Teorija grup in polgrup 2019 / 2020

3. domača naloga

Ustrezne ukaze in GAP-ove izpise prenesite v tekstovno datoteko, ki jo oddajte do **ponedeljka, 20. 1. 2020**.

Naloga 1. Naj bo G grupa vseh 4×4 zgornjetrikotnih matrik z enicami po diagonali. Poišči policiklično zaporedje generatorjev grupe G in zapiši matriko

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

v normalni obliki glede na to zaporedje.

Nasvet: Uporabi matrike $1 + E_{ij}$, $j > i$, kjer je E_{ij} matrika, katere edini neničelni element je 1 na mestu (i, j). Konjugiranke matrik lahko računaš z GAP-om. Nalogo lahko rešiš tudi z GAP-om; preberi poglavje *Matrix representations* v priročniku GAP-ovega paketa Polycyclic.

Naloga 2. Naj bo G grupa iz Naloge 1 in $x_1, x_2, \ldots, x_6$ policiklično zaporedje generatorjev, ki ste ga našli. Zapiši $x_1 x_2 x_3 x_4 x_1 x_2 x_3 x_4$ v normalni obliki.

Nasvet: Rezultat preveri z GAP-om.

Naloga 3. Definiraj A_4 s pc (ne pcp!) kolektorjem. Izračunaj njeno policiklično zaporedje podgrup.

Nasvet: Oglej si `SingleCollector` in ostale ustrezne ukaze, `GroupByRwS` in `PcSeries`. Postopek je podoben kot pri pcp kolektorjih.

Naloga 4. Naj bo

$$G = \langle x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \mid x_1^2 = x_2^2 = x_4^2 = 1, x_3^2 = x_4, x_5^3 = 1, x_2^{x_1} = x_2 x_3, x_3^{x_1} = x_3 x_4, x_3^{x_2} = x_3 x_4, \\ x_4 \text{ je centralen}, x_5^{x_1} = x_5^2, [x_5, x_i] = 1 \text{ za } i = 2, 3, 4 \rangle.$$

Pokaži, da je ta prezentacija konfluentna (z GAP-om) in izračunaj moč grupe G. Predstavi to grupo kot pc grupo, pcp grupo, permutacijsko grupo in končno prezentirano group. V vseh teh primerih izračunaj konjugirane razrede in podgrupe edinke ter primerjaj čase računanj.

Nasvet: Oglej si ukaze `IsomorphismPermGroup`, `IsomorphismFpGroup`, `IsomorphismPcGroup`, `Image`, `ConjugacyClasses`, `NormalSubgroups`. Za konstrukcijo grupe uporabi pcp kolektor.