

2. Find the equation  $f(x) = ax + b$  of the least square line for the points  $(1, 0)$ ,  $(-1, 2)$ ,  $(2, 1)$ .

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & | & 0 \\ -1 & 1 & | & 2 \\ 2 & 1 & | & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & | & 0 \\ 0 & 2 & | & 2 \\ 0 & -1 & | & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & | & 0 \\ 0 & -1 & | & 1 \\ 0 & 2 & | & 2 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & | & 0 \\ 0 & -1 & | & 1 \\ 0 & 2 & | & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & | & 1 \\ 0 & -1 & | & 1 \\ 0 & 2 & | & 2 \end{bmatrix}$$

$$A^T = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^T A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+1+4 & 1-1+2 \\ 1-1+2 & 1+1+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A^T b = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0-2+2 \\ 0+2+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$(A^T A) \hat{x} = (A^T b)$$

$$\begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \hat{x} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 6 & 2 & | & 0 \\ 2 & 3 & | & 3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1/3 & | & 0 \\ 0 & 7/3 & | & 3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & | & -3/7 \\ 0 & 1 & | & 9/7 \end{bmatrix}$$

$$f(x) = -\frac{3}{7}x + \frac{9}{7}$$

✓

20/20