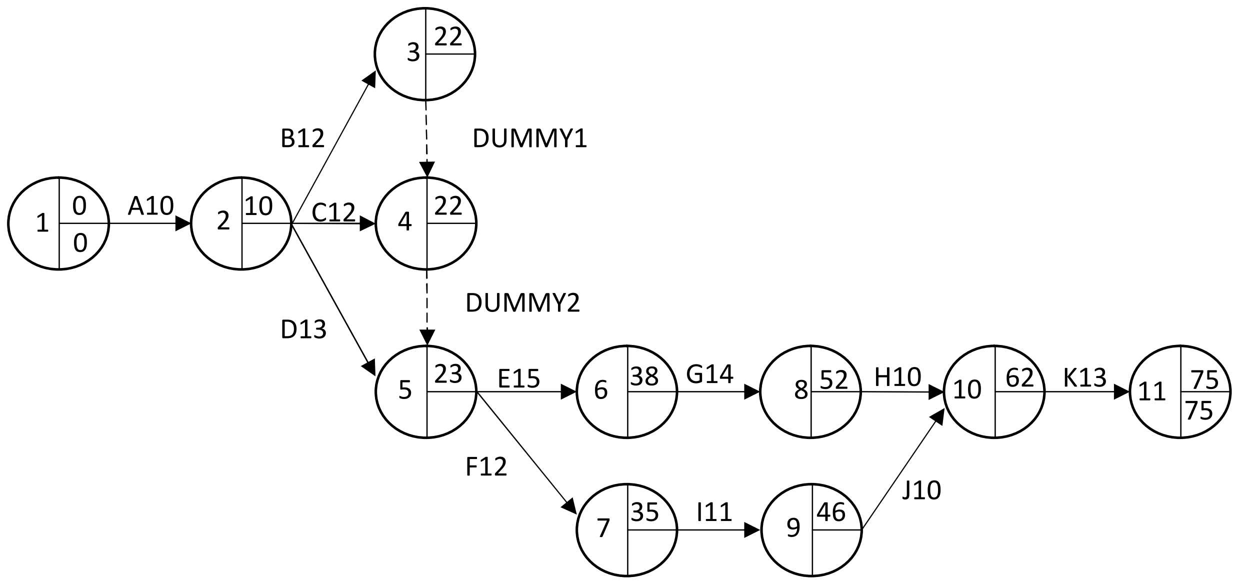
   = 22+ 0 = 22 minggu



6. Begitu Seterusnya Sampai ET11



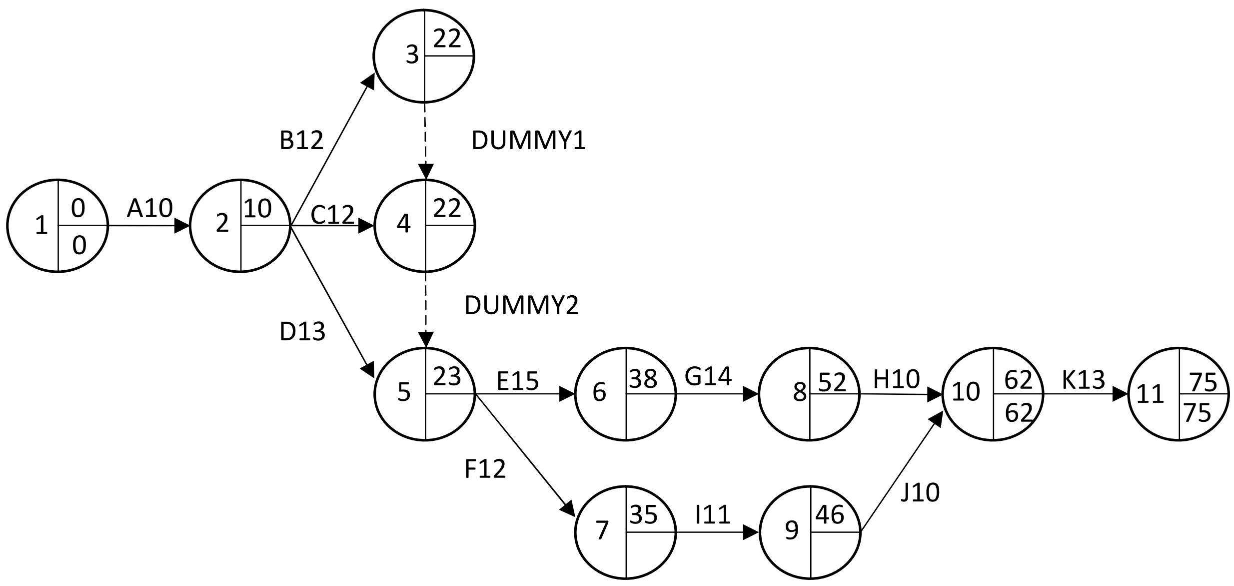
7. Selanjutnya tentukan LT. menentukan LT dengan cara mundur dari node yang paling belakang sehingga dimulai dari node 11, maka LT11 = 75 minggu



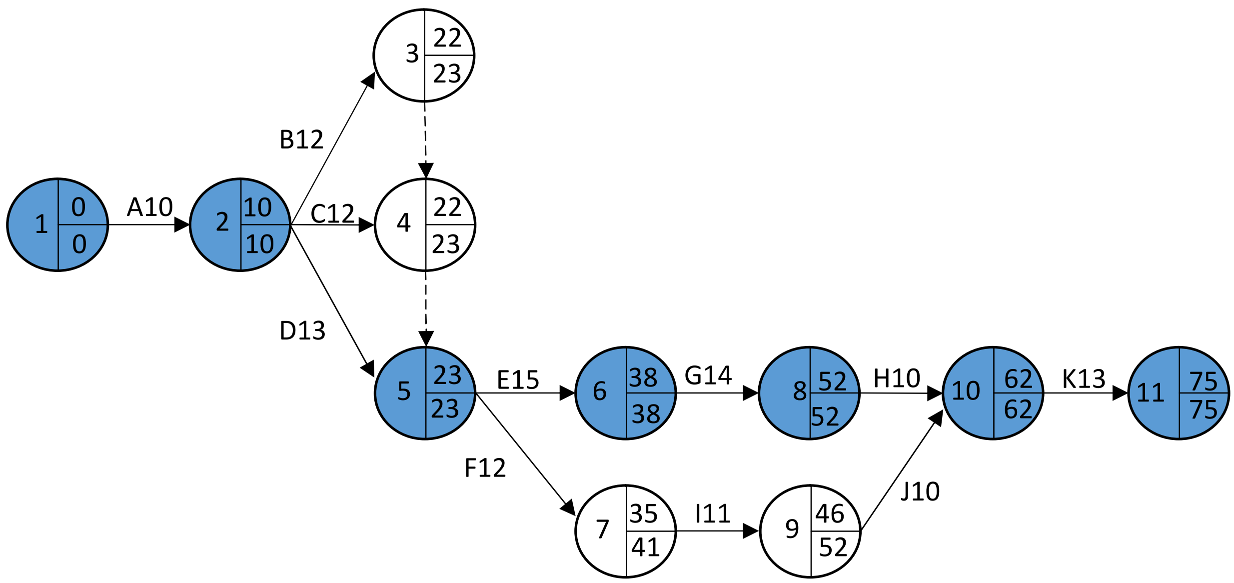
8. Node 10 penyebab dari kegiatan K

   Maka nilai LT10 = LT11 – t_{11011}

   = 75 - 13 = 62



9. Begitu seterusnya sampai LT11.
10. *dalam menentukan LT, pilih yang memiliki nilai LT paling kecil. Lalu pilih jalur kritis yang memiliki nilai ET dan LT yang sama



Jadi Jalur kritisnya adalah A-D-E-G-H-K

d. Probabilitas proyek dikerjakan lebih dari 78 minggu.

$\mu = t_{12} + t_{25} + t_{56} + t_{68} + t_{810} + t_{1011}$ $= 10 + 13 + 15 + 14 + 10 + 13 = 75$	$\sigma^2 = v_{12} + v_{25} + v_{56} + v_{68} + v_{810} + v_{1011}$ $= \frac{1}{9} + 1 + 1 + \frac{4}{9} + \frac{1}{9} + 1$ $= \frac{33}{9}$

$P\ (t_{ij} \geq 78)$

$P\ (t_{ij} \geq 78) = P\ z\ \geq \frac{78-\mu}{\sqrt{\sigma^2}}$

$= P\ z\ \geq \frac{78-75}{\sqrt{\frac{33}{9}}}$

$= P\ z\ \geq \frac{3}{1{,}91485}$

$= P\ z \geq 1{,}56670$ (dibulatkan menjadi 1,5)

$= 0{,}5 - 0{,}4332$

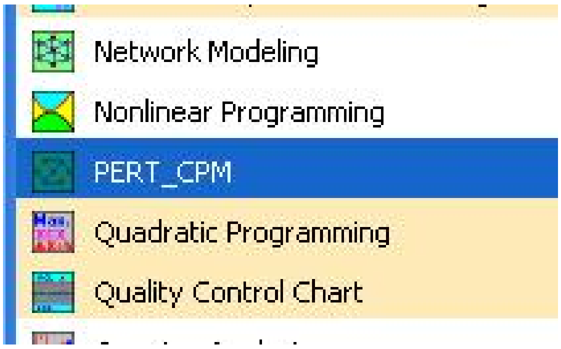
$= 0{,}0668$

Penggunaan Software

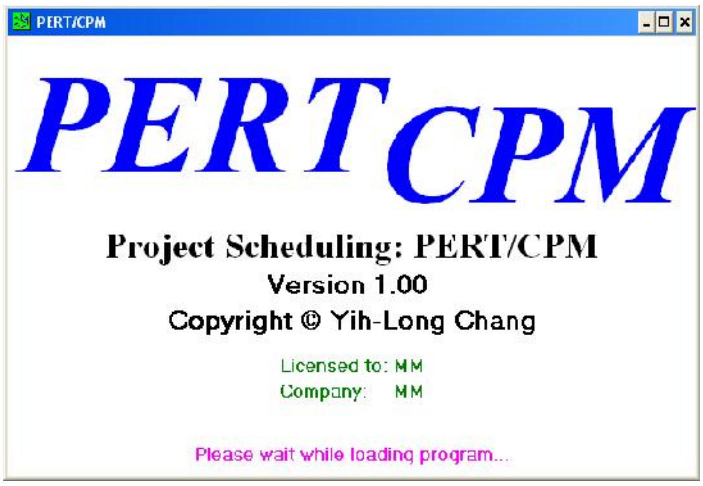
Langkah-langkah menggunakan software WinQSB

1. Start -> All Program -> WinQSB

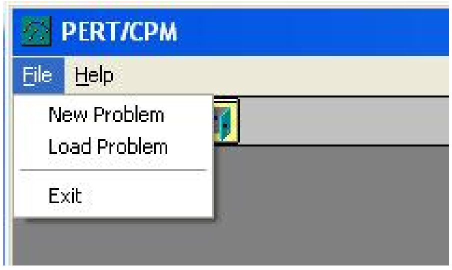
2. Pilih program Queuing Analysis



3. Tampilan awal PERT / CPM

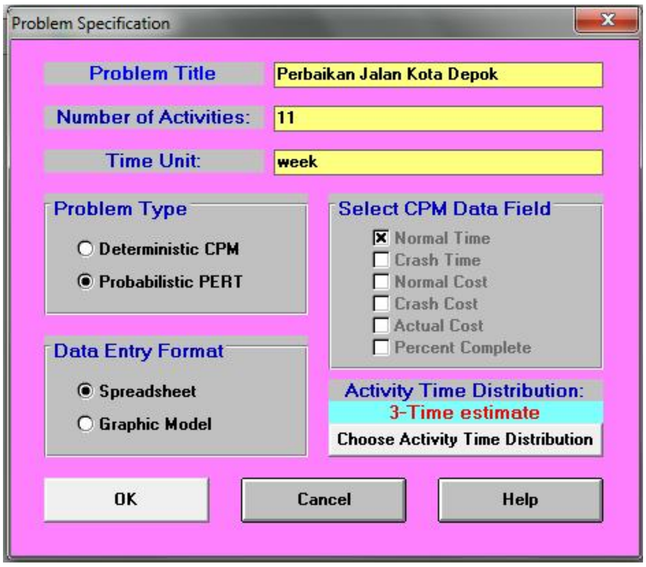


4. Pilih menu File -> New Problem untuk memulai



5. Pada form Problem Specification isikan
   - Problem title (isikan data anda)
   - Number of Activities = 11
   - Time unit (satuan waktu) = week
   - Problem Type = Probabilistic PERT

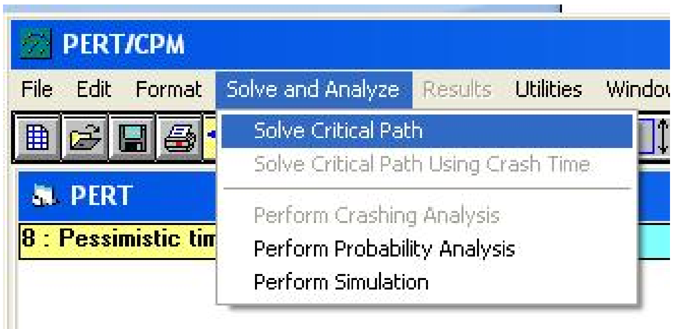
   Klik OK untuk melanjutkan



6. Isikan table sesuai dengan soal

Activity Number	Activity Name	Immediate Predecessor (list number/name, separated by ',')	Optimistic time (a)	Most likely time (m)	Pessimistic time (b)
1	A		9	10	11
2	B	A	10	11	12
3	C	A	10	12	14
4	D	A	10	13	16
5	E	B,C,D	12	15	18
6	F	B,C,D	11	12	13
7	G	E	12	14	16
8	H	G	9	10	11
9	I	F	10	11	12
10	J	I	7	10	13
11	K	H,J	10	13	16

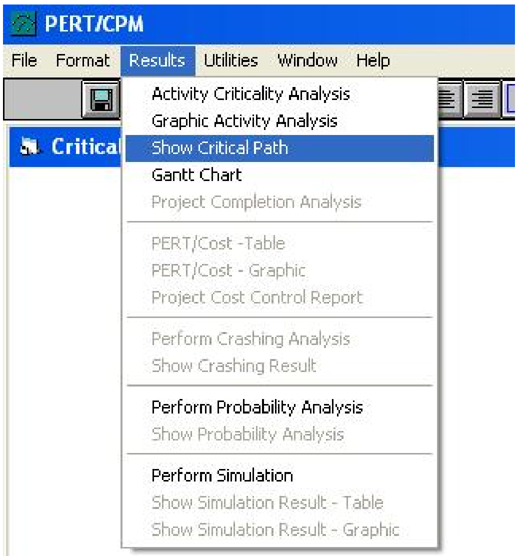
7. Pilih menu Solve and Analyze -> Solve Critical Path



