

2017 清华大学优秀高中生信息学 夏季体验营

THUSC 2017

第二试

时间：2017 年 5 月 22 日 13:30 ~ 18:30

题目名称	大魔法师	如果奇迹有颜色	宇宙广播
题目类型	传统型	传统型	提交答案型
输入	标准输入	标准输入	*.in
输出	标准输出	标准输出	*.out
每个测试点时限	3.0 秒	1.0 秒	N/A
内存限制	512 MB	512 MB	N/A
测试点/包数目	20	20	8
测试点是否等分	是	是	否

大魔法师 (magic)

【题目描述】

中三病患者 大魔法师小 L 制作了 n 个魔力水晶球，每个水晶球有水、火、土三个属性的能量值。小 L 把这 n 个水晶球在地上从前向后排成一行，然后开始今天的魔法表演。

我们用 A_i, B_i, C_i 分别表示从前向后第 i 个水晶球（下标从 1 开始）的水、火、土的能量值。

小 L 计划施展 m 次魔法。每次，他会选择一个区间 $[l, r]$ ，然后施展以下 3 大类、7 种魔法之一：

1. 魔力激发：令区间里每个水晶球中特定属性的能量爆发，从而使另一个特定属性的能量增强。具体来说，有以下三种可能的表现形式：

- 火元素激发水元素能量：令 $A_i = A_i + B_i$ 。
- 土元素激发火元素能量：令 $B_i = B_i + C_i$ 。
- 水元素激发土元素能量：令 $C_i = C_i + A_i$ 。

需要注意的是，增强一种属性的能量并不会改变另一种属性的能量，例如 $A_i = A_i + B_i$ 并不会使 B_i 增加或减少。

2. 魔力增强：小 L 挥舞法杖，消耗自身 v 点法力值，来改变区间里每个水晶球的特定属性的能量。具体来说，有以下三种可能的表现形式：

- 火元素能量定值增强：令 $A_i = A_i + v$ 。
- 水元素能量翻倍增强：令 $B_i = B_i \cdot v$ 。
- 土元素能量吸收融合：令 $C_i = v$ 。

3. 魔力释放：小 L 将区间里所有水晶球的能量聚集在一起，融合成一个新的水晶球，然后送给场外观众。生成的水晶球每种属性的能量值 = 区间内所有水晶球对应能量值的代数和。需要注意的是，魔力释放的过程不会真正改变区间内水晶球的能量。

值得一提的是，小 L 制造和融合的水晶球的原材料都是定制版的 OI 工厂水晶，所以这些水晶球有一个能量阈值 998244353。当水晶球中某种属性的能量值大于等于这个阈值时，能量值会自动对阈值取模，从而避免水晶球爆炸。

小 W 为小 L（唯一的）观众，围观了整个表演，并且收到了小 L 在表演中融合的每个水晶球。小 W 想知道，这些水晶球蕴涵的三种属性的能量值分别是多少。

【输入格式】

从标准输入读入数据。

我们将题目描述中的 7 种魔法，从上到下依次标号为 1 ~ 7。如下表所示：

编号	操作
1	$A_i = A_i + B_i$
2	$B_i = B_i + C_i$
3	$C_i = C_i + A_i$
4	$A_i = A_i + v$
5	$B_i = B_i \times v$
6	$C_i = v$
7	水晶球融合

输入的第一行包含一个整数 n ($1 \leq n \leq 2.5 \times 10^5$), 表示水晶球个数。

接下来 n 行, 每行空格隔开的 3 个整数, 其中第 i 行的三个数依次表示 A_i, B_i, C_i 。

接下来一行包含一个整数 m ($1 \leq m \leq 2.5 \times 10^5$), 表示施展魔法的次数。

接下来 m 行, 每行 3 或 4 个数, 格式为 opt l r (v)。其中 opt 表示魔法的编号, l, r 表示施展魔法的区间 (保证有 $l \leq r$)。特别地, 如果施展 4 ~ 6 号魔法 (魔力增强), 则还有一个整数 v , 表示小 L 消耗的法力值。

【输出格式】

输出到标准输出。

对每个 7 号魔法 (魔力释放), 输出一行、空格隔开的 3 个整数 a b c, 分别表示此次融合得到的水晶球的水、火、土元素能量值。

【样例 1 输入】

```
2
2 3 3
6 6 6
4
7 1 2
1 1 2
4 1 2 3
7 1 2
```

【样例 1 输出】

```
8 9 9
23 9 9
```

【样例 1 解释】

以下展示每次施展魔法后，两个水晶球内的能量：

(2, 3, 3) (6, 6, 6)
(5, 3, 3) (12, 6, 6)
(8, 3, 3) (15, 6, 6)
(8, 3, 3) (15, 6, 6)

