



Akademia Górniczo-Hutnicza  
im. Stanisława Staszica

**Sprawozdanie**

Sterowanie Układów Liniowych

*Laboratorium 4,5*

*Badanie i analiza elementu oscylacyjnego - charakterystyki częstotliwościowe*

**Borsuk Piotr**

**Suskyi Bohdan**

**Drobny Jan**

**Technologie Przemysłu 4.0**

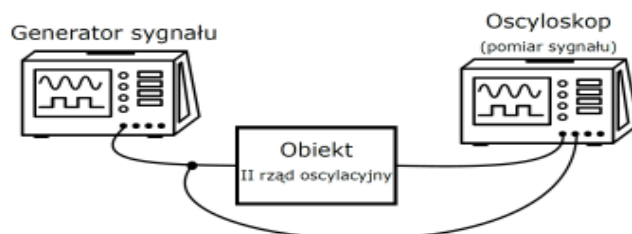
**Rok 2, Semestr 4, Grupa nr. 1**

**Rok akademicki 2023/2024**

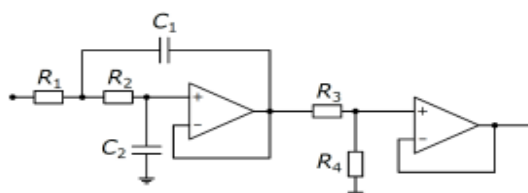
## 1. Cel ćwiczenia.

Wykonanie pomiarów dla różnych częstotliwości sinusoidalnego sygnału wejściowego do obiektu II rzędu (oscylacyjnego). Wykorzystując oscyloskop zmierzono częstotliwość sygnału wejściowego i jego okres, amplitudy obu sygnałów ( $V_{PP}$ ) oraz czas ( $\Delta t$ ) przesunięcia pomiędzy sygnałem wejściowym i wyjściowym.

## 2. Schemat pomiarowy.



Rys. 1. Schemat układu pomiarowego



Rys. 2. Schemat badanego obiektu II rzędu.

## 3. Tabela pomiarowa

Lp.	Częstotliwość sygnału $f$ [Hz] oraz okres $T$ [s]		Amplituda sygnału [V] – napięcie $V_{PP}$		Czas $\Delta t$ [ms]
	Ustawienie generatora	Pomiar oscyloskopem $f$ [Hz]/ $T$ [s]	Sygnał wejściowy	Sygnał wyjściowy	$\Delta t$ – opóźnienie między sygnałem wejściowym, a wyjściowym
1	2,5	2,513	4,75	3,438	8
2	4,5	4,505	4,75	3,594	7,2
3	6,5	6,536	4,75	3,906	8,8
4	8,5	8,475	4,75	4,406	10,4
5	10	10	4,75	4,875	11,6
6	11	10,87	4,75	5,125	12,4
7	12	12,11	4,75	5,438	14,8
8	13	13,05	4,75	5,500	16
9	15	15,15	4,75	4,875	18,8
10	20	20	4,75	2,562	19,2
11	25	25	4,75	1,5	17,4
12	30	29,93	4,75	0,937	15
13	50	50	4,75	0,343	9,8
14	100	100	4,75	0,0787	5,4
15	150	149,3	4,75	0,0337	3,3

#### 4. Wartości teoretyczne układu

Transmitancja została wyliczona ze wzoru poniżej:

$$G(s) = \frac{\frac{1}{R_1 \cdot C_1 \cdot R_2 \cdot C_2} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4}}{s^2 + \left( \frac{1}{R_2 \cdot C_1} + \frac{1}{R_1 \cdot C_1} \right) \cdot s + \frac{1}{R_1 \cdot C_1 \cdot R_2 \cdot C_2}} \quad (1)$$

Gdzie:

$R_1$ [kΩ]	$R_2$ [kΩ]	$R_3$ [kΩ]	$R_4$ [kΩ]	$C_1$ [μF]	$C_2$ [μF]
240	75	16	39	0,3	0,022

Transmitancja układu teoretycznego wynosi:

$$G(s) = \frac{8417,5 \cdot \frac{39}{55}}{s^2 + 58,2 \cdot s + 8417,5}$$

Teoretyczna pulsacja drgań własnych nietłumionych została wyliczona ze wzoru:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 \cdot R_2} \cdot \sqrt{C_1 \cdot C_2}} \quad (2)$$

