Charte des énergies : principes et éthique

Une hypothèse géométrique de couplage universel

Bastien Baranoff

25 octobre 2025

Contents

1 Connexion universelle

On definit une connexion totale sur un espace-temps M de dimension quatre, munie d'un groupe de jauge etendu :

$$\mathcal{A}_\mu = \frac{1}{2}\omega_\mu^{ab} J_{ab} + \frac{1}{\ell} e_\mu^{\ a} P_a + A_\mu^I T_I$$

ou :

- ω_μ^{ab} est la connexion de spin locale (Lorentz),
- $e_\mu^{\ a}$ le tetrade,
- A_μ^I les connexions internes (U(1), SU(2), SU(3)),
- J_{ab}, P_a, T_I sont les generateurs du groupe de de Sitter etendu $G_{total} = (U(1) \times SU(2) \times SU(3)) \rtimes SO(3,1)$.

2 Courbures associees

$$\mathcal{F}_{\mu\nu} = \partial_\mu \mathcal{A}_\nu - \partial_\nu \mathcal{A}_\mu + [\mathcal{A}_\mu, \mathcal{A}_\nu]$$

soit :

$$\mathcal{F}_{\mu\nu} = (R^{ab}_{\mu\nu} J_{ab} + \frac{1}{\ell} T^a_{\mu\nu} P_a) \oplus (F^I_{\mu\nu} T_I)$$

avec :

$$\begin{aligned} R^{ab} &= d\omega^{ab} + \omega^a{}_c \wedge \omega^{cb}, \\ T^a &= De^a = de^a + \omega^a{}_b \wedge e^b, \\ F^I &= dA^I + \tfrac{1}{2} f^I{}_{JK} A^J \wedge A^K. \end{aligned}$$

---

3 Action gravitationnelle (MacDowell-Mansouri + Holst)

$$S_{grav} = \frac{1}{16\pi G} \int \varepsilon_{abcd}\, e^a \wedge e^b \wedge R^{cd} + \frac{1}{\gamma} \int e_a \wedge e_b \wedge R^{ab} - \frac{\Lambda}{24\pi G} \int \varepsilon_{abcd}\, e^a \wedge e^b \wedge e^c \wedge e^d$$

Le premier terme est Einstein-Hilbert,
le second le terme Holst-Immirzi,
le dernier le terme cosmologique.

Une formulation equivalente (MacDowell-Mansouri) :

$$S_{MM} = \frac{\alpha}{\ell^2} \int \varepsilon_{abcd} \left(R^{ab} + \frac{1}{\ell^2} e^a \wedge e^b \right) \wedge \left(R^{cd} + \frac{1}{\ell^2} e^c \wedge e^d \right)$$

---

4 Secteur Yang-Mills + Higgs + Dirac

$$S_{YM} = -\sum_I \frac{1}{2g_I^2} \int \mathrm{Tr}(F^I \wedge *F^I) + \sum_I \frac{\theta_I}{8\pi^2} \int \mathrm{Tr}(F^I \wedge F^I)$$

$$S_H = \int \left[(D\phi)^\dagger \wedge *(D\phi) - *V(\phi) - \xi |\phi|^2 R * 1 \right]$$

$$S_D = \int *e \left[\bar{\psi}\, i\, \gamma^a e_a{}^\mu (\partial_\mu + \frac{1}{4} \omega^{bc}_\mu \gamma_{bc} + A_\mu) \psi - y \bar{\psi} \phi \psi \right]$$

5 Action totale unifiee

$$S_{total} = S_{grav} + S_{YM} + S_H + S_D$$

La connexion $\mathcal{A}_\mu$ joue ici le role de champ unique,
et les courbures correspondantes engendrent les quatre forces fondamentales.

---

6 Equations de champ (schema)

- Variation δe^a :

$$\varepsilon_{abcd}\, e^b \wedge R^{cd} - \Lambda\, \varepsilon_{abcd}\, e^b \wedge e^c \wedge e^d = 8\pi G\, \tau_a$$

- Variation $\delta \omega^{ab}$:

$$T^a = \frac{1}{2}\kappa\, \bar{\psi}\gamma^a\gamma^5\psi$$

- Variation δA^I :

$$D * F^I = J^I$$

- Variations $\delta\phi, \delta\psi$:
  equations de Klein-Gordon/Higgs et Dirac.

---

7 Lecture unifiee de la courbure

Les deux projections de la courbure $\mathcal{F}$ donnent les deux mondes :

Projection	Contraction	Equation obtenue
Lorentz / translation	$\varepsilon_{abcd}\, e^a \wedge e^b$	Gravite (Einstein)
Interne T_I	Hodge $*$	Maxwell-Yang-Mills

$$R_{\mu\nu}[A] = \mathrm{Tr}\big(F_{\mu\alpha}[A]F_{\nu}{}^{\alpha}[A]\big) - \frac{1}{4}g_{\mu\nu}\mathrm{Tr}\big(F_{\alpha\beta}[A]F^{\alpha\beta}[A]\big)$$

---

8 Brisure de symetrie et masse

Le potentiel de Higgs :

$$V(\phi) = \lambda(|\phi|^2 - v^2)^2$$

et le couplage $\xi|\phi|^2 R$ produisent :

- les masses des bosons W/Z,
- les masses des fermions via $y\,\bar{\psi}\,\phi\,\psi$,
- une masse gravitationnelle effective locale si $\xi \neq 0$.

---

9 Resume conceptuel

L'action unifiee Kaluza-Dirac-Einstein repose sur une seule courbure $\mathcal{F}$:
- contraction avec $\varepsilon_{abcd}\, e^a \wedge e^b \to$ Einstein-Hilbert,
- contraction avec Hodge-* $\to$ Maxwell-Yang-Mills.

Toutes les forces deviennent des facettes d'un meme champ de connexion, et la matiere en est l'oscillation locale.

---

10 References

- Kaluza, K. (1919). On the problem of unity in physics. Sitzungsberichte der Koniglich Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, 1–23.

- Dirac, P.A.M. (1928). The Quantum Theory of the Electron. Proc. Roy. Soc. A, 117, 610.
- MacDowell, S.W., Mansouri, F. (1977). Unified Geometric Theory of Gravity and Supergravity. Phys. Rev. Lett., 38, 739.
- Ashtekar, A. (1986). New Variables for Classical and Quantum Gravity. Phys. Rev. Lett., 57, 2244.