【样例 2】

见题目目录下的 *2.in* 与 *2.ans*。

【子任务】

100% 的数据， $n, m \leq 2.5 \times 10^5$, $0 \leq A_i, B_i, C_i, v < 998,244,353$ 。

1. 10% 的数据， $n \times m \leq 10^7$ 。
2. 另外 10% 的数据，每次魔法的区间均为 $[1, n]$
3. 另外 10% 的数据，每次非询问魔法的影响区间均为 $[1, n]$ ，所有修改在询问之前
4. 另外 10% 的数据， $opt \in \{4, 5, 6, 7\}$
5. 另外 15% 的数据， $opt \in \{1, 2, 7\}$
6. 另外 15% 的数据， $opt \in \{1, 2, 3, 5, 7\}$
7. 另外 15% 的数据， $n, m \leq 10^5$
8. 其他数据，无特殊约定。

提示：请注意本题的空间限制，妥善处理你的程序的内存消耗。

如果奇迹有颜色 (farben)

【题目描述】

法本公司曾经是世界最大的化工企业，他们生产的染料颜色非常丰富，有清华紫，心灵黄，原谅绿，会议蓝，高级黑，北大红，相簿白等。

现在 B 君有一个由 n 个区域组成的环，B 君要用 m 种颜色来染这 n 个区域。

B 君不希望在这 n 个区域中存在连续 m 个区域恰好出现所有 m 个颜色。换句话说，对于任意连续 m 个区域，都不能恰好出现所有 m 个颜色。

如果两个方案通过旋转可以变得一模一样，那么我们认为他们是本质相同的；

但是如果两个方案需要通过翻转才能变得一模一样，我们不认为他们是本质相同的。

比如如果 $n = 4, m = 4$;

我们认为 1, 2, 3, 4 和 3, 4, 1, 2 是本质相同的方案；

我们认为 1, 2, 3, 4 和 4, 3, 2, 1 是本质不同的方案；

我们认为 1, 2, 1, 2 和 2, 1, 2, 1 是本质相同的方案；

B 君希望知道满足条件，本质不同的方案数，输出答案对 1000000007 取模。

【输入格式】

从标准输入读入数据。

输入一行包含两个整数 n, m 。

其中 n 表示环的长度， m 表示颜色数。

【输出格式】

输出到标准输出。

输出一行一个整数，表示答案对 1000000007 取模的结果。

【样例 1 输入】

6 3

【样例 1 输出】

44

【样例 2 输入】

120 6

【样例 2 输出】

615888898

【子任务】

- 对于 100% 的测试点, $1 \leq n \leq 10000000000, 2 \leq m \leq 7$ 。

数据编号	n	m
1	$1 \leq n \leq 10$	$m = 3$
2		$m = 4$
3	$1 \leq n \leq 10^5, n$ 是质数	$m = 2$
4		$m = 3$
5		$m = 4$
6		$m = 5$
7		$m = 6$
8		$m = 7$
9	$1 \leq n \leq 10^9, n$ 是质数	$m = 2$
10		$m = 3$
11		$m = 4$
12		$m = 5$
13		$m = 6$
14		$m = 7$
15	$1 \leq n \leq 10^9$	$m = 2$
16		$m = 3$
17		$m = 4$
18		$m = 5$
19		$m = 6$
20	$n = 635,643,090$	$m = 7$

宇宙广播 (tangent)

这是一道提交答案题。

【题目背景】

威摄纪元公元 2233 年, 人类掌握了一项新的科技: 基于量子力学原理, 在地球表面上的宇宙广播能够超光速地将信号传播到这个点坐标所在的、与地球相切的平面中。

自从万有引力号广播了坐标之后, 它带着人类文明的种子, 远离太阳系飞向了宇宙深处。

DX3906 星系黑域纪元公元 3333 年, 万有引力号找到了一个十分庞大的 X 星系, 直径数光年, 其中有 3 个适合人类居住的星球, 分布在 X 星系不同的角落中。经过商讨之后, 万有引力号的部分成员选择留在这三个星球上定居。

