



**UTPL**  
*La Universidad Católica de Loja*

**Modalidad Abierta y a Distancia**

# Cálculo Diferencial

**Guía didáctica**

Índice

Primer  
bimestre

Segundo  
bimestre

Solucionario

Referencias  
bibliográficas



Facultad de Ingenierías y Arquitectura

Departamento de Ciencias de la Computación y Electrónica

## Cálculo Diferencial

*Guía didáctica*

Carrera	PAO Nivel
▪ Tecnologías de la Información	II

**Autor:**

Riofrio Calderón Guido Eduardo



Asesoría virtual  
[www.utpl.edu.ec](http://www.utpl.edu.ec)

Índice

Primer  
bimestre

Segundo  
bimestre

Solucionario

Referencias  
bibliográficas

Índice

Primer  
bimestre

Segundo  
bimestre

Solucionario

Referencias  
bibliográficas

Universidad Técnica Particular de Loja

## Cálculo Diferencial

### Guía didáctica

Riofrio Calderón Guido Eduardo

### Diagramación y diseño digital:

Ediloja Cía. Ltda.

Telefax: 593-7-2611418.

San Cayetano Alto s/n.

[www.ediloja.com.ec](http://www.ediloja.com.ec)

[edilojacialtda@ediloja.com.ec](mailto:edilojacialtda@ediloja.com.ec)

Loja-Ecuador

ISBN digital - 978-9942-25-861-8



Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual  
4.0 Internacional (CC BY-NC-SA 4.0)

Usted acepta y acuerda estar obligado por los términos y condiciones de esta Licencia, por lo que, si existe el incumplimiento de algunas de estas condiciones, no se autoriza el uso de ningún contenido.

Los contenidos de este trabajo están sujetos a una licencia internacional Creative Commons **Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual 4.0** (CC BY-NC-SA 4.0). Usted es libre de **Compartir** — copiar y redistribuir el material en cualquier medio o formato. **Adaptar** — remezclar, transformar y construir a partir del material citando la fuente, bajo los siguientes términos: **Reconocimiento-** debe dar crédito de manera adecuada, brindar un enlace a la licencia, e indicar si se han realizado cambios. Puede hacerlo en cualquier forma razonable, pero no de forma tal que sugiera que usted o su uso tienen el apoyo de la licenciante. **No Comercial-** no puede hacer uso del material con propósitos comerciales. **Compartir igual-** Si remezcla, transforma o crea a partir del material, debe distribuir su contribución bajo la misma licencia del original. No puede aplicar términos legales ni medidas tecnológicas que restrinjan legalmente a otras a hacer cualquier uso permitido por la licencia. <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

29 de septiembre, 2020

# Índice

<b>1. Datos de información.....</b>	<b>8</b>
1.1. Presentación de la asignatura .....	8
1.2. Competencias genéricas de la UTPL.....	8
1.3. Competencias específicas de la carrera .....	8
1.4. Problemática que aborda la asignatura .....	9
<b>2. Metodología de aprendizaje.....</b>	<b>10</b>
<b>3. Orientaciones didácticas por resultados de aprendizaje .....</b>	<b>11</b>
<b>Primer bimestre.....</b>	<b>11</b>
Resultado de aprendizaje 1 .....	11
Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje.....	11
<b>Semana 1 .....</b>	<b>11</b>
<b>Unidad 1. Introducción al Cálculo .....</b>	<b>12</b>
1.1. Repaso de funciones .....	12
1.2. Funciones Reales.....	13
Actividades de aprendizaje recomendadas .....	14
Resultado de aprendizaje 1 y 2 .....	15
Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje.....	15
<b>Semana 2 .....</b>	<b>15</b>
1.3. Funciones exponenciales.....	16
1.4. Funciones Logarítmicas .....	17
Actividades de aprendizaje recomendadas .....	18
Autoevaluación 1 .....	20
<b>Semana 3 .....</b>	<b>26</b>

Índice

Primer  
bimestre

Segundo  
bimestre

Solucionario

Referencias  
bibliográficas

<b>Unidad 2. Límites.....</b>	<b>26</b>
2.5. Definición.....	26
2.6. Continuidad y Discontinuidad .....	27
Actividades de aprendizaje recomendadas .....	28
<b>Semana 4 .....</b>	<b>29</b>
2.7. Continuidad aplicada a desigualdades.....	29
Actividades de aprendizaje recomendadas .....	29
<b>Semana 5 .....</b>	<b>30</b>
2.8. Calculo Analítico de Límites.....	31
Actividades de aprendizaje recomendadas .....	32
<b>Semana 6 .....</b>	<b>33</b>
2.9. Límites laterales.....	33
2.10. Límites infinitos .....	33
Actividades de aprendizaje recomendadas .....	35
Autoevaluación 2 .....	37
Actividades finales del bimestre .....	39
<b>Semana 7 .....</b>	<b>39</b>
Actividades de aprendizaje recomendadas .....	40
<b>Semana 8 .....</b>	<b>40</b>
Actividades de aprendizaje recomendadas .....	41
<b>Segundo bimestre .....</b>	<b>42</b>
Resultado de aprendizaje 3 .....	42
Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje.....	42

Índice

Primer  
bimestre

Segundo  
bimestre

Solucionario

Referencias  
bibliográficas

<b>Semana 9 .....</b>	<b>42</b>
<b>Unidad 3. Derivadas.....</b>	<b>43</b>
3.1. Definición.....	43
3.2. Reglas básicas de derivación.....	44
Actividades de aprendizaje recomendadas .....	45
<b>Semana 10 .....</b>	<b>46</b>
3.3. Regla del Producto y del Cociente .....	46
3.4. Regla de la Cadena y de la Potencia.....	47
Actividades de aprendizaje recomendadas .....	47
<b>Semana 11 .....</b>	<b>49</b>
3.5. Teorema de Rolle .....	49
3.6. Teorema de Taylor.....	50
Actividades de aprendizaje recomendadas .....	51
<b>Semana 12 .....</b>	<b>52</b>
3.5. Teorema de Rolle .....	53
Actividades de aprendizaje recomendadas .....	54
<b>Semana 13 .....</b>	<b>56</b>
3.7. Derivadas de Orden Superior.....	56
3.8. Aplicación de la Derivada .....	57
Actividades de aprendizaje recomendadas .....	58
<b>Semana 14 .....</b>	<b>60</b>
3.7. Derivadas de Orden Superior.....	60
3.8. Aplicación de la Derivada .....	62
Actividades de aprendizaje recomendadas .....	64
Autoevaluación 3 .....	66

Índice

Primer  
bimestre

Segundo  
bimestre

Solucionario

Referencias  
bibliográficas

Actividades finales del bimestre .....	69
<b>Semana 15</b> .....	<b>69</b>
Actividades de aprendizaje recomendadas .....	69
<b>Semana 16</b> .....	<b>70</b>
Actividades de aprendizaje recomendadas .....	71
<b>4. Solucionario</b> .....	<b>72</b>
<b>5. Referencias bibliográficas</b> .....	<b>82</b>

Índice

Primer  
bimestre

Segundo  
bimestre

Solucionario

Referencias  
bibliográficas

[Índice](#)[Primer bimestre](#)[Segundo bimestre](#)[Solucionario](#)[Referencias bibliográficas](#)

## 1. Datos de información

### 1.1. Presentación de la asignatura



### 1.2. Competencias genéricas de la UTPL

- Pensamiento crítico y reflexivo.

### 1.3. Competencias específicas de la carrera

- Construir modelos específicos de ciencias de la computación mediante esquemas matemáticos y estadísticos, para propiciar el uso y explotación eficiente de datos e información.



## 1.4. Problemática que aborda la asignatura

- Conocer y comprender los principios elementales del cálculo diferencial.
- Abstraer, escribir y describir con el lenguaje matemático los fenómenos propios de la titulación.
- Resolver problemas con el uso correcto de herramientas matemáticas.



## 2. Metodología de aprendizaje

Para el aprendizaje de cálculo diferencial se cuenta con diversas metodologías centradas en diversos aspectos, tales como investigación, cooperación, interacción, desarrollo de problemas, utilización de herramientas TIC y aprendizaje por pares.

En esa dirección, la metodología ABP (aprendizaje basada en problemas) permite que el profesor asuma un nuevo rol en el proceso de enseñanza-aprendizaje y promueva que el estudiante sea sujeto activo en su aprendizaje, desarrollando así la capacidad de analizar, modelar y proponer soluciones a partir de la utilización de herramientas de cálculo en problemas propios de su entorno real.

García, L., Moreno, M., & Azcárate, C. (2006). EBP como metodología activa para la enseñanza del cálculo diferencial. Consultado el 23 de agosto de 2018 en [http://www.saber.ula.ve/bitstream/handle/123456789/16638/ebp\\_metodologia.pdf?sequence=1](http://www.saber.ula.ve/bitstream/handle/123456789/16638/ebp_metodologia.pdf?sequence=1)

Índice

Primer  
bimestre

Segundo  
bimestre

Solucionario

Referencias  
bibliográficas

[Índice](#)[Primer bimestre](#)[Segundo bimestre](#)[Solucionario](#)[Referencias bibliográficas](#)

### 3. Orientaciones didácticas por resultados de aprendizaje



#### Primer bimestre

##### Resultado de aprendizaje 1

- Conoce las características de una función.

#### Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje

Teniendo en cuenta que las funciones son el elemento fundamental en esta asignatura, el estudiante debe conocer todas las características, propiedades, tipos de funciones, esto le ayudara a comprender los conceptos propios de la asignatura.



#### Semana 1

Teniendo en cuenta que las funciones son el elemento fundamental en esta asignatura, el estudiante debe conocer todas las

características, propiedades, tipos de funciones, esto le ayudara a comprender los conceptos propios de la asignatura.

## Unidad 1. Introducción a Cálculo

### 1.1. Repaso de Funciones

### 1.2. Funciones Reales



## Unidad 1. Introducción al Calculo

---

### 1.1. Repaso de funciones

Estimada/o estudiante, bienvenida/o!

Comenzamos el estudio de esta asignatura, y para ellos haremos un repaso de un tema muy importante en cálculo, “las funciones”, tengamos en cuenta que una función representa un modelo matemático y el conocimiento de este modelo es fundamental para entender que operaciones y/o análisis se puede realizar sobre esta representación.

Para continuar con el estudio de este tema, nos plantearemos las siguientes interrogantes ¿Qué cantidad de datos se genera cada día en una empresa? ¿Se puede predecir dicha información? Estas y otras preguntas cotidianas se pueden resolver a través de la modelación con funciones. El estudio de esta unidad permitirá

Índice

Primer  
bimestre

Segundo  
bimestre

Solucionario

Referencias  
bibliográficas

adquirir los conceptos básicos de los diferentes tipos de funciones, propiedades y sus gráficas.

Este aprendizaje se centrará principalmente en la comprensión del contenido de la unidad de funciones del texto guía, la realización de ejercicios interactivos, utilización de software para graficar, como geogebra, y desarrollo de problemas de aplicación centrados en un contexto específico que permitan adquirir y consolidar habilidades de modelación en situaciones reales.

En esta unidad se revisarán varios conceptos sobre funciones lineales, cuadráticas, cúbicas, racionales, exponenciales y logarítmicas con la finalidad de recordarle e introducirlo al estudio de temas básicos dentro de Cálculo, como por ejemplo límites, derivadas e integrales. Estos conceptos incluyen el trazo y evaluación de gráficas de funciones básicas y especiales. Así como el estudio de sus diferentes propiedades para determinar por ejemplo dominio, rango, simetría, asíntotas de una función. Además, aprenderemos a clasificar funciones y aplicarlas en varias áreas de estudio tales como el Área Biológica, Técnica, Administrativa y Socio-humanística mediante diferentes modelos matemáticos.

Finalmente, recuerden que las matemáticas y ciencias afines están presentes en todos los aspectos de la vida cotidiana y que su conocimiento requiere de la dedicación y perseverancia de quienes la estudien para lograr una mejor comprensión de nuestro entorno.

