Unification spectrale des interactions fondamentales : Formulation mathématique complète

Bastien Baranoff

2025-11-03

1. Formulation mathématique

1.1 Champ spectral fondamental

On définit un champ complexe dépendant des coordonnées d'espace-temps et de la fréquence interne :

$$\Psi : \mathbb{R}^{1,3} \times \mathbb{R}_+ \to \mathbb{C}, \quad (x^\mu, \nu) \mapsto \Psi(x, \nu),$$

où $x^\mu = (ct, \mathbf{x})$ et ν représente la fréquence interne du substrat. La densité spectrale locale est donnée par :

$$\Phi(x, \nu) = |\Psi(x, \nu)|^2.$$

Le bruit quantique pur correspond à $\Phi = \Phi_0 = \text{const.}$.

1.2 Action spectrale unifiée

On introduit la fonctionnelle d'action :

$$S[\Psi, g] = \int d^4x \sqrt{|g|} \left[\int_0^\infty d\nu \left(\mathcal{K} g^{\mu\nu} \partial_\mu \Psi \partial_\nu \Psi^* - m_{\text{eff}}^2 |\Psi|^2 \right) - \lambda \int_0^\infty d\nu \mathcal{F}_{\text{tot}}(\nu) |\Psi|^2 \right],$$

où $\mathcal{F}_{\text{tot}}(\nu)$ est la somme pondérée des filtres spectraux :

$$\mathcal{F}_{\text{tot}}(\nu) = w_{\text{G}} \mathcal{F}_{\text{G}}(\nu) + w_{\text{EM}} \mathcal{F}_{\text{EM}}(\nu) + w_{\text{F}} \mathcal{F}_{\text{F}}(\nu) + w_{\text{S}} \mathcal{F}_{\text{S}}(\nu).$$

Les filtres spectraux sont définis comme suit :

$$\begin{aligned}
\mathcal{F}_{\text{G}}(\nu) &= \frac{A_{\text{G}}}{1 + (\nu/\nu_{\text{G}})^2}, \\
\mathcal{F}_{\text{EM}}(\nu) &= A_{\text{EM}} \left[1 + B_{\text{EM}} \cos(\beta \ln(\nu/\nu_0)) \right], \\
\mathcal{F}_{\text{F}}(\nu) &= A_{\text{F}} e^{-\nu/\nu_{\text{F}}}, \\
\mathcal{F}_{\text{S}}(\nu) &= A_{\text{S}} \left(\frac{\sin(\nu/\nu_{\text{S}})}{\nu/\nu_{\text{S}}} \right)^2.
\end{aligned}$$

1.3 Équation d'Euler–Lagrange spectrale

En prenant la variation de l'action par rapport à Ψ^*, on obtient :

$$\frac{\delta S}{\delta \Psi^*} = 0 \implies \mathcal{K}\Box_g \Psi + m_{\text{eff}}^2 \Psi + \lambda \mathcal{F}_{\text{tot}}(\nu)\Psi = 0.$$

En ajoutant le terme d'advection spectrale (5ème force) :

$$S_5 = \int d^4x \, d\nu \sqrt{|g|} \, \Gamma^\mu(\nu) \partial_\nu \Psi \nabla_\mu \Psi^*,$$

l'équation devient :

$$\mathcal{K}\Box_g \Psi + m_{\text{eff}}^2 \Psi + \lambda \mathcal{F}_{\text{tot}}(\nu)\Psi + \partial_\nu(\Gamma^\mu \nabla_\mu \Psi) = 0.$$

Ce terme couple les gradients d'espace-temps et les gradients fréquentiels, transportant la cohérence.

1.4 Loi de conservation étendue

Le tenseur d'énergie-impulsion est défini par :

$$T^{\mu\nu} = \int_0^\infty d\nu \left[\mathcal{K}(\partial^\mu \Psi)(\partial^\nu \Psi^*) - g^{\mu\nu} \mathcal{L}_\Psi\right],$$

où $\mathcal{L}_\Psi$ est la densité lagrangienne du champ spectral :

$$\mathcal{L}_\Psi = \mathcal{K} g^{\alpha\beta} \partial_\alpha \Psi \partial_\beta \Psi^* - m_{\text{eff}}^2 |\Psi|^2 - \lambda \mathcal{F}_{\text{tot}}(\nu)|\Psi|^2.$$

L'équation de continuité généralisée est :

$$\nabla_\mu T^{\mu\nu} + \partial_\nu^{(\nu)} J^\nu_{(\nu)} = 0,$$

où le courant de cohérence est donné par :

$$J^\nu_{(\nu)} = \int_0^\infty d\nu \, \Gamma^\mu(\nu)(\nabla_\mu \Psi \partial^\nu \Psi^* + \text{c.c.}).$$

