

## گزارش کار تمرین چهارم

۸۳۰۵۹۸۰۰۷

بیثا آذری جو

بخش اول :

830598007 Hw4 بیثا آذری جو

1-1 (L)

$$\hat{\beta}_{\text{ridge}} = \arg \min_{\beta \in \mathbb{R}^n} \|y - \beta\|_2^2 + \lambda \|\beta\|_2^2$$

$$= \arg \min_{\beta \in \mathbb{R}^n} \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_i)^2 + \lambda \sum_{i=1}^n \beta_i^2$$

$$\frac{\partial}{\partial \beta_i} \text{cost}(\beta) = -2(y_i - \beta_i) + 2\lambda \beta_i = 0 \Rightarrow \boxed{\beta_i^{\text{ridge}} = \frac{y_i}{1+\lambda}}$$

1-2 (L)

$$\hat{\beta}_{\text{lasso}} = \arg \min_{\beta \in \mathbb{R}^n} \|y - \beta\|_2^2 + \lambda \|\beta\|_1$$

$$= \arg \min_{\beta \in \mathbb{R}^n} \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_i)^2 + \lambda \|\beta\|_1$$

$$\frac{\partial}{\partial \beta} = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} \textcircled{1} \|\beta_i\| = \beta_i > 0 \rightarrow -2(y_i - \beta_i) + \lambda = 0 \rightarrow \beta_i = y_i - \lambda/2 > 0 \\ \textcircled{2} \|\beta_i\| = -\beta_i < 0 \rightarrow -2(y_i - \beta_i) + \lambda(-1) = 0 \rightarrow \beta_i = y_i + \lambda/2 < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \hat{\beta}_i^{\text{lasso}} = \begin{cases} y_i - \lambda/2 & y_i \geq \lambda/2 \\ y_i + \lambda/2 & y_i < -\lambda/2 \\ 0 & \text{o.w} \end{cases}$$

$y_i + \lambda/2 < 0 \rightarrow y_i < -\lambda/2$   
 $y_i - \lambda/2 < 0 \rightarrow y_i < \lambda/2$

$\lambda=1 \Rightarrow \hat{\beta}_i^{\text{ridge}} = \frac{y_i}{2}$

$\hat{\beta}_i^{\text{lasso}} = \begin{cases} y_i - \frac{1}{2} & y_i \geq \frac{1}{2} \\ y_i + \frac{1}{2} & y_i < -\frac{1}{2} \\ 0 & \text{o.w} \end{cases}$

در این حالت  $\hat{\beta}_{\text{ridge}} < \hat{\beta}_{\text{lasso}}$  است و در نتیجه بایس کمتر از ridge و به طبع واریانس بیشتر.

830598007

تمرین چهارم یادگیری ماشین

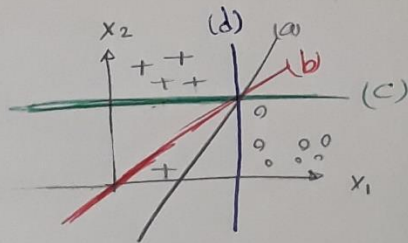
یاد آذری جو

۸۰.  $F(a)$ ، این تابع convex است
- (b)  $F(b)$ ،  $L_2$  regularization وزن های بزرگتر را بیشتر penalize کند این میزبانی با sparsity وزن ها ندارد در واقع هدفش این نیست که مجزای وزن ها را به صفر برساند.
- (c)  $T$ ، هر چه به step function نزدیک تر شویم،  $\log$  loss روی داده ها train کمتری شود.
- هدف از regularization جلوگیری از overfitting است معمولاً در این روش  $w \rightarrow \infty$  نمی رود.

(d)  $F(d)$ ، انتظار را از افزایش  $\log$  likelihood در داده ها train است. مدل در نهایت با بایاس زیاد روی داده ها train، درست خواهد داشت.