## 1.2. Funciones Reales

Antes de continuar con el estudio de las funciones, haré una reflexión; la mayoría de eventos de nuestra naturaleza se dimensionan con unidades de medida reales: distancia, temperatura, fuerza, velocidad del viento, etc. estas medidas no son valores de tipo entero, y si estamos trabajando con modelos matemáticos

lo que más interesa es la calidad de los resultados y para mejorar estas predicciones es imprescindible ser precisos en las medidas adquiridas.

Con base en lo mencionado anteriormente en este capítulo también abordaremos el estudio de las funciones reales, es decir aquellas funciones cuyas variables independientes y dependientes son de tipo real.



### Actividades de aprendizaje recomendadas

- **Lectura:**
  - En la Guía Didáctica (C, P., Rolando, & M, 2018), realice una lectura compresiva de los temas de funciones mismos que corresponde corresponden a la Semana 1 del plan de la asignatura.
  - Revise el Recurso Educativo MOOC: [Pre-Calculus](https://www.coursera.org/learn/introduccion-al-calculo/) disponible en <https://www.coursera.org/learn/introduccion-al-calculo/> en el mismo encontrará más información sobre los temas estudiados en esta semana
- **Foro de Presentación**
  - Realice una breve presentación personal y académica, indique cuales son las perspectivas en esta asignatura.

▪ **Aprendizaje Autónomo:**

Actividad	Procedimiento
▪ Revise los ejemplos planteados en esta unidad	En la guía didáctica repase los temas que corresponden a Visión general, Repaso de funciones y propiedades.
▪ Establezca las diferencias entre cada tipos de funciones	En la guía didáctica revise el contenido de la tabla 2, luego analice cada uno de los ejemplos planteados
▪ Revise los ejemplos planteados, es importante que entienda el proceso de solución de los mismos para aplicar dicho conocimiento en los ejercicios propuestos.	En la guía didáctica, a partir de la sección "Funciones polinómicas" lea detenidamente los ejemplos mismos que tienen el detalle del proceso.

**Resultado de  
aprendizaje 1 y 2**

- Conoce las características de una función.
- Opera con funciones continuas.

**Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje**



**Semana 2**

**Unidad 1. Introducción a Cálculo**

1.3. Funciones exponenciales

1.4. Funciones Logarítmicas

### 1.3. Funciones exponenciales

Bien estimados participantes continuemos con el estudio de estos temas introductorios al estudio del Calculo Diferencial, es hora de revisar otro tipo de funciones “las exponenciales”; si bien es cierto la mayoría de los eventos de la naturaleza obedecen a modelos algebraicos, pero existen otros comportamientos que se rigen por modelos exponenciales, estas realidades suceden por ejemplo en el aumento de un capital invertido a interés continuo o en el crecimiento de las poblaciones. En sentido inverso, también las sustancias radiactivas siguen una ley exponencial en su ritmo de desintegración para producir otros tipos de átomos y generar energía y radiaciones ionizantes.

En las funciones exponenciales la variable independiente (x) está en la parte del exponente de la ecuación es decir en términos teóricos una función exponencial tiene la siguiente forma:  $f(x) = a^x$

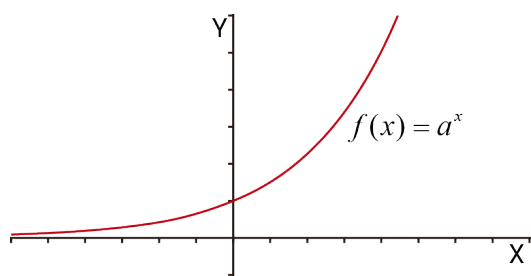


Figura 1. Función exponencial

Como nos podemos dar cuenta, la variable dependiente de una función exponencial crece cada vez con mayor rapidez, Tomemos el caso del desarrollo de una población bacteriana: una cierta especie de **bacteria** que, cada hora, triplica su cantidad de integrantes. Esto quiere decir que, cada x horas, habrá  $3^x$  bacterias.



## 1.4. Funciones Logarítmicas

Otro tipo de funciones muy especiales en modelos matemáticos son las funciones logarítmicas mismas que están presentes en muchos comportamientos principalmente de la ciencia naturales, ciencias sociales, en biología, etc. Pero otro uso muy importante es para la visualización de datos, es decir se usa ampliamente para «comprimir» la escala de medida de magnitudes cuyo crecimiento, demasiado rápido, dificulta su representación visual o análisis del fenómeno que representa.

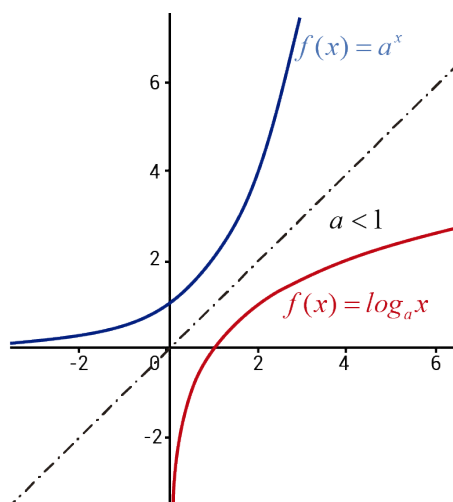


Figura 2. Función Logarítmica

Como podemos ver las funciones exponenciales y las funciones logarítmicas tienen un comportamiento inverso, esto hace especial su estudio, puesto que las características de cada uno de este tipo de funciones son hasta cierto punto complementarias.

Una función logarítmica se expresa como  $f(x) = \log_a x$ , en donde  $a$  representa la base del logaritmo, esta base es utilizada según el fenómeno que estemos modelando.

Recordemos que el resultado de la función logaritmo corresponde al exponente de las funciones exponenciales, por otra parte tengamos en cuenta que no existe la posibilidad de obtener resultados negativos si elevamos la base 10 o cualquier base positiva a un exponente dado; así por ejemplo si elevamos  $10^3$  o  $10^2$  o  $10^{-3}$ , etc., sus resultados siempre serán valores positivos, hago esta aclaración para resaltar el hecho es que no existen logaritmos de números negativos, esta es una de las propiedades más importantes de los logaritmos.

Revisemos a continuación algunas propiedades adicionales de este tipo de funciones, tal como se mencionó anteriormente es necesario analizar tales propiedades para comprender su comportamiento inverso en relación con las funciones exponenciales:

- La función logarítmica solo existe para valores de  $x$  positivos, sin incluir el cero. Por tanto, su dominio es el intervalo  $(0, +\infty)$ .
- Las imágenes obtenidas de la aplicación de una función logarítmica corresponden a cualquier elemento del conjunto de los números reales, luego el recorrido de esta función es  $\mathbb{R}$ .
- En el punto  $x=1$ , la función logarítmica se anula, ya que  $\log_a 1=0$ , en cualquier base.
- La función logarítmica de la base es siempre igual a 1.
- Finalmente, la función logarítmica es continua, y es creciente para  $a>1$  y decreciente para  $a<1$ .



### Actividades de aprendizaje recomendadas

▪ **Lectura:**

- En la Guía Didáctica (C, P., Rolando, & M, 2018), realice una lectura compresiva de los temas de funciones exponenciales y logarítmicas mismos que corresponde corresponden a la Semana 2 del plan de la asignatura.
- Revise el Recurso Educativo MOOC: [Pre-Calculus](https://www.coursera.org/learn/introduccion-al-calculo/) disponible en <https://www.coursera.org/learn/introduccion-al-calculo/> en el mismo encontrará más información sobre los temas estudiados en esta semana.

▪ **Aprendizaje Autónomo:**

Actividad	Procedimiento
▪ Revise los ejemplos planteados en esta unidad	En la guía didáctica repase los conceptos relacionados con Funciones exponenciales y Logarítmicas a partir de la página 42
▪ Establezca las diferencias entre funciones crecientes y decrecientes.	Busque ejemplos en internet sobre graficas exponenciales y logarítmicas, establezca la diferencia, adicionalmente realice una tabla con datos para graficar este tipo de curvas.
▪ Determine como influye el exponente en la forma de las gráficas exponenciales	En una herramienta computacional desarrolle una tabla con datos y con varios exponentes luego grafique y determine la diferencia entre las diferentes graficas.
▪ En los ejemplos planteados entienda como se aplican las reglas para resolver ecuaciones exponenciales	En la guía didáctica revise el proceso teórico para resolver ecuaciones exponenciales, luego verifique este proceso en los ejemplos planteados en la guía didáctica.
▪ Responda las preguntas planteadas en el cuestionario 1	Ingresa al CANVAS y resuelva los ejercicios planteados en el cuestionario 1.



## Autoevaluación 1

La presente autoevaluación le permitirá medir su aprendizaje y prepararse para la evaluación presencial. Seleccione el literal correcto, a excepción de la pregunta 7 en la cual se plantea un problema para su resolución.

### 1. Defina función.

- a. Una función presenta un rango en el eje  $x$ , y un dominio en el eje  $y$ .
- b. Una función es la regla que asigna a cada valor de un conjunto  $A$  un elemento del conjunto  $B$ , mostrando una relación biunívoca.
- c. Una función es la regla que asigna a cada valor de un conjunto  $A$  varios elementos del conjunto  $B$ , no muestra una relación biunívoca.

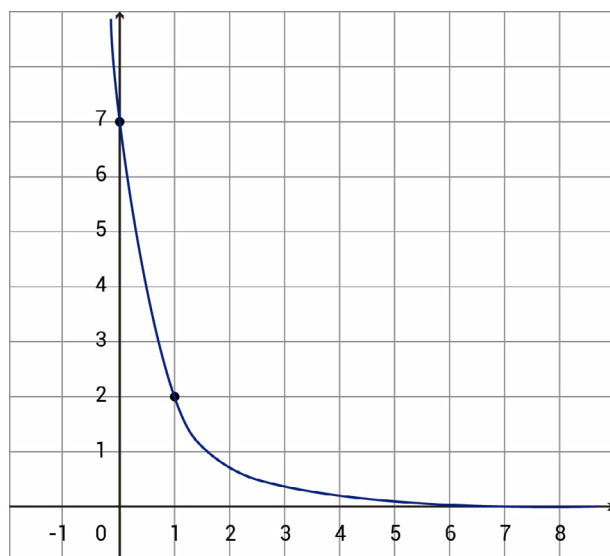
### 2. Complete: La gráfica de un conjunto de puntos en un plano de coordenadas es la gráfica de una función si toda recta \_\_\_\_ la cruza en \_\_\_\_.

- a. horizontal, un solo punto.
- b. vertical, un solo punto.
- c. vertical, un punto o más.
- d. horizontal, un punto o más

[Índice](#)[Primer bimestre](#)[Segundo bimestre](#)[Solucionario](#)[Referencias bibliográficas](#)

3. Dada la siguiente función  $f(x) = \frac{x-5}{x^2-16}$  que valores deben ser excluidos del dominio.
- $x = 16$ .
  - $x = -16$ .
  - $x = 4$ .
  - $x = -4$ .
4. Defina asíntota.
- Las asíntotas no describen el comportamiento de las gráficas en sus extremos.
  - Las asíntotas muestran tres tipos de asíntotas vertical en  $y=b$ , horizontal en  $y = mx + b$  y oblicua  $x = b$ .
  - Asíntota es una línea recta que se aproxima continuamente a otra función o curva.
5. Complete: Es necesario reconocer el vértice de la parábola cuando se requiere encontrar el ... de una función cuadrática y los valores \_\_\_\_ o \_\_\_\_.
- máximo, del rango, del dominio.
  - mínimo, del rango, del dominio.
  - dominio, máximo, mínimo.
  - rango, máximo, mínimo.
6. El laboratorio de Microbiología de UTPL tiene un cultivo bacteriano, con un peso inicial de 3 g, si su peso se duplica cada día. ¿cuál es la función exponencial?
- $f(x) = 3 \cdot x^2$
  - $f(x) = 3 \cdot e^{2x}$
  - $f(x) = 3 \cdot 2^x$
  - $f(x) = 3 \cdot 2^{2x}$

7. La función exponencial  $f(x)$  está representada en la gráfica siguiente

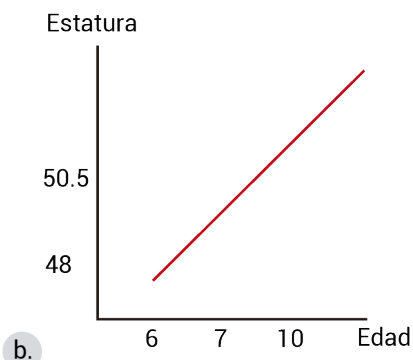
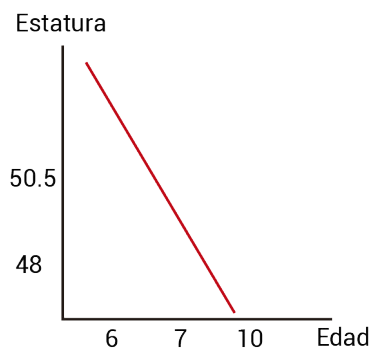


Con la información que se presenta en la gráfica determine:

- Determine la función exponencial  $f(x)$  que representa a la gráfica.
  - ¿Es una función creciente o decreciente?
  - Determine el porcentaje al que crece o decrece.
  - Determine el valor inicial.
8. Seleccione el enunciado que sea correcto.
- Una función Logarítmica también es conocida como identidad de la función exponencial.
  - Las funciones logarítmicas se representan como:  $\log_a(x)$ , con  $a > 0$ .
  - La equivalencia para:  $\log_a(x) = i$  es  $a^i = x$ .
  - La forma logarítmica para  $4^3 = 64$ , sería:  $\log_3(64) = 4$ .

