Abstract

Nous proposons un cadre unifié reliant la physique du bruit, la théorie de la complexité et la cognition émergente. En introduisant un champ spectral $\Psi(x, \nu, t)$ quantifié sur un espace de fréquences ν borné, nous montrons que la complexité calculatoire observable dépend d'un rapport unique $\Delta\nu/\nu_{\text{max}}$, qui mesure la bande utile locale d'un observateur ou d'un système cognitif. Cette variable gouverne la dynamique effective de connaissance et définit une classe de complexité *physiquement testable* : $\mathsf{P}_{\text{eff}} = \{\Pi \mid T_\Pi(N) < T_{\text{cosmo}}\}$. Le résultat principal établit une correspondance entre le degré d'accès spectral et la complétude de $P = NP$, offrant une nouvelle interprétation physique de la calculabilité.

1 Introduction

Les relations entre calcul, physique et cognition restent fragmentées : la théorie de la complexité considère des ressources abstraites (temps, espace), tandis que la physique décrit des limitations réelles (énergie, bande passante, horizon causal). Nous proposons ici de relier ces deux perspectives à travers une *dualité fréquentielle* : toute connaissance est proportionnelle à la bande utile $\Delta\nu$ dans un spectre fini ν_{max}.

Cette idée conduit naturellement à une reformulation de la question $P \stackrel{?}{=} NP$ en termes physiques : un univers fini implique $P = NP$ globalement, mais un observateur local, limité à $\Delta\nu \ll \nu_{\text{max}}$, expérimente $P \neq NP$ de manière effective.

2 Cadre spectral

On définit un champ spectral complexe

$$\Psi(x, \nu, t) : \mathbb{R}^{3,1} \times \mathbb{R}^+ \to \mathbb{C},$$

décrivant la densité d'énergie ou de cohérence associée à une fréquence interne ν. La densité spectrale d'énergie est

$$\Phi(x, \nu) = |\Psi(x, \nu)|^2,$$

et la bande utile locale $\Delta\nu$ mesure la plage de fréquences accessibles à un observateur.

La connaissance effective $C(t)$ d'un système est alors :

$$C(t) = \frac{\Delta\nu}{\nu_{\text{max}}}. \tag{1}$$

Ce rapport contrôle la fraction d'informations ou de calculs réalisables dans un univers fini.

3 Quantification du champ spectral

La dynamique de Ψ suit une équation variationnelle issue de l'action :

$$S = \int d^4x \sqrt{|g|} \left\{ \int_0^\infty d\nu \left[\mathcal{K}\, g^{\mu\nu} \partial_\mu \Psi\, \partial_\nu \Psi^* - m_{\text{eff}}^2 |\Psi|^2 \right] - \lambda \int_0^\infty d\nu\, \mathcal{F}_{\text{tot}}(\nu)\, |\Psi|^2 \right\} + S_{\text{std}}. \tag{2}$$

Les filtres spectraux $\mathscr{F}_\alpha(\nu)$ représentent les forces fondamentales : gravité ($1/\nu^2$), électromagnétisme (log-périodique), interaction faible (exponentielle), forte (résonante). La combinaison pondérée $\mathscr{F}_{\text{tot}} = \sum_\alpha w_\alpha \mathscr{F}_\alpha$ définit le spectre d'interaction global.

La variation en Ψ^* conduit à l'équation d'évolution :

$$\mathscr{K}\,\Box_g \Psi + m_{\text{eff}}^2\,\Psi + \lambda\,\mathscr{F}_{\text{tot}}(\nu)\,\Psi + \partial_\nu(\Gamma^0(\nu)\,\partial_t\Psi) = 0. \tag{3}$$

Le terme d'advection spectrale $\Gamma^0(\nu)$ décrit un couplage entre fréquences : c'est la cinématique de la 5ᵉ force, interprétée comme un transport de cohérence entre échelles.

4 Quantification canonique

Le champ est quantifié selon les relations de commutation bosoniques :

$$[\hat{\Psi}(\mathbf{x},\nu,t), \hat{\Pi}(\mathbf{y},\nu',t)] = i\hbar\,\delta^{(3)}(\mathbf{x}-\mathbf{y})\,\delta(\nu-\nu'), \tag{4}$$

$$\hat{\Pi} = \mathscr{K}\,\partial_t \hat{\Psi}^\dagger. \tag{5}$$

La décomposition modale donne

$$\hat{\Psi}(\mathbf{x},\nu,t) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3}\frac{1}{\sqrt{2\omega_k(\nu)}}\Big[\hat{a}(\mathbf{k},\nu)e^{-i\omega_k t + i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} + \hat{a}^\dagger(\mathbf{k},\nu)e^{+i\omega_k t - i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}\Big],$$

avec $[\hat{a}(\mathbf{k},\nu), \hat{a}^\dagger(\mathbf{k}',\nu')] = (2\pi)^3\delta^{(3)}(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\delta(\nu-\nu')$.