هدف ما مازیم کردن  $\log$  likelihood و مینیم کردن  $\log$  likelihood - است

(e)  $F(e)$ ، در ابتدای خواصم از overfitting جلوگیری کنیم انتظار داریم  $\log$  likelihood زیاد شود اما در نهایت انتظار داریم کم شود چون Flexibility مدل کم می شود. مدل در نهایت بایاس زیادی برای داده ها train، test خواهد داشت چون  $w \rightarrow \infty$  می روند.



۸۷. (a) خیر تابع نزاد گنجانیت. در روش gradient descent به تعداد iteration ها و learning rate بستگی دارد هر چه iteration بیشتر باشد،  $w$  هم عدد خوبی انتخاب شود نتیجه بهتری می گیریم.

چون داده ها به صورت خطی جدا پذیر نیستی توان از logistic regression برای یافتن خط استفاده کرد و خطای classification خواصم داشت.

(b) در صورتی که  $w \rightarrow \infty$  خط جدا ساز (۰،۰) را رد خواهد کرد و طبق شکل به با خط قرمز کشیده شده نمونه + را رد می کند. تشخیص خواهد داد در واقع logistic regression بهترین خطی را پیدا خواهد کرد که از (۰،۰) عبور نکند.

(c) در صورتی که  $w \rightarrow \infty$ ، logistic regression بهترین خط افقی را خواهد یافت مانند خط سبز در شکل بالا. در این صورت هم یک نمونه را نادرست classify می کند.

(d) در این صورت خط جدا ساز یک خط عمودی خواهد بود مانند خط آبی در شکل بالا. خط خواصم داشت.

## بخش دوم :

کد الگوریتم logistic regression با روش گرادیان کاهشی در شکل زیر آمده است:

```
class logistic_regression:

    predicted_results = []
    losses=[]
    def __init__(self,X_train, X_test, y_train, y_test,alpha=0.3,epochs=20000):
        self.X_train=X_train
        self.y_train=y_train
        self.X_test=X_test
        self.y_test=y_test
        self.alpha = alpha
        self.epochs = epochs

    def sigmoid(self,z):
        return 1.0 / (1 + np.exp(-z))

    def loss(self,h):
        return np.sum(-self.y_train * np.log(h) - (1 - self.y_train) * np.log(1 - h))/self.X_train.shape[0]

    def graient_descent(self,h): # 1/m *(h-y)*x for every element of matrix
        return np.dot(h-self.y_train,self.X_train)/self.X_train.shape[0]

    def train(self):
        self.theta=np.zeros(X_train.shape[1],dtype=np.float128)

        for i in range(self.epochs):
            z = np.dot(X_train,self.theta)
            h=self.sigmoid(z)
            self.theta=self.theta-(self.alpha*self.graient_descent(h))

            self.losses.append(self.loss(h))
```

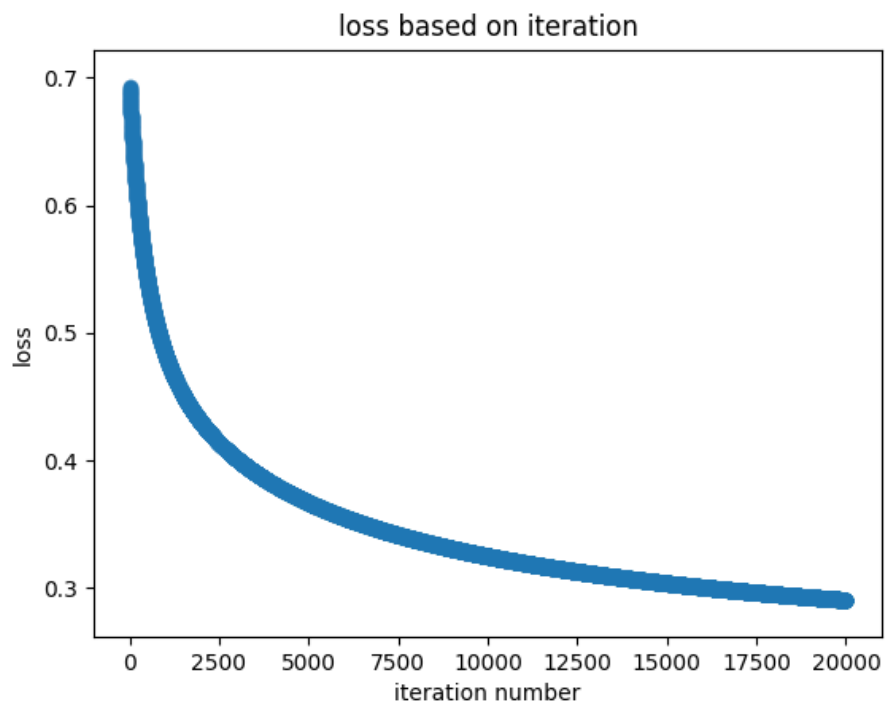
داده ها ابتدا normalize شدند طبق فرمول زیر :