> “La physique est la geometrie d’un champ unique,
> et la matiere n’est qu’une vibration locale de sa courbure.”

11 1. Préambule historique

En 1919, **Theodor Kaluza** envoie à **Albert Einstein** un manuscrit étonnant : il y démontre qu’en ajoutant une **cinquième dimension** à la relativité générale, on peut faire émerger, à partir de la géométrie seule, les équations de **Maxwell**.

Einstein, d’abord sceptique, finit par reconnaître dans cette approche une possible **clé d’unification** entre la gravité et l’électromagnétisme. C’est la première théorie géométrique de champ unifié.

---

12 2. La métrique à cinq dimensions

On étend la métrique d’Einstein de quatre à cinq dimensions :

$$g_{AB} = \begin{pmatrix} g_{\mu\nu} + \kappa^2\phi^2 A_\mu A_\nu & \kappa\phi^2 A_\mu \\ \kappa\phi^2 A_\nu & \phi^2 \end{pmatrix},$$

où :

- A_μ : potentiel électromagnétique,
- ϕ : champ scalaire associé à la dimension supplémentaire,
- κ : constante de couplage,
- indices $A, B = 0, 1, 2, 3, 5$, et $\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$.

L'action d'Einstein en 5D s'écrit :

$$S = \int R^{(5)} \sqrt{-g^{(5)}}\, d^5x.$$

---

13 3. Réduction dimensionnelle et équations de Maxwell

En imposant que la métrique ne dépende pas de la cinquième coordonnée ($\partial_5 = 0$), le tenseur de Ricci 5D se décompose en :

$$R^{(5)}_{\mu\nu} = R^{(4)}_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\phi^2 F_{\mu\lambda} F_\nu{}^\lambda - \frac{1}{\phi}\nabla_\mu \nabla_\nu \phi,$$

et les équations d'Einstein 5D deviennent :

$$R^{(4)}_{\mu\nu} = \frac{1}{2}\phi^2 \left(F_{\mu\lambda} F_\nu{}^\lambda - \frac{1}{4} g_{\mu\nu} F_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta} \right) + \frac{1}{\phi}\nabla_\mu \nabla_\nu \phi.$$

Les équations de Maxwell apparaissent naturellement :

$$\nabla_\mu (\phi^3 F^{\mu\nu}) = 0.$$

---

14 4. Interprétation physique

La **cinquième dimension** n'est pas observable directement :
elle est supposée **compactifiée**, c'est-à-dire enroulée sur un cercle de rayon r_c très petit.
Un déplacement de $2\pi r_c$ dans cette dimension laisse la physique inchangée.

L'électromagnétisme émerge ainsi comme la **géométrie cachée** de cette dimension repliée.

Concept géométrique (5D)	Interprétation physique (4D)
Composantes $g_{\mu\nu}$	Champ gravitationnel
Composantes $g_{\mu 5}$	Potentiel électromagnétique A_μ
Composante g_{55}	Champ scalaire ϕ

---

15 5. L'extension de Klein

En 1926, **Oskar Klein** quantifie l'idée :
si la cinquième dimension est circulaire, les particules qui s'y propagent doivent avoir une **quantification de moment** selon :

$$p_5 = \frac{n\hbar}{r_c}, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

L'énergie de ce mouvement dans la dimension cachée correspond à la **charge électrique**.
Ainsi, la charge devient un **moment cinétique dans une dimension repliée**.

---

16 6. Synthèse : la géométrie comme théorie des champs

Élément	Interprétation
Espace-temps 4D	Scène visible de la gravité
Dimension 5D	Source du champ électromagnétique
Compactification	Invisibilité macroscopique du cinquième axe
Courbure 5D	Origine commune des forces

L'approche de Kaluza–Klein anticipe la vision moderne des **théories des cordes** et des **superespaces**,
où les interactions fondamentales sont décrites comme des manifestations géométriques dans un espace de dimension supérieure.

---

17 7. Lecture contemporaine

Les théories modernes de grande unification (GUT, supergravité, cordes) reprennent le schéma de Kaluza :
chaque interaction correspond à une **symétrie de l'espace interne**.

L'idée fondamentale demeure :
> la matière est la courbure d'un espace caché.

---

18 8. Conclusion : l'héritage de Kaluza–Einstein

La cinquième dimension n'a jamais été observée,
mais elle a ouvert la voie à une intuition féconde :
l'unification des forces passe par la **géométrisation**.

Kaluza a introduit la première pierre d'un pont entre **métrique** et **charge** ;
Einstein y a vu le germe d'un **monde sans dualité** entre champ et matière.

La gravité et l'électromagnétisme ne seraient plus deux langages,
mais **deux dialectes d'une même géométrie étendue**.

19 Gravité quantifiée et non-localité : hypothèse de travail

19.1 1. Cadre conceptuel

- La relativité générale décrit la gravité comme une **géométrie classique du champ métrique**.
- La mécanique quantique décrit la **non-localité des champs** (intrication, violation de Bell).
- Une gravité quantifiée devrait donc, à terme, permettre des **corrélations non locales** entre modes gravitationnels.

19.2 2. Idée heuristique

- Supposons que les **modes polarisés** d'une onde gravitationnelle (h_+ et $h_\times$) puissent être quantifiés.
- L'état quantique associé à une émission cohérente serait alors, par analogie avec la lumière, de type **état de Bell** :

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|h_+\rangle|h_\times\rangle + |h_\times\rangle|h_+\rangle).$$

- Si ces deux modes pouvaient être mesurés indépendamment, leurs corrélations pourraient, en principe, **violer une inégalité de Bell** :

$$S = |E(A,B) + E(A',B) + E(A,B') - E(A',B')|.$$

19.3 3. Limite actuelle

- Les ondes gravitationnelles observées par **LIGO/Virgo** sont **classiques** : leur amplitude $h \sim 10^{-21}$ correspond à des **millions de quanta par mode**, donc aucune mesure de type

Bell n'est réalisable.

- Aucune expérience à ce jour ne permet d'accéder à un **régime gravitationnel quantique** ni de mesurer des **intrications de gravitons**.

19.4 4. Horizon expérimental

- Des projets théoriques (*Bose et al., 2017 ; Marletto & Vedral, 2018*) suggèrent que si **deux masses** se couplent uniquement par la **gravité** et s'intriquent, cela prouverait que la gravité est **quantique**.

- Ces expériences visent précisément à **tester une violation de Bell induite par la gravité**.