9. **Crecimiento en la infancia:** para niños entre 6 y 10 años la estatura y (en pulgadas) es frecuentemente una función lineal de la edad  $t$  (años). La estatura de cierto niño es de 48 pulgadas a los 6 años de edad y 50.5 pulgadas a los 7.

- Cuál de las siguientes ecuaciones expresa y como función de  $t$ .
  - a.  $y(t) = 2.5t - 33$ .
  - b.  $y(t) = 2.5 + 33t$ .
  - c.  $y(t) = 2.5t + 33$ .
- La estatura del niño a los 10 años será de:
  - a. 98.5.
  - b. 58.
  - c. 68.
- La pendiente de la función anterior corresponde a la gráfica.

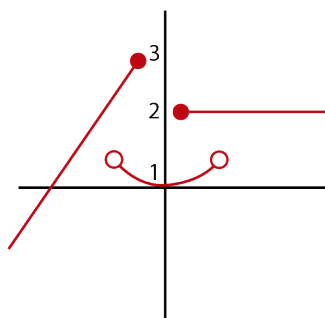


10. **Soluciones y Mezclas:** Un químico debe preparar tres soluciones compuestas, masa de soluto, masa del solvente y masa de la solución representadas por la siguiente función.

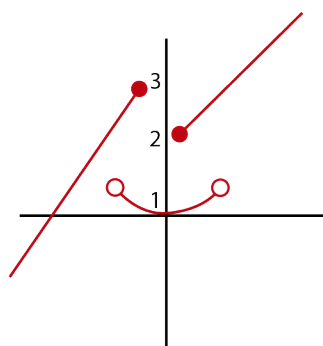
$$f(s) = \begin{cases} 2s + 5 & \text{si } s \leq 1 \\ s^2 & \text{si } -1 < s < 1 \\ 2 & \text{si } s \geq 1 \end{cases}$$

La cual fue diseñada bajo ciertas restricciones al fin de regular las cantidades (ml) de alcohol, ácido y agua en la composición y lograr mezclas homogéneas.

- Cuál de las siguientes gráficas modela el comportamiento de la función.



a.



b.

- Si el eje x es la temperatura para cada una de las soluciones determine el dominio y los valores que son incluidos o excluidos de este dominio.
  - $Dx \in \mathbb{R} - \{-1, 1\}$ .
  - $Dx \in [-1, 1]$ .
  - $Dx \in (-\infty, 2]$ .



- Si el eje  $y$  es la cantidad de masa para cada una de las soluciones, determine el rango y los valores incluidos o excluidos de este rango.
  - a.  $Ry \in \mathbb{R}$ .
  - b.  $Ry \in (-\infty, 3]$ .
  - c.  $Ry \in (-\infty, 3)$ .

[Ir al solucionario](#)

[Índice](#)

[Primer  
bimestre](#)

[Segundo  
bimestre](#)

[Solucionario](#)

[Referencias  
bibliográficas](#)



## Semana 3

Las funciones continuas representan la mayoría de los tipos de funciones, por lo tanto es necesario tener clara su estructura y sobre todo como se desempeñan cuando se aplican las técnicas relacionadas con el Calculo Diferencial.

### Unidad 2. Límites

#### 2.5. Definición

#### 2.6. Continuidad y discontinuidad



### Unidad 2. Límites

#### 2.5. Definición

Una vez estudiados los conceptos y características de las funciones, es hora de iniciar esta nueva semana con el estudio de un tema básico en Cálculo Diferencial, “Los Limites”; antes de iniciar el estudio de esta Unidad es importante recalcar en un aspecto clave de Calculo, me refiero a su naturaleza dinámica, si bien es cierto los temas de estudio previos al cálculo hacen referencia a contextos estáticos pero por el contrario las técnicas inmersas o relacionadas

[Índice](#)[Primer bimestre](#)[Segundo bimestre](#)[Solucionario](#)[Referencias bibliográficas](#)

con cálculo corresponde a contextos dinámicos en donde intervienen aspectos como Velocidad, cambio de posición, esta naturaleza esta directamente relacionada con el estudio de límites, es decir como se comporta un modelo cuando su variable tiende a un determinado limite.

Aunque muchas veces no somos conscientes que mayor parte de cosas que suceden en nuestro entorno, son de utilidad en suma medida y facilitan la interacción personal y social. Este es el caso del conocimiento de límites, cuyos conceptos básicos acompañan la cotidianidad, por ejemplo, velocidad instantánea, tasas de cambio, comportamiento de una función en determinadas condiciones, continuidad, etc.

En esta unidad se estudiarán los principales conceptos de límites y continuidad, de tal forma que el educando logre resolver, relacionar y analizar analítica y gráficamente aspectos relacionados con el uso de límites en el cálculo diferencial.

## 2.6. Continuidad y Discontinuidad

Muchos estudiantes al culminar el estudio de límites se hacen la siguiente pregunta, “¿Para qué me sirve todo esto?”. El cálculo de límites tiene un número gigantesco de utilidades. Por ejemplo, para analizar la continuidad o discontinuidad de una función, que es el tema que analizaremos en esta sección. Saber si es una función es continua o discontinua es muy útil en muchos campos. Por ejemplo, en física, el desplazamiento o la velocidad de un vehículo varía continuamente respecto al tiempo, como lo hace la altura de una persona. A las funciones discontinuas las podemos encontrar cuando analizamos corrientes eléctricas (por ejemplo, en un corte de energía). Además, el calculo de límites es el motor fundamental que hace posible el cálculo diferencial e integral, que a su vez tienen

aplicaciones en la vida cotidiana. Sin más rodeos, empecemos a analizar el concepto de continuidad en un punto, proveyendo su definición.



## Actividades de aprendizaje recomendadas

### ▪ Lectura:

- En la Guía Didáctica (C, P., Rolando, & M, 2018), realice una lectura comprensiva de los temas de límites mismos que corresponden a la Semana 3 del plan de la asignatura.
- Revise el Recurso Educativo Khan Academy disponible en <https://es.khanacademy.org/> en el mismo encontrará más información sobre los temas estudiados en esta semana.

### ▪ Aprendizaje Autónomo:

Actividad	Procedimiento
▪ Revise los ejemplos planteados en esta unidad	En la guía didáctica revise el contenido de Límites mismo que está a partir de la página 58, realice un análisis crítico con otros conceptos disponibles en la red.
▪ Realice una lectura comprensiva de los conceptos relacionados con Límites.	Verifique los conceptos de límites con las gráficas correspondientes, identifique como los límites aportan a la resolución de problemas de este tipo.



## Semana 4

### Unidad 2. Límites

#### 2.7. Continuidad aplicada a desigualdades

#### 2.7. Continuidad aplicada a desigualdades

Estimados participantes en esta nueva semana continuamos con el estudio de límites, en esta ocasión trabajaremos con desigualdades.

El tema de desigualdades es muy importante, se ha visto ampliamente su aplicación en áreas como por ejemplo la programación lineal lo cual se refiere a modelos de optimización, en este caso particular nos referimos a modelos lineales, pero en aplicaciones más avanzadas es necesario determinar estas desigualdades en modelos “no lineales”, en este capítulo estudiaremos como utilizar los conceptos estudiados de límites para resolver ecuaciones que utilizan desigualdades.



#### Actividades de aprendizaje recomendadas

- **Lectura:**
  - En la Guía Didáctica (C, P, Rolando, & M, 2018), realice una lectura comprensiva correspondiente a la Semana 4 del plan de la asignatura.

[Índice](#)[Primer bimestre](#)[Segundo bimestre](#)[Solucionario](#)[Referencias bibliográficas](#)

- **Foro 1**
  - Participe en el Foro correspondiente al primer bimestre, para lo cual desarrollara 10 ejercicios y luego compartirá sus experiencias en el Foro habilitado.
- **Actividad 1 de Aprendizaje Practico Experimental (APE)**
  - Desarrolle los ejercicios planteados en el trabajo practico experimental, para lo cual puede utilizar cualquier software de computadora, mismo que le permitirá realizar las gráficas correspondientes.
- **Aprendizaje Autónomo:**

Actividad	Procedimiento
▪ Revise los ejemplos planteados en esta unidad	Repase los contenidos relacionados con este tema a partir de la página 75 de la guía didáctica, debe tener claro los conceptos de este tema.
▪ Utilizar cualquier herramienta computacional para comprobar los resultados de forma visual	Realice una tabla con datos luego gráfíquelos en una herramienta computacional.



## Semana 5

## Unidad 2. Límites

### 2.8. Cálculo analítico de límites

## 2.8. Calculo Analítico de Limites

Estimados participantes, estamos a mitad del primer bimestre, y con los conocimientos adquiridos estamos sentando las bases para la resolución de problemas utilizando el potencial que nos ofrece el Calculo Diferencial.

Hasta ahora hemos revisado el tema de límites desde el punto de vista algebraico e incluso visual.

En esta sección se analizarán varias técnicas analíticas para calcular limites de una función, estas técnicas son:

- Sustitución directa.
- Técnica cancelación.
- Limites trigonométricos especiales.

Antes de comenzar, necesitamos conocer algunos límites básicos, que se listan a continuación. Se recomienda memorizar tales propiedades, pues en lo posterior son muy importantes para agilizar el proceso de aprendizaje de nuevos conceptos y técnicas que estudiaremos, estos límites son:

- Limite de una constante
- Limite de la función identidad
- Limite de la suma y diferencia de dos funciones
- Limite del producto de dos funciones
- Limite de la n-esima potencia de una función
- Limite del cociente de dos funciones



## Actividades de aprendizaje recomendadas

### ▪ Lectura:

- En la Guía Didáctica (C, P., Rolando, & M, 2018), realice una lectura comprensiva correspondiente a la Semana 5 del plan de la asignatura.
- Revise el Recurso Educativo [Khan Academy](https://es.khanacademy.org/) disponible en <https://es.khanacademy.org/> en el mismo encontrará más información sobre los temas estudiados en esta semana.

### ▪ Aprendizaje Autónomo:

Actividad	Procedimiento
▪ Revise los ejemplos planteados en esta unidad	Revise la sección 2.4 de la guía didáctica repase los teoremas relacionados con el cálculo Analítico de Límites.
▪ Establezca las diferencias entre las técnicas existentes para el cálculo de Límites.	Repase en la guía didáctica las técnicas de Cancelación y Racionalización para el cálculo de Límites, luego establezca las diferencias y principalmente como debe aplicar cada una de las mismas.
▪ En los ejemplos planteados entienda como se obtiene el valor final de un límite.	Repase los ejemplos de la guía didáctica para comprender el proceso algebraico de resolución de Límites de forma Analítica.
▪ Responda las preguntas planteadas en el cuestionario 2	Ingresa al Canvas y responda las preguntas planteadas en el Cuestionario 2 del curso.





## Semana 6

### Unidad 2. Límites

#### 2.9. Límites laterales

#### 2.10. Límites infinitos

#### 2.9. Límites laterales

Estimados participantes, iniciamos el estudio de la ultima semana del primer bimestre en la cual estudiaremos un tema muy específico, “Los limites laterales”.