对于定居的人类而言, 实时通讯是十分必要的, 因此一千一百年前发明的那套装置在这时候就派上了用场。显然, 三个星球能够互相通讯, 当且仅当三个宇宙广播的工作切平面完全重合。

现在, 星球球长阿米巴找到了善于编程的你, 希望你能够通过编程计算得出所有能够建立宇宙广播的方案。

在你承担了这个任务之后, 你在心里说了一句, “这算啥, 我 ygg 分分钟搞定”, 然而善于读心的阿米巴马上把你叫了回来, 语重心长的跟你说, 人类文明还要延续, 把 K 维空间的 K 个星球的建站方案一起解决了。球长也没太为难你, 只要你求 $K \leq 10$ 的情况, 这是因为宇宙加上时间维之后是 11 维的。

当你用 3 分钟写完程序之后, 阿米巴看了看, 送给你一张二向箔——因为你没有在程序里考虑到这个情况。

【题目描述】

给定坐标维数 $K \geq 2$, 以及在 K 维坐标下的 K 个球 (可退化~~成点~~, 即半径可以为零), 求出这 K 个球的所有公切面。

数据保证不会出现无解/无穷多组解的情况, 但不保证所有球都是相离的。

以下是一些定义:

- 距离: 在 K 维空间中, 设有两个点 $A(a_0, a_1, \dots, a_{K-1})$, $B(b_0, b_1, \dots, b_{K-1})$, 则 AB 之间的距离

$$AB = \sqrt{\sum_{i=0}^{K-1} (a_i - b_i)^2}$$

- 球: 在 K 维空间中, 与定点 A 的距离为常数 r 的点集, 并同时称点 A 为球心, r 为该球半径;

当 $K = 2$ 时, 即为大家在中学所熟知的圆。

- 超平面：到 K 维空间中某两个点 A, B 距离相等的点集；在 K 维空间中，超平面的维数为 $K - 1$ ；
当 $K = 2$ 时，即为大家在中学所熟知的直线（垂直平分线）。
- 球的切平面：一个超平面 P 与球 A 有且仅有一个交点；
- 球的公切面：一个超平面 P 是所有球的切平面。

【输入格式】

这是一道提交答案题，共有 8 组输入数据，这些数据命名为 $1.in \sim 8.in$ 。

每个测试点中包含多组数据。对于每个测试点：

- 第一行：测试点包含的数据组数 T ，保证 $T \leq 10$ 。
- 对于每组数据：
 - 第一行：坐标维数 K ，保证 $K \leq 10$ 。
 - 接下来 K 行，每行 $K + 1$ 个实数。第 i 行的前 K 个数代表第 i 个球的球心所在的坐标，第 $K + 1$ 个数代表第 i 个球的半径。

【输出格式】

对于每组输入数据，你需要提交相应的输出文件 $1.out \sim 8.out$ 。

对于每个测试点的每组数据：

- 第一行，一个正整数 S ，表示在这组数据中你总共找到了 S 组切平面。如果没找到任何一组解，请务必输出 0，否则将会影响后续数据的评分，造成的后果由选手自行承担；
- 接下来 $S \times K$ 行，每行 K 个小数，对于相对的第 $S(i - 1) + j$ 行，表示在输出的第 i 个解中，对应输入的第 j 个球上的切点坐标；
- 最后一行，输出一个空行；

