KOMUTATIVNA ALGEBRA, 2019/20

8. DN/ 8nd HW : 29. 4. 2020

Rok za oddajo/ Deadline: 23:59, 5. 5. 2020

(1) Za podprostor $Y \subset X = \operatorname{Spec} R$ (s topologijo Zariskega) definiramo $I(Y) = \bigcap_{p \in Y} p \lhd R$.

Pokaži, da je prostor Y je nerazcepen natanko tedaj, ko je $I(Y)$ praideal.

(2) Topološki prostor je nepovezan, če je enak unije dveh disjunktnih nepraznih odprtih podmnožic.

Pokaži, da so naslednje trditve ekvivalentne.

2.1. $X = \operatorname{Spec}(R)$ je nepovezan.

2.2. $R \cong R_1 \times R_2$, kjer sta R_1 in R_2 netrivialna kolobarja.

2.3. R ima netrivialen idempotent ($e \neq 0, 1$).

---

(1) For a subspace $Y \subset X = \operatorname{Spec} R$ (With the Zarski topology) we define. $I(Y) = \bigcap_{p \in Y} p \lhd R$.

Show that Y is irreducible if and ony if $I(Y)$ is prime.

(2) A topological space is disconnected, if it is a union of two non-empty disjoint open subsets.

Show that the following statements are equivalent

2.1. $X = \operatorname{Spec}(R)$ is disconnected.

2.2. $R \cong R_1 \times R_2$, where R_1 and R_2 are nontrivial rings.

2.3. R has a non-trivial idempotent ($e \neq 0, 1$).