$$x' = \frac{x - \text{mean}(x)}{\text{max}(x) - \text{min}(x)}$$

دقت حاصل از این الگوریتم بالا بوده و خطای آن ۹ درصد بود. تعداد پیمایش ها به طور پیش فرض ۲۰۰۰۰ تا و نرخ یادگیری (alpha) هم ۰,۳ در نظر گرفته شد.

```
bita@bita-K401UQK:~/programming/Logistic Regression$ python logistic_regression.py
error rate : 9.338%
```

در شکل زیر هم مشاهده می شود هرچه تعداد پیمایش ها بیشتر شود مقدار loss function کمتر خواهد شد و ما به هدفمان که کمینه کردن loss function بود نزدیک می شویم.



می بینیم که در شکل بالا مقدار loss پس از عبور از ۳,۰۰۰ با سرعت بسیار کمتری کاهش می یابد. در این مسئله با پارامترهایی که ست کردیم در نهایت ۲۹,۰۰۰ به دست آمد. حتی زمانی که تعداد پیمایش ها هم ۱۰۰,۰۰۰ گذاشتم به ۲۶,۰۰۰ رسیدم که حاکی از کاهش سرعت کم شدن loss function بود یعنی ما تقریباً در minimum قرار گرفتیم.

## مقایسه با Naïve Bayes :

در این بخش از Naïve Bayes برای بررسی دقت مجدد استفاده شد. در این جا مجبور شدیم ۱۰ ویژگی آخر را حذف کنیم که شامل فرکانس تعدادی کاراکتر غیر حرف بود که خود الگوریتم موقع tokenize کردن این ها را حذف می کرد چون جزو حروف به حساب نمی آیند. همچنین ویژگی های capital\_run\_length\_average ، capital\_run\_length\_longest و capital\_run\_length\_total که ربطی به خود کلمه ندارند و از نظر مفهومی در Naïve Bayes جایگاهی ندارند، حذف شدند.

نتیجه ی حاصل این بود که دقت بسیار پایین آمد چون ویژگی حذف کردیم و فرض استقلال بین ویژگی ها را در نظر گرفتیم که در بحث تشخیص ایمیل spam درست نمی باشد باید ۱۰ ویژگی ای که مجبور به حذفش شدیم را در نظر می گرفتیم اما در نظر گرفتن این ویژگی ها با فرض های Naïve Bayes در تناقض بود. بنابراین ما خطای زیادی را محتمل شدیم.

شکل مقایسه ی این خطا ها :

```
bita@bita-K401UQK:~/programming/Logistic Regression$ python evaluation.py
Evaluating Logistic Regression :
error rate of logistic regression : 9.338%

Evaluating Naive Bayes classifier ;
error rate of Naive Bayes classifier : 37.568%
```

خطای ما به ۳۷ درصد رسید که اصلا خوب نمی باشد.

## References:

- [1] <https://towardsdatascience.com/building-a-logistic-regression-in-python-step-by-step-becd4d56c9c8>
- [2] <https://medium.com/@martinpella/logistic-regression-from-scratch-in-python-124c5636b8ac>
- [3] <https://stats.stackexchange.com/questions/48360/is-standardization-needed-before-fitting-logistic-regression>
- [4] <https://medium.com/greyatom/why-how-and-when-to-scale-your-features-4b30ab09db5e>