En las funciones definidas por partes o de dominio restringido, (a veces) no tiene sentido hablar de límites bilaterales (lo que hemos estado estudiando hasta ahora), sino solamente de sus límites laterales. Es decir, saber el comportamiento de la función por la izquierda o derecha de un valor específico. Por ejemplo, el límite bilateral de la función  $f(x) = \sqrt{(x-1)} + 2$  no existe cuando tiende a 1 (dominio:  $x \geq 1$ ). Sin embargo, si podemos saber su comportamiento (límite) cuando se aproxima a 1 por la derecha.

#### 2.10.Límites infinitos

Tal como lo mencione anteriormente estos temas son muy específicos, en este caso particular revisaremos los Límites infinitos, un caso especial lo podríamos ver en el campo eléctrico, particularmente en la Ley de Ohm  $I = V / R$ , aquí veremos que cuando la resistencia tiende a Cero se incrementa la Intensidad, es decir si

[Índice](#)[Primer bimestre](#)[Segundo bimestre](#)[Solucionario](#)[Referencias bibliográficas](#)

$R=0$ , la Intensidad se hace infinita, se produce lo que comúnmente se conoce como Corto Circuito.

Tal como lo mencione anteriormente estos temas son muy específicos, en este caso particular revisaremos los Límites infinitos, un caso especial lo podríamos ver en el campo eléctrico, particularmente en la Ley de Ohm  $I = V / R$ , aquí veremos que cuando la resistencia tiende a Cero se incrementa la Intensidad, es decir si  $R = 0$ , la Intensidad se hace infinita, se produce lo que comúnmente se conoce como Corto Circuito.

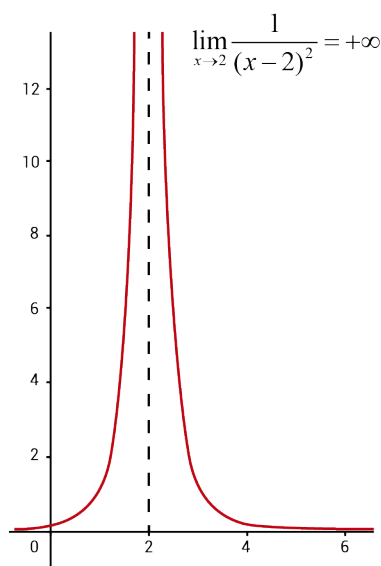


Figura 3. Límites infinitos



## Actividades de aprendizaje recomendadas

### ▪ Lectura:

- En la Guía Didáctica (C, P., Rolando, & M, 2018), realice una lectura comprensiva correspondiente a la Semana 6 del plan de la asignatura.
- Revise el Recurso Educativo Khan Academy disponible en <https://es.khanacademy.org/> en el mismo encontrará mas información sobre los temas estudiados en esta semana.

### ▪ Chat Semanal

- Participe en el Chat sobre Límites, para lo cual el docente planteara ejercicios para que los desarrolle y posteriormente debe responder las inquietudes que el docente le plantee, de la misma manera debe compartir las estrategias utilizadas en la solución del problema.

### ▪ Aprendizaje Autónomo:

Actividad	Procedimiento
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Revise los ejemplos planteados en esta unidad</li> </ul>	En la guía didáctica revise los ejemplos relacionados con límites, luego establezca las diferencias entre cada uno de estos ejemplos.
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Determine como se evalúa un límite de forma analítica y grafica</li> </ul>	Realice usted los ejemplos en su cuaderno, luego verifique los resultados con las graficas correspondientes, ejecute estas pruebas con datos extremos para verificar los resultados.

Actividad	Procedimiento
<ul style="list-style-type: none"> <li>Conozca las técnicas de racionalización de límites</li> </ul>	<p>Desarrolle los ejercicios que se le enviara como material adicional y aplique la técnica de racionalización tantas veces como sea necesarios para clarificar dicho método.</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>En los ejemplos planteados entienda como se calcula os limites de forma analítica</li> </ul>	<p>Desarrolle los ejercicios que se le enviara como material adicional y aplique las técnicas adecuadas para obtener un dominio de estos métodos analíticos.</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Responda las preguntas planteadas en el cuestionario 2</li> </ul>	<p>Ingrese al CANVAS y desarrolle el cuestionario 2.</p>



## Autoevaluación 2

Justifique cada una de las preguntas planteadas.

1. Explique el significado de la ecuación  $f(x)=5$ . ¿Es posible que se cumpla con este enunciado aunque  $f(2)=3$ ? Explique.
2. Determine el límite indicado si existe  $\frac{\sqrt{x^2+7} + \sqrt{3x-5}}{x+2}$ .
3. El costo promedio por disco (en dólares) en que incurre una empresa en el prensado de  $x$  CD está dado por la función de costo promedio  $\underline{C}(x) = 1,8 + \frac{3000}{x}$ , evalúe el  $\underline{C}(x)$  e interprete su resultado.
4. Escriba una ecuación que exprese el hecho de que una función  $f$  es continua en el número 4.
5. Encuentre  $\frac{(x+h)^2 - x^2}{h}$  trate a  $x$  como una constante.
6. Encuentre  $\frac{\sqrt{x-2}-2}{x-6}$  (sugerencia primero racionalice)
7. Encuentre el límite. Si el límite no existe indíquelo así o utilice el símbolo  $\infty$  donde sea apropiado  $\frac{3t^3+2t^2+9t-1}{5t^2-5}$

Índice

Primer  
bimestre

Segundo  
bimestre

Solucionario

Referencias  
bibliográficas

8. Utilice la definición de continuidad para mostrar que la función  $f(x)=x^3-5x$ ;  $x=2$  es continua en el punto dado.
9. Utilice la definición de continuidad para mostrar que la función  $\frac{x+3}{x-3}$ ;  $x=-3$  es continua en el punto dado.
10. La siguiente expresión:  $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) =$ , significa que los valores de  $f(x)$  pueden hacerse arbitrariamente grandes y negativos (tan grandes como se quiera) tomando a  $x$  suficientemente cerca de 3 hasta valores mayores que 3. ¿Qué valor debería ir a la derecha del signo  $=$ ?

[Ir al solucionario](#)

[Índice](#)

[Primer  
bimestre](#)

[Segundo  
bimestre](#)

[Solucionario](#)

[Referencias  
bibliográficas](#)



## Actividades finales del bimestre



### Semana 7

Una vez concluida la revisión de los contenidos del primer bimestre, es momento que se centre sus esfuerzos en terminar las actividades de aprendizaje evaluadas e inicie el repaso de los contenidos estudiados en las 2 primeras unidades.

Aproveche las actividades evaluadas y no evaluadas que ha desarrollado durante el bimestre para con base en ello, repasar los conceptos estudiados.

También evalúe cada uno de los resultados de aprendizaje esperados, y pregúntese en que medida los ha conseguido. Es otra manera de detectar temas a los que usted debe dar prioridad en su repaso.

A continuación, las actividades de aprendizaje a las que le recomendamos dedicar tiempo y esfuerzo en esta penúltima semana del primer bimestre.

[Índice](#)[Primer bimestre](#)[Segundo bimestre](#)[Solucionario](#)[Referencias bibliográficas](#)



## Actividades de aprendizaje recomendadas

- **Aprendizaje autónomo:**
  - Revise y repase todos los contenidos estudiados durante el primer bimestre.
  - Elabore mapas mentales y esquemas resumen que le permitan prepararse para examen presencial.
- **Actividad suplementaria 1: Cuestionario de repaso del 1er bimestre**
  - Si no le fue posible asistir al Chat académico del primer bimestre (Chat 1), usted tiene la opción de contestar un cuestionario de repaso como actividad suplementaria. El cuestionario abarca las 2 unidades del primer bimestre.



## Semana 8

Estimado/a estudiante

Llegamos al final de primer bimestre esperamos que su experiencia de aprendizaje haya sido muy positiva y gratificante.

Durante esta semana su atención se debe centrar en prepararse para el examen presencial del primer bimestre. Continúe con el repaso de los contenidos que inició en la semana 7, priorizando

Índice

Primer  
bimestre

Segundo  
bimestre

Solucionario

Referencias  
bibliográficas



aquellos en los que usted vea que no ha podido alcanzar los resultados esperados.

Además, durante esta semana ya tendrá acceso a la solución de todos cuestionarios en línea calificados que también le recomendamos revisar para identificar puntos prioritarios en su repaso.

A continuación, las actividades que le recomendamos para esta última semana.

¡Mucho ánimo y éxitos en su evaluación presencial!.



### Actividades de aprendizaje recomendadas

- **Aprendizaje autónomo:**
  - Revise y repase todos los contenidos estudiados durante el primer bimestre.
  - Elabore mapas mentales y esquemas resumen que le permitan prepararse para examen presencial.
- **Actividad suplementaria 1: Cuestionario de repaso del 1er bimestre**
  - Si no le fue posible asistir al Chat académico del primer bimestre (Chat 1), usted tiene la opción de contestar un cuestionario de repaso como actividad suplementaria. El cuestionario abarca las 2 unidades del primer bimestre.



## Segundo bimestre

### Resultado de aprendizaje 3

Calcula derivadas y explora sus aplicaciones.

### Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje

En este segundo bimestre se estudia el tema central del Calculo Diferencial, “Las derivadas”, el estudio de este tema es fundamental, puesto que las aplicaciones relacionadas con esta asignatura tienen como base este proceso de derivación de las funciones subyacentes; adicionalmente es necesario conocer como deben ajustarse los diferentes problemas y/o funciones para aplicar las técnicas adecuadas.



### Semana 9

### Unidad 3. Derivadas

#### 3.1. Definición

#### 3.2. Reglas básicas de la derivación

[Índice](#)[Primer bimestre](#)[Segundo bimestre](#)[Solucionario](#)[Referencias bibliográficas](#)



## Unidad 3. Derivadas

### 3.1. Definición

Estimados participantes, bienvenidos a este segundo bimestre, iniciamos con el capítulo emblemático de Calculo Diferencial, “Las Derivadas”, este tema es el más importante, en realidad no es algo complejo, la Derivación es un proceso que reemplaza al proceso de cálculo de límites, pero en este caso existen reglas de derivación que hace este proceso mucho más simple, si lo comparamos con el proceso de cálculo analítico de límites. Antes de iniciar con este tema hagamos algunas reflexiones.

Veamos, ¿Cuál es la tasa de variación instantánea de la velocidad de un móvil en un tiempo específico? ¿Cómo determinar los intervalos crecientes y decrecientes en una función que indica el flujo constante de datos de una empresa? Estos interrogantes se pueden responder mediante el proceso derivación.

En esta sección el aprendizaje se concentrará fundamentalmente en comprender los conceptos básicos de derivada desde el punto de vista geométrico y desde la perspectiva física, es decir, la pendiente de una recta tangente en un punto dado de una curva para el primer caso, y como tasa de variación para el segundo.

El Cálculo es la matemática del cambio, y la derivación es la herramienta para estudiar el cambio, en esta unidad se introduce al estudio de dicho procedimiento.

La derivada se puede interpretar en forma geométrica como la pendiente de una curva, y físicamente como la razón de cambio (Huggets, 2004). Vivimos en un mundo que se encuentra en constante variación y cambio, consecuentemente se utiliza las derivadas para representar todo, desde las fluctuaciones en las tasas de interés hasta la tasa de crecimiento de una población o la rapidez de crecimiento de una célula cancerígena.

A continuación, introduciremos el concepto de derivada a través de los dos problemas que le dieron origen: el de la velocidad instantánea y el de la recta tangente a una curva en un punto.

El problema de encontrar la recta tangente a una curva y el problema de hallar la velocidad de un objeto comprenden determinar el mismo tipo de límite. Este tipo especial de límite recibe el nombre de derivada y veremos que se puede interpretar como una rapidez de cambio en cualquiera de las ciencias o en ingeniería.

### 3.2. Reglas básicas de derivación

Estimados participantes, para desarrollar la diferenciación directa de una función por medio de la definición de derivada, existen reglas que evitan el uso directo de límites, a continuación, detallaremos cuatro de ellas.