19.5 5. Lecture prudente

Les détections **LIGO** montrent que le champ gravitationnel **se propage et transporte de l'énergie**,
mais **ne constituent pas une preuve directe** de non-localité quantique.
Cependant, si la gravité est un champ quantique cohérent, elle devra, dans un régime encore inaccessible,
obéir aux mêmes principes d'**intrication** et de **violation de Bell** que les autres champs fondamentaux.

19.5.1 Résumé

- Les ondes gravitationnelles observées sont **classiques**.

- Une gravité quantifiée impliquerait une **non-localité analogue** à celle des autres champs.

- La **violation de Bell** par des degrés de liberté gravitationnels reste un **objectif expérimental futur**, non une conséquence déjà observée.

20 1. Cadre conceptuel

L'expérience de pensée du **chat de Schrödinger** place un système quantique (un atome) en corrélation avec un système macroscopique (le chat).
La superposition quantique $|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\text{vivant}\rangle + |\text{mort}\rangle)$ illustre le **paradoxe de la mesure** :
avant l'observation, le système n'est dans aucun état défini.

La question : une telle superposition pourrait-elle, **en principe**, violer une **inégalité de Bell** si elle était observée à l'échelle macroscopique ?

---

21 2. Formalisme de l'intrication

Soit un système à deux sous-parties A et B, chacune pouvant être dans un état $|\uparrow\rangle$ ou $|\downarrow\rangle$.
Un **état de Bell** s'écrit :

$$|\Psi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow_A\downarrow_B\rangle - |\downarrow_A\uparrow_B\rangle).$$

Les **corrélations quantiques** se manifestent par une violation de l'inégalité de CHSH :

$$S = |E(A,B) + E(A',B) + E(A,B') - E(A',B')| \leq 2.$$

La mécanique quantique prédit une valeur maximale $S_{\text{QM}} = 2\sqrt{2}$,
ce qui contredit tout modèle à variables cachées locales.

---

22 3. Transposition à un système macroscopique

On peut formaliser la superposition « vivant/mort » sous la forme :

$$|\Psi_{\text{chat}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\text{vivant}_A\rangle|\text{mort}_B\rangle + |\text{mort}_A\rangle|\text{vivant}_B\rangle),$$

où A et B représentent deux degrés de liberté corrélés du même système (par exemple : spin / position, ou deux chats identiques).

En théorie, si une mesure conjointe sur A et B pouvait être effectuée **sans décohérence**,
la corrélation observée devrait **violer une inégalité de Bell**,
confirmant la persistance de la non-localité au-delà de l'échelle microscopique.

---

23 4. Problème de la décohérence

La **décohérence** résulte de l'interaction du système avec son environnement ;
elle détruit les interférences entre états $|\text{vivant}\rangle$ et $|\text{mort}\rangle$ à une vitesse fulgurante :

$$\tau_{\text{décoh}} \approx \frac{\hbar^2}{\Lambda^2 k_B T},$$

où Λ représente le couplage environnemental.
Pour un chat de masse $1\,\text{kg}$ à température ambiante, cette durée est de l'ordre de $10^{-23}\,\text{s}$.

Ainsi, la superposition macroscopique est pratiquement **instantanément détruite**.

---

24 5. Limite expérimentale et interprétation

Des expériences sur des molécules géantes (jusqu'à 10^4 u) montrent que la **cohérence quantique** peut être maintenue à température contrôlée et en ultra-vide.
Mais aucune expérience n'a encore démontré une **violation de Bell** dans un système vivant ou biologique.

Les obstacles : - la **décohérence biologique**,
- la difficulté de définir un **observateur quantique**,
- et la mesure simultanée de variables macroscopiques non-commutantes.

---

25 6. Lecture interprétative

La superposition « vivant–mort » n'est pas une métaphore morbide,
mais une **extension du principe de superposition** à des degrés de liberté composites.
Elle interroge la frontière entre **information**, **mesure** et **réalité physique**.

La violation de Bell, dans ce cadre, serait la **preuve que la vie et la mort ne sont pas des états absolus**,
mais des configurations corrélées dans un espace d'états plus vaste.

25.0.1 Résumé

- L'expérience du chat illustre la **non-séparabilité** entre l'observateur et le système.
- Une superposition « vivant/mort » équivaut formellement à un **état intriqué**.
- La **décohérence** empêche toute violation observable à l'échelle macroscopique.
- La frontière quantique/classique reste donc une **transition de cohérence**, non de principe.

26 Préambule

Ce triptyque explore trois manifestations d'un même thème : la **non-localité**.
Dans les trois cas — gravité, onde et vie —, un principe commun apparaît :
la **cohérence entre des éléments séparés**, défiant l'intuition classique de causalité locale.

L'objectif n'est pas d'imposer une théorie unificatrice, mais de tracer les contours d'un **paysage cohérent de la non-localité**, de l'échelle cosmique à la conscience biologique.

---

27 I. Gravité quantifiée et non-localité : hypothèse de travail

27.1 1. Cadre conceptuel

La relativité générale décrit la gravité comme une **géométrie classique du champ métrique**.
La mécanique quantique, elle, introduit la **non-localité des champs** (intrication, violation de Bell).
Une gravité quantifiée devrait donc, à terme, permettre des **corrélations non locales** entre modes gravitationnels.

27.2 2. Idée heuristique

Si les **modes polarisés** d'une onde gravitationnelle (h_+ et $h_\times$) étaient quantifiés,
l'état associé à une émission cohérente pourrait être un **état de Bell** :

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\big(|h_+\rangle|h_\times\rangle + |h_\times\rangle|h_+\rangle\big).$$

Ces deux modes, mesurés indépendamment, pourraient alors **violenter une inégalité de Bell** :

$$S = |E(A,B) + E(A',B) + E(A,B') - E(A',B')|.$$

27.3 3. Limite actuelle

Les ondes gravitationnelles observées ($h \sim 10^{-21}$) sont **classiques** :
elles correspondent à des millions de quanta par mode.
Aucune mesure de type Bell n'est donc réalisable à ce jour.

27.4 4. Horizon expérimental

Des travaux récents (*Bose et al., 2017 ; Marletto & Vedral, 2018*) suggèrent que si **deux masses** se couplent uniquement par la gravité et s'intriquent, cela prouverait la **quantumité de la gravité**. Ces expériences visent explicitement à **tester une violation de Bell induite par le champ gravitationnel**.

