**1.** Consider the following vectors in  $\mathbb{R}^4$ :

$$v_{1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad v_{2} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad v_{3} = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix} \qquad \begin{array}{c} 0 + 0 + \frac{7}{3} \\ 2 + (-2) + 0 + (-3) \\ 1 + 1 + 0 + 1 \end{array}$$

The set  $\mathcal{B} = \{v_1, v_2, v_3\}$  is a basis of some subspace V of  $\mathbb{R}^4$ .

- a) Find an orthogonal basis  $\mathcal{D} = \{w_1, w_2, w_3\}$  of the subspace V.
- b) Compute the vector  $\operatorname{proj}_{V} \mathbf{u}$ , the orthogonal projection of  $\mathbf{u}$  on V.

a) 
$$w_1 = v_1$$
  $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$   $w_2 = v_2 - \left(\frac{w_1 \cdot v_2}{w_1 \cdot w_1}\right) w_1$   $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$   $w_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$   $\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$   $\begin{bmatrix} 2 \\ 0$ 

$$D = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}$$

b) 
$$proj_{V}U = \begin{pmatrix} U \cdot V_{1} \\ V_{1} V_{1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{2} \\ V_{2} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V_{3} \cdot V_{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U \cdot V_{3} \\ V$$

$$\frac{9}{3} + \frac{2}{3}$$

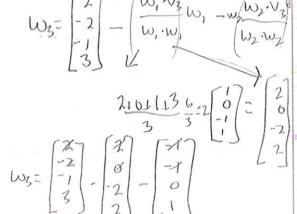
$$1 = \frac{3+01-3+3}{1+0+1+1} = \frac{6}{1}$$

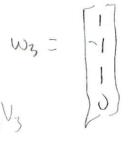
$$\frac{9}{3} + \frac{2}{3}$$

$$1 = \frac{3+01-3+3}{1+0+1+1} = \frac{6}{1}$$

$$\frac{0 + 0 + 3}{2 + (-2) + 0 + (-3)}$$

$$\frac{1 + 1 + 0 + 1}{(-1) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}}$$





$$\frac{3)}{19}\begin{bmatrix} 2 & 2/3 \\ -2 & -2/3 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = \frac{2}{3}$$