8. Hasil akhir

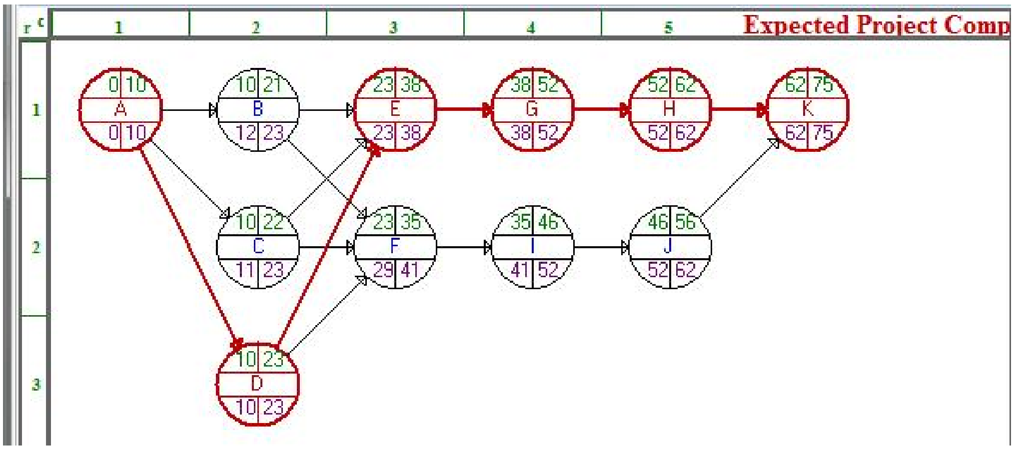
10-30-2015 00:07:45	Activity Name	On Critical Path	Activity Mean Time	Earliest Start	Earliest Finish	Latest Start	Latest Finish	Slack (LS-ES)	Activity Time Distribution	Standard Deviation
1	A	Yes	10	0	10	0	10	0	3-Time estimate	0.3333
2	B	no	11	10	21	12	23	2	3-Time estimate	0.3333
3	C	no	12	10	22	11	23	1	3-Time estimate	0.6667
4	D	Yes	13	10	23	10	23	0	3-Time estimate	1
5	E	Yes	15	23	38	23	38	0	3-Time estimate	1
6	F	no	12	23	35	29	41	6	3-Time estimate	0.3333
7	G	Yes	14	38	52	38	52	0	3-Time estimate	0.6667
8	H	Yes	10	52	62	52	62	0	3-Time estimate	0.3333
9	I	no	11	35	46	41	52	6	3-Time estimate	0.3333
10	J	no	10	46	56	52	62	6	3-Time estimate	1
11	K	Yes	13	62	75	62	75	0	3-Time estimate	1
	Project	Completion	Time	=	75	weeks				
	Number of	Critical	Path(s)	=	1					

9. Untuk melihat jalur kritisnya pilih menu Results -> Show Critical Path



10. Untuk melihat jalur kritisnya pilih menu Results -> Graphic Activitu Analysis

10-30-2015	Critical Path 1
1	A
2	D
3	E
4	G
5	H
6	K
Completion Time	75
Std. Dev.	1.91



Keterangan :

Untuk modul, yang dikoreksi seputar *spacing, typo,* sama penggunaan kata italic.

Untuk contoh Soal, yang dikoreksi seputar salah angka kegiatan.

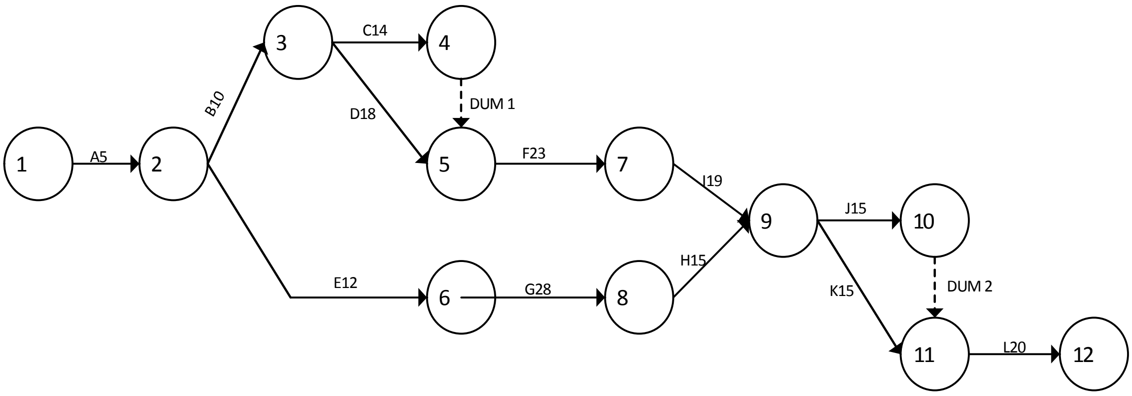
LATIHAN SOAL

1. Berikut ini adalah Pembuatan Gedung Universitas Gunadarma :

Kegiatan	Kegiatan Sebelumnya	a_{ij}	m_{ij}	b_{ij}	t_{ij}	v_{ij}
A	-	3	5	7		
B	A	10	10	10		
C	B	14	15	16		
D	B	18	20	22		
E	A	12	12	12		
F	C,D	20	23	26		
G	E	25	28	31		
H	G	13	15	17		
I	F	19	20	21		
J	I,H	15	15	15		
K	I,H	15	16	17		
L	J,K	18	20	22		

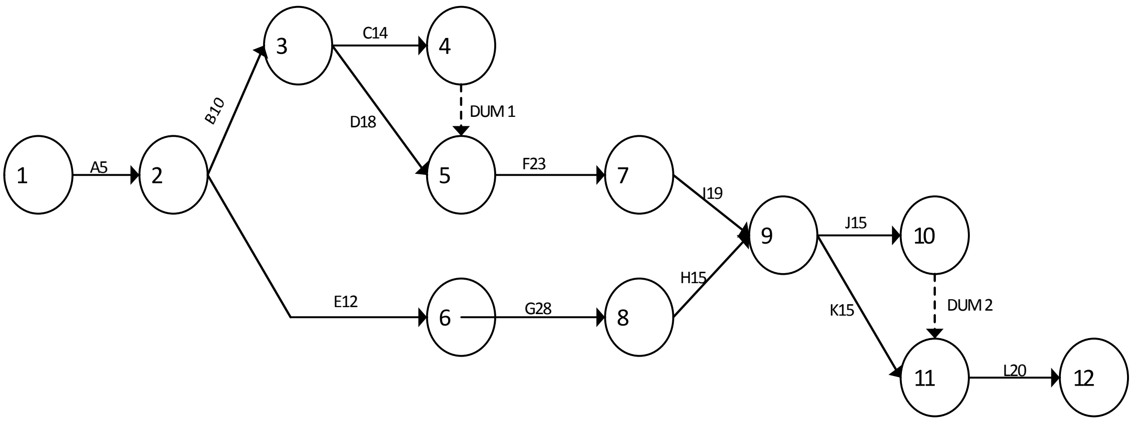
Berdasarkan data diatas buatlah gambar jaringan, tentukan distribusi beta untuk kegiatan D, tentukan jalur kritis, tentukan Probabilitas proyek dikerjakan lebih dari 115 minggu. Pilihlah jawaban yang tepat dari soal yang diminta :

a.



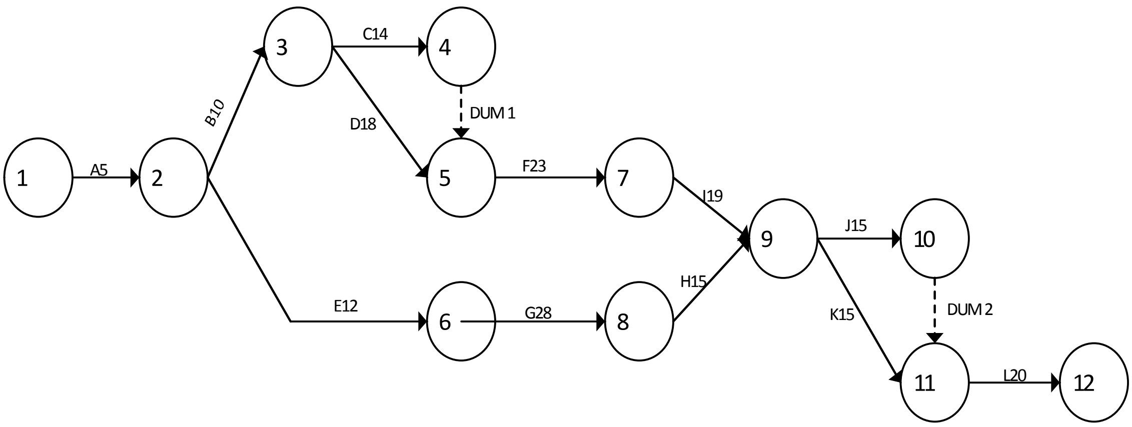
$t_{35} = 20$ dan $V_{36} = \frac{4}{9}$; jalur kritis A-B-D-F-I-K-L; 0,2743.

b.



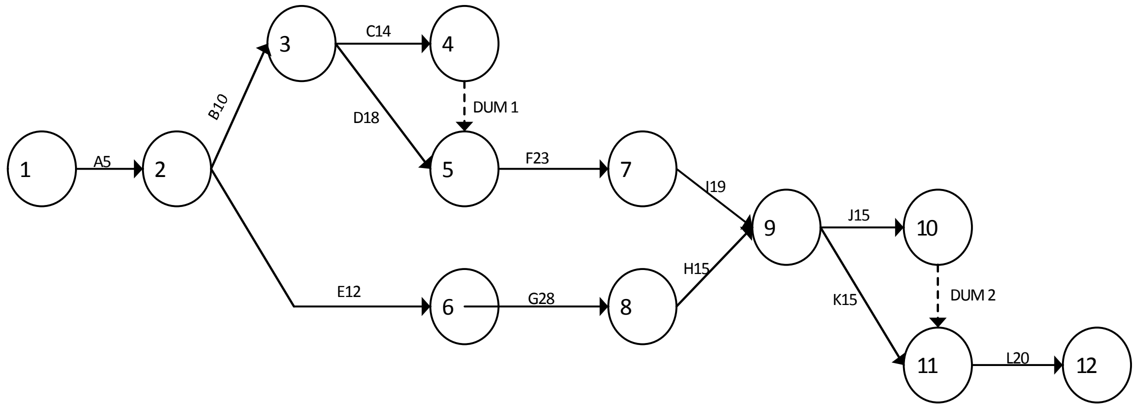
$t_{36} = 25$ dan $V_{36} = 1$; jalur kritis A-B-D-F-I-K-L; 0,2257.

c.



$t_{36} = 20$ dan $V_{36} = 1$; jalur kritis A-E-G-H-K-L; 0,2743.

d.



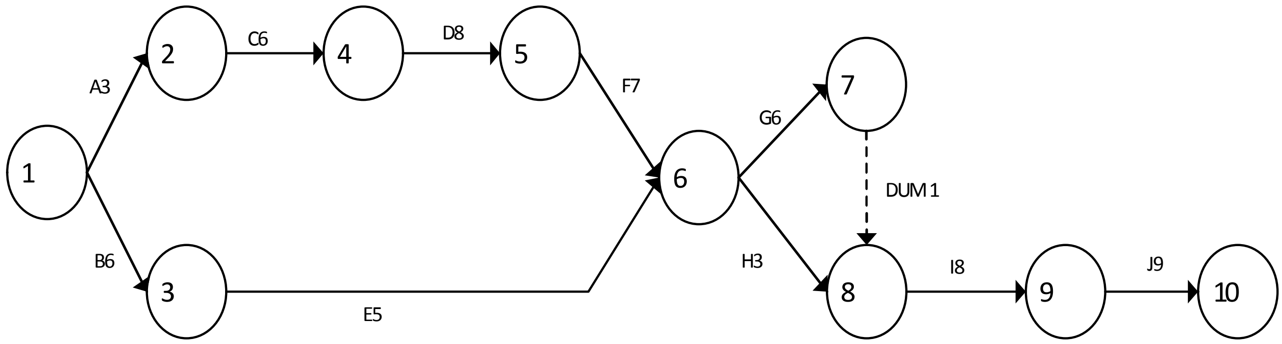
$t_{36} = 25$ dan $V_{36} = 1$; jalur kritis A-B-D-F-I-J-DUMMY2-L; 0,246.

2. Di bawah ini adalah waktu pembuatan lemari jati :

Kegiatan	Kegiatan Sebelumnya	a_{ij}	m_{ij}	b_{ij}	t_{ij}	v_{ij}
A	-	1		5	3	
B	-	3		9	6	
C	A	6		6	6	
D	C	6		10	8	
E	B	3		7	5	
F	D	6		8	7	
G	E,F	3		9	6	
H	E,F	3		3	3	
I	G,H	7		9	8	
J	I	8		10	9	

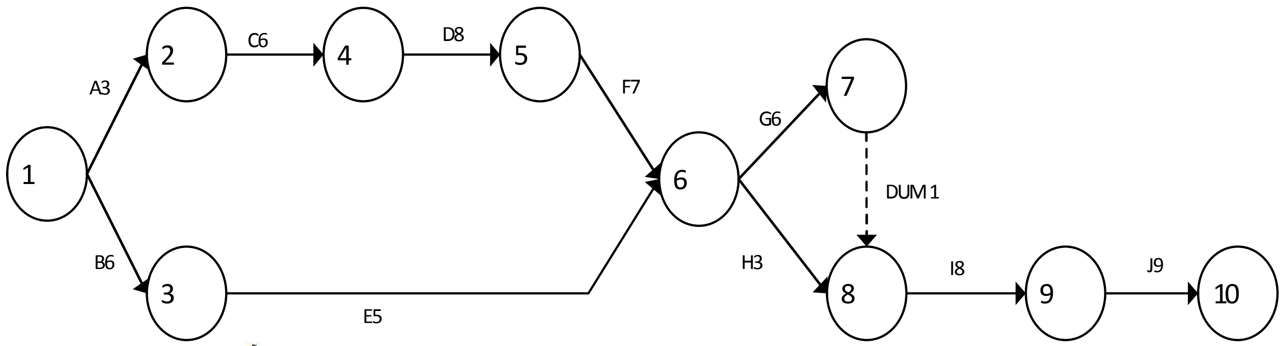
Berdasarkan data diatas buatlah gambar jaringan, tentukan distribusi beta untuk kegiatan I, tentukan jalur kritis, tentukan Probabilitas proyek dikerjakan lebih dari 50 minggu. Pilihlah jawaban yang tepat dari soal yang diminta :

a.



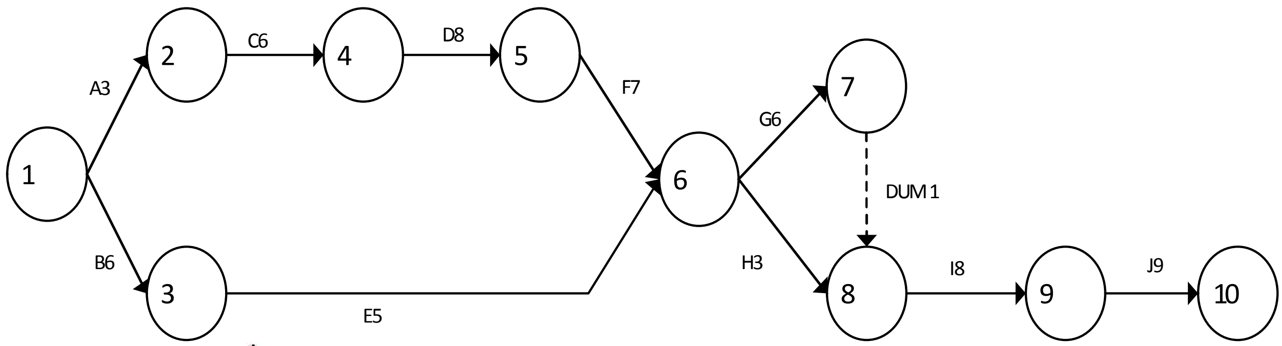
$M_{89} = 11$ dan $V_{89} = 0$; jalur kritis A-C-D-F-G-DUMMY-I-J; 2,18292

b.