- Derivada de unas constantes es 0
- Derivada de la potencia
- Derivada del factor constante
- Derivada de la suma o diferencia

Es importante dominar el uso de estas reglas, como ustedes se darán cuenta son muy sencillas de comprender y consecuentemente de aplicarlas, el dominio de las mismas representa un gran punto de partida en el estudio de este tema.



## Actividades de aprendizaje recomendadas

### ■ Lectura:

- En la Guía Didáctica (C, P., Rolando, & M, 2018), realice una lectura comprensiva de los temas de Derivadas mismo que corresponde a la Semana 9 del plan de la asignatura.
- Revise el Recurso Educativo Khan Academy disponible en [Disponible en https://es.khanacademy.org/](https://es.khanacademy.org/) en el mismo encontrará más información sobre los temas estudiados en esta semana.

### ■ Aprendizaje Autónomo:

Actividad	Procedimiento
<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Verifique que los resultados obtenidos mediante las reglas básicas de derivación sean iguales a los obtenidos mediante el proceso analítico de límites.</li> </ul>	En la guía didáctica retome los ejemplos desarrollados mediante el método analítico de límites, luego aplique las reglas de derivación para establecer las diferencias entre ambos métodos y compara los resultados.
<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Utilice herramientas de visualización para comprobar los resultados.</li> </ul>	Con los ejemplos planteados desarrolle una tabla de valores, luego grafique los resultados en una herramienta computacional, esto le permitirá tener mayor dominio de los temas estudiados.



## Semana 10

### Unidad 3. Derivadas

#### 3.3. Regla del producto y del cociente

#### 3.4. Regla de la cadena y de la potencia

### 3.3. Regla del Producto y del Cociente

Bien, hemos estudiado la reglas básicas de derivación, las cuales nos han sido de mucha utilidad si las comparamos con el método de analítico de cálculo de límites, pero existen otras situaciones que se nos presentaran cuando resolvamos problemas de derivación, concretamente: como resolver el producto de dos funciones o de forma inversa el cociente de 2 funciones, a continuación veremos las formulas que se aplican en estos casos, y tal como en el caso de las reglas básicas de derivación están nos serán de mucha utilidad.

Regla del producto	Regla del cociente
$\frac{d}{dx}[u \cdot v] = u' \cdot v + v' \cdot u$	$\frac{d}{dx}\left[\frac{u}{v}\right] = \frac{u' \cdot v - v' \cdot u}{v^2}$

Figura 4. Regla del producto y del cociente

Como docente de la asignatura también debo puntualizar que antes de aplicar estas reglas de derivación, es importante que el estudiante ejecute un proceso de simplificación de las expresiones, es decir minimizar la complejidad de la expresión, esto nos ayudara mucho para evitar posibles errores durante la aplicación de las reglas de derivación propiamente dichas.

[Índice](#)[Primer bimestre](#)[Segundo bimestre](#)[Solucionario](#)[Referencias bibliográficas](#)

### 3.4. Regla de la Cadena y de la Potencia

Bien estimados participantes, hasta ahora hemos visto las reglas de derivación para funciones simples, es decir la aplicación de tales reglas directamente sobre la variable  $x$ , pero existen otro tipo de funciones más complejas, en las cuales hay que utilizar una regla en particular conocida como la “regla de la cadena”, si bien es cierto no es complicado la aplicación de esta regla pero es importante tener claro el concepto, la naturaleza de la misma para identificar los componentes de dicha regla al momento de resolver problemas.

La regla de la cadena se aplica en funciones compuestas, es decir funciones cuya variable dependiente depende de un valor y este a su vez depende de otro, este concepto debe estar claro para identificarlo y aplicarlo, por ejemplo pensemos que el valor de la gasolina depende del precio de algún componente químico y el precio de este componente a su vez depende de otro factor, por ejemplo el precio del dólar, se puede observar esta de dependencia de las variables inmersas en el modelo.



#### Actividades de aprendizaje recomendadas

- **Lectura:**
  - En la Guía Didáctica (C, P., Rolando, & M, 2018), realice una lectura comprensiva de los temas de Derivadas particularmente de lo relacionado con la regla de la cadena y la regla de la potencia mismos que corresponden a la Semana 10 del plan de la asignatura.

- Revise el Recurso Educativo Khan Academy disponible en <https://es.khanacademy.org/> en el mismo encontrará más información sobre los temas estudiados en esta semana.
- En el curso MOOC: Cálculo Diferencial Revise el contenido relacionado con los temas tratados esta semana, este está disponible en <https://www.edx.org/course/bases-matematicas-algebraupvalenciabma101x-0>

▪ **Aprendizaje Autónomo:**

Actividad	Procedimiento
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Revise los ejemplos planteados en la guía didáctica sobre estos temas.</li> </ul>	En la guía didáctica revise los ejemplos propuestos, verifique se cumplan las reglas definidas para producto y cocientes de funciones.
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Realice ejercicios en los cuales realice el proceso de optimización de las expresiones mediante procesos algebraicos.</li> </ul>	Busque ejercicios en la red sobre productos y cociente de funciones, luego asegúrese de simplificar al máximo las expresiones mediante procesos algebraicos tradicionales tales como factorización entre otros.
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ En caso de ser posible verifique los resultados obtenidos con alguna herramienta de visualización.</li> </ul>	Los resultados de los ejercicios que está desarrollando tanto de la guía didáctica como de los buscados en la red, se recomienda que sean probados en una herramienta informática para comprobar los resultados y visualizar los mismos de forma grafica.
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Responda las preguntas planteadas en el cuestionario 1 del segundo bimestre.</li> </ul>	Ingresa al CANVAS y desarrolle el cuestionario planteado.





## Semana 11

### Unidad 3. Derivadas

#### 3.5. Teorema de Rolle

#### 3.6. Teorema de Taylor

### 3.5. Teorema de Rolle

Estimados participantes, una que hemos estudiado el proceso de derivación vamos a revisar algunos teoremas relacionados directamente con estos procesos de derivación de funciones.

Como lo indica Leithold, uno de los teoremas más importantes del Cálculo es el teorema del valor medio. La demostración del teorema del valor medio está basada en el teorema de Rolle.

El matemático francés Michell Rolle (1652 – 1719) demostró que si una función es continua en un intervalo cerrado  $[a,b]$  y diferenciable en el intervalo abierto  $(a,b)$  y si  $f(a)$  y  $f(b)$  es igual a cero, entonces existe al menos un número  $c$  entre  $a$  y  $b$  para el cual  $f'(x) = 0$ , como se visualiza en la Figura 5.

[Índice](#)[Primer bimestre](#)[Segundo bimestre](#)[Solucionario](#)[Referencias bibliográficas](#)

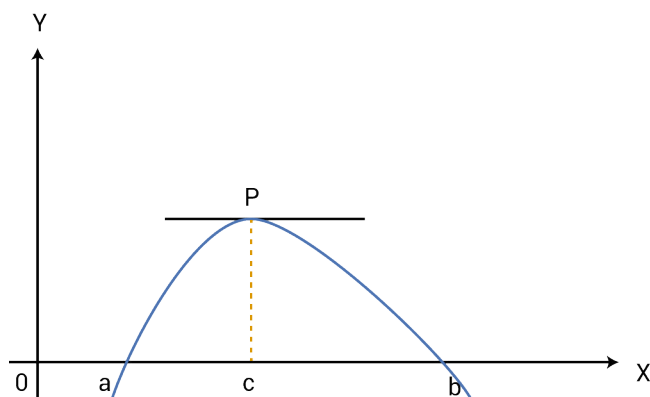


Figura 5. Teorema de Rolle

En la gráfica anterior, se visualiza que entre el extremo  $a$  y  $b$  hay un punto  $c$  que justo sobre la gráfica de la función la derivada es cero, es decir la gráfica de la pendiente en el punto  $c$  es una recta horizontal. De esta manera podemos resumir este teorema así:

Sea una  $f$  una función que

1. Es continua en el intervalo cerrado  $[a, b]$
2. Es diferenciable en el intervalo abierto  $(a, b)$
3.  $f(a) = 0$  y  $f(b) = 0$

Entonces existe un número  $c$  en el intervalo abierto  $(a, b)$  tal que:  
 $f'(c) = 0$

### 3.6. Teorema de Taylor

El teorema de Taylor es muy útil en área como Física, Matemática y recibe su nombre en honor al matemático, Brook Taylor, quien lo enunció con mucha generalidad en 1712.

Si bien es cierto estamos más familiarizados con funciones polinómicas, el teorema de Taylor o también conocido como serie de Taylor sirve precisamente para obtener aproximaciones de funciones algebraicas, teniendo como base funciones trigonométricas, logarítmicas, exponenciales, de la misma forma es necesario tener claro las el concepto relacionado con esta técnica de aproximación de expresiones.

La fórmula general de las series de Taylor se enuncia a continuación:

$$\sum^{+\infty} \frac{f^n}{n!} (x-a)^n = f(a) + f'(a)(a-x) + \frac{f''(a)}{2!} (x-a)^2 + \dots + \frac{f(n)}{n!} (x-a)^n + \dots$$



### Actividades de aprendizaje recomendadas

- **Lectura:**
  - En la Guía Didáctica (C, P., Rolando, & M, 2018), realice una lectura compresiva de los temas de Teorema de Rolle y Teorema de Taylor mismos que correspondes a la Semana 11 del plan de la asignatura.
  - Revise el Recurso Educativo Khan Academy disponible en <https://es.khanacademy.org/> en el mismo encontrará más información sobre los temas estudiados en esta semana.
  - En el curso MOOC: Cálculo Diferencial Revise el contenido relacionado con los temas tratados esta semana, este está disponible en <https://www.edx.org/course/bases-matematicas-algebraupvalenciabma101x-0>

### ■ Aprendizaje Autónomo:

Actividad	Procedimiento
<ul style="list-style-type: none"> <li>Revise los fundamentos teóricos de estos teoremas</li> </ul>	Revise los ejemplos planteados en la guía didáctica sobre estos teoremas, desarrolle un análisis crítico sobre su uso.
<ul style="list-style-type: none"> <li>Realice una lectura comprensiva para establecer en que casos se aplican.</li> </ul>	Con los ejercicios planteados revise la información teórica para comprender en que condiciones se pueden aplicar estos teoremas, y sobre todo determine las ventajas existentes.
<ul style="list-style-type: none"> <li>Revise los ejercicios planteados para identificar los componentes de estos teoremas.</li> </ul>	De la misma forma cuando desarrolle los ejercicios relacionados con estos teoremas, desarrolle un análisis crítico para establecer e identificar los elementos que deben existir en las ecuaciones para aplicar las técnicas estudiadas.
<ul style="list-style-type: none"> <li>Determine la utilidad de los mismos y sobre todo realice un análisis crítico sobre los beneficios de aplicar estos teoremas.</li> </ul>	Establezca las diferencias en el proceso y resultados de la aplicación de los teoremas estudiados.



## Semana 12

### Unidad 3. Derivadas

#### 3.5. Teorema de Rolle

### 3.5. Teorema de Rolle

Bien, en la presente semana continuamos con el estudio de el Teorema de Rolle, la semana anterior revisamos la parte conceptual y algunos ejemplos, en esta semana profundizaremos en las explicaciones, desarrollaremos el siguiente ejemplo.

Ejemplo

Dada:  $f(x) = x^2 - 3x + 2$  verificar las tres condiciones del teorema de Rolle se satisfacen para el intervalo  $[1,2]$

Solución:

La derivada de la función es:

$$\frac{dy}{dx} = 2x - 3$$

Como la derivada existe para todos los valores de  $x$ , la función es diferenciable en el intervalo  $(-\infty, +\infty)$ , por tanto es continua en el intervalo  $(-\infty, +\infty)$ , por lo tanto las condiciones 1 y 2 del teorema de Rolle se cumplen en cualquier intervalo.

Además  $f(1) = 0$  y  $f(2) = 0$  y, por lo que la curva interseca en el eje  $x$  y se cumple la tercera condición.