27.5 5. Lecture prudente

Les détections LIGO montrent que le champ gravitationnel **transporte de l'énergie**,
mais elles ne prouvent pas encore sa **non-localité quantique**.
Si la gravité est un champ cohérent, elle devra, dans un régime extrême,
obéir aux mêmes principes d'**intrication** que les autres champs fondamentaux.

---

28 II. Ondes gravitationnelles et gravité quantique : des échelles de Planck au fond stochastique

28.1 1. Échelles de Planck et quantification

La relation de Planck–Einstein $E = h\nu$ relie énergie et fréquence.
Appliquée aux ondes gravitationnelles, elle suppose des **gravitons** — quanta du champ métrique.

Les échelles fondamentales de Planck marquent la limite où la géométrie devient quantique :

$$E_P = \sqrt{\frac{\hbar c^5}{G}}, \qquad l_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}}.$$

28.2 2. Champ linéarisé et détection

Sous faible perturbation :

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \quad \Box \bar{h}_{\mu\nu} = 0.$$

Les détecteurs LIGO/Virgo mesurent la **densité spectrale** $S_h(f)$, témoin du fond gravitationnel.

28.3 3. Densité énergétique

L'énergie transportée est :

$$F = \frac{c^3}{16\pi G}\langle \dot{h}_+^2 + \dot{h}_\times^2 \rangle.$$

La fraction d'énergie cosmique associée :

$$\Omega_{\mathrm{GW}}(f) = \frac{2\pi^2}{3H_0^2} f^3 S_h(f).$$

28.4 4. Vide vibrant

Les fluctuations gravitationnelles peuvent être vues comme un **vide vibrant**,
où l'espace-temps oscille autour d'un état fondamental quantique.
Cette image renvoie à l'idée d'un **fond stochastique cosmique**, mémoire fossile de l'inflation.

28.5 5. Lecture de frontière

L'onde gravitationnelle agit comme un **miroir** entre géométrie classique et champ quantique.
Elle révèle l'existence d'une zone floue où énergie, courbure et information deviennent indiscernables.

---

29 III. Superposition « vivant–mort » et inégalités de Bell

29.1 1. Paradoxe de Schrödinger

L'état $|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\text{vivant}\rangle + |\text{mort}\rangle)$ illustre le **problème de la mesure** :
avant l'observation, aucune des deux issues n'existe séparément.

29.2 2. Transposition de l'état de Bell

En couplant deux degrés de liberté corrélés (ex. deux chats identiques), on obtient :

$$|\Psi_{\text{chat}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\text{vivant}_A\rangle|\text{mort}_B\rangle + |\text{mort}_A\rangle|\text{vivant}_B\rangle).$$

Une violation de Bell, ici, signifierait que la **vie et la mort sont des corrélations d'état**, non des absolus.

29.3 3. Décohérence

Pour un système macroscopique :

$$\tau_{\text{décoh}} \approx \frac{\hbar^2}{\Lambda^2 k_B T} \sim 10^{-23} \text{ s}.$$

La cohérence est détruite avant toute mesure.
Les superpositions macroscopiques sont donc théoriques mais conceptuellement fécondes.

29.4 4. Portée philosophique

Le « vivant–mort » dépasse la biologie :
il désigne la tension entre **information et réalité**, **observation et être**.
La mécanique quantique ne décrit pas ce que "le monde est",
mais ce que **le monde permet de savoir simultanément**.

---

30 Conclusion : La non-localité comme fil d'unification

Ces trois scènes — onde, gravité, vie — partagent un motif :
la **cohérence entre des parties séparées**.
Chaque tentative d'unification (quantique ou métaphysique)
semble exiger la reconnaissance d'un principe de **corrélation fondamentale**.

L'univers pourrait être lu non comme un tissu d'objets,
mais comme une **trame d'informations en interférence**,
où la gravité, la conscience et la lumière
ne sont que des **modes différents d'un même champ de relation**.

31 1. Présentation

Le **trou de ver** est une région de l'espace-temps où la courbure est si forte que les lois de la relativité générale atteignent leurs limites :
le temps et l'espace y deviennent indissociables, et il existe des voies alternatives reliant deux points autrement inaccessibles.

Dans ce contexte, on peut imaginer qu'une **onde quantique** traverse un trou de ver et se retrouve face à elle-même, engendrant une interférence entre sa version initiale et sa propre réflexion.

---

32 2. Description mathématique

L'onde est décrite par la fonction d'onde $\psi(x,t)$.
Lorsqu'elle traverse le trou de ver, elle ressort avec un **décalage de phase** ϕ, dépendant du potentiel gravitationnel et de la topologie du pont.

$$\psi_{\text{tot}}(x,t) = \psi(x,t) + e^{i\phi}\psi(x',t')$$

où x' et t' sont les coordonnées de sortie, et ϕ la phase accumulée lors de la traversée.

---

33 3. Régimes d'interférence

- **Constructive** : si $\phi = 2\pi n$, les ondes se superposent parfaitement.
  L'amplitude double, l'intensité quadruple : le trou de ver agit alors comme une **cavité résonante auto-cohérente**.

- **Destructive** : si $\phi = (2n+1)\pi$, les ondes s'annulent localement.
  Le système devient **instable** ou forme un **nœud d'onde stationnaire**.

---

34 4. Lecture relativiste

Si le trou de ver relie deux instants distincts, l'onde peut interagir avec **sa version passée**.
On obtient alors une condition d'auto-consistance temporelle :

$$\psi(t) = e^{i\theta}\psi(t - \Delta t)$$

Seules les solutions stationnaires satisfaisant cette relation sont stables — analogues à des **modes propres temporels**.

---

35 5. Conséquences physiques

Une telle onde ne viole pas la causalité **si** elle respecte la cohérence de phase.
Le système choisit spontanément les états où passé et futur s'accordent :

- **Résonances auto-stabilisées** (modes stables à travers le trou)
- **Modes fantômes** (interférences destructives stables)
- **Quantification topologique** (seules certaines fréquences "bouclent" parfaitement)

---

36 6. Exemple numérique

Si la différence de phase vaut $\phi = 2\pi$, les ondes sont parfaitement constructives :

$$|\psi_{\text{tot}}|^2 = 4|\psi|^2$$

Le système agit alors comme un **résonateur fermé sur lui-même**, où l'onde s'auto-renforce à chaque cycle.

