Author Bastien Baranoff

E=hv -> E=mc^2

A) Hypothèses de départ

1. **Heisenberg (espace–moment)** : $\Delta x\,\Delta p \geq \hbar/2$.
2. **Causalité (vitesse max)** : rien ne va plus vite que c.
3. **Quantique (Planck)** : $E = \hbar\omega = h\nu$.
4. (Fourier) **Temps–fréquence** : $\Delta t\,\Delta\omega \geq 1/2$.

B) Étapes clefs (6 pas)

1. **Heisenberg** : $\Delta x\,\Delta p \geq \hbar/2$.
2. **Causalité**   **borne sur** Δp (paquet “au repos” $\langle p \rangle = 0$)

$$\Delta v \simeq \frac{\Delta p}{m} \leq c \;\Rightarrow\; \boxed{\Delta p \leq m\,c}.$$

3. **Combiner (1) et (2)**   **masse vs localisation**

$$\Delta x \geq \frac{\hbar}{2\,\Delta p} \geq \frac{\hbar}{2\,m\,c} \;\Rightarrow\; \boxed{m \geq \frac{\hbar}{2\,c\,\Delta x}}.$$

(La meilleure localisation Δx_{min} **fixe** la masse.)

4. **Causalité (trajet)**   **borne sur** Δt

$$\boxed{\Delta t \geq \frac{\Delta x}{c}}.$$

5. **Fourier +** $E = \hbar\omega$ **énergie minimale**

$$\Delta t\,\Delta\omega \geq \tfrac{1}{2} \;\Rightarrow\; \Delta\omega \geq \frac{1}{2\Delta t} \geq \frac{c}{2\Delta x} \;\Rightarrow\; \boxed{E_0 \geq \hbar\,\Delta\omega \geq \frac{\hbar c}{2\,\Delta x}}.$$

6. **Éliminer** Δx **(avec l’étape 3)** À la **saturation** $\Delta x = \hbar/(2mc)$:

$$E_0 = \frac{\hbar c}{2\Delta x} = mc^2 \quad\Rightarrow\quad \boxed{E_0 = m\,c^2}.$$

(On **retrouve** $E = mc^2$ sans l’avoir postulé.)