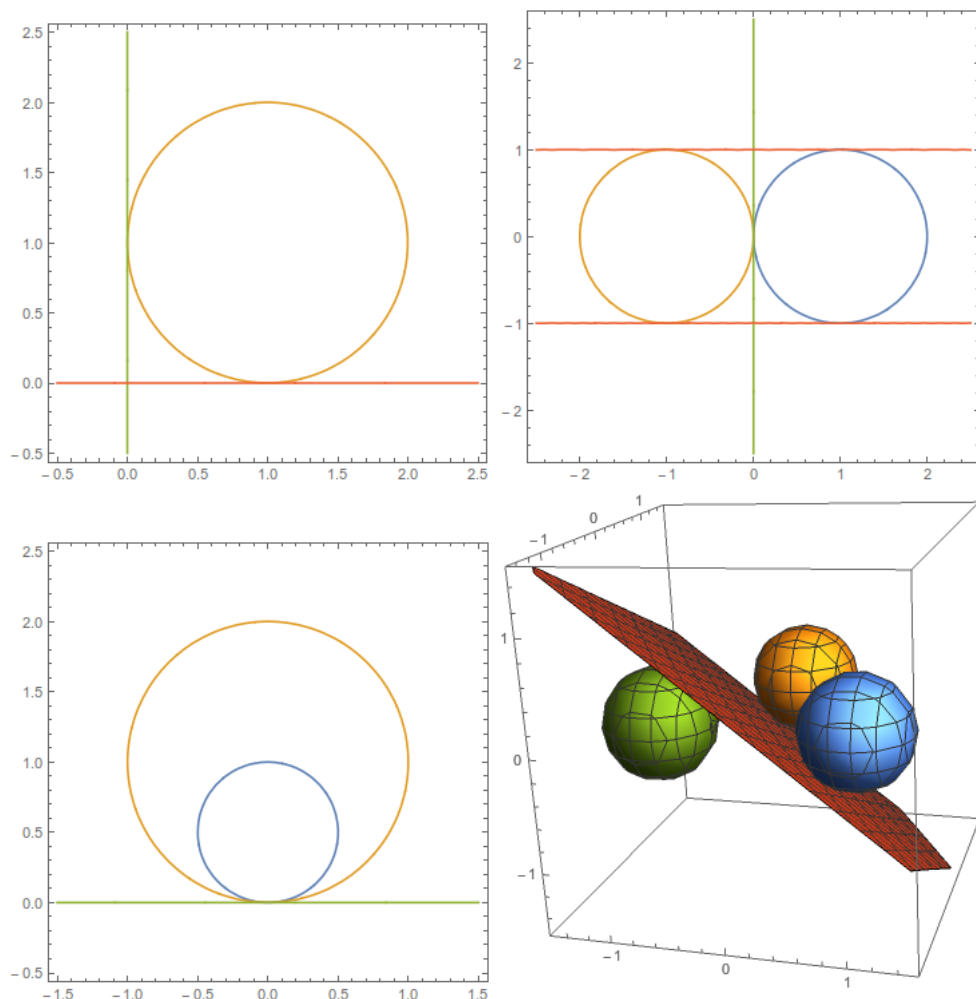
在输出文件的最后，你可以添加任意内容，这不会影响你的得分。我们建议你在此处写一些有意义的内容（如简要方法），以便于我们在考后进行统计分析。单个输出文件大小不得超过 4M。

【样例 0】

见题目目录下的 $0.in$ 与 $0.ans$ 。

【样例 0 解释】

按照样例 0 中的顺序，可视化结果如下所示



对于第 4 组数据, 由于篇幅原因, 8 种方案无法一一呈现到此处;
 对于第 5 组数据, 限于人类目前科技水平而无法可视化;
 在此深表歉意。

【评分方式】

- 解的输出顺序没有要求。在一组解中, 记输出答案为 $(A_0, A_1, \dots, A_{K-1})$, 如果存在一组标准答案 $(B_0, B_1, \dots, B_{K-1})$, 满足 $\sum_{i=0}^{K-1} A_i B_i^2 \leq 10^{-12}$, 那么这一组输出答案将会被判定为正确。
- 在每个测试点的同一组数据中, 我们会统计被匹配上的标准答案的公切面的个数, 每个标准答案只会被匹配至多一次, 输出重复的公切面不倒扣分。第 i 组数据回答正确的比例为被匹配上的标准答案的个数除以标准答案的总个数, 记为 $rate_i$ 。
- 对于每个测试点的评分方式:
 - 如果你的输出格式不合法, 或者参数不符合题目约定, 或者某一组的答案个数超过该组标准答案个数的两倍以上 (不含两倍), 则得 0 分;

2. 在不违背上述条件的情况下，算对其中任何一组数据的任何一个解就至少有一分；并且所有的答案都算对了，才能得到这个测试点的全部分数；
3. 在不违背上述条件的情况下，记共有 T 组数据， $rate_i$ 为第 i 组数据回答正确的比例， $score$ 为这个测试点的分值，则

$$Yourscore = \frac{score}{T} \cdot \sum_{i=1}^T \sqrt{rate_i}$$

在不违背以上原则的情况下四舍五入输出，即 $Yourscore \in [1, score - 1]$ 。

【子任务】

各测试点分值不同，具体如下表所示

测试点	K	分值
1	≤ 2	5
2		15
3	≤ 3	11
4		14
5		16
6	≤ 4	7
7		9
8	≤ 10	23