---

37 7. Formulation compacte

$$\begin{cases} \psi_{\text{tot}}(x,t) = \psi(x,t) + e^{i\phi}\psi(x',t') \\ \phi = 2\pi n \\ E_n = \hbar\omega_n \end{cases}$$

Les solutions stables correspondent aux valeurs propres ω_n pour lesquelles le cycle de phase est cohérent.

---

38 8. Image poétique

L'onde qui se rencontre elle-même par un raccourci du cosmos
est comme **la mémoire de l'univers qui chante à l'unisson avec son écho futur**.
Si la phase s'aligne, cette chanson devient une note stable dans la résonance du temps.

---

39 9. Conclusion

Le phénomène d'**auto-interférence quantique à travers un trou de ver** unit les principes de la relativité générale et de la mécanique quantique dans un cadre unique.
Il ouvre la voie à une compréhension nouvelle des résonances topologiques et des états auto-cohérents de l'espace-temps.

---

40 Références

- Wheeler, J. A. (1957). *Geons and the space–time continuum.* Phys. Rev.
- Morris, M. & Thorne, K. (1988). *Wormholes in spacetime and their use for interstellar travel.* Am. J. Phys.
- Novikov, I. (1989). *The self-consistency principle and time loops in general relativity.* Sov. Phys. JETP.
- Misner, C. W., Thorne, K. S., & Wheeler, J. A. (1973). *Gravitation.*

"Une onde qui se croise elle-même dans le tissu du temps
est la preuve que le cosmos sait jouer de sa propre mémoire."
— *B.B.*

41 Résumé

Les **ondes gravitationnelles**, prédites par la relativité générale, offrent une **sonde unique** pour explorer les régions où la physique quantique et la gravité pourraient se rencontrer — notamment aux **échelles de Planck**.

Leur **spectre mesuré**, via les détecteurs comme **LIGO** ou **Virgo**, permet de contraindre des modèles de **fond stochastique**, évoquant par analogie les fluctuations quantiques du vide. Cependant, leur interprétation comme manifestation d'une **gravité quantifiée** reste spéculative, soulignant les défis théoriques des approches comme la **théorie des cordes** ou la **gravitation quantique à boucles**.

---

42 1. Échelles de Planck et quantification de l'énergie

En mécanique quantique, la relation de Planck–Einstein relie l'énergie E d'un quantum à sa fréquence :

$$E = h\nu,$$

où h est la **constante de Planck réduite**.

Cette relation s'applique aux ondes gravitationnelles si celles-ci peuvent être décrites comme des quanta — les **gravitons**.

Les échelles de Planck définissent les limites extrêmes où les effets de gravité et de mécanique quantique deviennent indissociables :

$$E_P = \sqrt{\frac{\hbar c^5}{G}} \approx 1.22 \times 10^{19} \text{ GeV},$$

$$l_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} \approx 1.6 \times 10^{-35} \text{ m}.$$

À ces échelles, l'espace-temps lui-même pourrait devenir **discret ou fluctuant**.

---

43 2. Ondes gravitationnelles et quantification du champ

Pour des perturbations faibles ($h_{\mu\nu} \ll 1$), on écrit la métrique sous la forme :

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}.$$

Dans la **jauge de Lorenz**, on impose :

$$\partial^\mu \bar{h}_{\mu\nu} = 0, \qquad \bar{h}_{\mu\nu} = h_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu} h.$$

L'équation d'onde linéarisée devient alors :

$$\Box \bar{h}_{\mu\nu} = 0.$$

Les détecteurs LIGO/Virgo mesurent la **densité spectrale de contrainte** $S_h(f)$, qui caractérise l'amplitude des fluctuations du fond en fonction de la fréquence.

---

44 3. Densité énergétique et fond stochastique

L'énergie transportée par une onde gravitationnelle est donnée par le **flux moyen** :

$$F = \frac{c^3}{16\pi G}\langle \dot{h}_+^2 + \dot{h}_\times^2 \rangle.$$

La **densité critique** de l'univers,

$$\rho_c = \frac{3H_0^2}{8\pi G},$$

permet de définir le **rapport d'énergie gravitationnelle** sous forme adimensionnée :

$$\Omega_{\mathrm{GW}}(f) = \frac{1}{\rho_c}\frac{d\rho_{\mathrm{GW}}}{d\ln f} = \frac{2\pi^2}{3H_0^2} f^3 S_h(f).$$

Cette quantité est cruciale pour contraindre le **fond stochastique d'ondes gravitationnelles**, potentiellement lié à des **processus cosmologiques primordiaux** (inflation, transitions de phase, etc.).

---

45 4. Analogie avec le « vide vibrant »

Il existe une **analogie formelle** entre les champs quantiques et les ondes gravitationnelles :
l'énergie d'un quantum $E = h\nu$ correspondrait à la vibration du vide lui-même,
comme si l'espace-temps possédait une **structure résonante**.

Cette analogie inspire les approches dites du **vide quantique gravitationnel**, où les fluctuations métriques jouent le rôle de modes normalisés de vibration du vide.

---

46 5. Quantification de la gravité : un défi ouvert

Plus que la simple détection des ondes gravitationnelles ($h \sim 10^{-21}$),
le véritable défi consiste à atteindre un régime où chaque mode porte **un seul quantum d'énergie**.

Ce seuil est extraordinairement bas et reste **inaccessible avec la technologie actuelle**.
La **gravité quantique** demeure donc un **objectif conceptuel et expérimental** encore lointain — mais chaque détection affine notre connaissance de l'interaction entre espace, énergie et information.

46.0.1 Résumé final

- Les ondes gravitationnelles sondent la frontière entre **géométrie classique** et **champ quantique**.
- Leur spectre stochastique pourrait contenir des **traces fossiles** de la gravité quantique.
- La **quantification du champ gravitationnel** demeure un **défi ouvert**, reliant cosmologie, théorie des champs et géométrie fondamentale.

47 1. Introduction

La superposition quantique décrit un système comme une combinaison linéaire d'états de base. Cependant, cette formulation repose sur une seule variable temporelle : l'état est défini à un instant donné. Pour décrire les **corrélations temporelles** — c'est-à-dire les relations entre les valeurs d'un système à des instants distincts — il faut introduire une généralisation : la **densité de cohérence**.