Luego debe existir por lo menos un número  $c$  que pertenece a  $(a, b)$  tal que  $f'(x) = 0$

$$f'(x) = 0$$

$$2x - 3 = 0$$

$$x = 3/2$$

Por lo tanto puede tomarse a:  $c = 3/2$

Luego en el punto  $(3/2, f(3/2))$  la recta tangente es paralela al eje  $x$ , como se muestra en la Figura 6

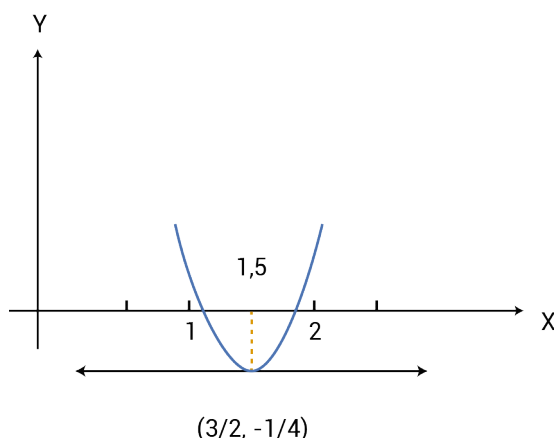


Figura 6. Recta Tangente

En la gráfica anterior se visualiza que en el intervalo  $(1, 2)$ , en 1,5 la derivada de la función es cero y la recta tangente es paralela al eje de las  $x$ .



### Actividades de aprendizaje recomendadas

- **Lectura:**
  - En la Guía Didáctica (C, P, Rolando, & M, 2018), realice una lectura comprensiva de los temas de Teorema de Rolle y Teorema de Taylor mismos que corresponden a la Semana 12 del plan de la asignatura.

- Revise el Recurso Educativo [Khan Academy](https://es.khanacademy.org/) disponible en <https://es.khanacademy.org/> en el mismo encontrará más información sobre los temas estudiados en esta semana.
  - En el curso MOOC: Cálculo Diferencial Revise el contenido relacionado con los temas tratados esta semana, este está disponible en <https://www.edx.org/course/bases-matematicas-algebraupvalenciabma101x-0>
- **Foro 2**
    - Participe en el Foro correspondiente al segundo bimestre, para lo cual el docente planteara ejercicios mismos que deben ser resueltos y el estudiante debe compartir las experiencias en el proceso de resolución de los mismos.
  - **Actividad 2 de Aprendizaje Practico Experimental (APE).**
    - Desarrolle los ejercicios planteados en el trabajo práctico experimental, para lo cual puede utilizar cualquier software de computadora, mismo que le permitirá realizar las graficas correspondientes.
  - **Aprendizaje Autónomo:**

Actividad	Procedimiento
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Revise los fundamentos teóricos de estos teoremas</li> </ul>	Revise los ejemplos planteados en la guía didáctica sobre estos teoremas, desarrolle un análisis critico sobre su uso

Actividad	Procedimiento
<ul style="list-style-type: none"> <li>Realice una lectura comprensiva para establecer en que casos se aplican.</li> </ul>	Con los ejercicios planteados revise la información teórica para comprender en que condiciones se pueden aplicar estos teoremas, y sobre todo determine las ventajas existentes
<ul style="list-style-type: none"> <li>Revise los ejercicios planteados para identificar los componentes de estos teoremas.</li> </ul>	De la misma forma cuando desarrolle los ejercicios relacionados con estos teoremas, desarrolle un análisis critico para establecer e identificar los elementos que deben existir en las ecuaciones para aplicar las técnicas estudiadas.
<ul style="list-style-type: none"> <li>Determine la utilidad de los mismos y sobre todo realice un análisis critico sobre los beneficios de aplicar estos teoremas.</li> </ul>	Establezca las diferencias en el proceso y resultados de la aplicación de los teoremas estudiados.



## Semana 13

### Unidad 3. Derivadas

#### 3.7. Derivadas de Orden Superior

#### 3.8. Aplicación de la derivada

#### 3.7. Derivadas de Orden Superior

Estimados estudiantes, el tema que estudiaremos en la presente semana es simplemente la aplicación de los temas ya estudiados anteriormente, como sabemos al derivar una función, el resultado es otra función, este proceso ya lo hemos trabajado en capítulos



anteriores del presente curso. Las derivadas de orden superior son simplemente el resultado de aplicar el proceso de derivación a las nuevas funciones obtenidas, es así que podemos obtener la derivada de orden 1, la cual sería la primera derivada, la derivada de orden 2 corresponde a la segunda derivada y así sucesivamente, estas derivadas se denotan con la nomenclatura  $f'(x)$  para la primera derivada,  $f''(x)$  para la segunda derivada, y así sucesivamente, tal como dije al inicio en estas dos semanas trabajaremos en este tema.

### 3.8. Aplicación de la Derivada

La pregunta que siempre nos hacemos cuando estudiamos Matemáticas y particularmente Cálculo es: “¿Para qué nos sirve el estudio de estas técnicas?”, en esta sección les presentare una de las principales aplicaciones del uso de derivadas en contextos reales.

Las aplicaciones de Cálculo implican la determinación de los valores máximos y mínimos por ejemplo, quizá se busque maximizar una ganancia o minimizar un costo. La parte principal en determinar la cantidad que se debe maximizar o minimizar como función de alguna variable.

De acuerdo con (Larson, R) se debe considerar algunas estrategias para resolver problemas aplicados de mínimos y máximos.

1. Identificar todas las cantidades dadas y las que se van a determinar.
2. Elaborar un dibujo
3. Escribir una ecuación primaria para la cantidad que se va a maximizar o minimizar.

4. Reducir la ecuación primaria a una que tenga una sola variable independiente.
5. Determinar el dominio admisible de la ecuación primaria, esto es determinar los valores para los cuales el problema planteado tiene sentido.
6. Determinar el máximo o mínimo deseado mediante las técnicas del cálculo.



### Actividades de aprendizaje recomendadas

#### ▪ **Lectura:**

- En la Guía Didáctica (C, P., Rolando, & M, 2018), realice una lectura compresiva de los temas de Derivadas de Orden Superior y Aplicaciones de la Derivada mismos que correspondes a la Semana 13 del plan de la asignatura.
- Revise el Recurso Educativo Khan Academy disponible en <https://es.khanacademy.org/> en el mismo encontrará más información sobre los temas estudiados en esta semana.
- En el curso MOOC: Cálculo Diferencial Revise el contenido relacionado con los temas tratados esta semana, este está disponible en <https://www.edx.org/course/bases-matematicas-algebraupvalenciabma101x-0>

Índice

Primer  
bimestre

Segundo  
bimestre

Solucionario

Referencias  
bibliográficas

▪ **Aprendizaje Autónomo:**

Actividad	Procedimiento
<ul style="list-style-type: none"> <li>Revise los ejemplos planteados en la guía didáctica sobre estos temas.</li> </ul>	<p>En este curso estudiaremos únicamente las derivadas de orden 2, para lo cual es necesario que usted revise los ejemplos y compruebe los resultados Analíticos con las graficas correspondientes, en este punto se le recomienda identificar los puntos de inflexión.</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>En caso de ser posible verifique los resultados obtenidos con alguna herramienta de visualización.</li> </ul>	<p>Con los ejercicios que este desarrollando compare los resultados analíticos con los obtenidos en el proceso grafico, para esto utilice cualquier herramienta computacional, identifique principalmente los puntos máximos, mínimos y puntos de inflexión.</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Busque ejercicios de optimización para entender como se podrían aplicar estas técnicas en nuestra profesión.</li> </ul>	<p>Desarrolle una búsqueda en la red sobre las aplicaciones de la Derivada en contextos reales, luego identifique en que áreas de nuestra carrera se pueden aplicar tales técnicas, si es posible busque ejemplos de optimización relacionados con nuestra carrera o con cualquier área de su interés, puede ser economía, comercio, política, ciencias sociales, etc.</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Responda las preguntas planteadas en el cuestionario 2</li> </ul>	<p>Ingresa al CANVAS y desarrolle las preguntas planteadas en el Cuestionario 2 de este segundo bimestre.</p>



## Semana 14

[Índice](#)[Primer bimestre](#)[Segundo bimestre](#)[Solucionario](#)[Referencias bibliográficas](#)

### Unidad 3. Derivadas

#### 3.7. Derivadas de Orden Superior

#### 3.8. Aplicación de la derivada

#### 3.7. Derivadas de Orden Superior

Bien continuando con el estudio de las derivadas de orden superior, en esta semana repasaremos una aplicación muy importante de las derivadas de orden 2, la obtención de los puntos de inflexión y curvatura, en la Figura 7.

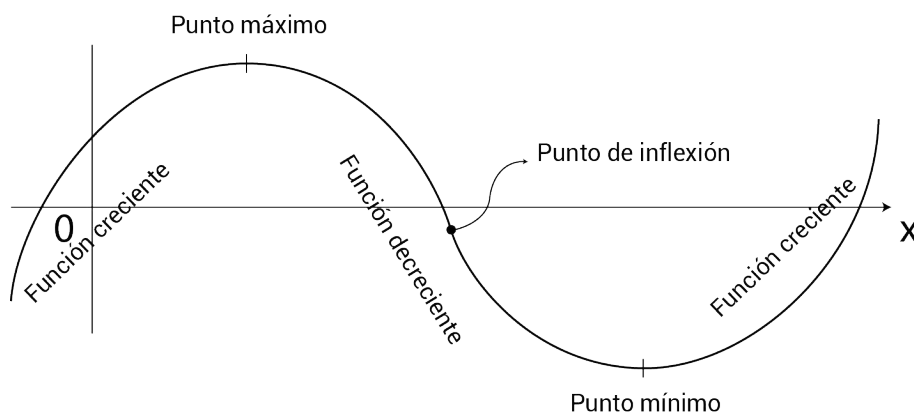


Figura 7. puntos de inflexion: Valores maximos, minimos y

En primer lugar repasemos las definiciones de estos comportamientos de las funciones.

**Concavidad.** Una función o gráfica se denomina cóncava hacia arriba en un intervalo  $I$  si  $f'$  es una función creciente en  $I$ . Se denomina cóncava hacia abajo en  $I$  si  $f'$  es decreciente en  $I$ .

Note que la función derivada  $f'$  la que debe ser creciente o decreciente en el intervalo  $I$ . En la Figura 8 la función  $f$  es cóncava hacia arriba en el intervalo  $(a, b)$  y cóncava hacia abajo en el intervalo  $(b, c)$ .

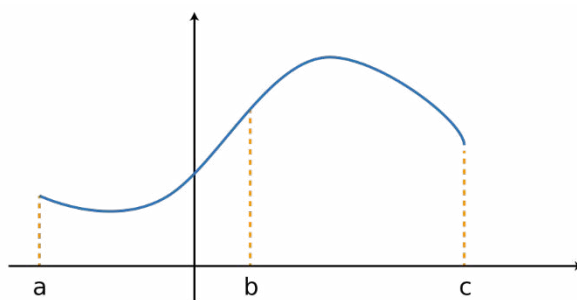


Figura 8. Concavidad de una función

### Criterio de concavidad.

Sea  $f$  una función cuya segunda derivada exista en un intervalo  $I$ .

1. Si  $f''(x) > 0$  para toda  $x$  en el intervalo  $I$ , entonces la gráfica de  $f$  es cóncava hacia arriba en  $I$ .
2. Si  $f''(x) < 0$  para toda  $x$  en el intervalo  $I$ , entonces la gráfica de  $f$  es cóncava hacia abajo en  $I$ .

**Puntos de inflexión.** Si una función es continua en un intervalo abierto y sea  $c$  un punto en ese intervalo. Si la gráfica tiene una recta tangente en ese punto, entonces este punto  $c$  es un punto de inflexión, es decir si la función cambia de cóncava hacia arriba a cóncava hacia abajo o viceversa en ese punto.

Los puntos de inflexión los encontramos cuando  $f''(x) = 0$ , o  $f''(x)$  no existe en  $x = c$ .

En este caso se puede visualizar que los posibles puntos de inflexión se determinan cuando  $f''(x) = 0$ , o  $f''(x)$  no existe, y utilizamos la palabra posible, porque no siempre estos puntos corresponden a puntos de inflexión.