Teoretyczna pulsacja drgań własnych nietłumionych wynosi:

$$\omega_0 = 91,75 \left[ \frac{rad}{s} \right]$$

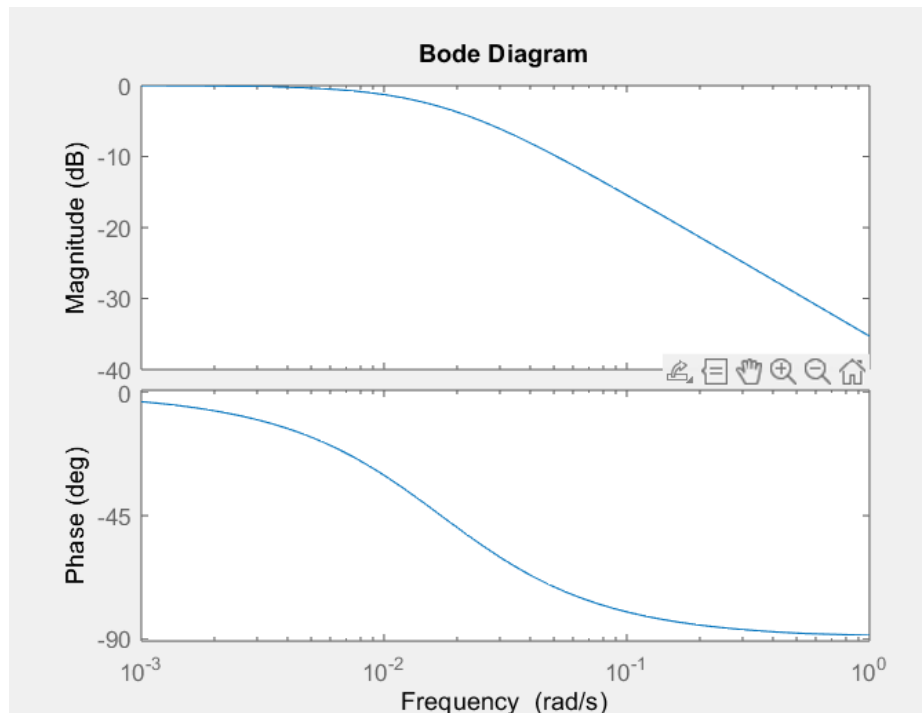
Względny współczynnik tłumienia został obliczony ze wzoru:

$$\xi = \frac{R_1 + R_2}{2 \cdot \sqrt{R_1 \cdot R_2}} \cdot \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} \quad (3)$$

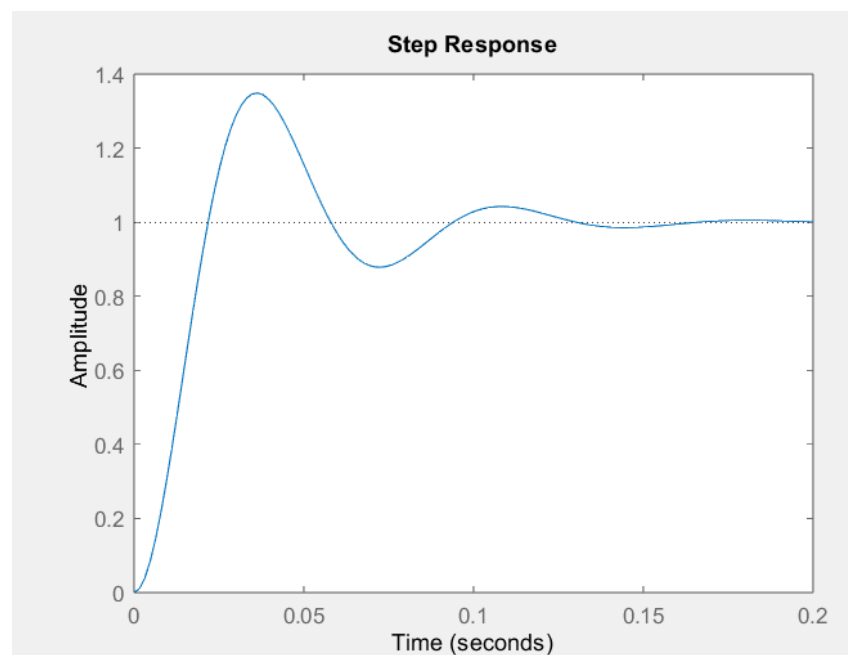
Względny współczynnik tłumienia:

$$\xi = 0,3179$$

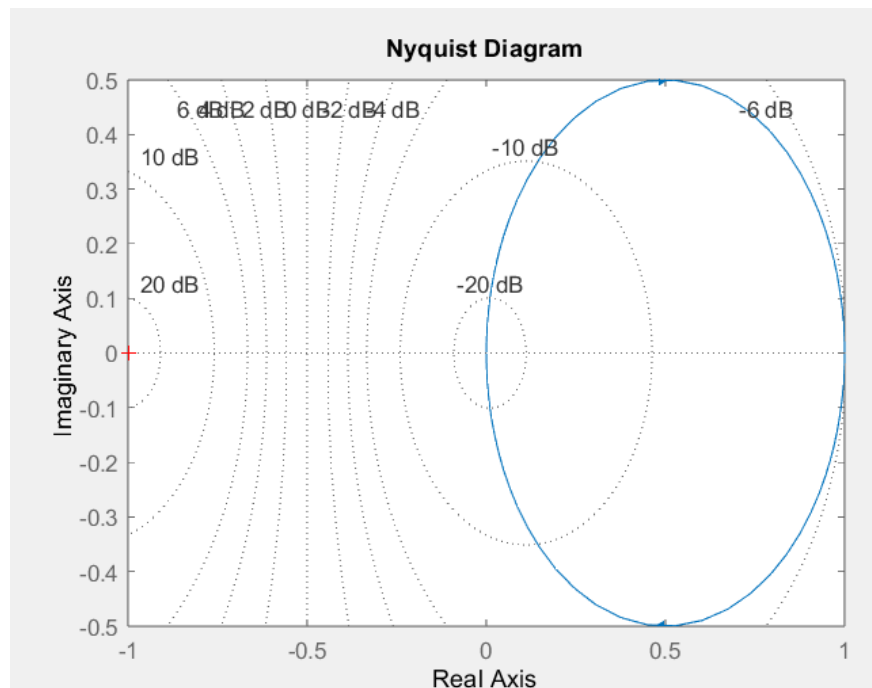
**Model idealny zasymulowany w programie matlab**



Rys 3 Charakterystyka bode dla modelu idealnego



Rys 4 Charakterystyka skokowa dla modelu idealnego



Rys 5 Charakterystyka nyquista dla modelu idealnego

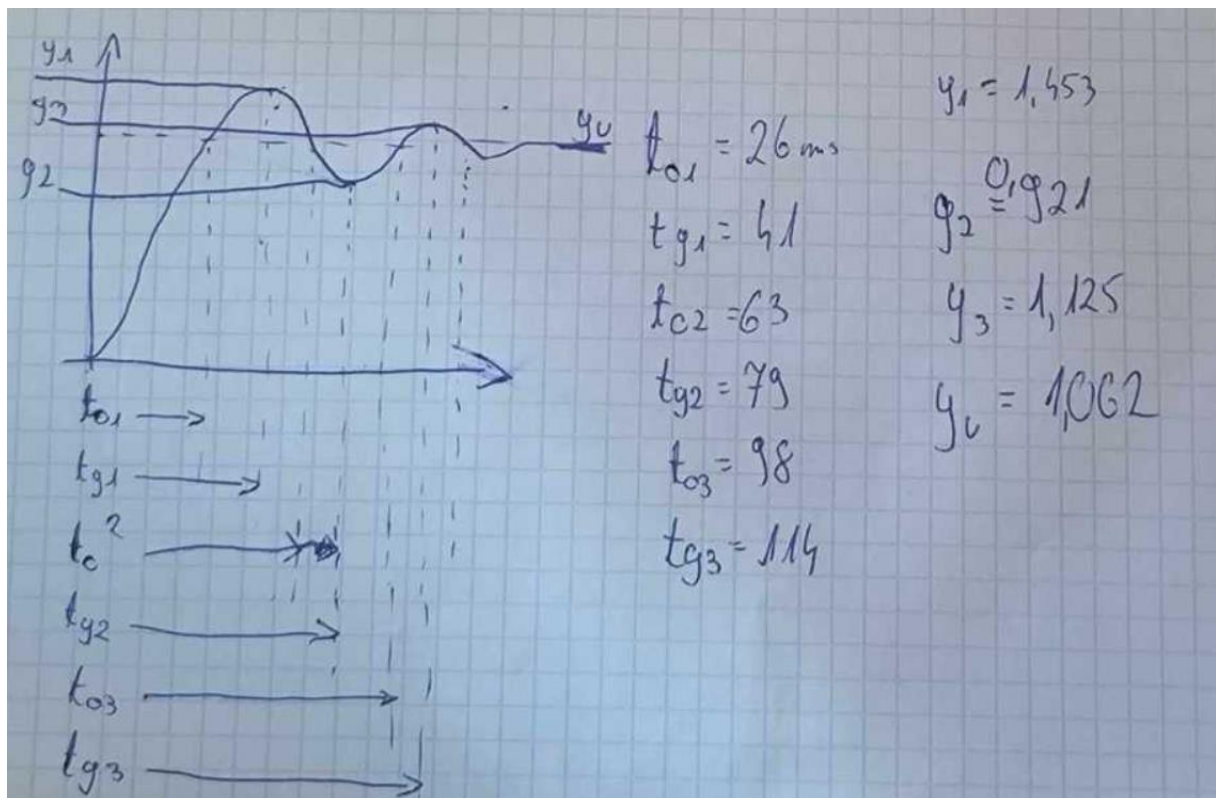
Kod użyty do sporządzenia wykresów:

```
clc
clear
close all
r1 = 240000;
r2 = 75000;
c1 = 0.00000003;
c2 = 0.000000022;
num = 1;
den = [r1*c1*r2*c2, (1/(r2*c1) + 1/(r1*c1)), 1];
figure;
```

```

subplot(3,1,1);
step(tf(num, den));
title('Step Response');
grid on;
subplot(3,1,2);
bode(tf(num, den));
title('Bode Plot');
grid on;
subplot(3,1,3);
nyquist(tf(num, den));
title('Nyquist Plot');
grid on;