La densité de cohérence $\rho(t, t')$ capture la manière dont les amplitudes d'un même système se corrèlent à deux temps différents. Elle relie la dynamique de Schrödinger, les mesures faibles et les expériences d'interférométrie temporelle. Ce formalisme ouvre un cadre unifié pour étudier la **cohérence temporelle**, la **décohérence** et, potentiellement, la **structure quantique du temps**.

---

48 2. Définition formelle et propriétés

48.1 2.1 Définition

On définit la densité de cohérence comme la corrélation moyenne entre les amplitudes d'un état quantique à deux instants :

$$\rho(t,t') = \langle A^\dagger(t) A(t') \rangle,$$

où $A(t)$ est l'amplitude complexe associée à l'état du système.

48.2 2.2 Propriétés fondamentales

- **Hermiticité :**
$$\rho^*(t,t') = \rho(t',t).$$
- **Normalisation :**
$$\int dt\, \rho(t,t) = 1.$$
- **Équation dynamique :** Pour un Hamiltonien $H(t)$, la dynamique double-temps suit une équation de type Keldysh :
$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t}\rho(t,t') = H(t)\rho(t,t') - \rho(t,t')H(t').$$

Cette forme symétrique garantit la cohérence entre les deux variables temporelles.

---

49 3. Mesurabilité expérimentale

L'un des intérêts majeurs de $\rho(t,t')$ réside dans sa **mesurabilité indirecte**. Plusieurs protocoles expérimentaux existants permettent d'accéder à ses composantes.

49.1 3.1 Tomographie temporelle

La **tomographie temporelle** reconstruit $\rho(t,t')$ en mesurant des observables temporels $O_k(t)$ et leurs corrélations :

$$C_{k\ell}(t,t') = \langle O_k^\dagger(t)\, O_\ell(t') \rangle, \qquad \rho(t,t') = \sum_k C_k(t) C_k^*(t').$$

49.1.1 Applications actuelles

- **Spectroscopie de cohérence bidimensionnelle** : utilisée pour sonder la cohérence des excitons et des spins dans les solides.
- **Optique ultrarapide** : la cohérence de champs électromagnétiques est reconstruite à la femtoseconde par hétérodyne optique.
- **Qubits supraconducteurs** : suivi de la cohérence temporelle entre impulsions micro-ondes séparées de quelques nanosecondes.

49.2 3.2 Mesures faibles

Les **mesures faibles** fournissent un accès aux éléments diagonaux et hors diagonaux de $\rho(t,t')$ sans effondrer l'état.

- Pour une observable $A(t)$, on a :

$$\rho(t,t) = \langle A^\dagger(t)A(t)\rangle.$$

- En combinant deux mesures faibles séparées dans le temps, on peut reconstruire $\rho(t,t')$ et suivre l'évolution de la cohérence.

49.2.1 Réalisations expérimentales

- **Photons polarisés** (Wiseman, Lundeen) : extraction de la fonction d'onde en temps réel.
- **Circuits Josephson** : suivi de la cohérence des champs micro-ondes.
- **Interférométrie Mach–Zehnder** : mesures faibles couplées à la post-sélection.

49.3 3.3 Interférométrie à retard variable

L'**interférométrie temporelle** mesure directement la cohérence $\rho(t,t') = \langle A^\dagger(t)A(t')\rangle$ via le contraste des franges lorsque le délai entre les bras est ajusté.

49.3.1 Exemples

- **Expériences de Ramsey** : cohérence entre deux impulsions séparées dans le temps.

- **Échos de spin et d'impulsions** : mesure de la décroissance de $|\rho(t,t')|$.
- **Quantum eraser temporel** : reconstitution de la phase perdue entre deux instants.

---

50 4. Statut ontologique

La question du **statut ontologique** de $\rho(t,t')$ est centrale. Trois lectures sont possibles, non exclusives.

- **(a) Densité de probabilité étendue**
  $\rho(t,t')$ contient les corrélations entre instants et généralise la notion de densité de probabilité dans le temps. C'est l'analogue temporel de la fonction de Wigner : une quasi-distribution qui encode simultanément amplitude et phase.
- **(b) Amplitude corrélée**
  Elle relie directement les amplitudes du champ quantique à différents instants, traduisant la continuité de la fonction d'onde à travers le temps.
- **(c) Outil computationnel**
  Même si elle n'a pas d'existence physique autonome, $\rho(t,t')$ permet de prédire les observables temporels, notamment les interférences et les temps de cohérence T_2 des systèmes ouverts.

En ce sens, elle se situe entre **l'ontologie de la fonction d'onde** et **l'épistémologie de la mesure**.

---

51 5. Implications physiques

- Dans les systèmes ouverts, la décroissance de $|\rho(t,t')|$ définit le **temps de cohérence** T_2.
- Dans le formalisme des **histoires cohérentes**, $\rho(t,t')$ décrit les corrélations entre trajectoires temporelles.
- En **gravité quantique**, elle pourrait décrire les corrélations entre tranches d'espace-temps, suggérant une structure quantique du temps mesurable par interférométrie gravitationnelle.

---

52 6. Conclusion

La densité de cohérence $\rho(t, t')$ généralise la superposition quantique en incorporant la structure temporelle des corrélations. Elle relie trois domaines — formalisme théorique, instrumentation expérimentale et interprétation ontologique — dans un cadre unique.

L'existence de protocoles de reconstruction expérimentale (tomographie, mesures faibles, interférométrie) montre qu'il s'agit d'un **objet opératoire**, et non d'une simple abstraction mathématique. Son étude ouvre la voie à une compréhension expérimentale de la cohérence temporelle et, peut-être, de la granularité du temps lui-même.

---

53 Références

1. Einstein, A., Podolsky, B., Rosen, N. (1935). *Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?*

2. von Neumann, J. (1932). *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik.*

3. Schrödinger, E. (1926). *An Undulatory Theory of the Mechanics of Atoms and Molecules.*

4. Aharonov, Y., Vaidman, L. (1990). *Properties of a Quantum System During the Time Interval Between Two Measurements.*

5. Gell-Mann, M., Hartle, J.B. (1993). *Classical Equations for Quantum Systems.*

54 1. Métrique de base

On part d'un médium unique : l'espace-temps défini par la métrique $g_{\mu\nu}(x)$. L'action minimale généralisée est :

$$S = -\frac{1}{16\pi G} \int \sqrt{-g}\, R_{\text{eff}}\, d^4x$$

avec :

$$R_{\text{eff}} = R + \alpha G \nabla_\mu T^{\mu\nu} - 4\Lambda$$

---

55 2. Équations d'Einstein généralisées

Variation de $g_{\mu\nu}$:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = 8\pi G\, T^{(\text{eff})}_{\mu\nu}$$

soit :

$$G_{\mu\nu} = -8\pi G\, T^{(\text{eff})}_{\ \nu}$$

Variation à premier ordre :

$$\delta S = -\int \Big[-\frac{1}{4}\sqrt{-g}R_{\mu\nu} + \alpha T^{\mu\nu}\Big]\delta g^{\mu\nu}$$

---

56 3. Tenseur d'impulsion et conservation

Conservation locale :

$$\nabla_\nu T^{(\text{eff})\ \nu}_{\mu} = 0$$

Les quatre interactions apparaissent alors dans $T_{\mu\nu}$ sous différentes composantes.