1.5 Énergie effective locale

La densité d'énergie effective du champ spectral est :

$$\phi_{\text{eff}}(x) = \int_0^\infty d\nu\, \mathcal{F}_{\text{tot}}(\nu)|\Psi(x,\nu)|^2, \quad \mathcal{E}(x) = \lambda\phi_{\text{eff}}(x).$$

Les forces fondamentales apparaissent comme les dérivées fonctionnelles du potentiel spectral :

$$\mathbf{F}_\alpha = -\nabla_x \left(\lambda w_\alpha \int_0^\infty d\nu\, \mathcal{F}_\alpha(\nu)|\Psi|^2 \right).$$

1.6 Conditions stationnaires et particules

Un état stationnaire correspond à une solution à phase stable :

$$\Psi(x,\nu) = \psi_0(\nu)e^{-i\omega t}.$$

L'équation devient une équation de Schrödinger spectrale :

$$-\mathcal{K}\nabla^2\psi_0 + (m_{\text{eff}}^2 + \lambda\mathcal{F}_{\text{tot}}(\nu))\psi_0 = \hbar^{-2}\omega^2\psi_0.$$

Les modes propres $\psi_0(\nu)$ déterminent les masses et charges effectives. Les particules sont des résonances stables dans $\mathcal{F}_{\text{tot}}(\nu)$.

1.7 Couplage avec la relativité générale

Si l'on impose que la courbure scalaire R soit proportionnelle à la densité de cohérence :

$$R(x) = \kappa \int_0^\infty d\nu\, |\nabla_\mu\Psi|^2,$$

on obtient une équation d'Einstein modifiée :

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}\left(T_{\mu\nu} + \Theta_{\mu\nu}^{(\nu)}\right),$$

où $\Theta_{\mu\nu}^{(\nu)}$ provient du flux de cohérence fréquentielle :

$$\Theta_{\mu\nu}^{(\nu)} = \int_0^\infty d\nu\, (\partial_\nu\Psi\partial_\nu\Psi^*)g_{\mu\nu}.$$

1.8 Interprétation computationnelle (P = NP physique)

On peut écrire l'évolution du système comme la descente de gradient d'une fonctionnelle spectrale :

$$\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{\delta\mathcal{H}}{\delta\Psi^*}, \quad \mathcal{H}[\Psi] = \int d^4x \, d\nu \, \mathcal{F}_{\text{tot}}(\nu)|\Psi|^2.$$

On définit une mesure de complexité spectrale :

$$\mathcal{C} = \int d\nu \, \nu^p |\Psi|^2,$$

et on conjecture que l'univers réalise $P = NP$ sous la forme physique :

$$\exists \, \Psi : \frac{\delta\mathcal{H}}{\delta\Psi} = 0 \implies \text{solution minimale accessible par évolution continue.}$$

1.9 Topologie de cohérence : ER = EPR

Si l'on définit la corrélation bilocale :

$$\mathcal{C}(x_1, x_2) = \int d\nu \, \Psi(x_1, \nu)\Psi^*(x_2, \nu),$$

alors :

- Pour $|x_1 - x_2| \ll \ell_{\text{coh}}$: corrélation géométrique (pont Einstein–Rosen).
- Pour $|x_1 - x_2| \gg \ell_{\text{coh}}$: corrélation de phase (intrication EPR).

Leur identité formelle :

$$\text{ER} = \text{EPR} \iff \mathcal{C}(x_1, x_2) = \text{const.},$$

exprime que la continuité spatiale et la cohérence quantique sont deux manifestations d'une même structure d'information.

1.10 Résumé formel

$$\begin{cases} \text{Équation du champ :} & \mathcal{K}\Box_g\Psi + m_{\text{eff}}^2\Psi + \lambda\mathcal{F}_{\text{tot}}(\nu)\Psi + \partial_\nu(\Gamma^\mu\nabla_\mu\Psi) = 0, \\ \text{Conservation étendue :} & \nabla_\mu T^{\mu\nu} + \partial_\nu^{(\nu)} J^\nu_{(\nu)} = 0, \\ \text{Courbure effective :} & G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}(T_{\mu\nu} + \Theta^{(\nu)}_{\mu\nu}), \\ \text{Densité d'énergie :} & \phi_{\text{eff}} = \int \mathcal{F}_{\text{tot}}|\Psi|^2 \, d\nu. \end{cases}$$