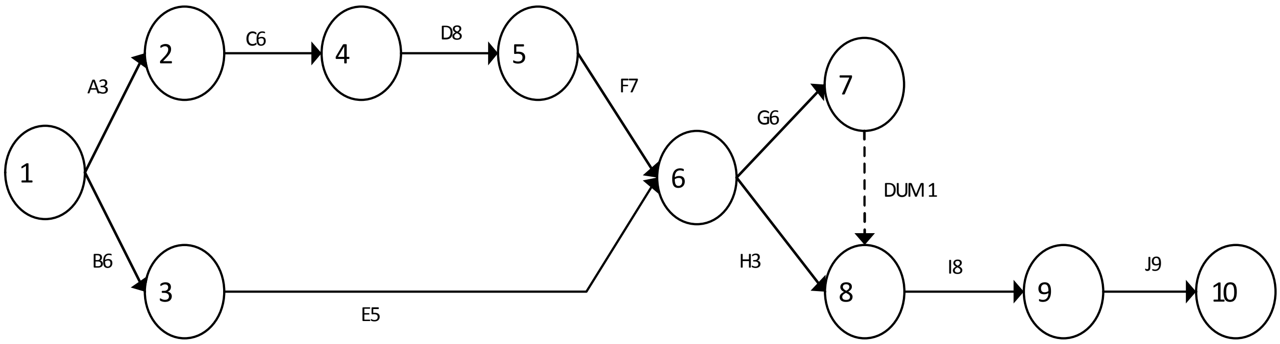


$m_{89} = 5$ dan $V_{89} = \frac{4}{9}$; jalur kritis A-C-D-F-H-I-J; 0,4821

c.



$m_{89} = 8$ dan $V_{89} = \frac{1}{9}$; jalur kritis A-C-D-F-G-DUMMY-I-J; 0,0228 d.



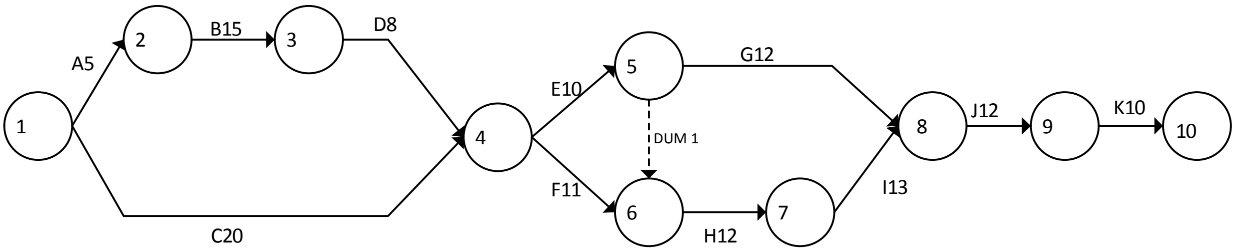
m_{89} = 18 dan V_{89} = 1; jalur kritis A-C-D-F-I-K; 0,0668

3. Berikut ini adalah waktu pembuatan Jalan Layang di Jakarta :

Kegiatan	Kegiatan Sebelumnya	a_{ij}	m_{ij}	b_{ij}	t_{ij}	V_{ij}
A	-	2	5	8		
B	A	12	15	18		
C	-	18	20	22		
D	B	8	9	10		
E	C,D	8	10	12		
F	C,D	10	11	12		
G	E	10	12	14		
H	E,F	9	12	15		
I	H	10	13	16		
J	G,I	11	12	13		
K	J	7	10	13		

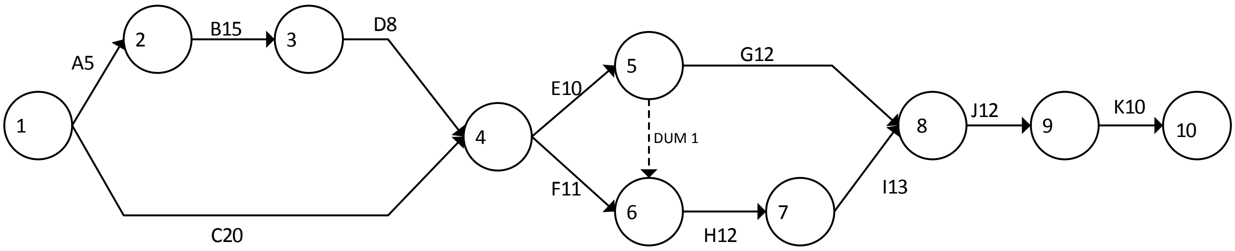
Berdasarkan data diatas buatlah gambar jaringan, tentukan distribusi beta untuk kegiatan H, tentukan jalur kritis, tentukan Probabilitas proyek dikerjakan lebih dari 90 minggu. Pilihlah jawaban yang tepat dari soal yang diminta :

a.



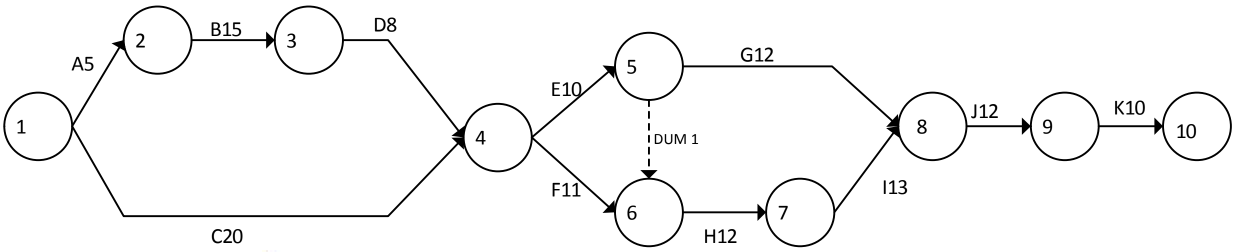
T_{67} = 12 dan V_{67} = 1; jalur kritis A-B-D-F-H-I-J-K; 0,0968.

b.



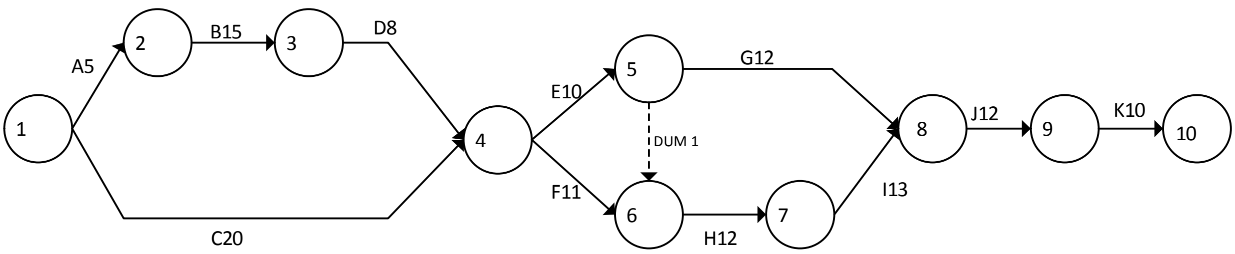
T_{67} = 13 dan V_{67} = 1; jalur kritis C-H-I-J-K; 1,2990.

c.



T_{67} = 12 dan $V_{67} = \frac{1}{9}$; jalur kritis A-B-D-F-H-I-J-K; 2,3094

d.



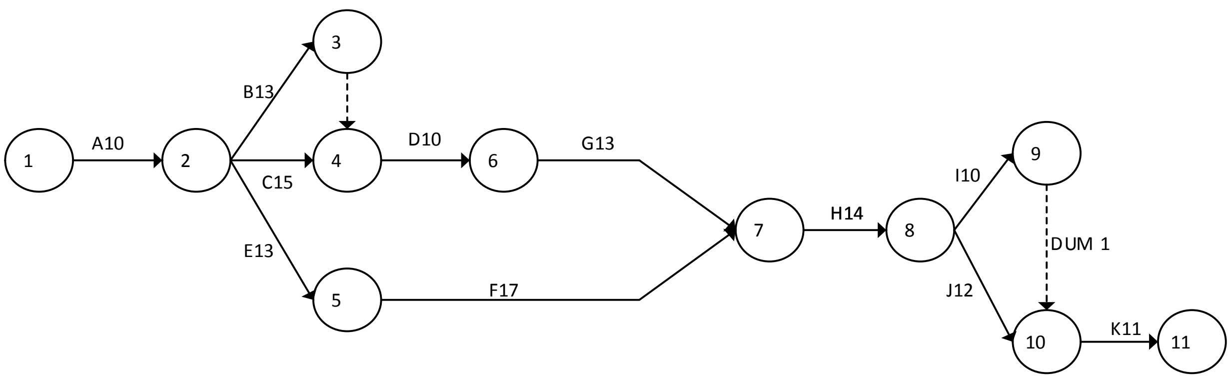
T_{67} = 110 dan V_{67} = 1; jalur kritis A-B-D-E-G-J-K; 0,1551

4. Di bawah ini adalah waktu perbaikan jalan di Pondok Gede :

Kegiatan	Kegiatan Sebelumnya	a_{ij}	m_{ij}	b_{ij}	t_{ij}	v_{ij}
A	-	7		13	10	
B	A	12		14	13	
C	A	14		16	15	
D	B,C	13		17	15	
E	A	12		14	13	
F	E	16		18	17	
G	D	10		16	13	
H	G,F	11		17	14	
I	H	9		11	10	
J	H	11		13	12	
K	I,J	10		12	11	

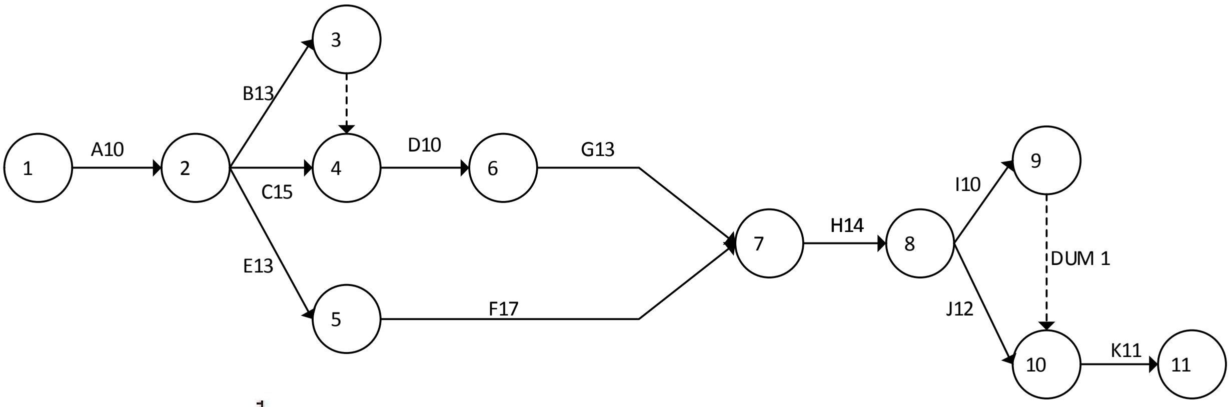
Berdasarkan data diatas buatlah gambar jaringan, tentukan distribusi beta untuk kegiatan F, tentukan jalur kritis, tentukan Probabilitas proyek dikerjakan lebih dari 91 minggu. Pilihlah jawaban yang tepat dari soal yang diminta :

a.



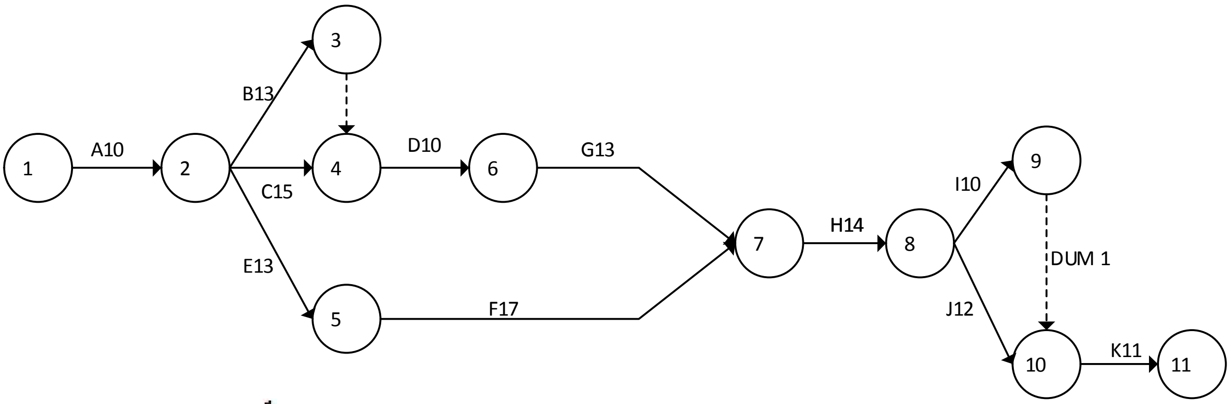
$M_{57} = 19$ dan $V_{57} = 1$; jalur kritis A-C-D-G-H-J-K; 0,2314.

b.



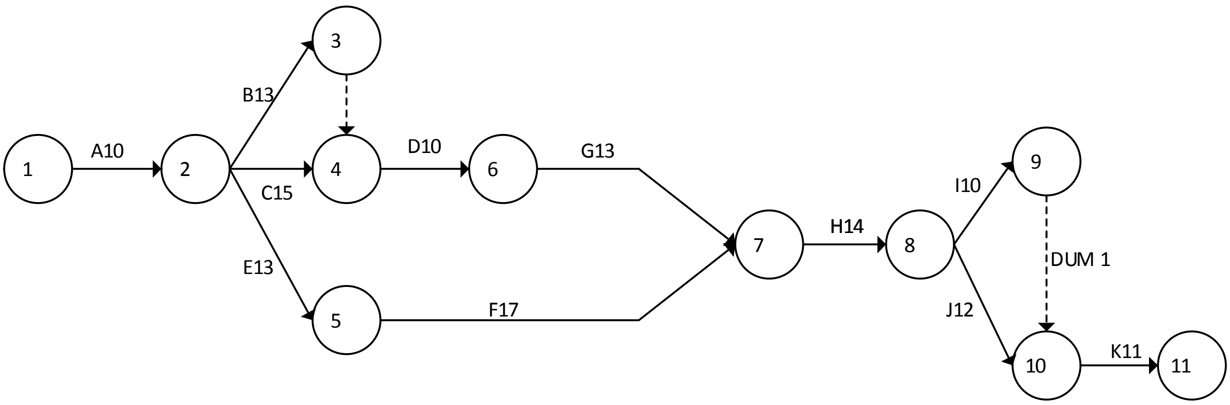
$M_{57} = 17$ dan $V_{57} = \frac{1}{9}$; jalur kritis A-C-D-G-H-J-K; 0,3085.

c.



$M_{57} = 16$ dan $V_{57} = \frac{1}{9}$; jalur kritis A-E-F-H-J-K; 0,1915

d.