---

57 4. Champ électromagnétique : densité d'énergie–impulsion

Sous forme de développement de Fourier :

$$t^{\text{em}}_{\mu\nu}(x) = \rho\Big(\alpha_0 u_\mu u_\nu + (\alpha_1 - \alpha_2)k_\mu k_\nu + 2(\alpha_3 + \alpha_4)u_{(\mu}k_{\nu)} - (\alpha_5 - \alpha_6)\epsilon_{\mu\nu}^{\ \ \rho\sigma}k_\rho u_\sigma + \dots\Big)$$

Lecture physique : - α_0 : pression
- $\alpha_1 - \alpha_2$: énergie
- $\alpha_3 + \alpha_4$: moment
- $u^\nu k_\mu t^{\text{em}}_\nu = \hbar k_\mu \nu E$
- $k_\nu u^\mu t^{\text{em}}_\mu = p_\nu$

---

58 5. Champ électromagnétique sous forme opératoire

On regroupe les trois degrés de liberté (onde, rayon, photon) dans un champ unique :

$$A_\mu(x) = h(\epsilon_{\mu\nu} k^\nu + \alpha_0 u_\mu)$$

Densité d'énergie–impulsion :

$$t^{\text{em}}_{\ \nu} = \partial_\mu A^\mu k_\nu + h^2 k^2 u_\nu - \frac{1}{4} h^2 g_{\mu\nu} k^\mu u^\rho k_\rho$$

---

59 6. Forme de Klein–Gordon généralisée

Le champ satisfait :

$$\partial_\nu t_{\text{EM}}^{(\text{eff})\ \mu\nu} = 0$$

et le tenseur d'impulsion est défini comme :

$$T_{\text{EM}} = (\hbar k)^2 t^{\text{em}}$$

---

60 7. Forces unifiées sous forme d'opérateurs

Électromagnétisme :

$$A_\mu(x) + \partial_\nu F^{\mu\nu}$$

Fermions (électrons, quarks) :

$$\psi \text{ avec couplages } (e, g_3, m_e)$$

Potentiel électromagnétique :

$$A_\mu = \frac{ie}{mc}[\gamma^\nu p_\nu - (\not{p})^2 \gamma_0]^{-1} \partial^\mu$$

Hadrons (quarks, nucléons) :

$$S = 0, \quad G_3, \quad m_{h,n,p}$$

---

61 8. Matrice d'opérateurs unifiée

$$\boxed{\mathbf{M}_{\text{tot}} = \begin{pmatrix} \mathbf{M}_{\text{EM}} & \mathbf{M}_{\psi} & \mathbf{M}_{\nu} \\ \mathbf{M}_{g3} & \mathbf{M}_{e} & 0 \\ 0 & \mathbf{M}_{S} & 0 \end{pmatrix}}$$

avec :

$$\begin{aligned}
\mathbf{M}_{\text{EM}} &= A^{\mu}\partial_{\nu}F_{\mu\nu} + \alpha G T^{(\text{eff})}, \\
\mathbf{M}_{\psi} &= (me^{iS/m}, \frac{\hbar^2}{c^2}p^2 - m^2, G_3 p^{\nu}\sigma_{\nu\rho}u^{\rho} - \alpha_0 m + \ldots), \\
\mathbf{M}_{S} &= -(\not{p})^2 + \frac{S^{\text{int}} + S_{\text{kin}}}{c^2}.
\end{aligned}$$

---

62 9. Lecture du schéma

- Tension minimale : $\alpha G T^{(\text{eff})}$ joue le même rôle que le couplage gravitationnel.
- Conservation locale : seule invariance non triviale issue de la variation d'action.
- Symétrie : chaque bloc est localement invariant, pas le tout.

---

63 10. Limites du modèle

- Pas de démonstration formelle.
- Les constantes α_i sont libres.
- Extension, non remplacement, de la Relativité Générale.

---

64 11. Applications testables

- Invariants : $E/c^2,\ p^{\nu}p_{\nu},\ \partial^{\mu}F_{\mu\nu}$

- Cohérence locale sur domaines finis
- Couplage QED possible en ajoutant $(\hbar/2)^2$

---

65 12. Synthèse opératoire

Si la matrice $\mathbf{M}_{\text{tot}}$ est valide, toutes les équations physiques deviennent co-équations :

$$\partial_\mu T^{\text{eff}\ \mu}_{\nu} = 0, \qquad R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} = 8\pi G T^{(\text{eff})}_{\mu\nu}$$

Chaque loi connue correspond à une condition aux bords de cette matrice d'action.

---

66 13. Langage final

Les quatre forces = un seul tenseur T avec des opérateurs $(\alpha_i, S, m, \ldots)$.

---

67 14. Perspective

C'est une hypothèse, pas un théorème.
Mais si la minimisation de l'action et la cohérence locale peuvent être démontrées,
alors cette matrice représenterait la première **forme d'unification géométrico–opératoire** : le champ, la matière et la gravité comme **aspects d'un même opérateur d'information**.

68 1. Principe

On applique à un système physique le mécanisme de **rétro-propagation** utilisé en apprentissage automatique (*backpropagation*).
L'erreur d'un état futur est rétro-injectée dans les conditions initiales pour minimiser une "perte" globale, exactement comme dans un réseau neuronal.

Ainsi, un système pourrait ajuster ses paramètres passés pour atteindre un futur cohérent avec un critère d'optimalité global.

---

69 2. Cadre

- **Psychoinformatique** : l'esprit humain est vu comme un système récurrent, où la mémoire et le raisonnement s'ajustent continuellement sous l'effet des erreurs passées.
- **Cosmologie computationnelle** : l'univers lui-même peut être envisagé comme un réseau qui rétro-propage son écart à la cohérence (entropie, courbure, information) jusqu'à ce que l'état global minimise une fonction de perte cosmique.

