Uvod v numerične metode, 2018/2019

2. domača naloga

Nalogo rešite v programu Matlab ali Octave. Datoteke, uporabljene pri reševanju, oddajte v ZIP datoteki ime_priimek_vpisnastevilka_dn2.zip v spletni učilnici najkasneje do 17. januarja 2019.

1. Enačbe

$$z = 5e^{5xy-10x^2-y^2}$$
, $x^2 + 4y^2 + 3z^2 = 4$, $4x^2 + 4y^2 - 3z^2 = 1$

določajo tri ploskve v prostoru. Uporabite Newtonovo metodo za iskanje vseh njihovih presečišč. Pri določanju začetnih približkov si pomagajte s slikami ploskev, ki jih lahko narišete s funkcijama meshgrid in surf.

2. V observatoriju Mauna Loa na Havajih od konca petdesetih let merijo koncentracijo ogljikovega dioksida v ozračju. Mesečni podatki o številu delcev CO_2 v izsušenem zraku so objavljeni na spletni strani agencije NOAA^1 . Zberite meritve od začetka leta 1985 do konca leta 2018 v tekstovni datoteki in jo uvozite v Matlab. Iz dobljene tabele izluščite vektor \boldsymbol{x} z datumom v decimalni obliki in vektor \boldsymbol{y} s povprečnimi meritvami. Poiščite parametre a, b, c, d, e, za katere se funkcija

$$f(x) = a + bx + cx^{2} + d\sin(2\pi x) + e\cos(2\pi x)$$

po metodi najmanjših kvadratov najbolje prilega meritvam; to je parametre, pri katerih je dosežena minimalna vrednost $\|(\boldsymbol{y}_i - f(\boldsymbol{x}_i))_i\|_2$. Narišite meritve in graf funkcije f.

3. Matrika

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4 & -8 & 8 & 4 \\ 2 & 6 & -2 & 2 \\ 2 & -2 & 9 & -2 \\ 4 & 8 & -4 & 0 \end{bmatrix}$$

ima same realne lastne vrednosti. Transformirajte matriko \boldsymbol{A} v zgornjo Hessenbergovo matriko (funkcija hess) in na slednji izvedite QR iteracijo z enojnimi premiki. Pri tem si pomagajte z vgrajeno funkcijo qr. Iteracijo izvajajte, dokler absolutna vrednost predzadnjega elementa v zadnji vrstici ni manjša od vsote absolutnih vrednosti sosednjih diagonalnih elementov, pomnožene s toleranco 10^{-8} . Nato postopek nadaljujte na ustrezni podmatriki. Na ta način določite približke za vse lastne vrednosti matrike \boldsymbol{A} . Nazadnje z inverzno iteracijo izračunajte še približke za lastne vektorje matrike \boldsymbol{A} .

4. Sestavite metodo, ki izračuna deljeno diferenco $[x_0, x_1, \ldots, x_n]f$ funkcije f za zaporedje interpolacijskih točk (x_0, x_1, \ldots, x_n) , $n \in \mathbb{N}_0$, v katerem se ista točka pojavi kvečjemu dvakrat. Metoda naj sprejme vrednosti funkcije f v interpolacijskih točkah in po potrebi vrednosti njenih prvih odvodov. Preverite, da je deljena diferenca [0, 0, 1, 2, 2, 3]f funkcije f(x) = 1/(x+1) enaka -1/72.

¹ftp://aftp.cmdl.noaa.gov/products/trends/co2/co2 mm mlo.txt