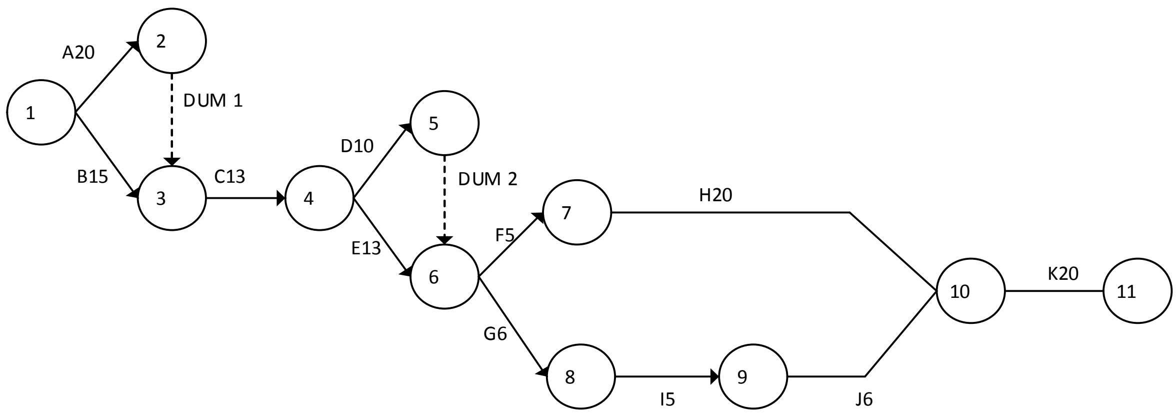
$M_{57} = 20$ dan $V_{57} = 1$; jalur kritis -E-F-H-J-K; 0,9436

5. Di bawah ini adalah waktu perbaikan jalan di Tambun Selatan :

Kegiatan	Kegiatan Sebelumnya	a_{ij}	m_{ij}	b_{ij}	t_{ij}	v_{ij}
A	-	17		23	20	
B	-	14		16	15	
C	A,B	13		13	13	
D	C	8		12	10	
E	C	10		16	13	
F	D,E	3		7	5	
G	D,E	3		9	6	
H	F	18		22	20	
I	G	4		6	5	
J	I	5		7	6	
K	H,J	19		21	20	

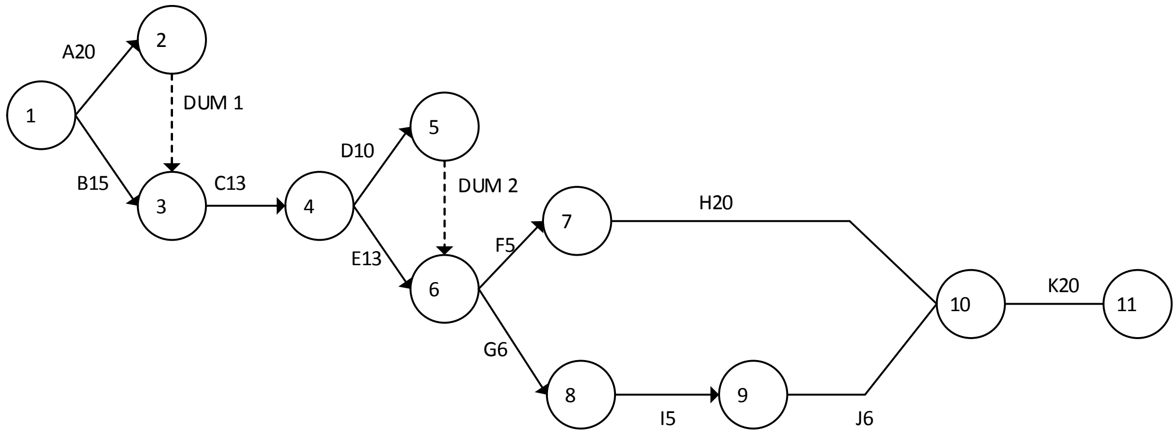
Berdasarkan data diatas buatlah gambar jaringan, tentukan distribusi beta untuk kegiatan C, tentukan jalur kritis, tentukan Probabilitas proyek dikerjakan lebih dari 95 minggu. Pilihlah jawaban yang tepat dari soal yang diminta :

a.



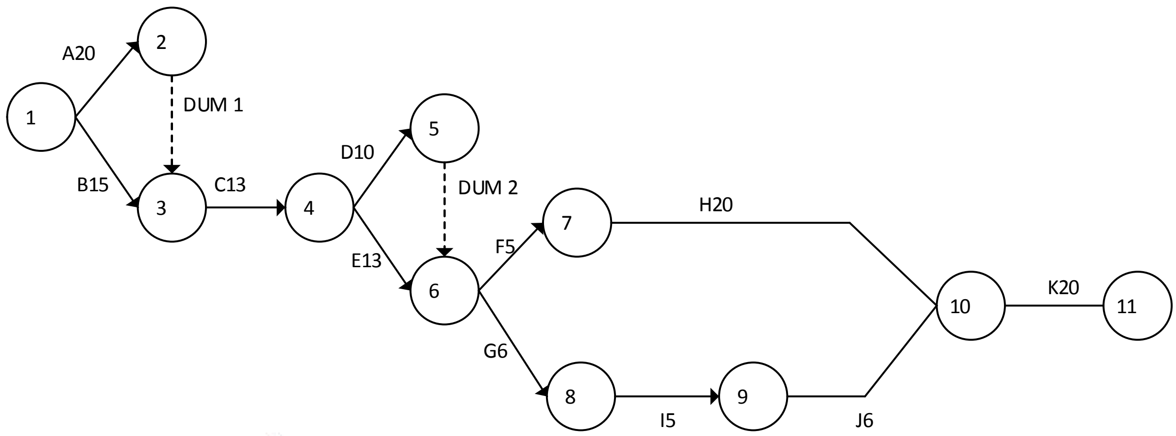
$M_{34} = 13$ dan $V_{35} = 1$; jalur kritis B-C-E-G-I-J-K; 0,0126.

b.



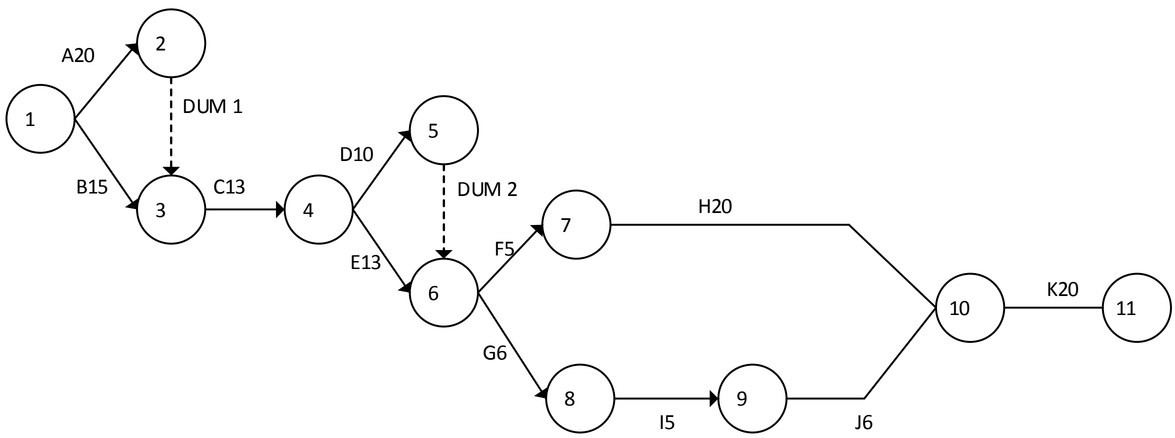
$M_{34} = 10$ dan $V_{35} = 1$; jalur kritis B-C-E-G-I-J-K; 0,4893.

c.



$M_{35} = 10$ dan $V_{35} = \frac{4}{9}$; jalur kritis A-DIM1-C-D-DUM2-F-H-K; 1,7320.

d.



$M_{34} = 13$ dan $V_{34} = 0$; jalur kritis A-DUMMY1-C-E-F-H-K; 0,0107.

BAB 3

Modul RO 2:

Teori Antrian Dalam Praktek

Buku Seri Praktikum

Laboratorium

Manajemen Menengah

TEORI ANTRIAN DALAM PRAKTEK

Deskripsi Modul

Antrian menjelaskan tentang tujuan dasar model antrian, elemen-elemen pokok dalam antrian, macam-macam sturktur antrian serta asumsi-asumsi yang digunakan dalam mengunakan teori antrian khsususnya asumsi yang digunakan dalam model antrian jenis multi channel single phase.

Tujuan Modul

Setelah menyelesaikan praktikum pada modul ini, praktikan akan memahami:

1. Efektifitas suatu channel atau loket
2. Keputusan membangun channel atau loket
3. Pengidentifikasian efektifitas suatu loket
4. Kemungkinan atau probabilitas pelanggan

Isi

Pembelajaran 1: Konsep dasar Antrian

Pembelajaran 2 : Struktur Antrian

Pembelajaran 3: Aplikasi Antrian

Latihan : Menghitung Aplikasi Antrian

❖ PENDAHULUAN

Sistem ekonomi dan usaha (bisnis) sebagian besar beroperasi dengan sumber daya yang relatif terbatas**.** Sering terjadi orang-orang, barang-barang, komponen-komponen, atau kertas kerja harus menunggu untuk mendapatkan jasa pelayanan. Garis-garis tunggu ini sering disebut dengan antrian (Queues), berkembang karena kualitas pelayanan (server) adalah relatif mahal untuk memenuhi permintaan layanan dan sangat terbatas.

❖ STRUKTUR ANTRIAN.

Proses antrian pada umumnya dikelompokkan ke dalam empat struktur dasar menurut sifat-sifat fasilitas pelayanan, yaitu:

1. Single Channel - Single Phase (satu saluran satu tahap)
2. Single Channel - Multi Phase (satu saluran banyak tahap)
3. Multi Channel - Single Phase (banyak saluran satu tahap)
4. Multi Channel - Multi Phase (banyak saluran banyak tahap)

Pada praktikum semester lalu kalian telah mempelajari antrian single channel single phase pada Manajemen Operasional. Kini pada praktikum Riset Operasional 2 pembahasan antrian masih berlanjut tepatnya antrian ***MULTI CHANNEL SINGLE PHASE.***

Antrian Multi Channel Single Phase

a) Asumsi-asumsi dalam multi channel single phase (*infinite*)

- > Jumlah antrian tidak dibatasi
- > Kedatangan mengikuti distribusi poisson
- > Waktu pelayanan mengikuti distribusi exponential negative
- > First come, first served
- > Saluran dikalikan dengan tingkat pelayanan > dari tingkat kedatangan.

b) Ciri ciri distribusi poisson :

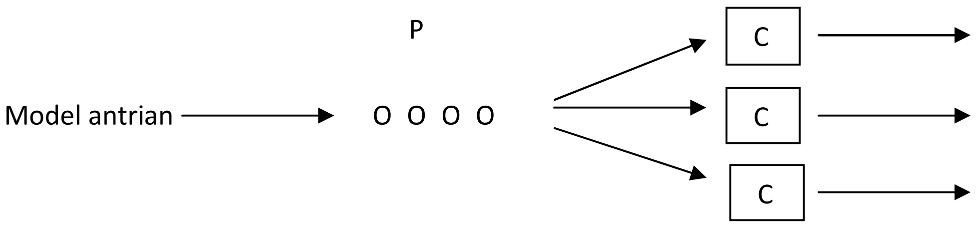
> Tingkat kedatangan rata-rata dapat diduga berdasarkan data masa lalu

> Tingkat kedatangan rata-rata persatuan waktu adalah konstan

> Banyaknya kedatangan dalam suatu selang waktu tidak dipengaruhi apa yang terjadi pada selang waktu sebelumnya

> Probabilitas suatu kedatangan dalam selang waktu yang sangat pendek adalah sangat kecil sehingga probabilitas > dari satu kedatangan dalam selang waktu yang pendek akan mendekati 0 (nol)

Multi channel single phase (infinite) = antrian tidak dibatasi



Rumus :

- **Probabilitas tidak adanya pengantri dalam system**

$$Po = \frac{1}{\left[\sum_{n=0}^{c-1} \frac{\left(\lambda/\mu\right)^n}{n!}\right] + \frac{\left(\lambda/\mu\right)^c}{c!\left(1-\left(\lambda/c\mu\right)\right)}}$$

catatan : untuk yang diketahui c,dihitung dari 1, 2, 3, dst sampai ke-c

- **Probabilitas orang ke-n mengantri dalam system**

$$P\,(n \le c) = \left(\frac{(\lambda/\mu)^n}{n!}\right)Po$$

$$P\,(n > c) = \left(\frac{(\lambda/\mu)^n}{c!\,(c^{n-c})}\right)Po$$

- **Tingkat Kegunaan**

$$R = \frac{\lambda}{c \, x \, \mu}$$

- **Rata-rata banyaknya pengantri dalam antrian (Lq)**

$$Lq = \frac{\left[Po \, (\lambda/\mu)^c\right]\left[\left(\frac{\lambda}{c \, x \, \mu}\right)\right]}{c!\left(1-\left(\frac{\lambda}{c \, x \, \mu}\right)\right)^2}$$

Atau

$$Lq = \frac{\left[Po \, (\lambda/\mu)^c\right] R}{c! \, (1-R)^2}$$

- **Rata-rata banyaknya pengantri dalam System (L)**

$$L = Lq + \frac{\lambda}{\mu}$$

- **Rata-rata waktu mengantri dalam antrian (Wq)**

$$Wq = {Lq}/{\lambda}$$

- **Rata-rata waktu mengantri dalam System (W)**

$$W = Wq + \frac{1}{\mu}$$

Contoh Soal

Diketahui loket penjualan tiket final Proliga 2015 di Istora Senayan ada 3 buah dengan tingkat pelayanannya yaitu 50 orang/jam mengikuti distribusi poisson. Serta diketahui juga tingkat kegunaannya 70%. Maka tentukan :

a. Tingkat Kedatangan

b. Proporsi tidak adanya pengantri dalam system

c. Rata-rata banyaknya pengantri dalam antrian

d. Rata-rata banyaknya pengantri dalam system

e. Rata-rata waktu mengantri dalam antrian

f. Rata – rata waktu mengantri dalam system

g. Probabilitas adanya orang ke 6

Jawab

a. λ = R x c x μ

= 0,7 x 3 x 50

= 105

Jadi, tingkat kedatangan pelanggan pada final Proliga 2015 di Istora Senayan adalah 105 orang/jam.

b. $$Po = \frac{1}{\left[\sum_{n=0}^{c-1} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!}\right] + \frac{(\lambda/\mu)^c}{c!\left(1-(\lambda/c\mu)\right)}}$$

$$= \frac{1}{\frac{(105/50)^0}{0!} + \frac{(105/50)^1}{1!} + \frac{(105/50)^2}{2!} + \frac{(105/50)^3}{3!\left(1-(105/150)\right)}}$$

$$= \frac{1}{1 + 2{,}1 + 2{,}205 + 5{,}145}$$

= 0,0957

Jadi, probabilitas tidak adanya pengantri dalam sistem pada final Proliga 2015 di Istora Senayan adalah 0,0957.

c. $$Lq = \frac{\left[Po\ (\lambda/\mu)^c\right] R}{c!\ (1-R)^2}$$

$$= \frac{\left[0{,}0957\ (105/50)^3\right] 0{,}7}{3!\ (1-0{,}7)^2}$$

= 1,149

Jadi, rata-rata banyaknya pengantri dalam antrian pada final Proliga 2015 di Istora Senayan adalah sebanyak 1 orang.

d. $L = Lq + \frac{\lambda}{\mu}$

= 1,149 + (105 / 50)

= 3,249

Jadi, rata-rata banyaknya pengantri dalam sistem pada final Proliga 2015 di Istora Senayan adalah sebanyak 3 orang.

e. Wq = Lq / λ

= 1,149 / 105

= 0,0109 = 0,66 menit

Jadi, rata-rata lamanya waktu menunggu untuk dilayani dalam antrian pada final Proliga 2015 di Istora Senayan selama 0,66 menit.

f. W = Wq + (1 / μ)

= 0,0109 + (1/ 50)

= 0,0309 = 1,854 menit

Jadi, rata-rata lamanya waktu menunggu untuk dilayani dalam sistem pada final Proliga 2015 di Istora Senayan selama 1,854 menit.

g. $P_6 = \dfrac{(\lambda/\mu)^p \times Po}{c! \times c^{p-c}}$

$= \dfrac{(105/50)^6 \times 0{,}0957}{3! \times 3^{6-3}}$

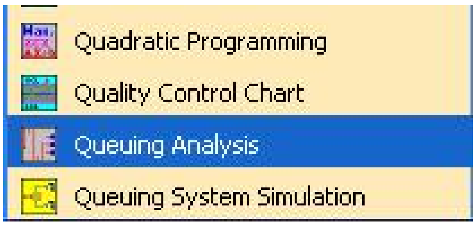
= 0,0507

Jadi, probabilitas adanya orang ke-6 yang mengantri dalam sistem pada final Proliga 2015 di Istora Senayan adalah 0,0507.

