KOMUTATIVNA ALGEBRA, 2019/20

9. DN/ 9nd HW : 6. 5. 2020

Rok za oddajo/ Deadline: 23:59, 12. 5. 2020

(1) Naj bo $m = k^2 n \in \mathbb{Z}$, kjer je n brez kvadratnih faktorjev. Pokaži, da je celostno zaprtje $\mathbb{Z}[\sqrt{m}]$ v svojem obsegu ulomkov enako $\mathbb{Z}[\frac{1+\sqrt{n}}{2}]$, če je $n \equiv 1 \mod 4$ in $\mathbb{Z}[\sqrt{n}]$ sicer.

(2) Naj bo S celostna razširitev R in k algebraično zaprto polje. Pokaži, da lahko vsak homomorfizem $f\colon R \to k$ razširimo do homomorfizma $g\colon S \to k$ $(g|_R = f)$.

Poišči primera, ko se homomorfizma ne da razširiti, če;

a) S ni celostna razširitev R.

b) k ni algebraično zaprto polje (Vedar še vedno polje).

---

(1) Let $m = k^2 n \in \mathbb{Z}$ where n is without quadratic factors. Show that integral closure of $\mathbb{Z}[\sqrt{m}]$ in its field of fractions is $\mathbb{Z}[\frac{1+\sqrt{n}}{2}]$, if $n \equiv 1 \mod 4$ and $\mathbb{Z}[\sqrt{n}]$ otherwise.

(2) Let S be an integral extension R and k an algebraically closed field. Show, that every homomorphism $f\colon R \to k$ can be extended to a homomorphism $g\colon S \to k$ $(g|_R = f)$.

Find example where extension does not exist if ;

a) S is not integral over R.

b) k is not algebraically closed field (But still a field).