Aclaremos de mejor manera éste concepto, de acuerdo con (Haeussler, 2008) para determinar la concavidad de una función y sus puntos de inflexión, hay que encontrar en primer lugar los valores de la variable en donde la  $f''(x) = 0$ , o la  $f''(x)$  no existe. Esos valores determinan intervalos. En cada intervalo hay que calcular si  $f''(x) > 0$  (la función es cóncava hacia arriba) o  $f''(x) < 0$  (la función es cóncava hacia abajo). Si la concavidad cambia alrededor de uno de esos valores y la función es continua ahí, entonces  $f$  tiene un punto de inflexión en ese valor de  $x$ .

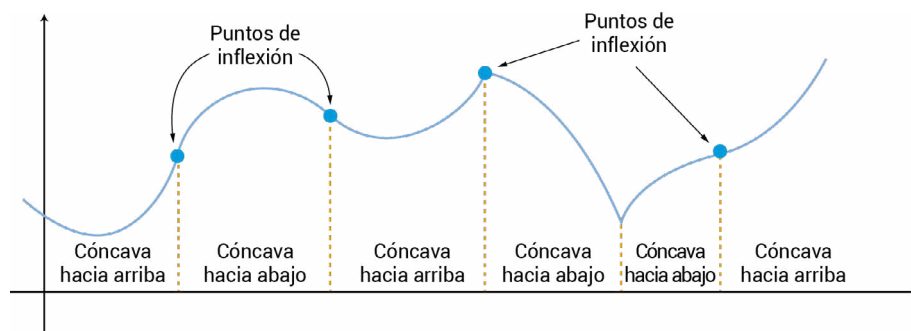


Figura 9. Puntos de Inflexión sobre una función

### 3.8. Aplicación de la Derivada

La semana anterior vimos la importancia del uso de derivadas y más generalmente del Cálculo, se había mencionado que esta asignatura

tiene aplicaciones en contextos reales, bien en esta semana revisaremos tales aplicaciones.

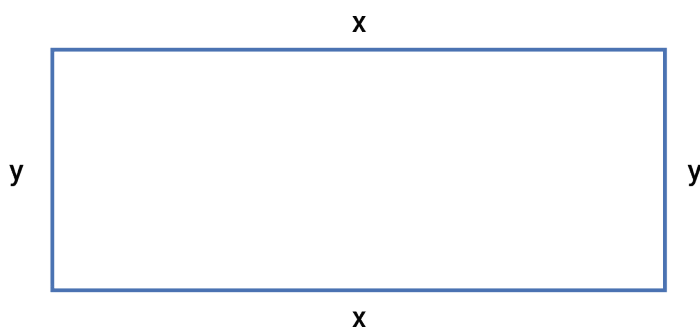
La principal aplicación de las derivadas se denomina Optimización, y esta área de estudio está presente en muchas áreas del quehacer humano, principalmente en la industria y la economía, en los procesos industriales es muy importante minimizar ciertas medidas como por ejemplo: la materia prima, los costos de producción, el tiempo de fabricación de un producto, etc., y por otra parte se ve la necesidad de maximizar otras medidas como por ejemplo las utilidades, entre otras medidas, a continuación repasemos un ejemplo de maximización.

Ejemplo:

Un rectángulo tiene 120m de perímetro. ¿Cuáles son las medidas de los lados del rectángulo que maximiza el área?

Solución:

Se debe maximizar el área  $A$  de un rectángulo. Entonces las medidas de sus lados las denotamos con “ $x$ ” y “ $y$ ”. Luego  $A = xy$ .



Como el perímetro del rectángulo es 120m.

Entonces la ecuación auxiliar es:  $2x + 2y = 120$ , de donde  $y = 60 - x$ .

Luego  $A(x) = x(60 - x) = 60x - x^2$

Como  $A'(x) = 60 - 2x$ ,  $A'(x) = 0$ , Entonces  $x = 30$  punto crítico.

Analizamos si este punto es máximo o mínimo utilizando el criterio de la segunda derivada.

Como  $A''(x) = -2$ ,  $A''(30) = -2$  y como la segunda derivada es negativa entonces

$x = 30$  se trata de un valor máximo.

Si  $x = 30$  entonces por lo que un cuadrado de lado 30 es el rectángulo de mayor área y perímetro 120m.



### Actividades de aprendizaje recomendadas

#### ▪ Lectura:

- En la Guía Didáctica (C, P., Rolando, & M, 2018), realice una lectura comprensiva de los temas de Derivadas de Orden Superior y Aplicaciones de la Derivada mismos que corresponden a la Semana 14 del plan de la asignatura.
- Revise el Recurso Educativo [Khan Academy](https://es.khanacademy.org/) disponible en <https://es.khanacademy.org/> en el mismo encontrará más información sobre los temas estudiados en esta semana.
- En el curso MOOC: Cálculo Diferencial Revise el contenido relacionado con los temas tratados esta semana, este está disponible en <https://www.edx.org/course/bases-matematicas-algebraupvalenciabma101x-0>



■ **Aprendizaje Autónomo:**

Actividad	Procedimiento
Revise los ejemplos planteados en la guía didáctica sobre estos temas.	En este curso estudiaremos únicamente las derivadas de orden 2, para lo cual es necesario que usted revise los ejemplos y compruebe los resultados Analíticos con las graficas correspondientes, en este punto se le recomienda identificar los puntos de inflexión.
Realice ejercicios en los cuales obtenga la derivada de segundo orden.	Busque ejercicios en la red sobre derivadas de segundo orden, aplica las técnicas derivación para encontrar la derivada de segundo orden luego ejecute el proceso para determinar los puntos de inflexión y compare los resultados con una herramienta para graficar.
En caso de ser posible verifique los resultados obtenidos con alguna herramienta de visualización.	Con los ejercicios que este desarrollando compare los resultados analíticos con los obtenidos en el proceso grafico, para esto utilice cualquier herramienta computacional, identifique principalmente los puntos máximos, mínimos y puntos de inflexión.
Busque ejercicios de optimización para entender como se podrían aplicar estas técnicas en nuestra profesión.	Desarrolle una búsqueda en la red sobre las aplicaciones de la Derivada en contextos reales, luego identifique en que áreas de nuestra carrera se pueden aplicar tales técnicas, si es posible busque ejemplos de optimización relacionados con nuestra carrera o con cualquier área de su interés, puede ser economía, comercio, política, ciencias sociales, etc.



## Autoevaluación 3

Seleccione el literal correcto según corresponda

1. El cálculo se desarrolló a la sombra de cuatro problemas en los que estaban trabajando los matemáticos europeos en el siglo XVII.
  - a. El problema de la gravedad, del calentamiento global, de la distribución de la riqueza y el problema de las integrales.
  - b. El problema de las funciones, del rozamiento, de la caída libre y el problema del magnetismo.
  - c. El problema de la recta tangente, de la velocidad y la aceleración, máximos y mínimos y el problema del área.
  - d. Ninguna de las anteriores.
2. Cuáles de las siguientes estrategias se aplican a la derivación implícita:
  - a. Derivar ambos lados de la ecuación respecto de  $x$ .
  - b. Agrupar todos los términos en que aparezca  $dy/dx$  en el lado izquierdo de la ecuación y pasar todos los demás a la derecha.
  - c. Factorizar  $dy/dx$  del lado izquierdo de la ecuación.
  - d. Despejar  $dy/dx$ .
  - e. Todas las anteriores.
3. La pendiente de la función  $f(x)=2x-3$ , en el punto  $(2, 1)$  es:
  - a. -2.
  - b. 2.
  - c. 3.
  - d. Ninguna de las anteriores.

Índice

Primer  
bimestre

Segundo  
bimestre

Solucionario

Referencias  
bibliográficas

4. La derivada de  $h(x)$ .
- $24x^2+4x-15$ .
  - $24x^2+4x-15$ .
  - $-24x^2-4x+15$ .
5. La ecuación de la recta tangente a la curva  $y = \frac{\sqrt{7x+2}}{x+1}$  en el punto  $\left(1, \frac{3}{2}\right)$  es:
- $\frac{1}{6}x + y - \frac{5}{3} = 0$
  - $\frac{2}{3}x + y + \frac{5}{3} = 0$
  - $\frac{5}{3}x + y - \frac{3}{2} = 0$
  - Ninguna de las anteriores.
6. Si  $f(x)=x^2 \ln(x)$  la  $f''(x)$  es:
- $f''(x) = 2 + 3 \ln x$ .
  - $f''(x) = 3 + 2 \ln x$ .
  - $f''(x) = 2x + 3 \ln x$ .
7. Si  $y = \frac{2x^2}{4x^2-25}$  todos los valores críticos de la función son:
- $x = -\frac{5}{2}, x = 0, y, x = \frac{5}{2}$
  - $x = 0, y, x = \frac{5}{2}$
  - $x = -\frac{5}{2}, x = 0$

8. El intervalo donde la función  $y = x^4 - 2x^2$  es cóncava hacia abajo es:

a.  $(-1,1)$ .

b.  $\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

c.  $\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}, 1\right)$

9. La ecuación de demanda para el producto de un monopolista es  $p = -5q + 30$ .

¿A qué precio se maximizará el ingreso?

a. 15 dólares.

b. 30 dólares.

c. 20 dólares.

d. Ninguna de las anteriores

[Ir al solucionario](#)

[Índice](#)

[Primer  
bimestre](#)

[Segundo  
bimestre](#)

[Solucionario](#)

[Referencias  
bibliográficas](#)



## Actividades finales del bimestre



### Semana 15

Una vez finalizado el estudio de los contenidos programados para nuestra asignatura, durante esta semana usted debe concluir la realización y entrega de las actividades calificadas pendientes, e iniciar el repaso de los contenidos estudiados en la unidad 3, como preparación para el examen bimestral.

Al igual que en el primer bimestre es importante que revise las actividades evaluadas y no evaluadas que ha desarrollado, y que valide el cumplimiento de los resultados de aprendizaje. Y con base en ello, determine los temas o puntos a los que debe dar prioridad en su repaso.



## Actividades de aprendizaje recomendadas

**Considere las actividades de aprendizaje que se recomiendan a continuación le permitirán enfocar mejor su esfuerzo en esta penúltima semana del ciclo académico.**

- **Aprendizaje autónomo:**
  - Revise y repase todos los contenidos estudiados durante el segundo bimestre.

[Índice](#)[Primer bimestre](#)[Segundo bimestre](#)[Solucionario](#)[Referencias bibliográficas](#)

- Elabore mapas mentales y esquemas resumen que le permitan prepararse para examen presencial.

- **Actividad suplementaria 2: Cuestionario de repaso del 2do bimestre**

- Si no le fue posible asistir al Chat académico del segundo bimestre (Chat 2), usted tiene la opción de contestar un cuestionario de repaso como actividad suplementaria. El cuestionario abarca la tercera unidad del segundo bimestre.



## Semana 16

Estimado/a estudiante

Estamos finalizando el estudio de nuestra asignatura, confiamos en que esta experiencia de aprendizaje le haya motivado a interesarse aún más por el mundo de las matemáticas y particularmente del Cálculo Diferencial. Le animamos a continuar explorando este interesante campo de las tecnologías de la información.

Como corresponde, durante esta última semana su dedicación y esfuerzo debe abocarse a preparar el examen presencial del segundo bimestre. Continúe con el repaso de los contenidos que inició en la semana anterior, reforzando aquellos temas en los que usted vea que no ha logrado alcanzar los resultados esperados.

Igualmente, durante esta semana podrá consultar la solución de todos cuestionarios en línea calificados que también le recomendamos revisar para identificar puntos prioritarios en su repaso.

A continuación, las actividades que le recomendamos para la semana final.

¡Le deseamos el mejor de los éxitos!



## Actividades de aprendizaje recomendadas

- **Aprendizaje autónomo:**
  - Revise y repase todos los contenidos estudiados durante el segundo bimestre.
  - Elabore mapas mentales y esquemas resumen que le permitan prepararse para examen presencial.
- **Actividad suplementaria 2: Cuestionario de repaso del 2do bimestre**
  - Si no le fue posible asistir al Chat académico del segundo bimestre (Chat 2), usted tiene la opción de contestar un cuestionario de repaso como actividad suplementaria. El cuestionario abarca la tercera unidad del segundo bimestre.