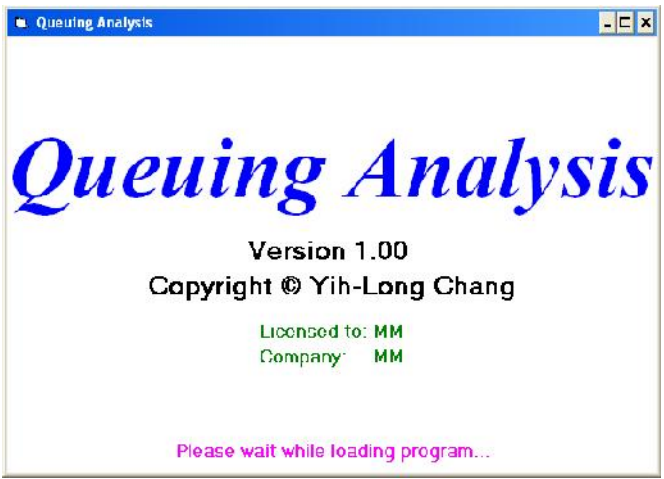
Penggunaan Software

1. Start -> All Program -> WinQSB

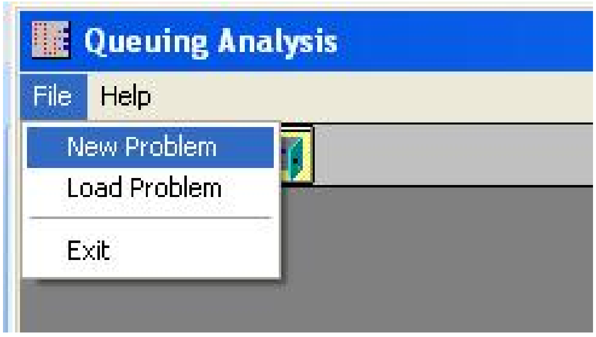
2. Pilih program Queuing Analysis



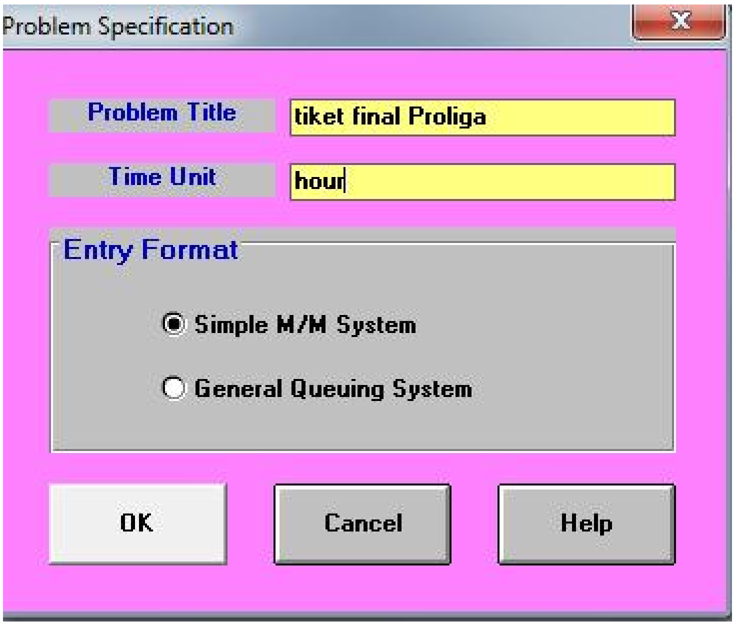
3. Tampilan awal Queuing Analysis



4. Pilih menu File -> New Problem untuk memulai



5. Pada form Problem Specificaion isikan
   - Problem Title (isikan data anda)
   - Time Unit (satuan waktu) = hour

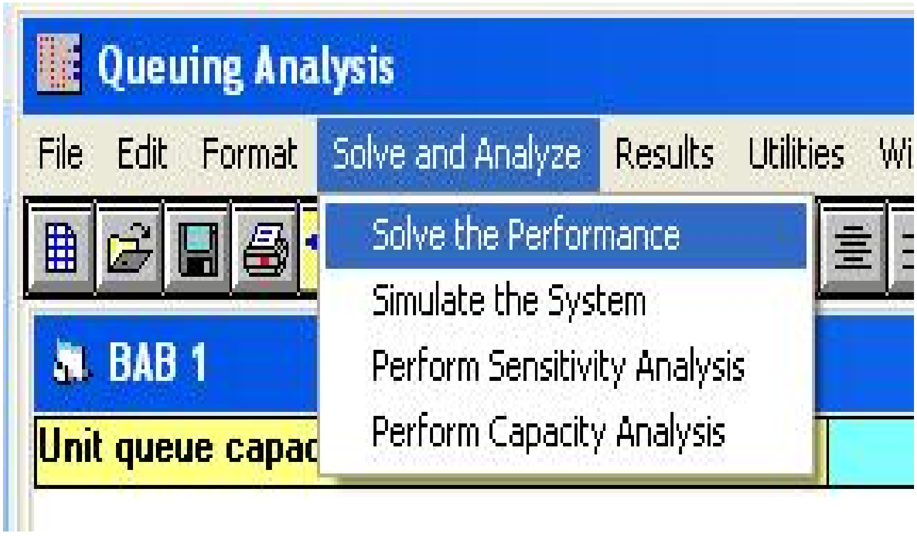


Klik OK untuk melanjutkan

6. Masukkan
   - Number of Servers = 3
   - Service rate (per server per hour) μ = 50
   - Costumer arrival rate (per hour) lambda = 105

Data Description	ENTRY
Number of servers	3
Service rate (per server per hour)	50
Customer arrival rate (per hour)	105
Queue capacity (maximum waiting space)	M
Customer population	M
Busy server cost per hour	
Idle server cost per hour	
Customer waiting cost per hour	
Customer being served cost per hour	
Cost of customer being balked	
Unit queue capacity cost	

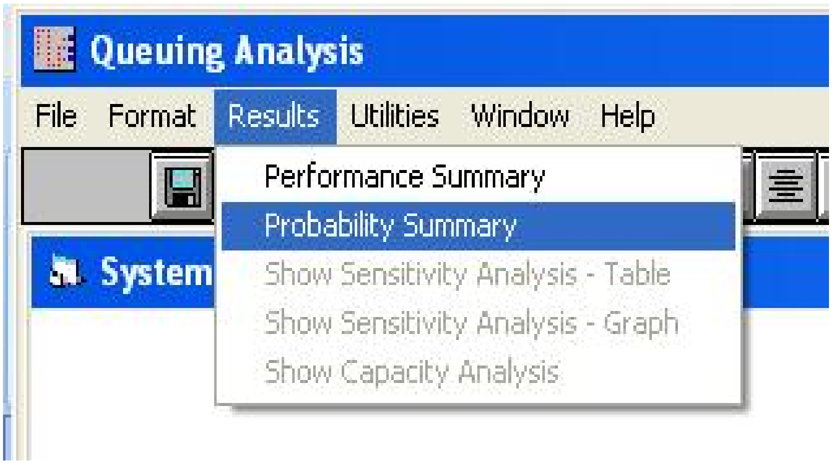
7. Pilih menu Solve and Analyze -> Solve the Performance



8. Hasil problem solving
    - Tingkat kegunaan = 70%
    - Proporsi waktu menganggur kasir (P0) = 9,5694
    - Rata-rata banyaknya pengantri dalam antrian (Lq) =1,1488
    - Rata-rata banyaknya pengantri dalam system (L) = 3,2488
    - Rata-rata waktu menunggu dalam antrian (Wq) = 0,0109
    - Rata-rata waktu mengunggu dalam system (W) = 0,0309

07-13-2016	Performance Measure	Result
1	System: M/M/3	From Formula
2	Customer arrival rate (lambda) per hour =	105,0000
3	Service rate per server (mu) per hour =	50,0000
4	Overall system effective arrival rate per hour =	105,0000
5	Overall system effective service rate per hour =	105,0000
6	Overall system utilization =	70,0000 %
7	Average number of customers in the system (L) =	3,2488
8	Average number of customers in the queue (Lq) =	1,1488
9	Average number of customers in the queue for a busy system (Lb) =	2,3333
10	Average time customer spends in the system (W) =	0,0309 hours
11	Average time customer spends in the queue (Wq) =	0,0109 hours
12	Average time customer spends in the queue for a busy system (Wb) =	0,0222 hours
13	The probability that all servers are idle (Po) =	9,5694 %
14	The probability an arriving customer waits (Pw or Pb) =	49,2344 %
15	Average number of customers being balked per hour =	0
16	Total cost of busy server per hour =	$0
17	Total cost of idle server per hour =	$0
18	Total cost of customer waiting per hour =	$0
19	Total cost of customer being served per hour =	$0
20	Total cost of customer being balked per hour =	$0
21	Total queue space cost per hour =	$0
22	Total system cost per hour =	$0

9. Pilih menu Result -> Probability Summary



10. Probabilitas adanya orang ke-6 (P_6) = 0,0507

11. Probabilitas adanya 2 orang yang mengantri dalam sistem pada penjualan tiket Proliga adalah P0 + P1 + P1 = 0,0957 + 0,2010 + 0,2110 = 0,5077

07-13-2016 22:24:15 n	Estimated Probability of n Customers in the System	Cumulative Probability
0	0,0957	0,0957
1	0,2010	0,2967
2	0,2110	0,5077
3	0,1477	0,6554
4	0,1034	0,7588
5	0,0724	0,8311
6	0,0507	0,8818
7	0,0355	0,9173
8	0,0248	0,9421
9	0,0174	0,9595
10	0,0122	0,9716

SOAL PRAKTIKUM BAB 3 (ANTRIAN DALAM PRAKTEK)

1. Pada tempat makan "Bebek Monggo" diketahui memiliki 4 kasir dengan tingkat pelayanannya yaitu 55 orang/jam mengikuti distribusi poisson. Serta diketahui juga tingkat kegunaan 75% Maka tentukan : Tingkat Kedatangan (λ), Proporsi tidak adanya pengantri dalam system (Po), Rata – rata banyaknya pengantri dalam antrian (Lq), Rata – rata banyaknya pengantri dalam system (L), Rata – rata waktu mengantri dalam antrian (Wq), Rata – rata waktu mengantri dalam system (W), Probabilitas adanya orang ke-5 (P_5).

   a. λ = 165 orang/jam ; Po = 0,03774 ; Lq = 1,5293 ; L = 4,5283 ; Wq = 0,0093 jam ; W = 0,0374 jam ; P_5 = 0,0955.
   b. λ = 165 orang/jam ; Po = 0,03674 ; Lq = 1,5283 ; L = 4,5183 ; Wq = 0,0093 jam ; W = 0,0274 jam ; P_5 = 0,0955.
   c. λ = 165 orang/jam ; Po = 0,03774 ; Lq = 1,5283 ; L = 4,5283 ; Wq = 0,0093 jam ; W = 0,0274 jam ; P_5 = 0,0955.
   d. λ = 165 orang/jam ; Po = 0,03674 ; Lq = 1,5293 ; L = 4,5183 ; Wq = 0,0093 jam ; W = 0,0274 jam ; P_5 = 0,0955.

2. Pada penjualan tiket final PRAPON 2015 di Yogyakarta diketahui memiliki 3 loket dengan tingkat pelayanannya yaitu 60 orang/jam mengikuti distribusi poisson. Serta diketahui juga tingkat kegunaan 80% Maka tentukan : Tingkat Kedatangan (λ), Proporsi tidak adanya pengantri dalam system (Po), Rata – rata banyaknya pengantri dalam antrian (Lq), Rata – rata banyaknya pengantri dalam system (L), Rata – rata waktu mengantri dalam antrian (Wq), Rata – rata waktu mengantri dalam system (W), Probabilitas adanya orang ke-5 (P_5).

   a. λ = 144 orang/jam ; Po = 0,05628 ; Lq = 2,5888 ; L = 4,5283 ; Wq = 4,9876 jam ; W = 0,0374 jam ; P_5 = 0,0955.
   b. λ = 144 orang/jam ; Po = 0,05618 ; Lq = 2,5888 ; L = 4,9888 ; Wq = 0,018 jam ; W = 0,0346 jam ; P_5 = 0,0828.
   c. λ = 144 orang/jam ; Po = 0,05618 ; Lq = 1,5888 ; L = 4,5283 ; Wq = 0,018 jam ; W = 0,0274 jam ; P_5 = 0,0855.
   d. λ = 144 orang/jam ; Po = 0,05628 ; Lq = 1,5888 ; L = 4,5183 ; Wq = 4,9888 jam ; W = 0,0276 jam ; P_5 = 0,0755.

3. Di parkiran Margo City diketahui memiliki 5 loket keluar dengan tingkat pelayanannya yaitu 60 orang/jam mengikuti distribusi poisson. Serta diketahui juga tingkat kegunaan 90% Maka tentukan : Tingkat Kedatangan (λ), Proporsi tidak adanya pengantri dalam system (Po), Rata - rata banyaknya pengantri dalam antrian (Lq), Rata - rata banyaknya pengantri dalam system (L), Rata - rata waktu mengantri dalam antrian (Wq), Rata - rata waktu mengantri dalam system (W), Probabilitas adanya orang ke-7 (P_7).

   a. λ = 270 orang/jam ; Po = 0,00374 ; Lq = 7,5293 ; L = 9,5283 ; Wq = 0,0093 jam ; W = 0,0374 jam ; P_7 = 0,0955.
   b. λ = 270 orang/jam ; Po = 0,00384 ; Lq = 4,5283 ; L = 6,5183 ; Wq = 0,0093 jam ; W = 0,0274 jam ; P_7 = 0,0955.
   c. λ = 270 orang/jam ; Po = 0,00774 ; Lq = 1,5283 ; L = 4,5283 ; Wq = 0,0093 jam ; W = 0,0274 jam ; P_7 = 0,0955.
   d. λ = 270 orang/jam ; Po = 0,00496 ; Lq = 6,8624 ; L = 11,3624 ; Wq = 0,0254 jam; W = 0,0421 jam ; P_7 = 0,0618.

