

2. Find the equation $f(x) = ax + b$ of the least square line for the points $(1, 0)$, $(-1, 2)$, $(2, 1)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^T A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 5 & 0 \\ 2 & 0 & 5 \end{bmatrix} = 0.$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 5 & 0 \\ 2 & 0 & 5 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 0 & 4 & 2 \\ 2 & 0 & 5 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \\ 0 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} \sim$$

$$\begin{aligned} x_1 + \frac{5}{2}x_3 &= 0 \\ 4x_2 + x_3 &= 0 \\ x_3 &= 0 \end{aligned}$$

$\frac{1}{20}$

$$\begin{aligned} 0 &= a + b \\ 2 &= -a + b \\ 2 &= a + b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a + b &= 0 \\ -a + b &= 2 \\ a + b &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$A^T A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 5 & 0 \\ 2 & 0 & 5 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^T A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 5 & 0 \\ 2 & 0 & 5 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Let } b = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\hat{b} = \frac{\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}} \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} + \frac{\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$