

$$(8\lambda + 1)(\lambda - 2)$$

$$Ax = \lambda Ix$$

$$-8 + 4\lambda - 16\lambda + 8\lambda^2$$

$$8\lambda^2 - 12\lambda - 8$$

3. Consider the following matrix A:

$$1(2-\lambda-0)(2-\lambda-4-1\lambda)2$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$(2-\lambda)(-\frac{1}{2} + \lambda) - 8$$

For each value of λ given below determine if it is an eigenvalue of A.

a) $\lambda = 0$ NO

b) $\lambda = -1$ NO

c) $\lambda = -2$ NO

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & | & 0 \\ 1 & 1 & 0 & | & 0 \\ 1 & 2 & 2 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_3 - R_2} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & | & 0 \\ 1 & 1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & 2 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_2 - R_3} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & | & 0 \\ 1 & 0 & -2 & | & 0 \\ 0 & 1 & 2 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_2 \leftrightarrow R_3} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & | & 0 \\ 0 & 1 & 2 & | & 0 \\ 1 & 0 & -2 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_2 - R_3} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \\ 1 & 0 & -2 & | & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & 2 & | & 0 \\ 0 & -2 & 2 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_1 - R_2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & | & 0 \\ 0 & 1 & 2 & | & 0 \\ 0 & -2 & 2 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_3 + 2R_2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & | & 0 \\ 0 & 1 & 2 & | & 0 \\ 0 & 0 & 6 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_3 : \frac{1}{6}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & | & 0 \\ 0 & 1 & 2 & | & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_1 + 2R_3, R_2 - 2R_3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_1, R_2, R_3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

NO because $A \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

eigenvector can't be \emptyset

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & | & 0 \\ 1 & 2 & 0 & | & 0 \\ 4 & 2 & 3 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_2 - R_1} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & | & 0 \\ 0 & 1 & -2 & | & 0 \\ 4 & 2 & 3 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_3 - 4R_2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & | & 0 \\ 0 & 1 & -2 & | & 0 \\ 0 & -6 & 11 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_3 : \frac{1}{-6}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & | & 0 \\ 0 & 1 & -2 & | & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{11}{6} & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_3 - R_2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & | & 0 \\ 0 & 1 & -2 & | & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{6} & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_3 : 6} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & | & 0 \\ 0 & 1 & -2 & | & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_1 - R_2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 & | & 0 \\ 0 & 1 & -2 & | & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_1 - 4R_3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & -2 & | & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_2 + 2R_3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & | & 0 \\ 0 & 1 & -2 & | & 0 \\ 0 & -2 & -5 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_3 + 2R_2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & | & 0 \\ 0 & 1 & -2 & | & 0 \\ 0 & 0 & -1 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_3 : -1} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & | & 0 \\ 0 & 1 & -2 & | & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_1 - R_2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 & | & 0 \\ 0 & 1 & -2 & | & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_1 - 4R_3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & -2 & | & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_2 + 2R_3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 \end{bmatrix}$$

$$x_1 + x_2 + 2x_3 = 0 \quad x_1 = -x_2 - 2x_3$$

$$x_2 - 2x_3 = 0 \quad x_2 = 2x_3$$

$$x_3 = 0$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

NO because $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ can't be \emptyset

$$\begin{bmatrix} -2 & 1 & 2 & | & 0 \\ 1 & -1 & 0 & | & 0 \\ 4 & 2 & 0 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_2 \leftrightarrow R_1} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & | & 0 \\ -2 & 1 & 2 & | & 0 \\ 4 & 2 & 0 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_2 + 2R_1, R_3 + 4R_1} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & | & 0 \\ 0 & -1 & 2 & | & 0 \\ 0 & -2 & 4 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_2 : -1} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & -2 & | & 0 \\ 0 & -2 & 4 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_3 + 2R_2} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & -2 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_1 + R_2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & | & 0 \\ 0 & 1 & -2 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_1 + 2R_2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & -2 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_2 + 2R_3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 & | & 0 \\ 1 & -1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_2 \leftrightarrow R_1} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & -2 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_1 + R_2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & | & 0 \\ 0 & 1 & -2 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_1 + 2R_2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & -2 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{bmatrix}$$

$$Ax = 2x$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & | & 0 \\ 0 & 1 & -2 & | & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_2 \leftrightarrow R_3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & | & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & -2 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_3 - R_2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & | & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & -2 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_3 : -\frac{1}{2}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & | & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_1 + 2R_3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 \end{bmatrix}$$

$$Ax = \lambda x$$

yes free

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & | & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & -2 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_3 : -\frac{1}{2}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & | & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_1 + 2R_3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 \end{bmatrix}$$

No

14/20