4. Gerbang Tol Ciledug diketahui memiliki 3 loket dengan tingkat pelayanannya yaitu 65 orang/jam mengikuti distribusi poisson. Serta diketahui juga tingkat kegunaan 85% Maka tentukan : Tingkat Kedatangan (λ), Proporsi tidak adanya pengantri dalam system (Po), Rata – rata banyaknya pengantri dalam antrian (Lq), Rata – rata banyaknya pengantri dalam system (L), Rata – rata waktu mengantri dalam antrian (Wq), Rata – rata waktu mengantri dalam system (W), Probabilitas adanya orang ke-5 (P_5).

   a. λ = 165,75 orang/jam ; Po = 0,03964 ; Lq = 4,1388 ; L = 6,6888 ; Wq = 0,025 jam ; W = 0,0404 jam ; P_5 = 0,0792.
   b. λ = 165,75 orang/jam ; Po = 0,03674 ; Lq = 1,5283 ; L = 6,5196 ; Wq = 0,0093 jam ; W = 0,0274 jam ; P_5 = 0,0797.
   c. λ = 165,75 orang/jam ; Po = 0,04085 ; Lq = 1,5283 ; L = 4,5283 ; Wq = 0,0241 jam ; W = 0,0274 jam ; P_5 = 0,0955.
   d. λ = 165,75 orang/jam ; Po = 0,03674 ; Lq = 3,9812 ; L = 4,5183 ; Wq = 0,0093 jam ; W = 0,0395 jam ; P_5 = 0,0955.

5. Di Ramayana Cijantung diketahui memiliki 4 kasir dengan tingkat pelayanannya yaitu 50 orang/jam mengikuti distribusi poisson. Serta diketahui juga tingkat kegunaan 65% Maka tentukan : Tingkat Kedatangan (λ), Proporsi tidak adanya pengantri dalam system (Po), Rata – rata banyaknya pengantri dalam antrian (Lq), Rata – rata banyaknya pengantri dalam system (L), Rata – rata waktu mengantri dalam antrian (Wq), Rata – rata waktu mengantri dalam system (W), Probabilitas adanya orang ke-6 (P_6).

   a. λ = 130 orang/jam ; Po = 0,06515 ; Lq = 0,6582 ; L = 3,2582 ; Wq = 0,0051 jam ; W = 0,0251 jam ; P_6 = 0,0524.
   b. λ = 130 orang/jam ; Po = 0,03674 ; Lq = 0,6582 ; L = 4,5183 ; Wq = 0,0051 jam ; W = 0,0271 jam ; P_6 = 0,0525.
   c. λ = 130 orang/jam ; Po = 0,06515 ; Lq = 1,5283 ; L = 4,5283 ; Wq = 0,00952jam ; W = 0,0254 jam ; P_6 = 0,0524.
   d. λ = 130 orang/jam ; Po = 0,03674 ; Lq = 1,5293 ; L = 3,2582 ; Wq = 0,0053 jam ; W = 0,0274 jam ; P_6 = 0,0526.

ANALISIS MARKOV

Deskripsi

Analisis Markov diartikan sebagai suatu teknik ataupun metode matematika untuk meramalkan perubahan pada variabel-variabel tertentu berdasarkan pengetahuan dari perubahan sebelumnya. Dalam dunia usaha ataupun industri Analisis Markov digunakan untuk mengetahui kemungkinan perubahan yang terjadi pada usaha yang dilakukan yang pada akhirnya digunakan sebagai alat untuk membantu pengambilan keputusan. Pengambilan keputusan yang sering kali dibuat yaitu dalam hal hutang-piutang, keunggulan produk, pergantian merk, operasi mesin dan lain sebagainya.

Tujuan

Setelah menyelesaikan praktikum pada modul ini, praktikan akan :

1. Memahami konsep dasar menegenai Analisis Markov.
2. Mampu menyusun probabilitas transisi maupun probabilitas tree dalam melakukan Analisis Markov.
3. Mampu menyimpulakan hasil analisis yang dilakukan dari probabilitas yang diperoleh.
4. Mampu menggunakan aplikasi software dalam Analisis Markov

Isi

Pembelajaran 1 : Ciri-ciri proses Markov

Pembelejaran 2 : Menyususn probabilitas transisi serta probabilitas tree

Pembelajaran 3 : Menyususn probabilitas *steady state*

Pembelajaran 4 : Pengaplikasian Markov secara manual serta software

Pembelajaran 5 : Latihan soal

1. Pendahuluan

Model Rantai Markov dikembangkan oleh seorang ahli Rusia A.A. Markov pada tahun 1906. Pada umumnya Riset Operasional bertujuan untuk mengambil keputusan yang optimal atas suatu permasalahan. Namun Analisis Markov digunakan untuk menghasilkan suatu informasi probabilistik yang dapat digunakan untuk membantu pengambilan keputusan. Dengan kata lain teknik-teknik yang lain dalam Riset Operasional pada umumnya merupakan teknik optimisasi sedangkan pada Analisis Markov merupakan teknik deskriptif.

Rantai Markov adalah suatu teknik matematik yang biasa digunakan untuk melakukan pembuatan model bermacam-macam sistem dan proses bisnis. Teknik ini dapat digunakan untuk memperkirakan perubahan-perubahan yang akan terjadi di waktu yang akan datang dalam variabel-variabel dinamis atas dasar perubahan-perubahan variabel tersebut di waktu lampau.

2. Ciri-ciri Proses Markov

Probabilitas Transisi adalah perubahan dari satu status ke status yang lain pada periode (waktu) berikutnya dan merupakan suatu proses random yang dinyatakan dalam probabilitas.

Untuk lebih jelasnya akan digunakan sebuah contoh kasus pada kendaraan umum. Dalam kasus ini terdapat dua buah state (kondisi / status) yaitu narik dan mogok. Jadi kendaraan umum tersebut akan selalu berada pada salah satu dari dua state tersebut, jika tidak narik maka mogok.

Agar dapat digunakan dalam proses Markov dibutuhkan beberapa asumsi seperti berikut :

a. Jika state kendaraan saat ini adalah narik maka hanya ada dua kemungkinan untuk kondisi waktu (hari) berikutnya yaitu narik kembali atau mogok. Sehingga jumlah probabilitas transisi pada setiap baris adalah satu.
b. Probabilitas transisi itu tidak akan berubah untuk selamanya.
c. Probabilitas transisi hanya tergantung pada status sekarang bukan status periode sebelumnya.

3. Menyusun Probabilitas Transisi

Untuk menunjukkan cara penyusunan probabilitas transisi, akan digunakan contoh kasus diatas dengan probabilitas-probabilitas sebagai berikut:

Status (saat ini)	**Banyaknya Mobil**	
	Hari I	**Hari II**
Narik	120	144
Mogok	100	76
Jumlah	220	220

Tabel 3.1

Hari I	**Hari II**		**Jumlah**
	Narik	**Mogok**	
Narik	70	50	120
Mogok	74	26	100
Jumlah	144	76	220

Tabel 3.2

Dari tabel di atas dapat diperoleh Probabilitas Transisi sebagai berikut:

Hari I	**Hari II**	
	Narik	**Mogok**
Narik	70/120= 0,5833	50/120 = 0,4167
Mogok	74/100 = 0,74	26/100 = 0,26

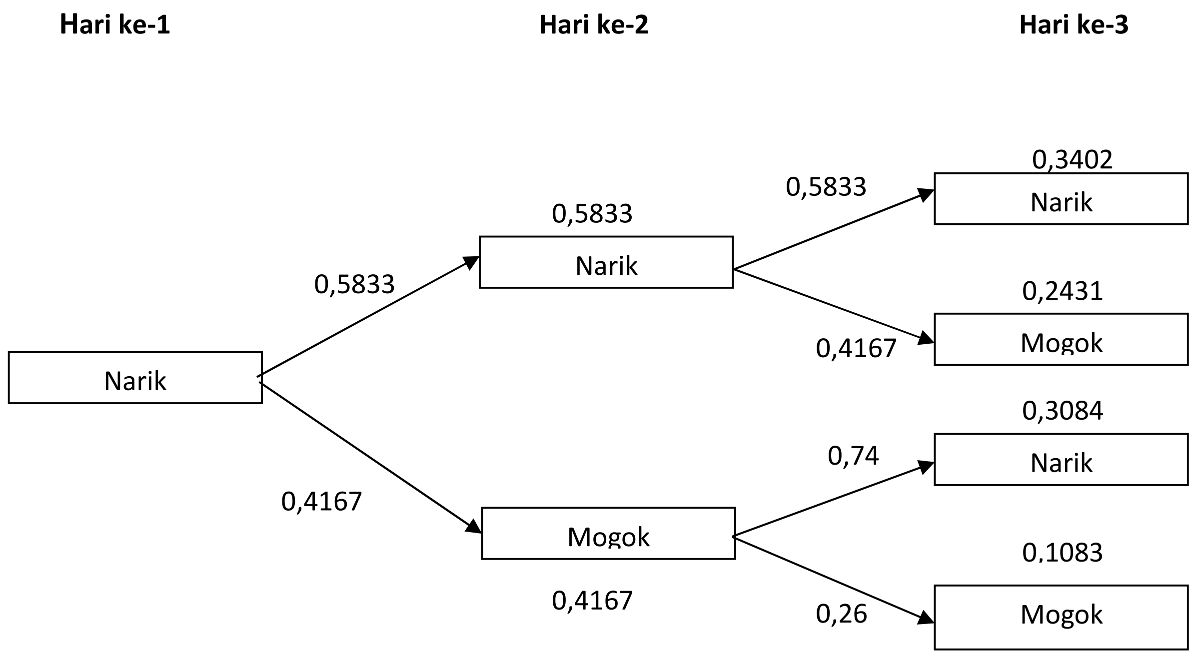
Tabel 3.3

4. Probabilitas Tree

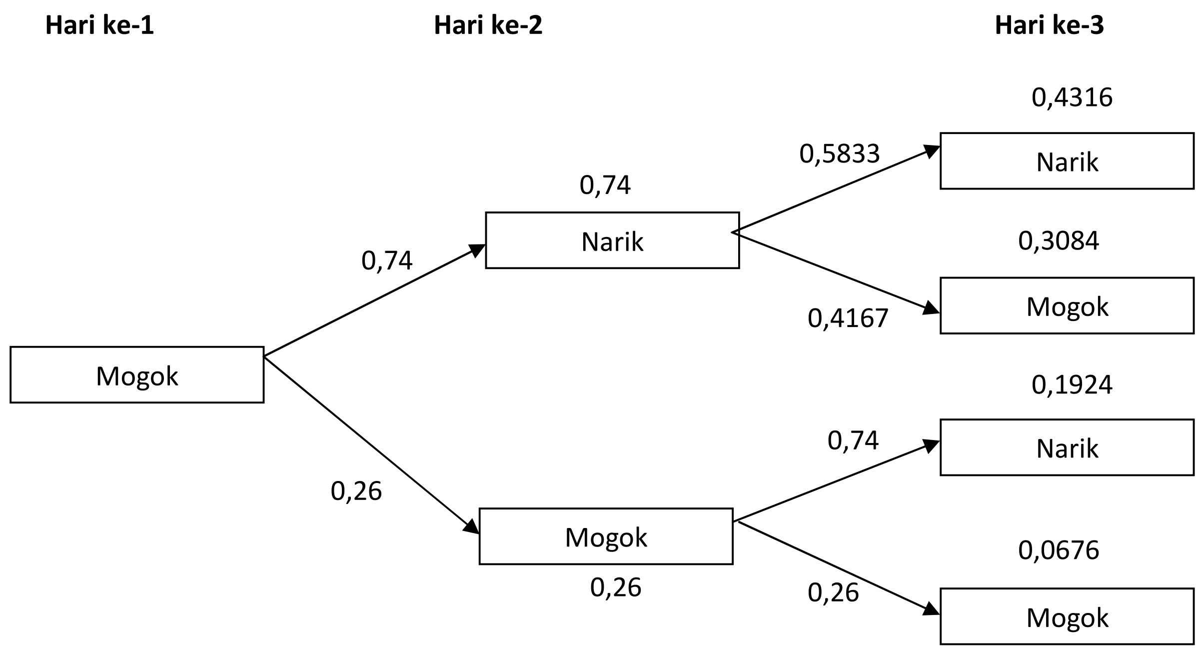
Probabilitas Tree merupakan cara yang mudah untuk menggambarkan sejumlah terbatas transisi dari suatu proses Markov. Agar lebih jelas kita masih akan mengambil contoh kasus di atas, semisal ingin diketahui :

a. Probabilitas hari ke-3 narik jika hari ke-1 narik
b. Probabilitas hari ke-3 mogok jika hari ke-1 narik
c. Probabilitas hari ke-3 narik jika hari ke-1 mogok
d. Probabilitas hari ke-3 mogok jika hari ke-1 mogok

Maka kita akan buat Probabilitas Tree dari kasus di atas sebagai berikut:



Probabilitas Tree hari ke-1 narik



Probabilitas Tree hari ke-1 mogok

Dari gambar 3.1 dan Gambar 3.2 dapat kita jawab soal di atas, sehingga :

a. Probabilitas hari ke-3 narik, jika hari ke-1 narik = 0,3402 + 0,3084 = 0,6486
b. Probabilitas hari ke-3 mogok jika hari ke-1 narik = 0,2431 + 0,1083 = 0,3514
c. Probabilitas hari ke-3 narik, jika hari ke-1 mogok = 0,4316 + 0,1924 = 0,642
d. Probabilitas hari ke-3 mogok jika hari ke-1 mogok = 0,3084 + 0,0676 = 0,376

5. Pendekatan Matriks

Ada kalanya kita harus mencari probabilitas pada periode yang sangat besar, misalkan periode hari ke-9, ke-10 dan seterusnya, akan sangat menyulitkan dan membutuhkan media penyajian yang khusus jika kita menggunakan Probabilitas Tree. Permasalahan tersebut dapat diselesaikan dengan menggunakan metode Pendekatan Matriks Probabilitas

Adapun Matriks Probabilitas dari contoh kasus di atas adalah sebagai berikut:

$$\begin{vmatrix} 0{,}5833 & 0{,}4167 \\ 0{,}74 & 0{,}26 \end{vmatrix}$$

Probabilitas kendaraan narik pada periode ke-i jika pada periode ke-1 narik, dilambangkan dengan:

Probabilitas Narik → Nn(i) ← Periode ke-i

↑

Status Awal Narik

Probabilitas kendaraan mogok pada periode ke-3 jika pada periode ke-1 mogok, dilambangkan dengan:

Probabilitas Mogok → Mm(3) ← Periode ke-3

↑

Status Awal Mogok

Jika kendaraan pada hari ke-1 narik maka berlaku probabilitas sebagai berikut:

Nn(l) = 1 sedangkan Mm(l) = 0

Jika probabilitas di atas disusun ke dalam vektor baris, maka kita dapatkan: (Nn(l) Mm(l)) = (1 0)

Adapun rumus untuk mencari probabilitas periode berikutnya (i+1) adalah:

(Nn(i+1) Mn(i+1)) = (Nn(i) Mn(i)) x Matriks Probabilitas Transisi

Bila rumus di atas kita gunakan untuk mencari probibalitas hari ke-2, maka:

$$\left(Nn(2)\ Mn(2)\right) = \left(Nn(1)\ Mn(1)\right) x \begin{vmatrix} 0{,}5833 & 0{,}4167 \\ 0{,}74 & 0{,}26 \end{vmatrix}$$

$$= (1 \quad 0)\ x \begin{vmatrix} 0{,}5833 & 0{,}4167 \\ 0{,}74 & 0{,}26 \end{vmatrix}$$

$$= (0{,}5833 \quad 0{,}4167)$$

Terlihat bahwa hasilnya sama dengan yang diperoleh dengan menggunakan metode Probabilities Tree. Dengan menggunakan cara yang sama kita akan dapatkan status untuk periode-periode berikutnya sebagai berikut:

(Nn(3) Mn(3)) = (0,6486 0,3514)

(Nn(4) Mn(4)) = (0,6384 0,3616)

(Nn(5) Mn(5)) = (0,6400 0,3400)

(Nn(6) Mn(6)) = (0,6397 0,3603)

(Nn(7) Mn(7)) = (0,6398 0,3602)

(Nn(8) Mn(8)) = (0,6398 0,3602)

Terlihat bahwa perubahan probabilitas semakin lama semakin mengecil sampai akhirnya tidak tampak adanya perubahan. Probabilitas tersebut tercapai mulai dari periode ke-7, dengan probabilitas status:

(Nn(7) Mn(7)) = (0,6398 0,3602)

Ini berarti pemilik kendaraan dapat menarik kesimpulan bahwa jika awalnya kendaraan berstatus narik, setelah beberapa periode di masa depan probabilitasnya narik adalah sebesar 0,6398 dan probabilitasnya mogok adalah sebesar 0,3602.

