행렬 and 행렬대수

$$A \equiv \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} = [a_{ij}]_{m\times n} = [a_{ij}]$$

[Definition] → Definition은 반드시 '필요충분조건'이다.

두 행렬이 크기가 같고 대응하는 성분들이 같으면 두 행렬은 같다고 한다.

[Definition]

Let $A \equiv (a_{ij})_{m\times n}$, $B \equiv (b_{ij})_{m\times n}$

A와 B가 같은 크기의 행렬일 때,

$$\begin{cases} \text{합 } A+B \equiv (a_{ij} + b_{ij})_{m\times n} \\ \text{차 } A-B \equiv (a_{ij} - b_{ij})_{m\times n} \end{cases}$$

[Definition]

행렬 H와 스칼라 C에 대하여 곱(Product) cH는 H의 각성분에 C를 곱한다.

행벡터 & 열벡터

$$r = [r_1, r_2, \cdots, r_n] \longrightarrow 1 \times n \Rightarrow \text{행벡터}$$

$$c = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix} \longrightarrow n \times 1 \Rightarrow \text{열벡터}$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + \cdots + a_{1n} \cdot x_n \\ \vdots \\ a_{m1} \cdot x_1 + a_{m2} \cdot x_2 + \cdots + a_{mn} \cdot x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \underbrace{x_1}_{\text{Scalar}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{bmatrix}}_{\text{열벡터}} + \underbrace{x_2}_{\text{Scalar}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \vdots \\ a_{m2} \end{bmatrix}}_{\text{열벡터}} + \cdots + x_n \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} a_{1n} \\ a_{2n} \\ \vdots \\ a_{mn} \end{bmatrix}}_{\text{열벡터}} = b$$

[Definition]

A가 $m \times n$ 행렬이고 x가 $n \times 1$ 열벡터이면 곱 Ax는 A의 열벡터와 x의 성분을 계수로 하는 일차결합으로 만들어진 $m \times 1$ 열벡터이다.

A의 열벡터가 $a_1, a_2, \cdots, a_n$ 이면,

열벡터 (m*1)

$$Ax = [a_1, a_2, \cdots, a_n]\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = x_1 a_1 + x_2 a_2 + \cdots + x_n a_n$$

scalar