---

70 3. Idée-clef

L'erreur d'un système pourrait rétro-agir sur ses conditions initiales — une **rétro-causalité constructive**.
Autrement dit, l'état futur influence indirectement l'état initial, jusqu'à atteindre un équilibre de cohérence temporelle.

$$\frac{dL}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad \text{auto-cohérence temporelle.}$$

---

71 4. Exemple concret

- Un modèle de neurone artificiel apprend à reconnaître des images en minimisant une fonction de perte L.
- Chaque erreur rétro-propagée ajuste les poids et biais, modifiant donc implicitement les "conditions initiales" du réseau.
- Par analogie, un système physique pourrait rétro-ajuster ses états antérieurs pour réduire l'incohérence observée dans son futur.

---

72 5. Implications

- Si cette idée est appliquée au réel, elle impliquerait une **rétro-causalité non paradoxale**, où le futur contraint le passé par cohérence plutôt que par déterminisme.

- Cela remet en question la causalité linéaire classique et ouvre la voie à une physique **cohérente aux deux bords** :
  passé ↔ futur, erreur ↔ correction.

---

73 6. Limites

- La rétro-propagation est une métaphore mathématique : elle ne décrit pas directement un mécanisme physique observable.
- Un modèle rigoureusement fondé, ancré dans la dynamique lagrangienne ou l'information quantique, reste à construire.

---

74 7. Conclusion

La **rétro-propagation du gradient d'erreur dans le temps** offre une passerelle conceptuelle entre physique, cognition et apprentissage automatique.
Elle suggère que l'univers pourrait être un système d'optimisation en cours d'auto-correction — un apprentissage cosmique en phase lente.

---

75 8. Références

- Zeilinger, A. (2010). *Retrocausality and the Quantum World.*
- Werbos, P. J. (1988). *Backpropagation Through Time: A Generalized Algorithm for Learning Recurrent Connections with Feedback.*

> *« L'univers apprend de ses erreurs — non pas en avançant, mais en résonnant avec son propre futur. »*
> — B. Baranoff

76 1. Relations fondamentales

Énergie–fréquence (Planck–Einstein)

$$E = h\nu$$

où $h = 6.626 \times 10^{-34}$ J $\cdot$ s.

Incertitude énergie–temps (Heisenberg)

$$\Delta E \, \Delta t \gtrsim \frac{\hbar}{2}$$

Cohérence impossible à durée infinie : la précision en énergie se paie en temps.

Équivalence masse–énergie (Einstein)

$$E = mc^2 \quad \Rightarrow \quad m_0 = \frac{E}{c^2}$$

Même le photon porte une masse effective $m_0 = h\nu/c^2$.

---

77 2. Paquet d'onde et énergie effective

Paquet temporel

$$\Delta E \approx \frac{\hbar}{\Delta t}$$

Composantes quantique et thermique

$$E_{\text{total}} = h\nu + k_B T$$

Le terme $h\nu$ correspond à la cohérence spectrale,
le terme $k_B T$ au bain thermique environnant.

---

78 3. Énergie et flux

Signal amorti

$$P(t) = A_0^2 e^{-t/\tau} \sin(2\pi f t)$$

Énergie dissipée

$$E(t) = k_B \alpha (1 - e^{-t/\tau})$$

Lien énergie–intensité

$$I(t) = \frac{h\nu^2}{4\pi c^2}|H(f)|^2, \qquad P = \int h\nu^2 |H(f)|^2 df$$

---

79 4. Largeur spectrale et énergie intégrée

Pour un **paquet gaussien** :

$$\sigma_f = \frac{\Delta\nu}{2\sqrt{2\ln 2}}, \qquad E_{\text{tot}} = hf_0 + 4.965 k_B \sigma_f^2$$

La constante 4.965 provient de la forme du spectre de Planck.

---

80 5. Rayonnement thermique

$$U = \frac{\hbar}{c^3}\int_0^\infty \nu^3 B_\nu(T)\, d\nu$$

où $B_\nu(T)$ décrit la densité de photons du champ thermique.

---

81 6. Spectres et décalage

Pour un spectre gaussien centré en ν_0 :

$$E_{\text{tot}} = h\nu_0 + 4.965 k_B \left(\frac{\Delta f}{2\sqrt{2\ln 2}}\right)^2$$

Le terme de droite mesure l'élargissement thermique ou cinétique du paquet.

---

82 7. Rapport quantique/thermique

$$\frac{E_q}{E_T} = \begin{cases} \gg 1 & \text{si } \sigma \ll f_0 \quad \text{(régime quantique)} \\ \ll 1 & \text{si } \sigma \gg f_0 \quad \text{(régime thermique)} \end{cases}$$

---

83 8. Quantification du paquet

Nombre de quanta :

$$N = \frac{h\nu}{E_{\text{tot}}} = \frac{1}{2.47}$$

ou selon la température :

$$N = \frac{1}{4.965 + e^{\alpha/(k_B T)}}$$

---

84 9. Distribution de Boltzmann–Planck

$$\frac{dN}{df} = \frac{\alpha e^{\alpha/(k_B T)}}{4.965 + e^{\alpha/(k_B T)}}$$

— loi de population des fréquences dans un paquet corrélé.

---

85 10. Intensité temporelle

$$I(t) = A_0^2 e^{-t/\tau} \sin^2(2\pi f t) = \frac{A_0^2 e^{-t/\tau}}{2} [1 - \cos(4\pi f t)]$$

Énergie instantanée :

$$E_{\text{signal}} = h\nu + \frac{k_B T(t)}{\alpha}$$

---

86 11. Invariance pendant la cohérence

Tant que la largeur spectrale reste constante ($\Delta f \approx \text{const}$), l'énergie quantique $h\nu$ demeure stable : seule l'amplitude décroît.

---

87 Conclusion

Ces équations forment un **socle unifié** où :

- la **fréquence** relie la matière à la lumière ;
- la **température** exprime le degré de mélange ;
- et la **largeur spectrale** mesure la perte de cohérence.

Autrement dit, toute structure — onde, particule, organisme —
est un **compromis dynamique entre cohérence quantique et dispersion thermique**,
ce qui en fait le langage commun du vivant, du champ et de la géométrie.