Untuk perhitungan probabilitas status hari pertama mogok dapat kita cari dengan metode yang sama dan akan kita dapatkan probabilitas yang akan sama untuk periode selanjutnya, mulai dari periode ke-8. Adapun probabilitas pada periode ke-8 adalah:

$$(Nm(8) \quad Mm(8)) \;=\; (0{,}6398 \quad 0{,}3602)$$

6. Probabilitas Steady State

Dalam banyak kasus, proses Markov akan menuju pada Steady State (keseimbangan) artinya setelah proses berjalan selama beberapa periode, probabilitas yang dihasilkan akan bernilai tetap, dan probabilitas ini dinamakan Probabilitas Steady State. Dari contoh di atas Probabilitas Steady Statenya adalah probabilitas narik sebesar 0,6398 dan probabilitas mogok sebesar 0,3602.

Untuk mencari Probabilitas Steady State dari suatu Matriks Transisi, maka kita dapat menggunakan rumus:

$$\boxed{(Nn\ (i+1)\ \ Mn(i+1) = (Nn(i)\ Mn(i)\ x\ Matriks\ Probabilitas\ Transisi}$$

Karena Steady State akan menghasilkan probabilitas yang sama pada periode ke depan maka rumus tersebut akan berubah menjadi:

$$\boxed{(Nn(i)\ \ Mn(i) = (Nn(i)\ Mn(i)\ x\ Matriks\ Probabilitas\ Transisi}$$

Dari contoh kasus di atas dengan status hari ke-1 narik, maka kita dapatkan:

$$\begin{vmatrix} 0{,}5833 & 0{,}4167 \\ 0{,}74 & 0{,}26 \end{vmatrix}$$

Untuk mengurangi keruwetan, periode (i) dapat kita hilangkan, karena pada saat Steady State tercapai periode tidak akan mempengaruhi perhitungan. Sehingga perhitungan di atas akan menjadi:

$$(Nn\ Mn) = (Nn\ Mn)x \begin{vmatrix} 0{,}5833 & 0{,}4167 \\ 0{,}74 & 0{,}26 \end{vmatrix}$$

Dari perhitungan di atas akan menghasilkan persamaan berikut:

Nn = 0,5833Nn + 0,74Mn ....(1)

Mn = 0,4167Nn + 0,26Mn .... (2)

Karena salah satu ciri proses markov adalah:

Nn(i) + Mn(i) = 1, maka:

Nn + Mn = 1 ⇒ Mn = 1 - Nn

Dengan menstubstitusikan Mn = 1 -Nn ke persamaan (1) didapatkan:

$$
\begin{aligned}
Nn &= 0{,}5833Nn + 0{,}74(1-Nn) \\
Nn &= 0{,}5833Nn + 0{,}74 - 0{,}74Nn \\
Nn &= -0{,}1567Nn + 0{,}74 \\
1 + 0{,}1567Nn &= 0{,}74 \\
1{,}1567Nn &= 0{,}74 \\
Nn &= 0{,}6398
\end{aligned}
$$

Lalu kita masukkan nilai Nn = 0,6398 ke dalam persamaan (2) didapatkan:

$$
\begin{aligned}
Mn &= 1 - Nn \\
Mn &= 1 - 0{,}6389 \\
Mn &= 0{,}3602
\end{aligned}
$$

7. Penggunaan Probabilitas Steady State

Dari contoh kasus kita ketahui bahwa Pemilik Kendaraan memiliki 220 kendaraan. Dengan menggunakan Probabilitas Steady State yang sudah kita dapatkan, Pemilik dapat mengharapkan jumlah kendaraan setiap harinya narik atau mogok sebanyak:

Narik : Nn x 220 = 0,6398 x 220= 140,756 atau sebanyak 141 kendaraan

Mogok : Mn x 220 = 0,3602 x 220= 79,244 atau sebanyak 79 kendaraan

Misalkan Pemilik kurang puas dengan tingkat operasi yang ada dan ingin meningkatkannya, sehingga Pemilik mengambil kebijakan untuk menggunakan suku cadang asli dalam setiap perawatan armada. Kebijakan ini membuat Matriks Probabilitas Transisi berubah menjadi:

$$
\begin{vmatrix} 0{,}7 & 0{,}3 \\ 0{,}74 & 0{,}26 \end{vmatrix}
$$

Artinya kebijakan ini membuat Probabilitas saat ini narik, lalu hari berikutnya mogok menurun dari 0,4 menjadi 0,3.

Probabilitas Steady State yang baru adalah:

$$(Nn \quad Mn) = (Nn \quad Mn) \times \begin{vmatrix} 0{,}7 & 0{,}3 \\ & \end{vmatrix}$$

Sehingga kita adpatkan persamaan berikut:

Nn = 0,7Nn + 0,74Mn……………………….(1)

Mn = 0,3Nn + 0,26Mn……………………(2)

Substitusikan Nn = 1 - Mn ke persamaan (2), sehingga kita dapatkan:

Mn = 0,2885 dan Nn = 0,7116.

Artinya setiap harinya Pemilik dapat mengharapkan kendaraan yang narik atau mogok sebanyak:

Narik : Nn x 220 = 0,7116 x 220 = 156,55 atau sebanyak 157 kendaraan

Mogok : Mn x 220 = 0,2885 x 220 = 63,47 atau sebanyak 63 kendaraan

Kebijakan tersebut menghasilkan kenaikan operasional dari 141 kendaraan perhari menjadi 157 kendaraan perhari. Dalam hal ini Pemilik harus mengevaluasi kebijakan ini, apakah kenaikan pendapatan operasional dapat menutupi kenaikan biaya operasional karena kebijakan ini. Misalkan karena kebijakan ini terjadi kenaikan biaya perawatan kendaraan sebesar Rp. 1.000.000,- setiap harinya. Jadi bila kenaikan pendapatan operasional lebih besar dari Rp. 1.000.000,- maka kebijakan tersebut layak untuk dijalankan.

Dari contoh ini menunjukkan bahwa Analisis Markov tidak memberikan solusi atau keputusan, namun analisis tersebut memberikan informasi yang dapat membantu pembuatan keputusan.

CONTOH SOAL :

Warteg Portugal (porsi tukang galih) telah berdiri sejak 3 bulan yang lalu. Sang Pemilik warteg ingin mengetahui perkembangan usahanya tersebut. Berikut ini data-data yang diperoleh Sang pemilik warteg selama 2 bulan:

Keterangan	Bulan 1	Bulan 2
Untung	1.500	1.250
Rugi	2.000	2.250
Jumlah	3.500	3.500

Dalam waktu 2 bulan terakhir terdapat perubahan terhadap keuntungan dan kerugian pada wartegnya. Untuk data lebih jelasnya, lihat tabel dibawah ini :

Bulan1	Bulan2		Jumlah
	Untung	Rugi	
Untung	500	1.000	1.500
Rugi	750	1.250	2.000
Jumlah	1.250	2.250	3.500

Ditanya:

a) Buatlah tabel probabilitas transisi dan tree!

b) Tentukanlah probabilitas bulan ke-3 mengalami rugi, jika pada bulan ke-1 untung !

c) Tentukanlah probabilitas bulan ke-3 mengalami rugi, jika pada bulan ke-1 rugi !

d) Tentukanlah probabilitas bulan ke-3 mengalami untung, jika pada bulan ke-1 untung!

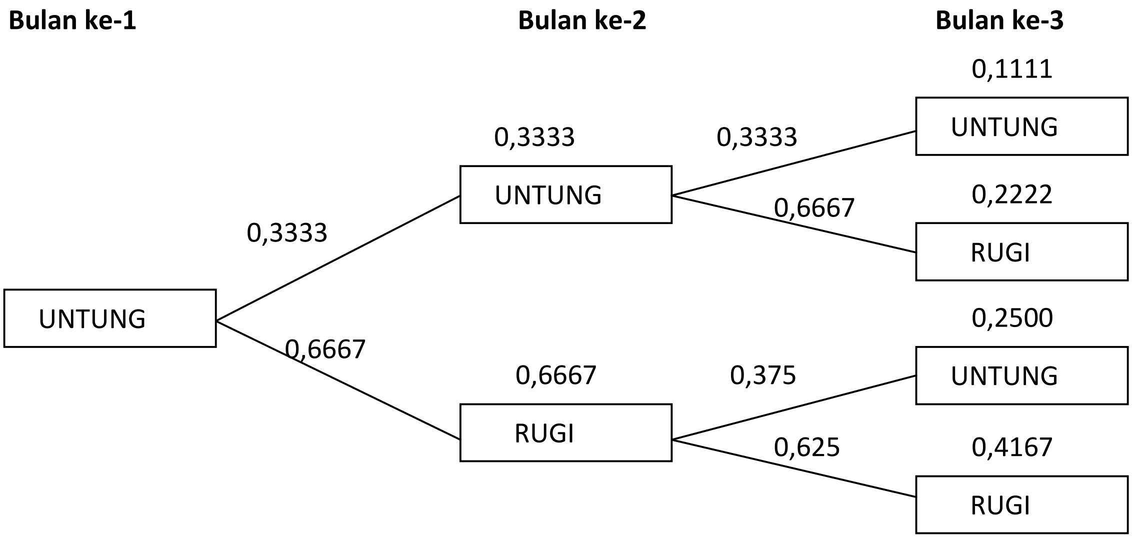
e) Tentukanlah probabilitas bulan ke-3 mengalami untung, jika pada bulan ke-1 rugi !

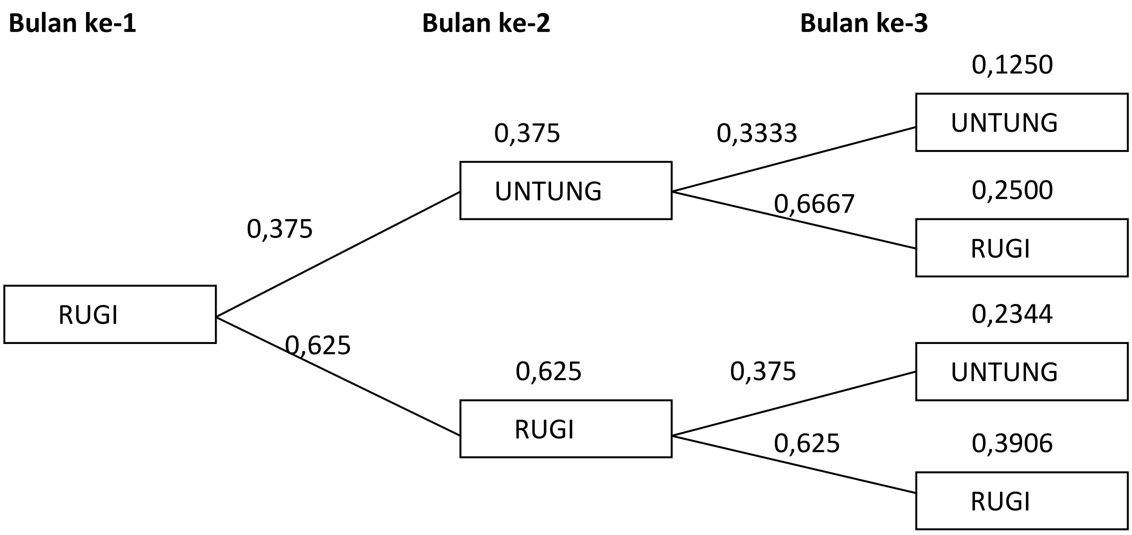
f) Tentukan probabilitas pada kondisi *Steady State!*

JAWAB :

a)

Bulan 1	Bulan 2	
	Untung	Rugi
Untung	500/1.500=0.3333	1.000/1.500=0,6667
Rugi	750/2.000=0,375	1.250/2.000=0,625





a) $0{,}2222 + 0{,}4167 = 0{,}6389$

b) $0{,}2500 + 0{,}3906 = 0{,}6406$

c) $0{,}1111 + 0{,}2500 = 0{,}3611$

d) $0{,}1250 + 0{,}2344 = 0{,}3594$

Dalam menghitung *Steady State* dapat menggungakan cara seperti dibawah ini :

$X_1 = 0{,}3333(X_1) + 0{,}375(1 - X_1)$

$X_1 = 0{,}3333X_1 + 0{,}375 - 0{,}375X_1$

$X_1 = -0{,}0417X_1 + 0{,}375$

$X_1 + 0{,}0417\ X_1 = 0{,}375$

$1{,}0417X_1 = 0{,}375$

$X_1 = 0{,}3600$

$X_2 = 1 - X_1$

$X_2 = 1 - 0{,}3600$

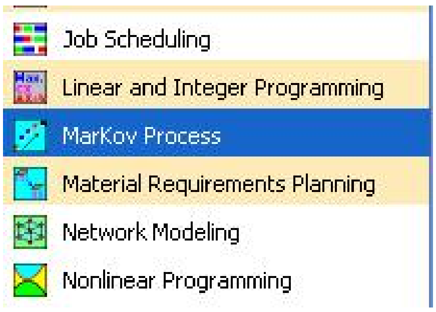
$X_2 = 0{,}64$

Penggunaan Software

Langkah-langkah pengerjaan dengan menggunakan software WinQSB

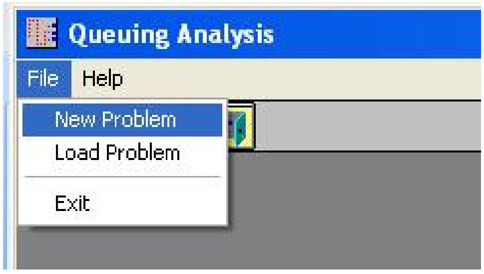
a. Start -> All Program -> WinQSB

b. Pilih program MarKov Process



c. Tampilan awal Markov Process

d. Pilih menu File -> New Problem untuk memulai

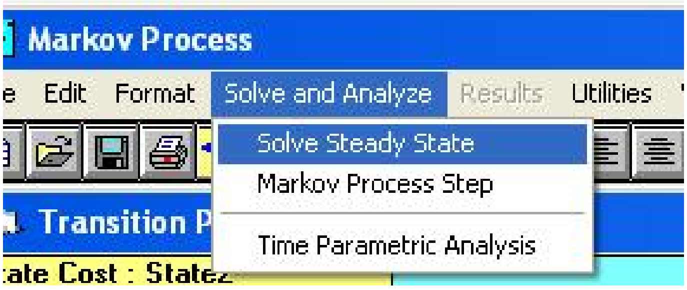


e. Masukkan data Problem Title (isikan data anda), Number of States = 2

f. Isikan data sesuai dengan Tabel Probabilitas

From \ To	State1	State2
State1	0.3333	0.6667
State2	0.375	0.625
Initial Prob.		
State Cost		

g. Pilih menu Solve and Analyze -> Solve Steady State



h. Hasil akhir

10-21-2015	State Name	State Probability	Recurrence Time
1	State1	0,3600	2,7779
2	State2	0,6400	1,5625
	Expected	Cost/Return =	0

