6) Na $([0,1], \mathcal{B}_{[0,1]}, m)$ definiramo zaporedje funkcij

$f_1 = 1_{[0,1]}$, $f_2 = \sqrt{2}\, 1_{[0,\frac{1}{2}]}$, $f_3 = \sqrt{2}\, 1_{[\frac{1}{2},1]}$, ...,

$f_{2^n+k} = 2^{\frac{n}{2}} 1_{[\frac{k}{2^n}, \frac{k+1}{2^n}]}$ za $n \in \mathbb{N}$, $0 \le k \le 2^{n-1}$ (POPRAVLJENA VERZIJA)

Kako $(f_n)_n$ konvergira? Če le konv, le k funkciji 0 → stekališče.

- po točkah: NE. $\forall x \in [0,1]\ \forall n \in \mathbb{N}\ \exists m > n : f_m(x) > 1$, saj zaporedoma pokrivamo interval $[0,1]$ v celoti.

⇒ NE enakomerno

- skoraj povsod: NE, isto kot po točkah.

⇒ NE skoraj enakomerno.

- po meri: $\varepsilon > 0$. ~~...~~ $m = 2^n + k$

$$\{x \in [0,1];\ |f_m(x)| \ge \varepsilon\} = \begin{cases} [\frac{k}{2^n}, \frac{k+1}{2^n}], & \text{če } \varepsilon \le 2^{\frac{n}{2}} \\ \emptyset & ; \text{če } \varepsilon > 2^{\frac{n}{2}}. \end{cases}$$

$$\Rightarrow \mu(\{x \in [0,1];\ |f_m(x)| \ge \varepsilon\}) \le \frac{1}{2^n} \xrightarrow{n \to \infty} 0.$$

Po meri konvergira k funkciji 0.