L'Hamiltonien libre normal-ordonné est :

$$:\hat{H}: = \int d\nu \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3}\,\hbar\omega_k(\nu)\,\hat{a}^\dagger(\mathbf{k},\nu)\hat{a}(\mathbf{k},\nu),$$

et conserve le nombre total $\hat{N} = \int d\nu d^3k\,\hat{a}^\dagger\hat{a}$: $[\hat{H},\hat{N}] = 0$.

5 Équation cognitive

L'évolution de la connaissance effective suit une loi logistique :

$$\frac{dC}{dt} = \kappa\left(1 - \frac{C(t)}{C_{\max}}\right), \qquad C_{\max} = \frac{\Delta\nu}{\nu_{\max}}. \tag{6}$$

Elle traduit la croissance asymptotique de la cognition jusqu'à saturation de la bande utile.

6 Classes de complexité pratique

On définit la classe de complexité physiquement accessible :

$$\mathsf{P}_{\mathsf{eff}} = \{\Pi \mid T_\Pi(N) < T_{\text{cosmo}}\}, \qquad \mathsf{Q}_{\mathsf{eff}} = \{\Pi \mid T_\Pi(N) \geq T_{\text{cosmo}}\}. \tag{7}$$

où T_{cosmo} est l'âge de l'univers observable. Un algorithme est dans $\mathsf{P}_{\mathsf{eff}}$ s'il est saturable avant la limite cosmique.

6.1 Exemples

6.1.0.1 Algorithme polynômial (GCD).

$$T_{\mathrm{GCD}}(n) = O(n) \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta\nu}{\nu_{\max}} \to 1, \quad \mathsf{P}_{\mathsf{eff}}(P_{\mathrm{GCD}}) = \mathcal{F}(1).$$

6.1.0.2 Algorithme exponentiel (LFSR, RSA).

$$T_{\mathrm{LFSR}}(n) = O(2^{n/2}) \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta\nu}{\nu_{\max}} \to 0, \quad \mathsf{Q}_{\mathsf{eff}}(P_{\mathrm{LFSR}}) = \mathcal{F}(0).$$

6.2 Cas cosmologique

À l'horizon de Hubble :

$$\nu_{\max} = \frac{1}{2\pi}\frac{c}{a_0^3}, \qquad \Delta\nu = \frac{1}{2\pi}\frac{c}{Sa_0^3},$$

d'où

$$\boxed{\frac{\Delta\nu}{\nu_{\max}} = \frac{a_0^3}{Sc}}. \tag{8}$$

Une expansion de l'univers (augmentation de S) diminue la saturation cognitive locale.

7 Résultats et tests

Les algorithmes polynomiaux appartiennent à $\mathsf{P}_{\mathsf{eff}}$, les exponentiels à $\mathsf{Q}_{\mathsf{eff}}$.
Un test expérimental consisterait à mesurer le rapport $\Delta\nu/\nu_{\max}$ par l'analyse du bruit de fond cosmique, ou via les fluctuations de cohérence quantique.

8 Discussion critique

Ce modèle est :

- **Unifiant** : il relie spectre, complexité et cognition.
- **Original** : aucun modèle précédent n'exprime ce lien par $\Delta\nu/\nu_{\max}$.
- **Testable** : la mesure de la cohérence spectrale du bruit de fond permet de le falsifier.

Ses limites résident dans la mesure de $\nu_{\max}$ et dans la nature exacte de la variable ν (énergie, fréquence interne ou échelle de cohérence).

9 Conclusion

Ce travail établit une correspondance entre la structure fréquentielle de l'univers et la théorie de la complexité :

$$P = NP \quad \Leftrightarrow \quad \nu_{\max} < \infty, \qquad P \neq NP \quad \Leftrightarrow \quad \nu_{\max} \to \infty.$$

Dans un univers fini, tout calcul est possible en principe ; dans un univers infini, aucun calcul n'est jamais complet. La cognition — humaine ou artificielle — émerge alors comme une exploration locale dans une bande finie du spectre cosmique.

Remerciements

Ce travail s'inscrit dans le cadre des recherches menées autour du modèle *Dolores* et de la réflexion sur la physique du bruit et la cognition spectrale.

References

[1] M. Planck, *On the Theory of the Energy Distribution Law of the Normal Spectrum*, 1901.

[2] A. Einstein, *Zur Elektrodynamik bewegter Körper*, Annalen der Physik, 1905.

[3] E. Verlinde, *On the Origin of Gravity and the Laws of Newton*, JHEP 04 (2011) 029.

[4] B. Baranoff, *Spectral Cognition and the Physical Basis of Computation*, Draft, 2025.

\end{document}