

2. Find the equation $f(x) = ax + b$ of the least square line for the points $(1, 0)$, $(-1, 2)$, $(2, 1)$.

$$\begin{bmatrix} x_1 & 1 \\ x_2 & 1 \\ x_3 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

A

b

$$A^T = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^T A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+1+4 & 1-1+2 \\ 1-1+2 & 1+1+1 \end{bmatrix}$$

$$A^T A = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A^T b = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$7x = -3$$

$$x = -\frac{3}{7}$$

$$\frac{4}{7} = 0 - 9 + \frac{-27}{7} + \frac{21}{7} \cdot \frac{-6}{7} \quad A^T A x = A^T b$$

$$\begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 6 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 3 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_1 \leftrightarrow R_2} \begin{bmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 6 & 2 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{-3R_1} \begin{bmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 0 & -7 & -9 \end{bmatrix} \xrightarrow{\cdot \frac{1}{-7}} \begin{bmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & \frac{9}{7} \end{bmatrix} \xrightarrow{-3R_2} \begin{bmatrix} 2 & 0 & \frac{56}{7} \\ 0 & 1 & \frac{9}{7} \end{bmatrix} \xrightarrow{\cdot \frac{1}{2}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{28}{7} \\ 0 & 1 & \frac{9}{7} \end{bmatrix} \xrightarrow{\cdot \frac{1}{7}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & \frac{9}{7} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & \frac{9}{7} \end{bmatrix} \quad z_1 = -3/7$$

$$z_2 = 9/7$$

$$9/3 - 2/3 = 10/3$$

$$\begin{bmatrix} 6 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 3 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_1 \leftrightarrow R_2} \begin{bmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 6 & 2 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{-3R_1} \begin{bmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 0 & -7 & -9 \end{bmatrix} \xrightarrow{\cdot \frac{1}{-7}} \begin{bmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & \frac{9}{7} \end{bmatrix} \xrightarrow{-3R_2} \begin{bmatrix} 2 & 0 & \frac{56}{7} \\ 0 & 1 & \frac{9}{7} \end{bmatrix} \xrightarrow{\cdot \frac{1}{2}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{28}{7} \\ 0 & 1 & \frac{9}{7} \end{bmatrix} \xrightarrow{\cdot \frac{1}{7}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & \frac{9}{7} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -3/7 \\ 0 & 1 & 9/7 \end{bmatrix} \quad z_1 = -3/7$$

$$z_2 = 9/7$$

$$-\frac{3}{7}x + \frac{9}{7}$$

20/20