

P = NP : Un modèle métrique du temps propre du calcul

Bastien Baranoff

2025-11-02

Contents

1	Résumé	2
2	1. Modèle computationnel métrique	2
2.1	Définition 1 — Modèle de calcul	2
2.2	Définition 2 — Métrique computationnelle	2
3	2. Temps propre du calcul	3
3.1	Définition 3 — Temps propre du calcul	3
4	3. Courbure computationnelle	3
5	4. Cas test : SAT	3
5.1	Proposition	3
5.2	Corollaire	3
6	5. Théorème métrique	4
6.1	Théorème (version faible)	4
7	6. Causalité computationnelle	4
8	7. Conséquences	4
8.1	7.1 Si $P = NP$	4
8.2	7.2 Si $P \neq NP$	5
8.3	7.3 Interprétation finale	5
9	8. Conclusion	5

1 Résumé

Ce travail propose une reformulation géométrique du problème $\mathbf{P} \stackrel{?}{=} \mathbf{NP}$, inspirée de la relativité restreinte. Nous introduisons une *métrique computationnelle* qui relie le temps de recherche d'une solution et celui de sa vérification, et nous définissons le **temps propre du calcul** τ_{calc} .

Nous montrons que $\tau_{\text{calc}} > 0$ pour tout problème NP-complet, ce qui implique conditionnellement $P \neq NP$. La complexité devient une propriété géométrique de l'espace-temps du calcul, liée à la causalité et à la dissipation minimale d'énergie (principe de Landauer).

2 1. Modèle computationnel métrique

2.1 Définition 1 — Modèle de calcul

Un modèle computationnel métrique est défini comme un quadruplet :

$$\mathcal{M} = (S, T, \delta, \tau)$$

où :

- S est l'espace des états,
- T est le temps global discret (étapes de calcul),
- $\delta : S \times \Sigma \rightarrow S$ est la fonction de transition,
- $\tau : S \rightarrow \mathbb{R}^+$ est la **durée propre du calcul**, c'est-à-dire le temps interne ressenti par le système.

2.2 Définition 2 — Métrique computationnelle

On introduit la métrique différentielle :

$$d\tau^2 = dT_{\text{verif}}^2 - \frac{dT_{\text{rech}}^2}{c_{\text{comp}}^2}$$

où :

- T_{verif} est le temps de vérification d'une instance,
- T_{rech} est le temps de recherche d'une solution,
- c_{comp} est la vitesse maximale de propagation de l'information dans le système de calcul.

Un calcul est **luminal** si $\tau = 0$ et **massif** si $\tau > 0$.

3 2. Temps propre du calcul

3.1 Définition 3 — Temps propre du calcul

Pour un langage L , on définit :

$$\tau_{\text{calc}}(L) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{T_{\text{rech}}(n) - T_{\text{verif}}(n)}{T_{\text{verif}}(n)}$$

Si $P = NP$, alors $T_{\text{rech}}(n) = O(T_{\text{verif}}(n)) \Rightarrow \tau_{\text{calc}}(L) = 0$.

Si $P \neq NP$, alors $T_{\text{rech}}(n) \gg T_{\text{verif}}(n) \Rightarrow \tau_{\text{calc}}(L) > 0$.

Ainsi, τ_{calc} mesure la **dissymétrie intrinsèque** entre recherche et vérification, indépendante du matériel.

4 3. Courbure computationnelle

On définit la **courbure computationnelle** d'un langage L par :

$$\kappa(L) = \frac{d^2 \tau_{\text{calc}}}{d(\log n)^2}$$

Alors :

$$\kappa(L) = 0 \Rightarrow L \in P, \quad \kappa(L) > 0 \Rightarrow L \in NP \setminus P$$

La séparation $P \neq NP$ devient une **propriété géométrique** :

les langages plats ($\kappa = 0$) sont calculables en temps polynomial,

les langages courbes ($\kappa > 0$) présentent une dissymétrie irréductible.

5 4. Cas test : SAT

5.1 Proposition

Pour $L = \text{SAT}$, tout algorithme déterministe doit explorer un espace combinatoire de taille 2^n .

5.2 Corollaire

Ce volume implique :

$$\tau_{\text{calc}}(\text{SAT}) > 0, \quad \kappa(\text{SAT}) > 0$$

Ainsi, SAT est un langage **massif** dans la métrique computationnelle, confirmant $P \neq NP$ dans ce cadre.

6 5. Théorème métrique

6.1 Théorème (version faible)

Il n'existe aucun reparamétrage métrique du calcul annulant la durée propre τ_{calc} pour les problèmes NP-complets.

Autrement dit, **aucun algorithme ne peut être luminal dans l'espace du calcul fini.**

6.1.1 Esquisse de preuve

Supposons qu'un algorithme polynomial existe pour SAT.

Alors $\tau_{\text{calc}}(\text{SAT}) = 0$, ce qui contredit la nécessité d'un temps propre non nul dans tout système computationnel causal.

Ainsi :

$$\tau_{\text{calc}} > 0 \Rightarrow P \neq NP$$

7 6. Causalité computationnelle

La causalité computationnelle exprime la contrainte suivante :

$$\tau \geq 0$$

pour tout système de calcul.

Cela signifie que les effets suivent les causes et qu'aucune information ne peut se propager à une vitesse supérieure à c_{comp} .

Ce principe relie la **structure de la complexité** à la **structure du temps**.

En parallèle, le **principe de Landauer** impose une énergie minimale pour l'effacement d'un bit :

$$E_{\text{min}} = kT \ln 2$$

Ainsi, un calcul sans durée ($\tau = 0$) violerait la thermodynamique de l'information.

Le temps propre devient alors une **invariance physique du calcul**.

8 7. Conséquences

8.1 7.1 Si $P = NP$

- Toute recherche se confond avec la vérification.
- Plus de résistance, plus de lenteur : un univers plat, sans durée propre.

- Cryptographie détruite (RSA, ECC, AES).
- L'apprentissage devient trivial, la science instantanée.
- Mais la connaissance devient *sans expérience* : un monde sans mémoire ni vie.

8.2 7.2 Si P NP

- La lenteur devient une **loi naturelle**.
- L'intelligence (humaine ou artificielle) est un processus irréductible.
- La causalité computationnelle garantit une flèche du temps :

$$T_{\text{rech}} > T_{\text{verif}} \Rightarrow \tau_{\text{calc}} > 0$$

- Le monde reste créatif, dissipatif et pensant.

8.3 7.3 Interprétation finale

$$\tau_{\text{calc}} > 0 \iff P \neq NP \iff \text{Univers causal et vivant.}$$

La complexité est la **gravité du calcul** : elle donne sa courbure au réel.

Le calcul pur ($\tau = 0$) serait lumière — instantané mais inconscient.

Le calcul vivant ($\tau > 0$) est lent, mais c'est lui seul qui peut penser.

9 8. Conclusion

La séparation $P \neq NP$ devient ici une **loi de conservation de la complexité**.

Aucune transformation ne peut aplanir la courbure computationnelle sans violer la causalité ni la thermodynamique de l'information.

Ainsi, résoudre $P? = NP$ revient à interroger les **limites de la connaissance** : ce qui peut être *su* instantanément, et ce qui doit être *vécu*.

Si le monde a besoin de temps pour se calculer, c'est que ce temps fait partie de sa structure.