```



Rys 6 Odpowiedź skokowa elementu zmierzona za pomocą oscyloskopu

$$A_1 = 0.391$$

$$A_2 = 0.141$$

$$A_3 = 0.063$$

Względny współczynnik tłumienia dla układu rzeczywistego wynosi:

$$\xi = \frac{\ln \frac{A_1}{A_2}}{\sqrt{\pi^2 + \left(\ln \frac{A_1}{A_2}\right)^2}} = \frac{\ln \frac{0.391}{0.141}}{\sqrt{\pi^2 + \left(\ln \frac{0.391}{0.141}\right)^2}} = 0.308$$

Pulsacja układu rzeczywistego drgań własnych nietłumionych wynosi:

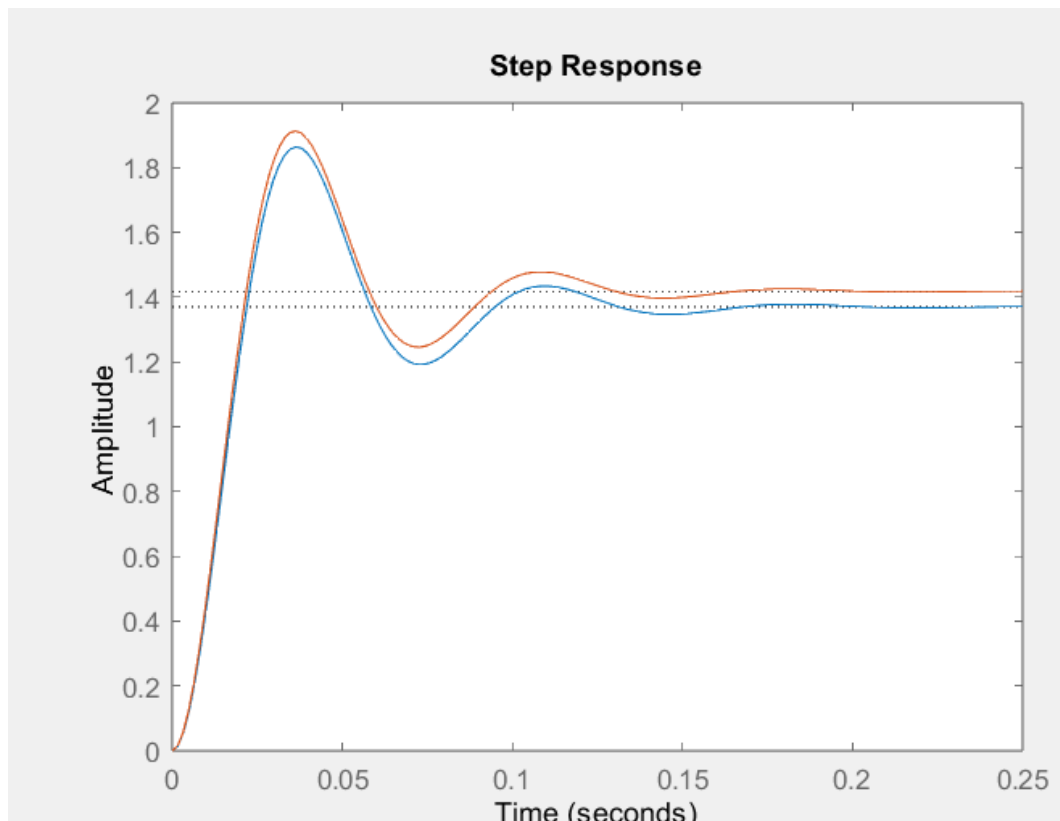
$$\omega_0 = \frac{\pi}{t_1 \cdot \sqrt{1 - \xi^2}} = \frac{\pi}{0,041 \cdot \sqrt{1 - 0.308^2}} = 80,53 \left[ \frac{rad}{s} \right]$$