## 4. Solucionario

### Primer Bimestre

Autoevaluación 1		
Pregunta	Respuesta	Retroalimentación
1	b	Una función es una relación en la cual el elemento de partida se relaciona con un único elemento en el conjunto de llegada.
2	b	En la gráfica de una función siempre se tiene para cada valor de $x$ un único valor en $y$ , por lo que si se traza una recta vertical sobre la gráfica esta sólo intersecara en un solo punto.
3	c, d	Al ser una función racional hay que evitar que el denominador sea 0, por lo que se iguala $x^2 - 16 = 0$ para determinar que valores se deben excluir del dominio.  $x^2 = 16$ $x = \sqrt{16} = \pm 4$
4	c	Las asíntotas describen el comportamiento de las gráficas en sus extremos, y se representan con una línea recta que se aproxima continuamente a otra función o curva.
5	d	En una parábola el vértice indica el valor desde donde empieza el rango. Dependiendo del tipo de parábola se tendrá que en unos casos el vértice representará un máximo y en otros casos un mínimo.



Autoevaluación 1		
Pregunta	Respuesta	Retroalimentación
6	c	<p>funciones exponenciales son del tipo: <math>f(x) = a \cdot b^x</math>, donde <math>a</math> es el valor inicial y <math>b</math> indica el comportamiento de la función.</p> <p>Como se indica que el valor inicial es 3, entonces <math>a</math> vale 3. Luego dice que se duplica, esto quiere decir que se incrementar en un 100% cada día. Por lo que <math>b=1+r</math>, donde <math>r</math> es el % de incremento en este caso 100% pero <math>r</math> se debe especificar en valor decimal, es así como <math>r</math> vale 1. De esta forma <math>b=1+1=2</math>.</p> <p>Con esto se puede estructurar la función exponencial.</p> <p><math>f(x) = 3 \cdot 2^x</math></p>
7	a.	<p><math>f(x) = 7 \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^x</math></p> <p>b. como el valor de <math>b</math> está entre 0 y 1, entonces es una función decreciente.</p> <p>c. Para determinar el porcentaje realizamos la siguiente igualdad:</p> $1 + r = \frac{2}{7}$ <p>Despejamos <math>r</math>.</p> $r = \frac{2}{7} - 1 = -\frac{5}{7}$ <p>Al valor de <math>r</math> solo tomamos el valor positivo lo multiplicamos por 100 y lo pasamos a decimal y el porcentaje será del 71.43%</p> <p>d. El valor inicial es 7.</p>
8	c	<p>La función logarítmica es la inversa de la función exponencial, es decir que una expresión exponencial se puede representar mediante logaritmos.</p> <p><math>\log_a(x) = i \equiv a^i = x</math></p>

Autoevaluación 1		
Pregunta	Respuesta	Retroalimentación
9	<p>1. c, Partimos de la ecuación de la pendiente <math>y = mx + b</math>, donde</p> $y(6) = 2.5(6) + b$ $48 = 15 + b$ $b = 33$ <p>Por tanto la ecuación es <math>y = 2.5x + 33</math></p> <p>2. b, Porque la estatura del niño en 10 años es <math>y(10) = 2.5(10) + 33 = 58</math></p> <p>3. b, La pendiente es positiva y esta representada por los puntos (6,48), (7, 50.5), (10, 58)</p>	
10	<p>1. a</p> <p>2. a, porque el dominio incluye todos los números reales excepto el uno y menos uno <math>Dx \in \mathbb{R} - \{-1, 1\}</math></p> <p>3. b, porque el rango incluye a partir del tres hacia el infinito negativo</p> <p>4. <math>Ry \in (-\infty, 3]</math></p>	

Ir a la  
autoevaluación

Autoevaluación 2	
Pregunta	Retroalimentación
1	<b>Es posible la ecuación <math>f(x)=5</math></b> , significa que cuando los valores de la función se acercan por la derecha o por la izquierda hacia 2 el límite es 5. Si es posible, el límite de una función no necesariamente debe ser igual a la imagen en ese punto.
2	$\frac{\sqrt{x^2 + 7} + \sqrt{3x - 5}}{x + 2}$ $\frac{\sqrt{9 + 7} + \sqrt{3(3) - 5}}{3 + 2}$ $\frac{\sqrt{16} + \sqrt{4}}{5}$ $\frac{4 + 2}{5}$ $\frac{6}{5}$
3	$\underline{C}(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1,8 + \frac{3000}{x} \right)$ $= \lim_{x \rightarrow \infty} 1,8 + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3000}{x}$ <p>Nuestros cálculos revelan que, conforme la producción de CD aumenta sin límite, el costo promedio disminuye y se aproxima al costo unitario de 1,8 usd/disco.</p>
4	$\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = f(4)$

Autoevaluación 2	
Pregunta	Retroalimentación
5	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 - x^2}{h}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 - x^2}{h}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2}{h}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{h(2x + h)}{h}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} (2x + h)$ $= 2x$
6	$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt{x-2} - 2}{x-6}$ $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt{x-2} - 2}{x-6} \cdot \frac{\sqrt{x-2} + 2}{\sqrt{x-2} + 2},$ $= \lim_{x \rightarrow 6} \frac{(\sqrt{x-2})^2 - (2)^2}{(x-6)(\sqrt{x-2} + 2)}$ $= \lim_{x \rightarrow 6} \frac{x-2-4}{(x-6)(\sqrt{x-2} + 2)}$ $= \lim_{x \rightarrow 6} \frac{x-6}{(x-6)(\sqrt{x-2} + 2)}$ $= \lim_{x \rightarrow 6} \frac{1}{(\sqrt{x-2} + 2)}$

Autoevaluación 2	
Pregunta	Retroalimentación
	$= \frac{1}{\sqrt{6-2}+2}$ $= \frac{1}{\sqrt{4}+2}$ $= \frac{1}{2+2}$ $= \frac{1}{4}$
7	$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3t^3 + 2t^2 + 9t - 1}{5t^2 - 5}$ $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3t^3}{5t^2}$ $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3t}{5}$ $= \frac{3}{5} = \lim_{x \rightarrow \infty} t$ $= \infty$
8	$(x) = x^3 - 5x; x = 2$ <p>(i) f está definida para <math>x = 2</math>: <math>f(2) = -2</math></p> <p>(ii) <math>f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} (x^3 - 5x) = 2^3 - 5(2) = -2</math></p> <p>(iii) <math>f(x) = -2 = f(2)</math></p> <p>Por lo tanto f es continua en <math>x=2</math></p>

Autoevaluación 2	
Pregunta	Retroalimentación
9	$h(x) = \frac{x+3}{x-3}; x = -3$ <p>(i) f está definida para <math>x = -3</math>: <math>f(-3) = 0</math></p> $(ii) f(x) = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x+3}{x-3} = \frac{-3+3}{-3-3} = \frac{0}{-6} = 0$ <p>(iii) <math>f(x) = 0 = f(-3)</math></p> <p><b>Por lo tanto f es continua en <math>x = -3</math></b></p>
10	$= -\infty$

Ir a la  
autoevaluación

## Segundo Bimestre

Autoevaluación 3		
Pregunta	Respuesta	Retroalimentación
1	c	<p>El cálculo se desarrolló a la sombra de cuatro problemas en los que estaban trabajando los matemáticos europeos en el siglo XVII.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>El problema de la recta tangente</li> <li>El problema de la velocidad y la aceleración</li> <li>El problema de los máximos y mínimos</li> <li>El problema del área</li> </ol> <p>Cada uno de ellos involucra la noción de límite y podría servir como introducción al cálculo.</p> <p>Larson, Ron. Edward, Bruce H. (2010) Cálculo. México. McGrawHill.</p>
2	e	<p>Para derivar una función forma implícita se deben seguir los siguientes pasos.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Derivar ambos lados de la ecuación respecto de <math>x</math>.</li> <li>Agrupar todos los términos en que aparezca <math>dy/dx</math> en el lado izquierdo de la ecuación y pasar todos los demás a la derecha.</li> <li>Factorizar <math>dy/dx</math> del lado izquierdo de la ecuación.</li> <li>Despejar <math>dy/dx</math></li> </ol>
3	b	<p>La pendiente de la función <math>f(x) = 2x - 3</math>, en el punto <math>(2,1)</math> es: 2, ya que la derivada (pendiente) de la función es <math>f'(x) = 2</math>, al ser la derivada una constante en cualquier punto de la función la pendiente siempre va a ser 2.</p>

Autoevaluación 3		
Pregunta	Respuesta	Retroalimentación
4	b	<p>Como la función <math>h(x) = (3x - 2x^2)(5 + 4x)</math>: es un producto de dos funciones se aplica la regla para derivar un producto así:</p> <p>Aplicar la regla del producto <math>(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'</math></p> $h(x) = (3x - 2x^2)(5 + 4x)$ $h'(x) = \frac{d}{dx}(3x - 2x^2)(5 + 4x) + (3x - 2x^2) \frac{d}{dx}(5 + 4x)$ $h'(x) = (3 - 4x)(5 + 4x) + (3x - 2x^2)(4)$ $h'(x) = 15 + 12x - 20x - 16x^2 + 12x - 8x^2$ $h'(x) = 15 + 4x - 24x^2$
5	d	<p>La derivada de <math>y = \frac{\sqrt{7x+2}}{x+1}</math> en el punto <math>\left(1, \frac{3}{2}\right)</math> es:</p> $y' = \frac{-7x + 3}{2(x+1)^2 \sqrt{7x+2}}$ $y' = \frac{1}{6}$ <p>Aplicamos la forma punto pendiente para determinar la ecuación de la recta tangente.</p> $y - y_1 = m(x - x_1)$ $y - \frac{3}{2} = -\frac{1}{6}(x - 1)$ $-\frac{1}{6}(x - 1) - y + \frac{3}{2} = 0$ $-\frac{1}{6}x + \frac{1}{6} - y + \frac{3}{2} = 0$ $-\frac{1}{6}x - y + \frac{5}{3} = 0$



Autoevaluación 3		
Pregunta	Respuesta	Retroalimentación
6	b	<p>La derivada de <math>f(x) = x^2 \ln(x)</math> es:</p> $f'(x) = 2x \ln(x) + x$ $f''(x) = 2\ln(x) + 3$
7	b	Los puntos críticos los encontramos igualando a cero la derivada y en los puntos donde la derivada no existe, por lo tanto:
8	a	El intervalo es $(-1,1)$ , ya que se trata de uno de los puntos críticos.
9	a	<p><math>p = -5q + 30</math>. Es la demanda</p> <p>El ingreso se calcula</p> $I = pq$ $I = (-5q + 30) q$ $I = -5q^2 + 30q$ $I'(q) = -10q + 30$ <p>Igualamos la derivada a cero</p> $0 = -10q + 30$ $q = 3$ <p>Reemplazamos <math>q = 3</math> en <math>p</math></p> $p = -5(3) + 30$ $p = 15$

Ir a la  
autoevaluación



## 5. Referencias bibliográficas

- Bonacina, M. S., Teti, C. M., Haidar, A. P., & Bortolato, S. A. (2014). Cálculo Diferencial e Integral. Iniciativa Latinoamericana de Libros de Texto Abiertos (LATIn).
- Cuéllar J.A. (2010). Álgebra 2da edición. México McGrawHill
- Demana, F., Waits, B., Foley, G., & Kennedy, D. (2007). Precálculo: Gráfico, numérico, algebraico. México: Pearson Education.
- Haeussler, E., Richard, P., & Richard, W. (2015). Matemáticas para Administración y economía. México: Pearson.
- Hopf, F., & Bello, I. (2009). Álgebra intermedia: un enfoque del mundo real. México: McGrawHill Interamericana Editores.
- Khan Academy. (01 de 10 de 2017). Khan Academy. From Khan Academy: <https://es.khanacademy.org>
- Larson, R., & Edwards, B. (2011). Cálculo. México: McGraw-Hill Education.
- Laurence D. Hoffman (2006). Cálculo aplicado para administración, economía y ciencias sociales. Octava edición. México: McGraw-Hill
- Leithold L. (1998). El Cálculo. México: Oxford.

Swokowski, E., & Cole, Y. (2011). Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica. In E. Swokowski, & Y. Cole. México: Cengage Learning Editores.

Índice

Primer  
bimestre

Segundo  
bimestre

Solucionario

Referencias  
bibliográficas