Soal Latihan

1. Seorang MAHASISWA GUNADARMA, ingin mengetahui warung makan mana saja yang sering didatangi oleh teman-teman KAMPUS-nya. Berikut ini data yang diperoleh MAHASISWA tersebut selama 2 Bulan:

Keterangan	Bulan 1	Bulan 2
Kantin Bunda	1.800	1.500
Ayam Bakar Joko	2.200	2.500
Jumlah	4.000	4.000

Adapun perubahan terhadap kedua warung makan. Berikut lebih jelasnya :

Bulan 1	Bulan 2		
	Kantin Bunda	Ayam Bakar Joko	Jumlah
Kantin Bunda	750	1.050	1.800
Ayam Bakar Joko	750	1.450	2.200
Jumlah	1.500	2.500	4.000

Ditanya:

a) Buatlah tabel probabilitas transisi!

b) Tentukanlah probabilitas bulan ke-3 mahasiswa makan dikantin bunda, jika pada bulan ke-1 makan di ayam bakar joko!

c) Tentukanlah probabilitas bulan ke-3 mahasiswa makan dikantin bunda, jika pada bulan ke-1 makan dikantin bunda!

d) Tentukanlah probabilitas bulan ke-3 mahasiswa makan diayam bakar joko, jika pada bulan ke-1 makan di ayam bakar joko!

e) Tentukanlah probabilitas bulan ke-3 mahasiswa makan ayam bakar joko, jika pada bulan ke-1 makan dikantin bunda!

f) Tentukan probabilitas pada kondisi *Steady State!*

a.

Bulan 1	Bulan 2	
	Kantin Bunda	Ayam Bakar Joko
Kantin Bunda	750/1.800=0,4167	1.050/1.800=0,5833
Ayam Bakar Joko	750/2.200=0,3409	1.450/2.200=0.6591

0,3668, 0,3725, 0,6333, 0,6276 dan X1= 0,3689, X2= 0,6311

b.

Bulan 1	Bulan 2	
	Kantin Bunda	Ayam Bakar Joko
Kantin Bunda	750/1.800=0,4167	1.050/1.800=0,5833
Ayam Bakar Joko	750/2.200=0,3409	1.450/2.200=0.6591

0,3668, 0,6333, 0,3725 0,6276 dan X1= 0,3689, X2= 0,6311

c.

Bulan 1	Bulan 2	
	Kantin Bunda	Ayam Bakar Joko
Kantin Bunda	750/1.800=0,4167	1.050/1.800=0,5833
Ayam Bakar Joko	750/2.200=0,3409	1.450/2.200=0.6591

0,3668, 0,6333, 0,3725 0,6276 dan X1= 0,6311, X2= 0,3689

d.

Bulan 1	Bulan 2	
	Kantin Bunda	Ayam Bakar Joko
Kantin Bunda	750/1.800=0,4176	1.050/1.800=0,5833
Ayam Bakar Joko	750/2.200=0,3409	1.450/2.200=0.6591

0,3668, 0,3725, 0,6333, 0,6276 dan X1= 0,3689, X2= 0,6311

2. Sebuah Toko Olah Raga “Alaikha Sport” milik Tn. Irfan yang dibuka sejak 3 Minggu yang lalu, ingin mengetahui sepatu apa saja yang paling banyak dibeli. Untuk itu, ia memperoleh data sepatu mana yang sering dibeli oleh pelanggan pada toko miliknya. Berikut tabelnya:

Keterangan	Minggu 1	Minggu 2
Sepak Bola	3.500	2.500
Futsal	1.000	2.000
Jumlah	4.500	4.500

Adapun perubahan terhadap kedua sepatu tersebut. Berikut lebih jelasnya :

Minggu1	Minggu 2		
	Sepak Bola	Futsal	Jumlah
Sepak Bola	2.000	1.500	3.500
Futsal	500	500	1.000
Jumlah	2.500	2.000	4.500

Ditanya:

a) Buatlah tabel probabilitas transisi!

b) Tentukanlah probabilitas minggu ke-3 menjual sepatu sepak bola, jika pada minggu ke-1 menjual sepatu sepak bola !

c) Tentukanlah probabilitas minggu ke-3 menjual sepatu sepak bola, jika pada minggu ke-1 menjual sepatu Futsal!

d) Tentukanlah probabilitas minggu ke-3 menjual sepatu Futsal, jika pada minggu ke-1 menjual sepatu Futsal!

e) Tentukanlah probabilitas minggu ke-3 menjual sepatu Futsal, jika pada minggu ke-1 menjual sepatu sepak bola !

f) Tentukan probabilitas pada kondisi *Steady State!*

a.

Minggu 1	Minggu 2	
	Sepak Bola	Futsal
Sepak Bola	2.000/3.500=0,5714	1.500/3.500=0,4286
Futsal	500/1.000=0,5	500/1.000=0,5

0,5408, 0,5357, 0,4643, 0,4592, dan X1=0,4616, X2= 0,5384

b.

Minggu 1	Minggu 2	
	Sepak Bola	Futsal
Sepak Bola	2.000/3.500=0,5714	1.500/3.500=0,4286
Futsal	500/1.000=0,5	500/1.000=0,5

0,5408, 0,5357, 0,4643, 0,4592, dan X1= 0,5384, X2= 0,4616

c.

Minggu 1	Minggu 2	
	Sepak Bola	Futsal
Sepak Bola	2.000/3.500=0,5715	1.500/3.500=0,4284
Futsal	500/1.000=0,5	500/1.000=0,5

0,5408, 0,5357, 0,4643, 0,4592, dan X1= 0,5384, X2= 0,4616

d.

Minggu 1	Minggu 2	
	Sepak Bola	Futsal
Sepak Bola	2.000/3.500=0,5714	1.500/3.500=0,4286
Futsal	500/1.000=0,5	500/1.000=0,5

0,5406, 0,5353, 0,4643, 0,4592, dan X1= 0,5384, X2= 0,4616

3. Restoran Korea telah berdiri sejak 3 tahun yang lalu. Sang Pemilik Restoran ingin mengetahui perkembangan usahanya tersebut. Berikut ini data-data yang diperoleh Sang pemilik restoran selama 2 tahun :

Keterangan	Tahun 1	Tahun 2
Untung	2.800	2.200
Rugi	2.200	2.800
Jumlah	5.000	5.000

Dalam waktu 2 tahun terakhir terdapat perubahan terhadap keuntungan dan kerugian pada Restorannya. Untuk data lebih jelasnya, lihat tabel dibawah ini :

Tahun 1	Tahun 2		Jumlah
	Untung	Rugi	
Untung	800	2.000	2.800
Rugi	1.400	800	2.200
Jumlah	2.200	2.800	5.000

Ditanya:

a) Buatlah tabel probabilitas transisi!

b) Tentukanlah probabilitas tahun ke-3 mengalami untung, jika pada tahun ke-1 untung!

c) Tentukanlah probabilitas tahun ke-3 mengalami untung, jika pada tahun ke-1 rugi!

d) Tentukanlah probabilitas tahun ke-3 mengalami rugi, jika pada tahun ke-1 rugi!

e) Tentukanlah probabilitas tahun ke-3 mengalami rugi, jika pada tahun ke-1 untung!

f) Tentukan probabilitas pada kondisi *Steady State!*

a.

Tahun 1	Tahun 2	
	Untung	Rugi
Untung	800/2.800=0,2857	2.000/2.800=0,7143
Rugi	1.400/2.200=0,6364	800/2.200=0,3636

0,5362, 0,4132, 0,5868, 0,4638 dan X1= 0,4712, X2= 0,5288

b.

Tahun 1	Tahun 2	
	Untung	Rugi
Untung	800/2.800=0,2857	2.000/2.800=0,7143
Rugi	1.400/2.200=0,6364	800/2.200=0,3636

0,5362, 0,4132, 0,5868, 0,4638 dan X1= 0,4720, X2= 0,5280

c.

Tahun 1	Tahun 2	
	Untung	Rugi
Untung	800/2.800=0,2855	2.000/2.800=0,7145
Rugi	1.400/2.200=0,6364	800/2.200=0,3636

0,5362, 0,4132, 0,5868, 0,4638 dan X1= 0,4712, X2= 0,5288

d.

Tahun 1	Tahun 2	
	Untung	Rugi
Untung	800/2.800=0,2855	2.000/2.800=0,7145
Rugi	1.400/2.200=0,6364	800/2.200=0,3636

0,5362, 0,4132, 0,5868, 0,4638 dan X1= 0,4720, X2= 0,5280

4. Seorang MAHASISWA GUNADARMA, ingin mengetahui kegiatan apa saja yg dilakukan oleh teman-teman KAMPUS-nya pada saat libur kuliah. Berikut ini data yang diperoleh MAHASISWA tersebut selama 2 Bulan:

Keterangan	Bulan 1	Bulan 2
Billiard	800	1.000
Karambol	2.200	2.000
Jumlah	3.000	3.000

Adapun perubahan terhadap kedua kegiatan mahasiswa tersebut.. Berikut lebih jelasnya :

Bulan 1	Bulan 2		
	Billiard	Karambol	Jumlah
Billiard	450	350	800
Karambol	550	1.650	2.200
Jumlah	1.000	2.000	3.000

Ditanya:

a) Buatlah tabel probabilitas transisi!

b) Tentukanlah probabilitas bulan ke-3 mahasiswa main Billiard, jika pada bulan ke-1 main Billiard!

c) Tentukanlah probabilitas bulan ke-3 mahasiswa main Billiard, jika pada bulan ke-1 main Karambol!

d) Tentukanlah probabilitas bulan ke-3 mahasiswa main karambol, jika pada bulan ke-1 main karambol!

e) Tentukanlah probabilitas bulan ke-3 mahasiswa main karambol, jika pada bulan ke-1 main Billiard!

f) Tentukan probabilitas pada kondisi *Steady State!*

a.

Bulan 1	Bulan 2	
	Billiard	Karambol
Billiard	450/800=0,5625	350/800=0,4375
Karambol	550/2.200=0,25	1.650/2.200=0,75

0,4258, 0,3281, 0,6780, 0,5742, dan X1= 0,3636, X2= 0,6364

b.

Bulan 1	Bulan 2	
	Billiard	Karambol
Billiard	450/800=0,5625	350/800=0,4375
Karambol	550/2.200=0,25	1.650/2.200=0,75

0,4255, 0,3278, 0,6719, 0,5742, dan X1= 0,3636, X2= 0,6364

c.

Bulan 1	Bulan 2	
	Billiard	Karambol
Billiard	450/800=0,5625	350/800=0,4375
Karambol	550/2.200=0,25	1.650/2.200=0,75

0,4258, 0,3281, 0,6719, 0,5742, dan X1= 0,3636, X2= 0,6364

d.

Bulan 1	Bulan 2	
	Billiard	Karambol
Billiard	450/800=0,5675	350/800=0,4325
Karambol	550/2.200=0,25	1.650/2.200=0,75

0,4258, 0,3281, 0,6719, 0,5742, dan X1= 0,3636, X2= 0,6364

5. Sebuah café “CHILDHOOD STORY CAFE” telah berdiri sejak 3 minggu yang lalu. Sang Pemilik café ingin mengetahui perkembangan usahanya tersebut. Berikut ini data-data yang diperoleh Sang pemilik cafe selama 2 minggu:

Keterangan	Minggu 1	Minggu 2
Untung	850	800
Rugi	1.150	1.200
Jumlah	2.000	2.000

Dalam waktu 2 tahun terakhir terdapat perubahan terhadap keuntungan dan kerugian pada cafenya. Untuk data lebih jelasnya, lihat tabel dibawah ini :

Minggu 1	Minggu 2		Jumlah
	Untung	Rugi	
Untung	400	450	850
Rugi	400	750	1.150
Jumlah	800	1.200	2.000

Ditanya:

a) Buatlah tabel probabilitas transisi dan tree!

b) Tentukanlah probabilitas minggu ke-3 mengalami untung, jika pada minggu ke-1 untung !

c) Tentukanlah probabilitas minggu ke-3 mengalami untung, jika pada minggu ke-1 rugi!

d) Tentukanlah probabilitas minggu ke-3 mengalami rugi, jika pada minggu ke-1 rugi!

e) Tentukanlah probabilitas minggu ke-3 mengalami rugi, jika pada minggu ke-1 untung!

f) Tentukan probabilitas pada kondisi *Steady State!*

a.

Minggu 1	Minggu 2	
	Untung	Rugi
Untung	400/850=0,4706	450/850=0,5294
Rugi	400/1.150=0,3478	750/1.150=0,6522

0,4056, 0,3905, 0,6095, 0,5944, dan X1= 0,3965, X2= 0,6035

b.

Minggu 1	Minggu 2	
	Untung	Rugi
Untung	400/850=0,4760	450/850=0,5249
Rugi	400/1.150=0,3478	750/1.150=0,6522

0,4056, 0,3905, 0,6095, 0,5944, dan X1= 0,3965, X2= 0,6035

c.

Minggu 1	Minggu 2	
	Untung	Rugi
Untung	400/850=0,4760	450/850=0,5249
Rugi	400/1.150=0,3478	750/1.150=0,6522

0,4056, 0,3985, 0,6275, 0,5944, dan X1= 0,3965, X2= 0,6035

d.

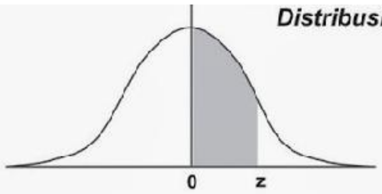
Minggu 1	Minggu 2	
	Untung	Rugi
Untung	400/850=0,4706	450/850=0,5294
Rugi	400/1.150=0,3478	750/1.150=0,6522

0,4056, 0,3985, 0,6275, 0,5944, dan X1= 0,3965, X2= 0,6035

Tabel yang diperlukan untuk BAB II PERT

Kumulatif sebaran frekuensi normal
(Area di bawah kurva normal baku dari 0 sampai z)

Distribusi Z



Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.1	0.4990	0.4991	0.4991	0.4991	0.4992	0.4992	0.4992	0.4992	0.4993	0.4993
3.2	0.4993	0.4993	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4995	0.4995	0.4995
3.3	0.4995	0.4995	0.4995	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4997
3.4	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4998
3.5	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998
3.6	0.4998	0.4998	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.7	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.8	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.9	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000