2. Find the equation $f(x) = ax + b$ of the least square line for the points $(1, 0)$, $(-1, 2)$, $(2, 1)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^T A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 5 & 0 \\ 2 & 0 & 5 \end{bmatrix} = 0.$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 5 & 0 \\ 2 & 0 & 5 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 0 & 4 & 2 \\ 2 & 0 & 5 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5/2 \\ 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} \sim$$

$x_1 + \frac{5}{2} x_3 = 0$

$4x_2 + x_3 = 0$

~~$x_3 = 0$~~

1/20

$0 = a + b$

$2 = -a + b$

$2 = a + b$

?

$a + b = 0$
$-a + b = 2$
$a + b = 2$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

3x2 2x3

Let $b = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$

$$\hat{b} = \frac{\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$