Wzmocnienia K wynosi:

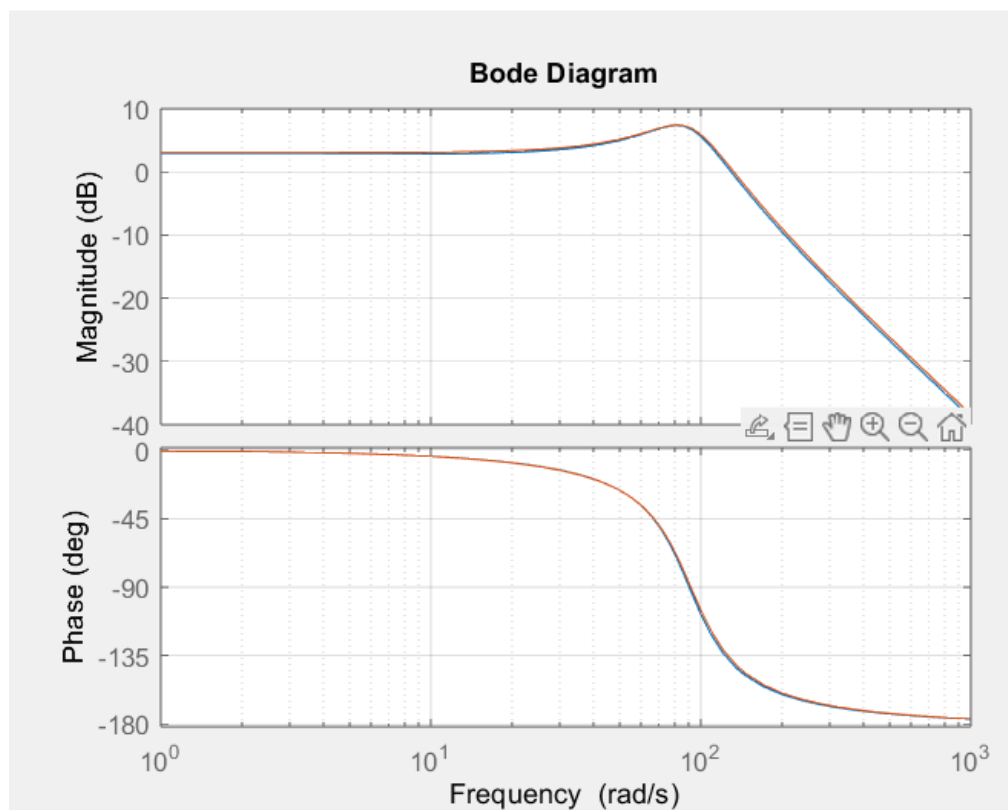
$$K = \frac{y_1}{y_2} = \frac{1.453}{0.921} = 1.577$$

Transmitancja układu teoretycznego wynosi:

$$G(s) = \frac{1,577 * 80,53}{s^2 + 0.0495 \cdot s + 0.00648}$$

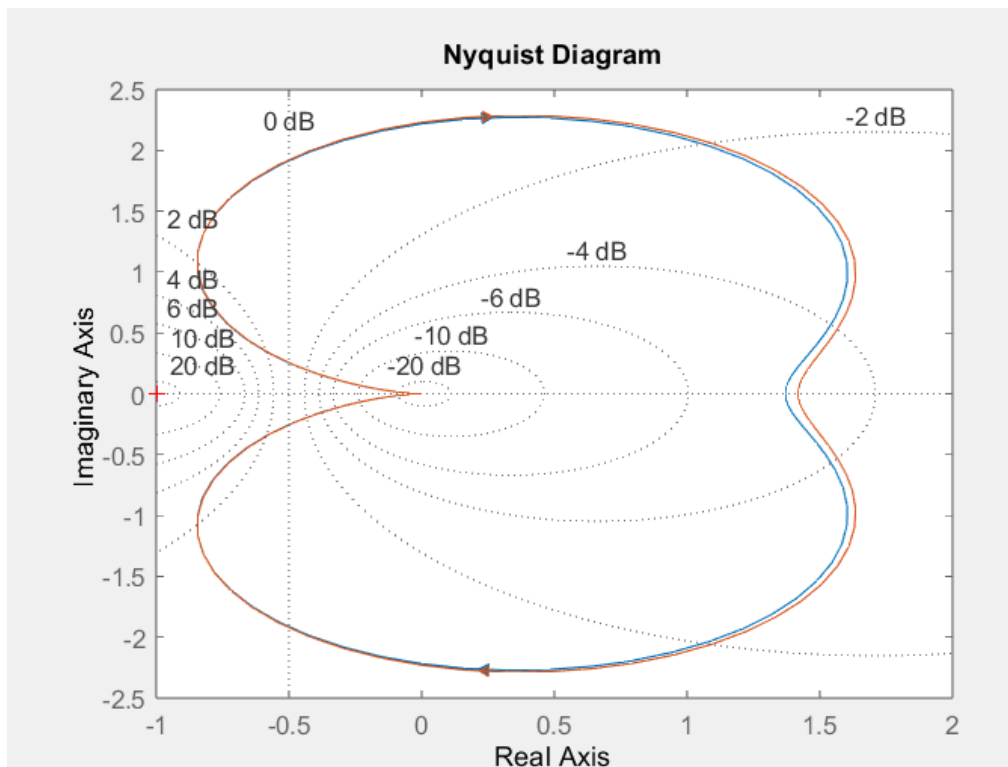


Rys 7 Odpowiedź skokowa elementu rzeczywistego



Rys 8 Odpowiedź bode elementu rzeczywistego





Rys 9 Odpowiedź nyquist elementu rzeczywistego

Kod użyty do sporządzenia wykresów:

```
clc
```

```
clear
```

```
close all
```

```
% Parametry układu
```

```
r1 = 240000;
```

```
r2 = 75000;
```

```
c1 = 0.00000003;
```

```
c2 = 0.000000022;
```

```
% Wzmocnienia
```

```
y0 = 1.37;
```

```
u0 = 1;
```

```
k1 = y0 / u0;
```

```
k2 = 1.4181818;
```

**% Wartości amplitud**

**a1 = 0.391;**

**a2 = 0.141;**

**a3 = 0.063;**

**% Obliczenie parametrów układu dynamicznego**

**tp = 0.095 - 0.022;**

**epsilon = log(a1 / a2) / sqrt(pi^2 + log(a1 / a2)^2);**

**w0 = 2 \* pi / (tp \* sqrt(1 - epsilon^2));**

**% Tworzenie obiektów funkcji transferowych**

**tf\_sys1 = tf(k1 \* w0^2, [1, 2 \* epsilon \* w0, w0^2]);**

**tf\_sys2 = tf(k2 / (r1 \* c1 \* r2 \* c2), [1, 1 / (r2 \* c1) + 1 / (r1 \* c1), 1 / (r1 \* c1 \* r2 \* c2)]);**

**% Wykresy**

**figure(1);**

**step(tf\_sys1);**

**hold on**

**step(tf\_sys2);**

**hold off**

**figure(2);**

**bode(tf\_sys1);**

**hold on**

**bode(tf\_sys2);**

**hold off**

**grid on**

**figure(3);**

**nyquist(tf\_sys1);**

**hold on**

**nyquist(tf\_sys2);**

**hold off**

**grid on**

## Wnioski

Na podstawie wyników można zauważyć, że transmitancja dla układu rzeczywistego oraz teoretycznego się różni. Wyniki przeprowadzonych obliczeń zestawiono w tabeli poniżej:

	Układ teoretyczny	Układ rzeczywisty
$\xi$	0.3031	0,308
$\omega_0$	91,75	80,539

Można zauważyć, że wartości pulsacji znacznie się różni dla układu teoretycznego z układem rzeczywistym. Pulsacja może się różnić dlatego, że w przypadku układu rzeczywistego są czynniki, które wpływają na pulsację. W przypadku układu teoretycznego nie są one brane pod uwagę.